Fizyka - kurs wyrównawczy

Michał K. Urbański

michal.urbanski@pw.edu.pl

1 Wstęp

Fizyka jest nauką, która spełnia dwa warunki:

1. źródłem wiedzy o rzeczywistości jest pomiar,
2. językiem opisu zjawisk fizycznych jest matematyka.

Definicja nauki jest trudna bowiem pogląd naukowy zależy od poglądów naukowców.

Ogólnie nauka charakteryzuje się stosowaniem:

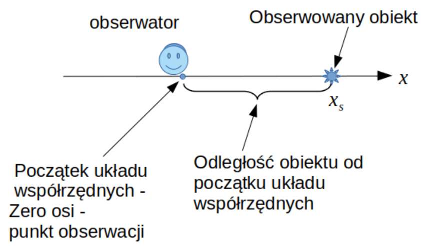
1. metod naukowych badania rzeczywistości, które są bardziej wyrafinowane od metod potocznych,
2. specyficznego języka opisującego możliwie precyzyjne obserwowane zjawiska,
3. eksperymentu polegającego na badaniu reakcji badanych obiektów na celowo skonstruowane bodźce,
4. złożonej aparatury badawczej.

2 Ruch w układzie współrzędnych

2.1 Opis ruchu

Każdy ruch obserwujemy jako zmianę czegoś, jakiejś wielkości charakteryzującej zjawiska. Podstawowym narządem obserwacji świata jest wzrok, którym obserwujemy ruch ciał. Ruch ciał obserwujemy jako zmianę położenia. W opisie tym zazwyczaj zakładamy, że ciała są małe i można je opisać jako punkty materialne. Aby ilościowo opisać położenie musimy wprowadzić układ współrzędnych. Na układ współrzędnych składa się punkt obserwacji i zadane wyróżnione kierunki. Każdemu kierunkowi odpowiada oś współrzędnych, przy pomocy tych osi wyznaczamy współrzędne położenia ciała, współrzędne pozwalają na ilościowy opis ruchu jako zależność współrzędnej od czasu.

W ruchu prostoliniowym (czyli po linii prostej) do opisu tego ruchu wystarczy jedna oś, na której odczytuje się jedną współrzędną. Na rysunku 1 pokazane są poglądowo relacje pomiędzy punktem odniesienia a obserwowanym obiektem.



Rysunek 1. Ciało w w układzie współrzędnych. x_s - współrzędna ciała (słoneczka) w układzie współrzędnych. Obserwator umieszczony jest w początku układu współrzędnych.

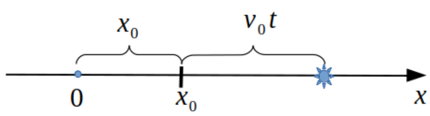
Ruch jest zmianą położenia, wobec tego zależność położenia od czasu jest sposobem ilościowego opisu ruchu. W przypadku ruchu ze stałą prędkością (ruch jednostajny) zależność położenia x od czasu t opisana jest prostą o równaniu:

$$x = x_0 + v_0 t \tag{1}$$

gdzie: x_0 - położenie początkowe w chwili $t = 0$, v_0 - prędkość ciała.

Wyprowadzimy wzór 1 w dwóch krokach:

1. Jeśli ruch jednostajny z prędkością v_0 ciała zaczął się w momencie $t = 0$ od miejsca o położeniu x_0 to położenie ciała po czasie t jest sumą dwóch odcinków: położenia początkowego x_0 i drogi przebytej w czasie t. Pokazano to na rysunku 2.



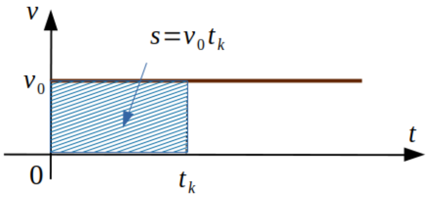
Rysunek 2. Położenie po czasie t ciała poruszającego się z prędkością v_0 i startującego z punktu x_0

2. droga s przebyta w czasie t ze stałą prędkości wynosi $v_0 t$. Droga jest obliczona jako pole powierzchni pod wykresem prędkości co przedstawiono na rysunku 3. Pole to w przypadku ruchu jednostajnego jest polem prostokąta.

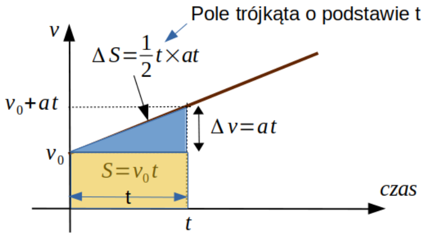
W ruchu jednostajnie przyśpieszonym szybkość zmiany prędkości a jest stała i równa jest przyśpieszeniu ciała a co pokazano na rysunku 4. Przyśpieszenie jest szybkością zmiany prędkości tak jak prędkość jest szybkością zmiany położenia.

Zależność prędkości od czasu opiszemy wzorem:

$$v(t) = v_0 + at \tag{2}$$



Rysunek 3. Zależność prędkości od czasu w ruchu jednostajnym.Prędkość jest stała czyli $v(t) = v_0$. Droga s przebyta w czasie od momentu zerowego do momentu t_k równa jest polu pod wykresem prędkości.



Rysunek 4. Prędkość w ruchu jednostajnie przyśpieszonym. Pole trapezu złożonego z żółtego prostokąta i niebieskiego trójkąta jest równe zmianie położenia w czasie t, czyli drodze jaką przebyło ciało.

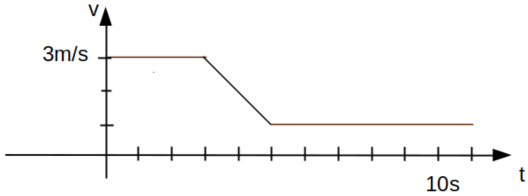
gdzie a jest przyśpieszeniem ruchu.

Na rysunku 4 pokazano jak wyznaczyć drogę po czasie t. Przebyta droga jest polem po wykresem prędkości od czasu. Pole to jest polem trapezu i wyliczymy je jako sumę dwóch pól: pola prostokąta $S = v_0 t$ oraz pola trójkąta $\Delta S = \frac{1}{2} t \times at$ (trójkąt ma wysokość at i podstawę t). Ostatecznie po czasie t ciało znajdzie się w punkcie o współrzędnej x:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \tag{3}$$

2.2 Zadania - kinematyka

Zad 1. Ciało porusza się z prędkością zależna od czasu zgodnie z wykresem. narysuj zależność położenia od czasu i przyśpieszenia od czasu. W chwili początkowej położenia wynosiło $x(0) = 1m$. Podaj położenie w chwili $t = 10s$.



Rysunek 5. Zależność prędkości od czasu

Zad 2. Pomiędzy dwoma miejscowościami A i B odległość szosą wynosi $d = |AB| = 180km$. O godz $t_1 = 10:00$ z miejscowości A w kierunku miejscowości B wyjechał samochód z prędkości $v_1 = 60km/h$ i poruszał się ta prędkością jednostajnie. O godzinie $t_2 = 12 : 00$ z miejscowości B wyjechał samochód w kierunku miejscowości A z prędkością $v_2 = 40 km/godz$ i poruszał się z tą prędkością aż dojechał do miejscowości A.

