Hipoteza de Broglie'a i jej weryfikacja
Ćwiczenie 36

Michał Urbański

1. Wstęp

Louis de Broglie, w 1924 roku zaproponował aby wzór wiążący długość fali z pędem, znany ze świeżo zaproponowanej koncepcji kwantowania światła zastosować również dal elektronów. Dla światła najpierw Planck (1900) i potem Einstein (1905) zaproponowali dualizm falowo korpuskularny światła: światło o długości fali λ i częstotliwości f zachowuje się jak zbiór cząstek, nazwanych fotonami, o energii i pędzie wyznaczonych równaniami:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{oraz } E = h\ f \tag{1}$$

gdzie p - pęd fotonu, E - energia fotonu, λ - długość fali, f-częstotliwość fali świetlnej, h - stała Plancka.

De Broglie (1924) zaproponował aby te równania również obowiązywały dla elektronów, z tym, że w przypadku elektronów wyznaczamy długość fali na podstawie pędu:

$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{2}$$

oraz częstotliwość na podstawie energii elektronu:

$$f = \frac{E}{h} \tag{3}$$

2. Cel i wykonanie ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest sprawdzenie czy związek pomiędzy odwrotność długości fali jest proporcjonalna do pędu (wzór (2)). Długość fali elektronowej wyznaczana jest metoda interferencyjną wykorzystując jako siatkę dyfrakcyjną sieć krystaliczną cienkiej warstwy grafitu. Ponieważ nie znana jest stała sieci więc należy przekształcić równanie tak aby otrzymać funkcję liniową w której współczynnik nachylenia zależy od długości fali.

Wykonanie eksperymentu polega na pomiarze zależności średnicy pierścienia interferencyjnego od napięcia przyśpieszającego elektrony. Średnica pierścienia interferencyjnego jest proporcjonalna do długości fali, natomiast pęd proporcjonalny jest do pierwiastka z energii więc należy wykreślić zależność średnicy widocznych pierścieni (jasnych i ciemnych) od odwrotności pierwiastka z napięcia. Na tej podstawie należy wyznaczyć stałą sieci i porównać z danymi tablicowymi dotyczącymi grafitu. Należy narysować sieć krystaliczną grafitu i pokazać które płaszczyzny zostały zaobserwowane.

3. Teoria

3.1. Dyfrakcja elektronów na sieci krystalicznej

Jeśli odległości płaszczyzn w sieci krystalicznej wynoszą d to kąt przy którym następuje wzmocnienie fali spełnia wzór Bragga:

$$2d\sin(\Theta) = n\lambda \tag{4}$$

gdzie Θ jest połowa kata pomiędzy wiązka badającą a ugiętą, λ długośc fali elektronowej, n liczba naturalna numerująca warunki zgodności fazy przy interferencji.

W obrazie interferencyjnym n numeruje kolejne pierścienie interferencyjne. Wartość n jest całkowite dla maksimów interferencyjnych, ale dla minimów n jest ułamkowe o postaci liczna całkowita plus $\frac{1}{2}$.

Wyprowadzenie wzoru znajduje się w instrukcji na stronie CLF.

3.2. Wyprowadzenia zależności dla układu dyfrakcyjnego wykorzystującego kulistą lampę oscyloskopową

W celu obserwacji interferencji wykorzystano lampę katodową (oscyloskopową), która wyposażona jest w wyrzutnię elektronową i ekran, na którym widać elektrony uderzające w ekran. Ekran pokryty jest luminoforem, który świeci gdy uderzy w niego elektron.

