

FIZYKA LABORATORIUM

prawo Ohma

dr hab. inż. Michał K. Urbański,
Wydział Fizyki Politechniki Warszawskiej,
pok 18 Gmach Fizyki, murba@if.pw.edu.pl
www.if.pw.edu.pl/~murba
strona Wydziału Fizyki
www.fizyka.pw.edu.pl

Prawo Ohma: liniowy związek

$$I = \frac{1}{R}U \quad (1)$$

napięcie elektryczne U – bodziec wymuszający przepływ prądu I .
Natężenie prądu elektrycznego – przepływ wymuszony napięciem elektrycznym.

Szukamy parametrów ogólnej postaci równania liniowego:

$$I = gU + I_0$$

gdzie g - współczynnik nachylenia, interpretujemy go jako konduktancję $g = \frac{1}{R}$, I_0 - stała opisująca przesunięcie względem zera.

Można użyć równania: $U = rI + U_0$, gdzie współczynnik nachylenia jest rezystancją R .

Uwaga: Metoda najmniejszych kwadratów dla równania $I = gU + I_0$ nie musi dać identycznej wartości rezystancji co zastosowana do równania $U = rI + U_0$.

Pojęcia podstawowe

Napięcie – praca przeniesienia ładunku na jednostkowy ładunek:

$$U = \frac{W}{q} \quad (2)$$

Natężenie prądu – ilość ładunku która przepływa w jednostkowym czasie.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (3)$$

Natężenie pola elektrycznego – siła na jednostkowy ładunek

$$E = \frac{F}{q} \quad (4)$$

Praca $\Delta W = F\Delta l$

dzielimy przez q : $\frac{\Delta W}{q} = \frac{F}{q}\Delta l$ czyli

$$\Delta U = E\Delta l \quad (5)$$

Fizyka prawa Ohma

Ładunki poruszają się w ośrodku lepkiem – lepkość – zderzenia z siecią krystaliczną. Siły działające na ładunek:

$$\vec{F} = \vec{F}_{pole} + \vec{F}_{zderzenia} = q\vec{E} + \gamma\vec{v}$$

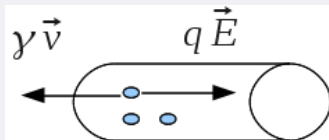
Wypadkowa siła równa jest zeru:

$$q\vec{E} + \gamma\vec{v} = 0$$

$$v = \frac{q}{\gamma}E = \mu E$$

gdzie μ - ruchliwość. Prędkość jest proporcjonalna do natężenia pola elektrycznego - jest to liniowość wynikająca ze zderzeń z siecią krystaliczną.

Zderzenia z siecią - energia kinetyczna ładunków zamienia się w ciepło.



Prąd elektryczny - ruch ładunków

natężenie prądu: $I = \frac{dq}{dt}$

$$dq = enAdl = enAvdt$$

prąd $I = enAvdt$

gęstość prądu

$$j = \frac{I}{A} = env = en\mu E$$

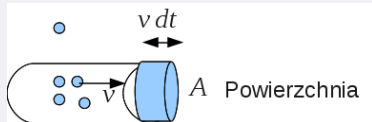
zapisujemy to jako:

$$j = \sigma E \quad (6)$$

gdzie $\sigma = en\mu$ - przewodność właściwa. Napięcie: $U = \frac{W}{q}$

$$\text{czyli } U = \frac{Fl}{q} = \frac{Eqql}{q} = El$$

$$\text{ogólnie } U_{A,B} = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$



ponieważ $I = Aj = A\sigma E$ a $E = \frac{U}{l}$ to:

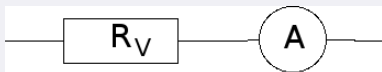
$$I = \frac{A\sigma}{l} U \quad (7)$$

jest to prawo Ohma, gdzie $\frac{1}{R} = \frac{A\sigma}{l}$.

Schemat woltomierza

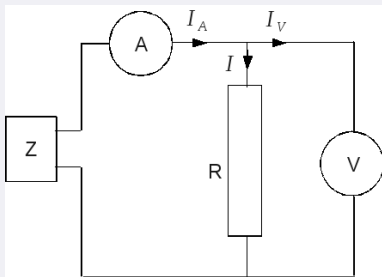
Jeśli amperomierz jest na zakres I_z to aby zbudować woltomierz na zakres U_z musimy użyć opornika:

$$R_V = \frac{U_z}{I_z} = U_z \frac{1}{I_z} \quad (8)$$



Człon $\frac{1}{I_z}$ jest rezystancją na jeden volt.