Wyznacz czas i miejsce spotkania samochodów (miejsce należy podać jako współrzędną względem miejscowości A). Zapisz wzory ogólne a następnie wykonaj obliczenia liczbowe. Wykonaj rysunek przedstawiający zależność położenia obu samochodów w czasie i rozwiąż zadania graficznie.

Zad 3. Pomiędzy dwoma miejscowościami A i B odległość szosą wynosi $d = |AB| = 180km$. O godz $t_1 = 10 : 00$ z miejscowości A w kierunku miejscowości B wyjechał samochód z prędkości $v_1 = 40km/h$ i poruszał się ta prędkością jednostajnie. O godzinie $t_2 = 12 : 00$ z miejscowości A wyjechał drugi samochód w kierunku miejscowości B i zaczął gonić samochód pierwszy z prędkością $v_2 = 60km/h$.

Wyznacza czas i miejsce spotkania samochodów (miejsce należy podać jako współrzędną względem miejscowości A). Zapisz wzory ogólne a następnie wykonaj obliczenia liczbowe. Wykonaj rysunek przedstawiający zależność położenia obu samochodów w czasie i rozwiąż zadania graficznie. Czy samochód drugi dogoni pierwszy przed dojechaniem do miejscowości B.

Zad 4. Motorówka płynie z prądem rzeki z miejscowości A do B w czasie $t_1 = 2h$. Tą samą odległość ale pod prąd pokonuje w czasie $t_2 = 4h$. Wyznacz

a) czas pokonania odległości pomiędzy miejscowościami z A do B jeśli motorówka płynie wyłączonym silnikiem,

b) prędkość nurtu i prędkość motorówki jeśli odległość miejscowości A od B wynosi $d = 10km$.

Wyprowadź wzory i wykonaj obliczenia. Obliczenia czasu z punktu a) wykonaj nie korzystając z informacji o odległości d.

Zad 5. Wioślarz planuje przepłynąć na drugi brzeg rzeki prostopadle do kierunku prądu rzeki, tak aby zalazł się dokładnie w miejscu na przeciwko punktu startowego. W jakim kierunku winien on wiosłować jeśli prędkość nurtu rzeki wynosi $v_n = 2km/h$. Wioślarz na stojącej wodzie porusza się łodzią z prędkością $v = 4km/h$. Uwaga: kierunek określić jako kąt ustawienie łodzi względem brzegu.

Zad 6. Wioślarz planuje przepłynąć na drugi brzeg rzeki i skierował łódź prostopadle do kierunku prądu rzeki. Prędkość nurtu rzeki wynosi $v_n = 2km/h$. W jakim miejscu wyląduje wioślarz na drugim brzegu. Rzeka ma szerokość $d = 100m$, wioślarz na stojącej wodzie porusza się łodzią z prędkością $v = 4km/h$. Należy wyznaczyć odległość w jakim wyląduje wioślarz względem punktu znajdującego się dokładnie na przeciwko miejsca startu.

Zad 7. Statek o długości $L = 120m$ płynie po jeziorze ze stałą prędkością. Łódź, poruszając się z prędkością $v = 80km/h$, przebywa odległość od rufy statku do dziobu i z powrotem w czasie t=20s. Z jaką prędkością płynie statek? Rozwiąż zadanie na symbolach i wykonaj obliczenia.

Zad 8. Pociąg o długości L=100 m wjeżdża na most z prędkością v=72 km/h. Ostatni wagon zjeżdża po $\Delta t = 30$ s. Jaka jest długość mostu?

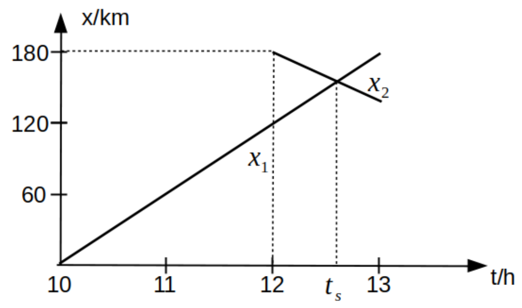
Zad 9. Z miasta A ruszył z prędkością $v_1 = 80$km/h autobus. Gdy mijał miasto B, odległe od A o d =20 km, z miasta A ruszył za nim samochód osobowy. Oba pojazdy wjechały do miasta C odległego o L =60 km od miasta A jednocześnie. Z jaką prędkością jechał samochód osobowy?

2.3 rozwiązania zadań z podrozdziału 2.2

Rozwiązanie zadania 2.

Równanie ruchu samochodu pierwszego: $x_1 = v_1(t - t_1)$, gdzie x_1 położenie samochodu 1 względem punktu A.

Równanie ruchu samochodu drugiego: $x_2 = d - v_2(t - t_2)$, gdzie x_2 położenie samochodu 2 względem punktu A.



Rysunek 6. Położenie od czasu samochodów jadących z dwóch miejscowości na spotkanie.

Spotkanie jest gdy: $x_1(t) = x_2(t)$, moment spotkanie jest rozwiązaniem tego równania. Moment spotkania oznaczymy t_s

$$x_1 = v_1(t_s - t_1) = x_2 = d - v_2(t_s - t_2) \tag{4}$$

rozwiązanie ma postać:

$$t_s = \frac{d + v_1 t_1 + v_2 t_2}{v_1 + v_2} \tag{5}$$

po obliczeniach mamy:

$$t_s = 12h + \frac{40}{100}h = 12 : 24 \tag{6}$$

Uwaga: $\frac{40}{100}h = \frac{40}{100}60min = 24min$

Zadanie można rozwiązać inaczej wyznaczając czas spotkania względem czasu wyruszenia drugiego samochodu. W czasie od t_1 do momentu t_2 (czyli w do momentu wyruszenia drugiego samochodu) samochód pierwszy przejechał drogę $v_1(t_2 - t_1)$, odległość pomiędzy samochodami w tym momencie była

$d - v_1(t_2 - t_1)$, tyle musiały pokonać oba samochody aby się spotkać.Ponieważ samochody zbliżają się z prędkością $(v_1 + v_2)$ więc zajmie im to czas równy: $\frac{d - v_1(t_2 - t_1)}{v_1 + v_2}$. Ponieważ ten czas liczony jest od momentu startu drugiego samochodu więc godzina o której się spotkają wynosi: $t_2 + \frac{d - v_1(t_2 - t_1)}{v_1 + v_2}$. Łatwo jest sprawdzić, że:

$$t_2 + \frac{d - v_1(t_2 - t_1)}{v_1 + v_2} = \frac{d + v_1 t_1 + v_2 t_2}{v_1 + v_2} \tag{7}$$

2.4 Wektory

Rzeczywistość jest trójwymiarowa i ruch trzeba opisywać wektorami o trzech składowych.

Wektor ma długość, kierunek i zwrot. Wektory można dodawać i mnożyć przez liczbę.