Wyrzutnia elektronowa rozpędza elektrony emitowane z grzanej katody napięciem U. Energa elektronu rozpędzonego w polu elektrycznym wynosi $E = eU$, gdzie e - ładunek elektronu. Ponieważ energia pola nadaje elektronom pęd więc energia po opuszczenia obszaru działania pola elektrycznego musi się równać energii kinetycznej $E_k = \frac{p^2}{2m}$, gdzie m masa elektronu. Mamy więc:

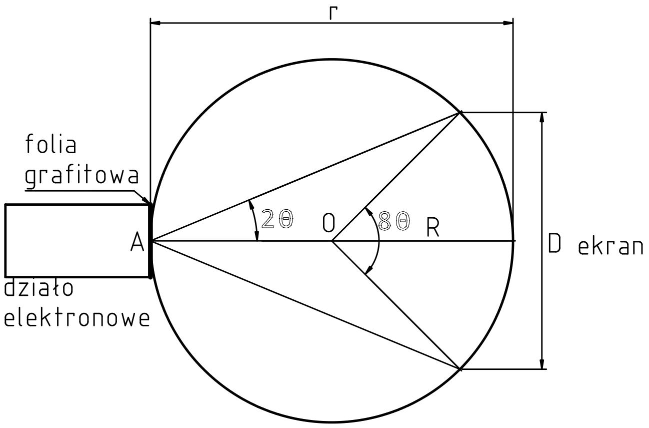
$$eU = \frac{p^2}{2m} \quad \text{czyli} \quad p = \sqrt{2meU} \tag{5}$$

Lampa katodowa (oscyloskopowa) ma ma kształt kuli o promieniu R. Na końcu przeciwnym do ekranu znajduje się działo elektronowe (na rysunku rurka) i folia grafitowa, przez którą przelatują elektrony ulegając dyfrakcji (rysunek 1).

Podczas eksperymenty mierzymy na ekranie promień okręgu interferencyjnego wzdłuż krzywizny kuli (oznaczony D) więc kąt o wierzchołku w środku kuli ma dokładnie wartość:

$$\alpha = 8\Theta = \frac{D}{R} = \frac{2D}{r} \tag{6}$$

Kąt pod którym widać pierścień interferencyjny se środka kuli jest dwa razy większy niż kąt pod którym widać ten pierścień z brzegu kuli Gdzie r jest średnicą kuli i jednocześnie odległością folii od ekranu (oznaczenia zgodne ze instrukcją z CLF, różnica polega na uwzględnieniu geometrii kulistej).



Rysunek 1: Lampa katodowa z folią na której następuje dyfrakcja elektronów

Ze wzoru Bragga (4) mamy:

$$n\lambda = 2d\sin(\Theta) = 2d\sin\left(\frac{D}{4r}\right) \cong \frac{dD}{2r} \qquad (7)$$

gdzie n - numer

wstawiamy to do wzoru de'Broglie (5) mamy:

$$n\frac{h}{p} = \frac{dD}{2r} \qquad (8)$$

Po wstawieniu do (8) wzoru na pęd (5) otrzymujemy:

$$D = n\frac{2rh}{d\sqrt{2me}}\frac{1}{\sqrt{U}} \qquad (9)$$

Równanie to ma postać liniowej zależności średnicy pierścieni interferencyjnego od odwrotności napięcia:

$$D = a\frac{1}{\sqrt{U}} \qquad (10)$$

gdzie $a = n\frac{2rh}{d\sqrt{2me}}$

Na podstawie danych doświadczalnych należy wyznaczyć nachylenie wykresu D w Funkcji $\frac{1}{\sqrt{U}}$. Pomiary należy wykonać dla kilku n (kolejnych średnic) oraz również dla ciemnych okręgów co odpowiada połówkowym wartościom n.

4. Opracowanie danych

Dla każdego napięcia należy zmierzyć średnicę czterech okręgów: dwóch jasnych ((n całkowite) i dwóch ciemnych (ułamkowe wartości n). Należy wykonać pomiary dla ok 20 wartości napięć i otrzymać cztery wykresy zależności czterech promieni od napięcia.

Na podstawie danych należy wykreślić cztery krzywe (na jednym wykresie) średnic od napięcia oraz drugi wykres zależności średnic od $x = \frac{1}{\sqrt{U}}$. Na tej podstawie należy wyznaczyć odległość płaszczyzn atomowych w graficie, n należy tak dobrać aby uzyskać najlepszą zgodność z danymi tablicowymi grafitu.

Omówić źródła błędów i oszacować niepewności.