Pomiar rezystancji małych (w stosunku do rezystancji woltomierza)



$$I_A = I + I_V \quad (9)$$

Zmierzona wartość $\tilde{R} = \frac{U}{I_A}$, wartość mierzona $R = \frac{U}{I}$.

$$\text{Czyli: } \Delta R = \tilde{R} - R = \frac{U}{I + I_V} - R = \frac{U}{I + \frac{U}{R_V}} - R = -\frac{R^2}{R + R_V}$$

POMIARY

Wykonujemy pomiary:

- amperomierzem cyfrowym
- woltomierzem analogowym

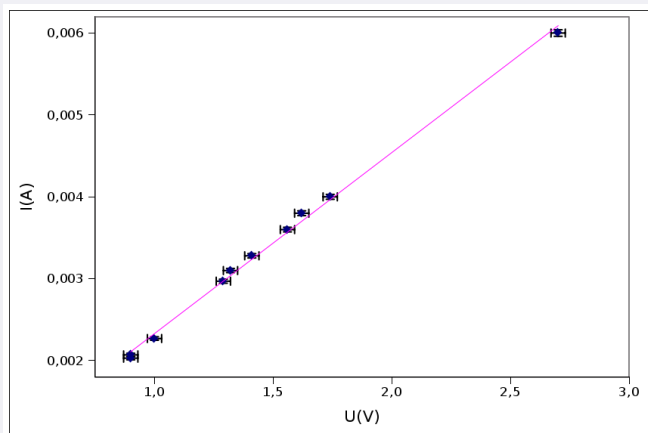
dla trzech zakresów woltomierza analogowego: 1V, 3V, 10V,.
dla każdego zakresu woltomierza dane dobrać tak aby:

- 1 najmniejsza wartość napięcia nie była mniejsza od $\frac{1}{3}$ zakresu, np. dla zakresu woltomierza analogowego na zakresie 10V należy wykonać pomiary dla napięć z przedziału $[3V - 10V]$
- 2 zakres pomiarowy amperomierza należy tak dobrać aby nie zachodziła potrzeba zmieniania zakresu amperomierza dla serii pomiarów wykonanych w jednym zakresie woltomierza.

Powinniśmy uzyskać trzy serie pomiarów, dane w każdej serii wykonane są bez zmiany zakresu woltomierza i amperomierza.

Cały czas kontrolować czy prąd nie jest za duży i czy wskazania nie „skaczą”.

Przykład pomiarów



Rysunek: Wykres zależności natężenia prądu mierzonego amperomierzem na zakresie 20mA od napięcia zmierzonego woltomierzem na zakresie 3V.

Dla wszystkich obliczeń rezystancji wyznaczyć niepewność:

- a) metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć:
 - i) wyznaczyć parametry prostej (nachylenie i punkt początkowy),
 - ii) odchylenia standardowe $s(a)$ współczynnika nachylenia i $s(b)$ stałej.
- b) metodą niestatystyczną na podstawie zastosowania wzoru $R=U/I$ przy maksymalnej wartości napięcia dla danego zakresu (danej serii) - określić niepewność złożoną wynikająca z błędów aparaturowych
- c) obliczyć błąd spowodowany prądem woltomierza.

Porównać wyniki rezystancji uzyskane z każdej serii i dwoma metodami i określić czy „efekt dekadowy” jest mniejszy od niepewności aparaturowych.

Metoda najmniejszych kwadratów

dla zależności $I = a U + I_0$ wyznaczyć parametry metodą najmniejszych kwadratów.

Wykonujemy dla każdego zakresu (jak i dla danych łącznych) obliczenia:

- 1 współczynnik nachylenia a i stałą I_0
- 2 odchylenia standardowe powyższych parametrów $s(a)$ i $s(b)$.
- 3 niepewności rezystancji.

$$\text{Rezystancja } R = \frac{1}{a},$$

błąd rezystancji wynikający z błędu współczynnika a :

$$\Delta R = -\frac{1}{a^2} \Delta a,$$

$$\text{niepewność rezystancji } u(R) = \frac{1}{a^2} s(a)$$

Składowa aparaturowa rezystancji

Dla każdego z zakresów wyznaczyć rezystancję na podstawie jednego pomiaru dla największych wartości napięcia i natężenia prądu:

$$R = \frac{U}{I} \quad (10)$$

Niepewność tak wyznaczone rezystancji można oszacować jedynie metodą **B** czyli określając składową aparaturową u_B (instrumentalną) niepewności pochodząca od błędów przyrządów:

$$u_B(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 \frac{\Delta_m^2 I}{3} + \left(\frac{\partial R}{\partial U}\right)^2 \frac{\Delta_m^2 U}{3}} \quad (11)$$

gdzie: $\Delta_m U$ i $\Delta_m I$ - błędy graniczne wyznaczone z danych przyrządu.

Porównać odchylenie standardowe nachyleń uzyskanych dla każdej serii z niepewnością opisującą błędy aparaturowe.

Przyrządy analogowe

Dla przyrządów analogowych podana jest **klasa niepewności** γ_K , niepewność wyznaczamy jako:

$$\Delta_m x = \gamma_K x_z \quad (12)$$

gdzie x_z jest zakresem pomiarowym przyrządu wykorzystywanym w danym pomiarze.

Klasa określana jest w procentach i opisuje niepewność względem zakresu pomiarowego.