Dokładniejsze dane o wektorach są opisane w pliku wektory_liceum

3 Dynamika

3.1 Zasady dynamiki Newtona:

1. Jeśli na układ suma sił działających na ciało jest zero to ciało porusza się ruchem jednostajnym lub spoczywa:

$$\sum_n \vec{F}_n = 0 \Longrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \tag{8}$$

2. Jeśli w inercjalnym układzie odniesienia jeśli siły działające na ciało nie równoważą się (czyli wypadkowa sił jest różna od zera), to ciało porusza się z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do siły wypadkowej, a odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała:

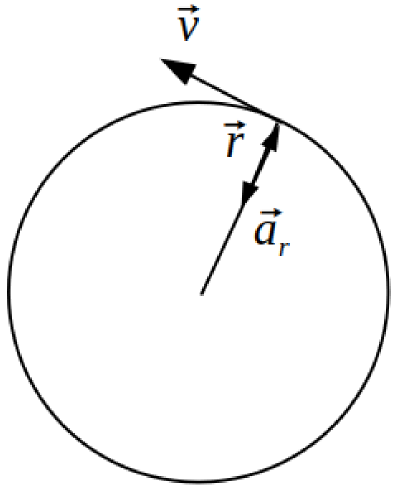
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{9}$$

3. W układach złożonych oddziaływania ciał są zawsze wzajemne. W inercjalnym układzie odniesienia siły wzajemnego oddziaływania dwóch ciał mają takie same wartości, taki sam kierunek, przeciwne zwroty i różne punkty przyłożenia (każda działa na inne ciało).

3.2 Ruch po okręgu

Przyśpieszenie dośrodkowe.

Zad 10. Na podstawie tabeli obejmującej normy dotyczące projektowania łuków dróg wyznacz założony do obliczeń współczynnik tarcia



Rysunek 7. Ruch po okręgu,$\vec{r}$ promień wodzący, $\vec{a}_r$ - przyśpieszenie dośrodkowe: $a_r = \frac{v^2}{r}$.

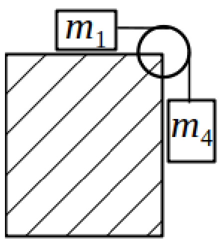
Prędkość projektowa (km/h)		120	100	80	70	60	50	40	30
Promień łuku kołowego (m)	drogi poza terenem zabudowy, przy pochyleniu poprzecznym jezdni 7%	750	500	300	200	125	80	50	30
	drogi na terenie zabudowy:								
	przy pochyleniu poprzecznym jezdni 5%	-	-	-	-	140	80	50	30
	przy pochyleniu poprzecznym jezdni 6%	-	-	250	170	120	70		

Rysunek 8. Tabele dopuszczalnych prędkości na łukach dróg, źródło dziennik ustaw

3.3 Zadania - dynamika

Zad 11. Dwa wózki połączone linką jadą bez tarcie. Pierwszy wózek ciągnięty jest siłą poziomą $F = 250N$. Wyznacza przyśpieszenie każdego wózka jeśli masy wynoszą $m_1 = 100kg$ oraz $m_2 = 150kg$. Wyznacz siłę naciągu linki łączącej wózki. Rozwiąż zadania gdy współczynnik tarcia wynosi $\mu = 0,25$.

Zad 12. Deska o masie $m = 2kg$ i długości $d =$ 1m ciągnięta jest za jeden koniec po poziomym stole przez poziomą siłę F =100 N. Jakie jest naprężenie (siła rozciągająca) w desce w odległości $x =$ 40cm od końca, na który działa siła F.



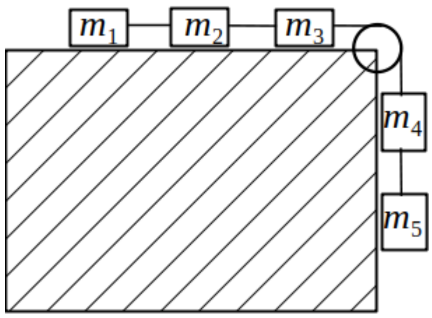
Rysunek 9. Dwa ciała połączone linką do zadania 13

Zad 13. Dwa ciała zostały połączone nieważką i niesprężystą i położone na stole tak że ciało o masie $m_1 = 3kg$ leżu na stole a ciało o masie $m_2 = 1kg$ zwisa na bloczku, jak to pokazano na rysunku 9. Znajdź przyspieszenie układu i napięcie linki łączącej ciała. Wykonaj zadanie gdy tarcie można pominąć oraz gdy współczynnik tarcia wynosi $\mu = 0,5$.

Zad 14. Ciało o masie $m = 0,5$ kg zawieszono na linie o długości $l = 1m$. Ciało wprowadzono w ruch obrotowy o częstotliwości $n = 2\frac{obr}{s}$. Wyznacz siłę działającą na linkę w poszczególnych fazach ruch: w położeniu najniższym i najwyższym położeniu oraz gdy kąt pomiędzy liną a pionem wynosi α.

Zad 15. Rowerzysta jedzie po okręgu o promieniu $R = 10m$. Z jaką największą prędkością może jechać bez poślizgu jeśli współczynnik tarci opon o asfalt wynosi $\mu = 0,8$. Jaki jest kąt nachyleni roweru do pionu jeśli jedzie z maksymalną prędkością bez poślizgu.

Zad 16. Znajdź przyspieszenie układu przedstawionego na rysunku 10 i napięcia nici łączących masy $m_1 = 1kg, m_2 = 3kg, m_3 = 3kg, m_4 = 4kgim_5 = 9kg$.



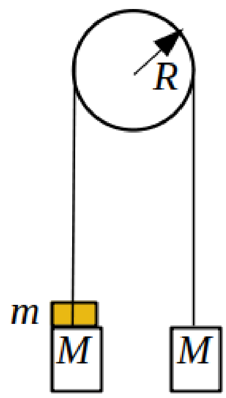
Rysunek 10. Układ pięciu ciał połączonych linką

Zad 17. Na ciało o masie m=10 kg działa siła F=50 N tworząca z poziomem $\alpha = 30^o$. Z jakim przyspieszeniem porusza się to ciało po poziomym stole. Jaki nacisk tego ciała na podłoże? Jakie będzie rozwiązanie tego zadania gdy uwzględnimy tarcie, współczynnik tarcia wynosi $\mu = 0,6$.

Zad 18. Dwa ciała o jednakowej masie M=10 kg każda zostały przyczepione do końców nitki przerzuconej przez nieruchomy blok. Na jednej z nich położono masę m=0,1 kg. Jakie jest przyspieszenie układu i jaki jest nacisk ciała o masie m na ciało o masie M.

Zad 19. Jaką siłą, ciało o masie 100 kg, naciska na podłogę windy jadącej z przyspieszeniem:

1) $a_1 = 5\frac{m}{s^2}$ do góry?
2) $a_1 = -5\frac{m}{s^2}$ do góry?
3) $a_1 = 5\frac{m}{s^2}$w dół?
4) $a_1 = -5\frac{m}{s^2}$ w dół?

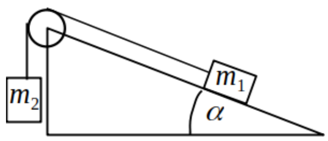


Rysunek 11. Dwa identyczne ciała na bloczku z dodatkowym obciążnikiem

Zad 20. Ciało o masie $m = 10kg$ poruszające się z prędkością v_0 przyśpieszane jest siłą $F = 100N$ w czasie $t-10s$. O ile przyrosła wartość pędu w tym czasie?

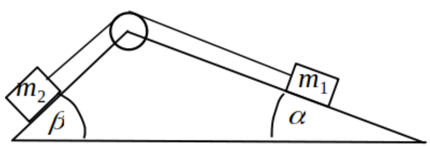
Zad 21. Na równi o kącie nachylenia $a = 30^o$ położono ciało o masie m =2 kg. Z jakim przyspieszeniem zsuwa się ciało, z jaką siłą ciało naciska na równię? Jakie będą przyspieszenie i siła nacisku, gdy pchniemy ciało w górę tej równi?

Zad 22. Do ciała o masie $m_1 = 1kg$ położonego na równi o kącie nachylenia α doczepiono na lince drugie ciało o masie $m_2 = 2kg$, które zwisa na lince przełożonej na szczycie równi na bloczku (rysunek 12). Wyznacz przyśpieszenie układu ciał gdy współczynnik tarcia ciał leżącego względem równi wynosi $\mu = 0,4$, oraz wyznacz siłę naciągu linki. Kąt nachyleni równi wynosi $\alpha = 30^o$. opisz rodzaje ruchów w zależności od masy ciała zwisającego (masa m_2 jest zmienną) gdy masa ciała leżącego na równi wynosi $m_1 = 1kg$.



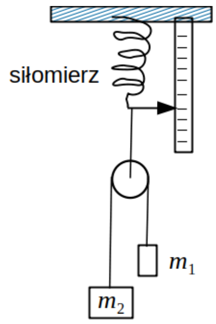
Rysunek 12. Ciało na równi ciągnięte przez ciało zwisające

Zad 23. Rozwiąż zadanie 22 gdy drugie ciało leży na drugim zboczu równi dwustronnej nachylonym pod kątem $\beta = 60^o$ jak pokazano na rysunku 13.



Rysunek 13. Dwa ciała na równi dwustronnej do zadania 23.

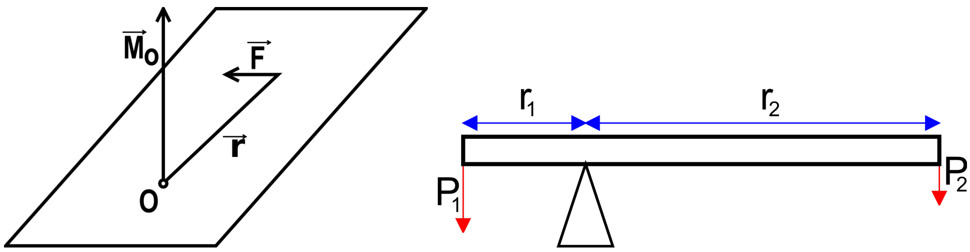
Zad 24. Nieważki blok zawieszono na siłomierzu. Przez blok przerzucono nić (rysunek 14), do końców której przymocowano dwa ciała o masach $m_2 = 10$kg i $m_1 = 3$kg. Co wskazał siłomierz?



Rysunek 14. Dwa ciała na bloku zawieszone na siłomierzu, do zadania 24

Zad 25. Plastelina o masie m=1kg spadła z wysokości h=10m. Z jaką prędkością uderzyła w ziemię i o ile wzrosła jej temperatura jeśli ciepło właściwe plasteliny wynosi $c_w = 0,5\frac{cal}{gK}$. Uwaga: K - Kelwin. 1cal=4,19J.

Zad 26. Na wadze nierównoramiennej zawieszono dwa ciężarki o masach $m_1 = 1kg$ i $m_2 = 10kg$. Masa cięższa zawieszone jest w odległości $l_1 = 10cm$ od osi obrotu. W jakiej odległości musi być zawieszone drugie ciało aby waga była w równowadze.



Rysunek 15. moment siły i waga nie równoramienna, źródło Wikipedia

4 zasada zachowania pędu

Definicja 1. Pęd ciała $\vec{p}$ o masie m zdefiniowany jest jako iloczyn masy razy prędkość $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{10}$$

Pęd jest wektorem wobec czego w zadaniach trzeba uwzględniać wartość pędu, jego kierunek i zwrot.

Zgodnie z zasadą dynamiki newtona zapisaną w postaci:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\delta t} \tag{11}$$

pęd zmienia się pod wpływem działania siły:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \tag{12}$$

$\Delta\vec{p} = \vec{p}(t+\Delta t) - \vec{p}(t)$ jest zmianą pędu w czasie Δt.

Jednostką pędu jest: $[p] = \frac{kg\ m}{s}$. Przy czym $\frac{kg\ m}{s} = N\ s$

Zad 27. Wózek o masie $m = 50kg$ poruszający się z prędkością $v_1 = 1m/s$ ciągnięty jest siła $F = 10N$ w kierunku jazdy. Ile wynosi pęd wózka po czasie $t = 20$s?

Rozwiązanie

Pęd początkowy wynosi $p_1 = mv = 50kg\ 1m/s = 50\frac{kg\ m}{s}$.
W czasie $t = 20s$ wartość pędu przyrosła o:
$\Delta p = Ft = 10N\ 20s = 200Ns = 200\frac{kg\ m}{s}$
po czasie $t = 20s$ pęd więc wyniósł: $p_2 = p_1 + \Delta p = 50\frac{kg\ m}{s} + 200\frac{kg\ m}{s}$

Zad 28. Człowiek o masie $m_1 = 60$kg biegnący z prędkością $v_1 = 1m/s$ wskoczył na stojąca deskorolkę o masie $m_2 = 10$kg. Z jaką prędkością pojechał człowiek na deskorolce.

Zad 29. Człowiek płynie łodzią z prędkością $u = 1m/s$. W pewnym momencie człowiek wyrzucił z łodzi kamień w kierunku przeciwnym do kierunku poruszania się z prędkością $v = 2m/s$. Z jaką prędkością popłynie łódź po wyrzuceniu kamienia. Masa łodzi wynosi $M = 100$kg, masa człowieka $m_1 = 60$kg, masa kamienia $m_2 = 10$kg.

Zad 30. Udowodnij, że jeżeli uderzymy bilą w drugą bilę nieruchomą dokładnie centralnie, to uderzona bila będzie porusza się z po zderzeniu z prędkością pierwszej bili a bila uderzająca zatrzyma się.

Zad 31. Pistolet maszynowy PM-06 oddaje n=600/min strzałów na minutę. Oblicz średnią siłę nacisku karabinu na ramię żołnierza jeśli kule mają m=15g a ich prędkość u wylotu lufy jest v=360 m/s.

Zad 32. Wagon kolejowy $m_1 = 20$t jedzie z prędkością $v_1 = 2,5$m/s po poziomym torze. Dogania go drugi wagon o masie $m_2 = 25$t jadący z prędkością $v_2 = 4$m/s. Jaka była ich prędkość po połączeniu?

Zad 33. Dwie kulki z plasteliny jedna o masie o $m_1 = 0.1$ i druga o masie $m_2 = 0,2$ kg poruszają się naprzeciw siebie z odpowiednio z prędkościami $v_1 = 1$m/s i $v_2 = 5$m/s. Jaka będzie ich prędkość po zderzeniu czołowym? Załóż, że kulki po zderzeniu skleiły się.