Przyrządy cyfrowe

Dla przyrządów cyfrowych określa się dwa parametry opisujące niepewność: składową addytywną Δx_a i multiplikatywną (niepewność względną γ).

$$\Delta_m x = \gamma x + \Delta x_a \quad (13)$$

gdzie x – wynik pomiaru, γ – niepewność względna (zazwyczaj w procentach), Δx_a – składowa addytywna niepewności.

błąd spowodowany prądem woltomierza:

$$\Delta_V R = \frac{R^2}{R_V} \quad (15)$$

gdzie: R – zmierzona rezystancja, R_V rezystancja woltomierza.

Wyprowadzić ten wzór.

Dla woltomierza analogowego podana jest rezystancja wewnętrzna poprzez $k\Omega/V$

Przykład: jeśli miernik ma $20k\Omega/V$ to na zakresie $10V$ rezystancja wynosi $200k\Omega$.

Wynika to z tego, że woltomierz jest amperomierzem (mikroamperomierzem) połączonym szeregowo z rezystorem wyskalowanym wg prawa Ohma.

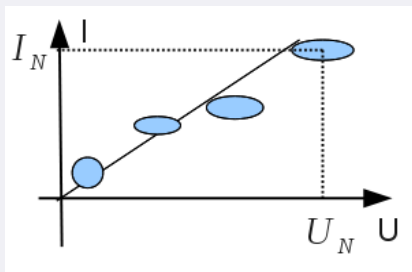
Woltomierz cyfrowy ma $10M\Omega$ niezależnie od zakresu.

OBLICZENIA DLA KAŻDEJ SERII (3 serie)

- 1 wyznaczyć nachylenie metodą najmniejszych kwadratów i z tego wyliczyć rezystancję
- 2 określić niepewność nachylenia na podstawie estymatora odchylenia standardowego s_a dla współczynnika nachylenia. Niepewność $u(a) = s_a$
- 3 Wyznaczyć rezystancję z danych o najwyższym prądzie i wyznaczyć niepewność różniczka zupełną.
- 4 określić błąd spowodowany rezystancją woltomierza.
 $\Delta_V R = \frac{R^2}{R_V}$, gdzie R - zmierzona rezystancja, R_V rezystancja woltomierza.

Porównać wszystkie uzyskane nachylenia i ich niepewności.
We wnioskach opisać przyczyny różnic niepewności i wartości rezystancji.

Pomiar rezystancji z jednego punktu pomiarowego



Rysunek: Wykres pomiarowy, punkty są elipsami. Pomiary bez zmiany zakresu przyrządów. Rozrzut punktów spowodowany rezystancją styków.

Rezystancja z najlepszego pomiaru: $R_N = \frac{U_N}{I_N}$

Niepewność rezystancji

$$R = \frac{U}{I} \text{ więc: } \frac{dR}{dI} = -\frac{U}{I} \text{ i } \frac{dR}{dU} = \frac{1}{I}$$

Niepewność standardowa składowej systematyczne pochodzącej od przyrządu:

$$u_B(R) = \sigma(R_s) = \sqrt{\left(\frac{dR}{dI}\right)^2 \frac{\Delta_m^2 I}{3} + \left(\frac{dR}{dU}\right)^2 \frac{\Delta_m^2 U}{3}} \quad (16)$$

gdzie: ΔU i ΔI wyznacza się z danych przyrządu.

Całkowitą niepewność wynika ze wzoru na składanie niepewności:

$$u(R) = \sqrt{(s(\bar{R}))^2 + u_B(R)^2} \quad (17)$$

\bar{R} wartość średnia serii pomiarowej. $s(\bar{R})$ odchylenie standardowe wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów.

Przedyskutować czy trzeba uwzględnić błąd spowodowany woltomierzem. Błąd ten można uwzględnić jako poprawkę do wyniku pomiaru lub dodać do niepewności złożonej (zgodnie z zasadami wynikającymi ze wzoru (17)). W sprawozdaniu należy dodać poprawkę (z odpowiednim znakiem) i również przedstawić wariant z uwzględnieniem tej składowej w niepewności złożonej.

Zrobić tabelę:

<i>nr</i>	wielkość	<i>nazwa1</i>	<i>nazwa2</i>	...	całość
1	rezystancja z MNK
2	niepewność rezystancji z MNK
3	rezystancja $R=U/I$
4	niepewność aparaturowa
5	niepewność od rezystancji woltomierza
6	niepewność całkowita, złożona

nazwa1 - nazwa serii nr 1, np. „zakres 1V”

- 1 porównać składowe niepewności (opisane powyżej dla różnych źródeł błędów) dla wszystkich zmierzonych zakresów (serii pomiarowych) i określić czynnik dominujący.
- 2 Pokazać na czym polega efekt dekadowy (zmiana wyznaczonej rezystancji przy zmianie zakresu), podać różnice wyznaczonych rezystancji dla różnych zakresów.
- 3 Sprawdzić czy różnice wartości rezystancji uzyskane dla poszczególnych zakresów mieszczą się w granicach błędów granicznych aparaturowych.