Zad 34. Dwóch wrotkarzy o masach odpowiednio $m_1 = 60$kg i $m_2 = 80$kg stoją na przeciw siebie. W pewnym momencie wrotkarz o masie m_1 rzucił poziomo paczkę o masie m=10kg prędkością v=12m/s tak, że drogi wrotkarz ją złapał. Z jaką prędkością zaczęli poruszać się wrotkarze? Z jaką prędkością będą się oddalać wrotkarze.

Zad 35. Pocisk leci z prędkością v=800m/s równolegle do ziemi.W pewnej chwili rozrywa się on na dwie części o masach $m_1 = 2$kg i $m_2 = 4$kg. Ruch większego odłamka odbywa się w pierwotnym kierunku z prędkością $v_2 = 1200m/$s. Jaką prędkość posiadał wtedy mniejszy odłamek?

Zad 36. Kulka o masie m=100g uderza sprężyście w ścianę pod kątem $\alpha = 30^o$ z prędkością v=50m/s. O jaką wielkości zmieni się jej pęd po odbiciu o ścianę? Udowodnij, że kąt padania równy jest kątowi odbicia.

5 Zasada zachowania energii

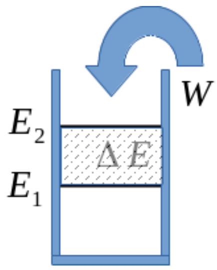
Definicja 2. Pracą W nazywamy iloczyn skalarny wektorów siły $\vec{F}$ i przesunięcia Δr:

$$W = F \circ \Delta r \tag{13}$$

Definicja 3. Energia jest to zasób pracy:

$$\Delta E = W \tag{14}$$

Równanie to należy rozumieć tak, że w wyniku wykonanej pracy na układzie następuje przyrost energii $\Delta E = E_2 - E_1$ równy ilości wykonanej pracy, rysunek 16 przedstawia zasadę zachowania obrazowo.



Rysunek 16. Zasada zachowani energii, przybywa tyle energii ΔE ile dołożymy pracy W. Można spojrzeć na strumień energii jako na strumień cieczy nalewanej do naczynia.

Definicja 4. Moc P jest to praca wydatkowana na jednostkę czasu:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \tag{15}$$

gdzie ΔW praca wykonana w czasie Δt.

Jeśli ciało poruszane jest z prędkości $\vec{v}$ przez siłę $\vec{F}$ to moc niezbędna do wykonania tego ruchu wynosi $P = \vec{F} \circ \vec{v}$. w celu udowodnienia tego równania zapiszemy:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \circ \Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \circ \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \circ \vec{v} \tag{16}$$

gdzie $\Delta \vec{r}$ - przemieszczenie w czasie Δt.

Zad 37. Samochód jadący z prędkością $v = 100$km/h zaczął hamować. Wyznacz drogę hamowania jeśli współczynnik tarcia wynosi $\mu = 1,2$. Skorzystaj z zasady zachowania energii.

Rozwiązanie

Zasada zachowania energii ma postać: $\Delta E = W$ gdzie: $\Delta E = E_2 - E_1$, E_1 - energia początkowa, w naszym przypadku jest to energia kinetyczna $E_1 = \frac{mv^2}{2}$, E_2 - energia końcowa ruchu, w zadaniu $E_2 = 0$ - na koniec ruchu samochód zatrzymał się. W jest praca dostarczoną do samochodu. W tym zadaniu praca ta jest ujemna ponieważ samochód traci energię hamując. $W = -\mu mgd$, gdzie d - droga hamowania

Mamy więc: $-\frac{mv^2}{2} = -\mu mgd$, z tego otrzymujemy $d = \mu\frac{v^2}{2g}$. Podstawiają dane mamy $v = 100\frac{km}{h} = \frac{100}{3{,}6}\frac{m}{s}$ $d = 1,2\frac{100^2}{3{,}6^2}\frac{1}{20}m = 46,3m$.

Zad 38. Ciało o masie m=2kg porusza się pod wpływem poziomej F=20N. Jaka będzie prędkość ciała po przebyciu s=100m po poziomej powierzchni?

Zad 39. Na poziomej powierzchni porusza się samochód z prędkością ciała $v_0 = 72km/h$. Po włączeniu hamulców prędkość zmalała o połowę po przebyciu s=100m. Wyznacz współczynnik tarcia.

Zad 40. Aby pociąg jechał jednostajnie z prędkością $v = 72km/h$ silniki muszą pracować z mocą P=1000kW. Oblicz siłę ciągu silników i opory ruchu. Wyznacz współczynnik tarcia jeśli masa pociągu wynosi 100T.

Zad 41. Pocisk o masie m=2kg wylatuje z prędkością v=600m/s z lufy armatniej. Jaka siła działa na pocisk jeśli o długości lufy wynosi L=2m?

Zad 42. Samochód o masie m=500kg po uruchomieniu silnika osiągnął prędkość v=72km/h. Ile wynoszą straty spowodowane siłą tarcia jeśli silnik wykonał pracę $W = 1,5\ 10^5$J.

Zad 43. Na poziomym torze dwa wózki o masach M=1kg i m=0,5kg połączono nitką i wstawiono między nie ściśniętą sprężynę. Po przerwaniu nici wózki odskoczyły od siebie. Znajdź stosunek dróg przebytych przez nie do zatrzymania się, jeśli współczynnik tarcia obu wózków o podłoże był taki sam?

Zad 44. Z domu o wysokości $h = 20m$ wystrzelono w górę kamień o masie $m = 1kg$ z prędkością $v = 10m/s$. Z jaką prędkością spadł na ziemię. Czy w przypadku gdy ciało wystrzelono prosto w dół prękość upadku będzie inna?

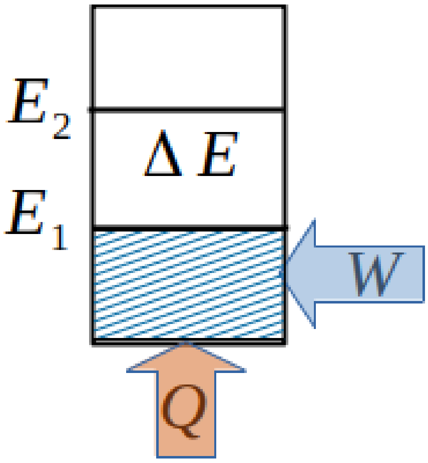
6 Energia i ciepło

Ciepło jest formą transportu energii, tylko jest to energia wewnętrzna związana e energią cząsteczek, z których składa się każde ciało. W zasadzie zachowania energii (definicja 3) należy uzupełnić ten bilans energii o ciepło:

$$\Delta E = W + Q \tag{17}$$

Gdzie W jest pracą wykonaną na układzie a Q jest ciepłem dostarczonym do układu.

Rysunek 17 przedstawia symbolicznie dostarczanie pracy i ciepła do naczynia dzięki czemu przyrasta poziom energii. Ciepło i praca są dwoma formami transportu energii. Formami energii mogą być też pole elektromagnetyczne lub grawitacyjne lub też cząstki dyfundujące przez ściankę (jak w komórce żywej).



Rysunek 17. Energia układu przyrasta w wyniku wykonania pracy o dostarczeniu ciepła.

Jeśli podgrzewamy ciało o masie m to ilość ciepła Q potrzebna do ogrzania ciała proporcjonalna jest do masy i przyrostu temperatury ΔT, współczynnik proporcjonalności c_w nazywamy ciepłem właściwym:

$$Q = mc_w\Delta T \tag{18}$$

Zad 45. Kulkę żelazną o masie $m_z = 100$g i temperaturze $T_z = 200^o$C wrzucono do aluminiowego kalorymetru o masie $m_a = 100$g zawierającego $m_w = 220$g wody o temperaturze $T_2 = 20^o$C. Jaka temperatura końcowa ustaliła się w kalorymetrze? Ciepło właściwe żelaza $c_z = 450\frac{J}{kgK}$, aluminium: $c_A = 900\frac{J}{kgK}$ i wody $c_w = 4200\frac{J}{kgK}$. Należy pominąć straty energii związane z ucieczką ciepła (energii termicznej) do otoczenia.

Zad 46. Do kalorymetru zawierającego $m_1 = 250$g lodu (o temperaturze $T_0 = 0^oC$ doprowadzono parę wodną o temperaturze $T = 100^oC$ i ją skroplono. Doprowadzono tyle pary aby lód w kalorymetrze uległ całkowitemu stopnieniu. Ile gram należało doprowadzić pary wodnej.

Zad 47. Dwie kule ołowiane jedna o masie $m_1 = 0,3$kg i druga o masie $m_2 = 0,1$kg poruszają się na przeciw siebie i zderzają centralnie. Prędkości kul są odpowiednio $v_1 = 180m/s$ i $v_2 = 100m/s$. Zakładamy, że zderzenie jest nieelastyczne i kule po zderzeniu sklejają się. O ile wzrosła temperatura kul w wyniku zderzenia? Ciepło właściwe ołowiu $c_w = 160\frac{J}{kgK}$.

7 Ruch bryły sztywnej, ruch obrotowy

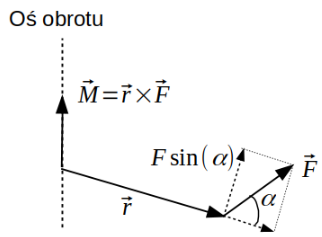
Ruch obrotowy opisujemy kątem, prędkością kątową, przyśpieszeniem kątowym, momentem siły i momentem bezwładności. Równanie Newtona wiąże moment siły $\vec{M}$, z przyśpieszeniem kątowym $\vec{\varepsilon}$, współczynnikiem proporcjonalności pomiędzy momentem siły i przyśpieszeniem kątowym jest moment bezwładności I:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} \tag{19}$$

Definicja 5. Moment siły
Moment siły $\vec{M}$ jest to iloczyn wektorowym ramienia $\vec{r}$ i siły $\vec{F}$ działającej na to ramię:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \tag{20}$$

gdzie iloczyn wektorowy zdefiniowany jest wg. zasady: wektor $\vec{r} \times \vec{F}$ ma długość: $|\vec{r} \times \vec{F}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin(\alpha)$, α jest kątem pomiędzy wektorami $\vec{r}$ i $\vec{F}$, kierunek wektora $\vec{r} \times \vec{F}$ wyznaczony jest przez prostą prostopadłą do wektorów $\vec{r}$ i $\vec{F}$, a zwrot wynika z kierunku w jakim wektor siły $\vec{F}$ obraca wektorem ramienia $\vec{r}$.



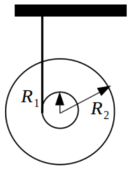
Rysunek 18. Moment siły. Iloczyn wektorowy ma kierunek prostej prostopadłej do wektorów $\vec{r}$ i $\vec{F}$. Długość wektora momentu pędu równa jest iloczynowi ramienia i składowej wektora siły prostopadłej do wektora ramienia.

Zad 48. Rozwiąż zadanie 18 w przypadku gdy uwzględniamy moment bezwładności krążka przez który przełożona jest nić. Przyjmij, że krążek jest walcem o promieniu $R = 20cm$ i masie $m_3 = 5kg$. Moment bezwładności walca opisany jest wzorem $I = \frac{1}{2}mR^2$. Wyznacz błąd wyznaczenia przyśpieszenia w funkcji masy m, dla jakiej masy błąd względny jest mniejszy niż 1%.

Zad 49. Rozwiąż zadanie 22 w przypadku gdy uwzględniamy moment bezwładności krążka przez który przełożona jest nić. Przyjmij, że krążek jest walcem o promieniu $R = 10cm$ i masie $m_3 = 0,5kg$. Moment bezwładności walca opisany jest wzorem $I = \frac{1}{2}mR^2$.

Zad 50. Rozwiąż zadanie 24 w przypadku gdy blok ma kształt walca o masie $m_3 = 1kg$ i promień $r = 10cm$.

Zad 51. Jojo składa zbudowane jest z dwóch tarczy o promieniu $R_2 = 5cm$ każda połączonych osią o promieniu $R_1 = 1cm$. Linka nawinięta jest na oś tak, że gdy swobodnie puścimy jojo linka rozwija się. Masa osi o promieniu R_1 wynosi $m_1 = 100g$ a tarczy o promieniu R_2 wynosi $m_2 = 1kg$ każda. Wyznacza przyśpieszenie z jakim jojo opuszcza się rozwijając linkę.

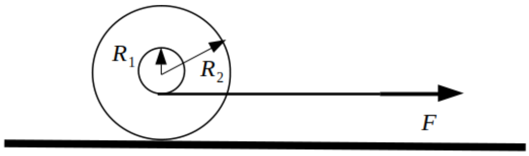


Rysunek 19. jojo - dwie tarcze połączone osią.

Zad 52. Silnik obracają jednostajnie koło zamachowe o momencie bezwładności $I_o = 0,2 kgm^2$. W pewnym momencie silnik włączono w przeciwna stronę tak, że zaczyna hamować koło. Znajdź moc silnika jeśli po jego przełączeniu koło hamując t=5s obróciło się N=150 razy.

Zad 53. Znajdź moc silnika obracającego koło zamachowe o momencie bezwładności $I_o = 0,2 kgm^2$, jeśli po jego włączeniu koło rozpędzając się przez t=4s wykonało N=160 obrotów.

Zad 54. Szpula o promieniu osi R_1 i promieniu szpuli R_2, masie m i momencie bezwładności I_o ciągnięta jest siłą F jak na rysunku 20. Znajdź przyspieszenie w przypadku gdy szpula ślizga się i przypadku gdy siły tarcia nadają szpuli ruch przyspieszony. Jakie występują wtedy siły tarcia?



Rysunek 20. Szpula ciągnięta siłą F poziomo.

8 Ciepło, termodynamika, przemiany gazowe

Zasady termodynamiki:

1. Zasada zachowania energii: energia wewnętrzna U zmienia się w wyniku wykonania pracy na układzie i dostarczenia ciepła do układu:

$$\Delta U = W + Q \tag{21}$$

   gdzie W ilość pracy wykonanej na układzie, Q ilość ciepła dostarczonego do układu

2. w procesach nieodwracalnych w układzie zamkniętym entropia przyrasta:

$$\Delta S > 0 \tag{22}$$

   gdzie ΔS zmiana entropii układu, dla procesów równowagowych:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \tag{23}$$

Przykład

Układ składa się się z dwóch ciał jedno o temperaturze T_1 i drugie o temperaturze T_2. $T_1 > T_2$, z ciała pierwszego przepłynęło Q ciepła. Zmiana entropii układu dwóch ciał wynosi $\frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1} > 0$.

Definicja 6. Ciepło właściwe.
Przyrost energii wewnętrznej pod wpływem dostarczenia ciepła Q wynosi:

$$\Delta U = Q = mc\Delta T \tag{24}$$

gdzie ΔT - przyrost temperatury, m masa ciała, c ciepło właściwe.

Definicja 7. Ciepło właściwe przemian fazowych.
Ciepło przemiany wynosi:

$$c_p = \frac{Q_p}{m} \tag{25}$$

gdzie Q_p - ilość ciepła niezbędna do spowodowania przemiany fazowej.

Zad 55. Do szklanego naczynia o masie $m_1 = 100g$ i temperaturze $T_1 = 20^oC$ nalano $m_2 = 200g$ wody o temperaturze $T_2 = 25^oC$ i następnie wrzucono $m_3 = 50g$ lodu o temperaturze $T_3 = 0^oC$. Wyznacz temperaturę końcową wody po roztopieniu się lodu. Ciepło topnienia lodu $c_t = 334\frac{kJ}{kg}$, ciepło właściwe wody $c_w = 4190\frac{kJ}{kg}$, ciepło właściwe szkła $c_s = 800\frac{kJ}{kg}$.

9 Gaz doskonały

Wałsności gazu doskonałego:

1. Cząsteczki są punktowe

2. Energia cząsteczek jest tylko energia kinetyczną:

$$E = \frac{mv^2}{2} \tag{26}$$

3. równanie gazu doskonałego

$$pV = nRT \tag{27}$$

gdzie: p ciśnienie $p = \frac{F}{A}$ gdzie F siła działającą na powierzchnię A, n - liczba moli gazu, R - stała gazowa $R = 8,31\frac{J}{molK}$, T temperatura w stopniach Kelwina.

4. Energia wewnętrzna gazu doskonałego:

$$U = nC_vT \tag{28}$$

gdzie C_v - ciepło właściwe przy stałej objętości.

Zad 56. W naczyniu o pojemności znajduje się V=40 litrów wodoru pod ciśnieniem $p_o = 0,1$ MPa. Gaz ogrzano izochorycznie tak, że ciśnienie wzrosło dwukrotnie. Ile ciepła dostarczono do naczynia z gazem? Pomiń pojemność cieplną naczynia.

Zad 57. Powietrze w pokoju o objętości $V = 50m^3$ ogrzano przy stałym ciśnieniu p=760mm Hg od temperatury $t_1 = 10^oC$ do temperatury $t_2 = 20^oC$. Jak masa powietrza wyleciała z pokoju, jeśli masa molowa powietrza wynosi M=29 g/mol. Stała gazowa $R = 8,31\frac{J}{molK}$.

Zad 58. W kolbie o pojemności V=50 litrów znajduje się gaz w warunkach normalnych. Po izobarycznym ogrzaniu o ΔT=100K z kolby ulotniło się $\Delta m =$ 9,7g gazu. Znajdź masę molową gazu. Stała gazowa $R = 8,31\frac{J}{molK}$.

Zad 59. Udowodnij, że ciepło molowe C_p gazu doskonałego przy stałym ciśnieniu jest większe od ciepła molowego C_v przy stałej objętości o stałą gazową R czyli: $C_p - C_v = R$

Zad 60. Narysuj zależność ciśnienia od objętości w przemianach gazowych: izotermicznej, izobarycznej i izochorycznej.

Zad 61. W cylindrze z ruchomym tłokiem znajduje się $V_o = 5dm^3$ gazu o temperaturze $t_0 = 0^oC$ pod ciśnieniem p_o = 1MPa. Gaz wykonał pracę W=980J. O ile stopni wzrosła jego temperatura.

Zad 62. Wylicz gęstość mieszaniny składającej się $m_1 = 0,008$kg tlenu i $m_2 = 0,004$kg dwutlenku węgla, w temperaturze t= $27C^0$ i ciśnieniu $p =$ 50000Pa. Masa atomowe tlenu wynosi m_O = 16g/mol a węgla m_C = 12g/mol. R=8,31J/(mol K).

Zad 63. Udowodnij że słup cieczy o wysokości h wytwarza ciśnienie $p = \rho gh$, gdzie ρ - gęstość cieczy. Wylicz ciśnienie wytworzone przez słup o wysokości 760mm rtęci w jednostkach SI.

Zad 64. Dwa zbiorniki z powietrzem znajdują się w naczyniach o objętościach V_1 = 3litry i V_2 = 5litrów pod ciśnieniem odpowiednio $p_1 = 0,1$MPa i $p_2 =$ 0,6MPa połączono cienką rurką. Znajdź ciśnienie końcowe, jeśli założony, że okład miał stałą temperaturę.

Zad 65. Ile ciepła trzeba dostarczyć do azotu zamkniętego w naczynia o objętości $V = 0,02m^3$ pod ciśnieniem p_0 = 1MPa do ogrzania tak aby ciśnienie wzrosło k=2 razy? Zakładamy tu, że ogrzewanie zachodzi w warunkach stałej objętości jest to proces izochoryczny. Stała gazowa wynosi R=8,31 J/mol. Ciepło molowe azotu wynosi $C_v = 20,8\frac{J}{molK}$.

Zad 66. W butli znajdowało się m_o = 10kg gazu pod ciśnieniem p_o = 10MPa. Ile gazu pobrano przy stałej temperaturze, jeśli ciśnienie po pobraniu gazu wynosiło $p = 2,5$MPa? Stała gazowa wynosi $R = 8,31\frac{J}{molK}J$.

Zad 67. W naczyniu cylindrycznym zamkniętym ruchomym tłokiem znajduje się $V_0 = 10dcm^3$ gazu o temperaturze $T_0 = 0^oC$ pod ciśnieniem $p_o = 1MPa$. Podczas ogrzewania gaz tłok przemieszczał się wykonują pracę W=980J. O ile stopni został podgrzany gaz? O ile wzrosła objętość gazu?

Zad 68. Dwa naczynia o jednakowych objętościach połączone cienką rurką. Do naczyń wpuszczono powietrze o temperaturze $T_0 = 20^oC$ i ciśnieniu $p_o = 0,1MPa$. Jedno z naczyń oziębiono do temperatury $T_1 = 0^oC$. Do jakiej temperatury należy podgrzać drugie naczynie aby ciśnienie gazu wynosiło $p_2 = 0,12MPa$.

10 Pole elektromagnetyczne

10.1 Elektrostatyka

Ładunek jest to pojęcie pierwotne, jednostką ładunku Kulomb (Coulomb) oznaczamy C.

Siła elektrostatyczna oddziaływania pomiędzy ładunkami q_1 i q_2 wynosi:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \tag{29}$$

gdzie ε_0 - przenikalność elektryczna próżni, $\varepsilon_0 = 8,854187817 \cdot 10^{-12}\frac{F}{m}$
Wygodnie jest zdefiniować stałą $k_0 = \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N^2}{C}$ wtedy wzór (29) przyjmuje postać:

$$k_0\frac{q_1q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \tag{30}$$

Energia potencjalna ładunku w polu drugiego ładunku

$$E_p = \frac{1}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} \tag{31}$$

gdzie $r = |\vec{r}|$, q - ładunek elektryczny. Natężenie Pola elektrycznego:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \tag{32}$$

gdzie: $\vec{F}$ - siła oddziaływania pola na ładunek q Natężenie prądu:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{33}$$

Napięcie elektryczne pomiędzy punktem A i B:

$$U = \frac{W}{q} \tag{34}$$

Gdzie W – praca przeniesienia ładunku q pomiędzy punktami A i B. Jeśli pole jest stałe to: $W = Fd = qEd$ czyli napięcie $U = Ed$. Prawo Ohma:

$$I = \frac{1}{R}U \tag{35}$$

gdzie R rezystancja.

Pojemność kondensatora:

$$C = \frac{q}{U} \tag{36}$$

Moc $P = \frac{W}{t}$, gdzie W - praca wykonana przez źródło energii, t - czas wykonania pracy.

Zad 69. Wyznacz przyspieszenie z jakim porusza się ciało o masie m=1mg o ładunku q=5·nC w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu $E = 10^6 \frac{V}{m}$.

Zad 70. Odległość elektronu od protonu w atomie wodoru wynosi ok. $0,53 \cdot 10^{-10}m = 0,53\mathring{A}$. Oblicz przyspieszenie z jakim elektron spada na jądro. Ładunek elektronu wynosi $1,6 \cdot 10^{-16}C$ masa elektronu $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}kg$, masa protonu $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}kg$, stała $k_0 = 9 \cdot 10^9 \frac{N^2}{C}$

Zad 71. W jednorodnym, poziomym polu elektrycznym wytworzonym przez dwie płyty odległe o d=10cm i podłączone do napięcia U=100V, na nitce izolującej wisi kulka o masie m=1g i ładunku q=10 nC. Jaki kąt z pionem tworzy nitka?

Zad 72. Między poziome okładki próżniowego kondensatora płaskiego odległe od siebie o d=1cm umieszczono naelektryzowaną kroplę oliwy o promieniu r=1mm. Znajdź ładunek kropli, jeśli po przyłożeniu do okładek U=900V zawisła ona w powietrzu. Gęstość oliwy $\rho = 800 \frac{kg}{m^2}$.

Zad 73. Wyprowadź wzór na pojemność kondensatora płaskiego. $C = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{S}{d}$ gdzie: d odległość okładek, S - pole powierzchni okładek.

Zad 74. Do pionowej, naelektryzowanej dodatnio płyty przymocowano nić z kulką o $m = 10g$. Kulka ma ładunek $q = 510^{-9}C$. Znajdź natężenie pola elektrycznego wytworzonego przez płytę, jeśli nić tworzy z pionem $\alpha = 30^o$

Zad 75. W jednorodnym, pionowym polu elektrycznym o natężeniu E=1000 V/m umieszczono wahadło matematyczne o długości l=1m z kulką o masie m=100g naelektryzowaną dodatnio. Oblicz różnicę okresów wahadła wywołaną zmianą zwrotu natężenia pola elektrycznego.

Zad 76. n=125 jednakowych kulek rtęci połączono w jedną dużą kulę. Oblicz potencjał małej kulki, jeśli potencjał na powierzchni dużej kulki wynosił U=5V. Stała $k_o = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C}$.

Zad 77. Próżniowy kondensator płaski o powierzchni okładek $S = 0,05m^2$ i odległości między okładkami $d = 10^{-3}m$ połączono z baterią o napięciu U=100V. O ile zmieni się ładunek na okładkach kondensatora po jego całkowitym zanurzeniu w oleju o stałej dielektrycznej $\varepsilon = 6$? Stała dielektryczna próżni $\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$.

Zad 78. Dwa naładowane kondensatory połączono równolegle jednoimiennie. Kondensator pierwszy o pojemności $C_1 = 10\mu F$ naładowany był do napięcia $U_1 = 20V$ oraz drugi o pojemności $C_2 = 2\mu F$, o napięciu $U_2 = 50V$. Jakie napięcie ustaliło się na kondensatorach?

Zad 79. Wylicz rezystancję grzałki czajnika elektrycznego o mocy $P = 2200V$. Napięcie w sieci elektrycznej wynosi $U = 230V$. Jakie jest natężenie prądu płynącego przez grzałkę czajnika.

Zad 80. Ile czasu trwa zagotowanie jednego litra wody $(m - 1kg)$ od temperatury $T = 20^oC$ jeśli moc czajnika wynosi $P = 2200W$. Jaka powinna być rezystancja grzałki czajnika aby miał ta samą moc przy zasilaniu z akumulatora samochodowego o napięciu U=12V. Ile litrów wody można zagotować z akumulatora jeśli pojemność akumulatora wynosi 65Ah a sprawność gotowania jest $\eta = 75\%$.

Zad 81. Udowodnij, że rezystancja R trzech równoległe połączonych rezystorów spełnia równanie:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{37}$$

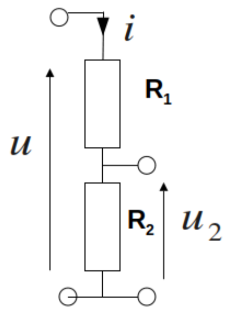
Zad 82. Udowodnij, że admitancja G trzech szeregowo połączonych rezystorów spełnia równanie:

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \frac{1}{G_3} \tag{38}$$

przy czym rezystancja spełnia równanie

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \tag{39}$$

Zad 83. Udowodnij wzór na napięcie na wyjściu dzielnika napięcia (wzory na rysunku).

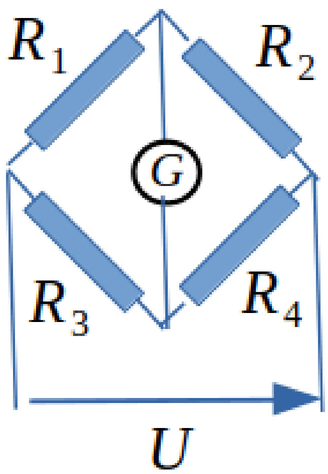


$$u_2 = u\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

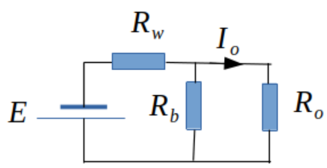
Rysunek 21. dzielnik napięcia.

Zad 84. Cztery rezystory połączone w układ nazywany mostkiem. Wyznacz prądy płynące przez rezystory $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 7\Omega$, $R_3 = 20\Omega$, gdy napięcie zasilania układu wynosi U=20V a galwanometr wskazuje zero?

Zad 85. Wyznacz prąd płynący przez rezystor $R_o = 10\Omega$ podłączonego do bateryjki jeśli bateryjka o sile elektromotorycznej $E = 12V$ i rezystancji wewnętrznej $R_w = 10\Omega$ zbocznikowana jest rezystancją $R_b = 20\Omega$.



Rysunek 22. Mostek rezystancyjny



Rysunek 23. Układ zasilany z baterii z bocznikiem