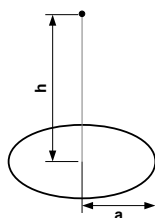


Praca, potencjał i pojemność*

Maciej J. Mrowiński

1 listopada 2010

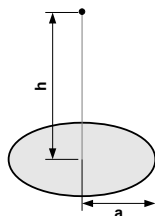
★ **Zadanie PPP1**



Wyznacz wartość potencjału elektrycznego w punkcie oddalonym o h od cienkiego, jednorodnie naładowanego ładunkiem Q pierścienia o promieniu a . Korzystając z tego potencjału oblicz wartość natężenia pola elektrycznego w tym punkcie.

Odpowiedź: $V(h) = \frac{kQ}{\sqrt{a^2+h^2}}$, $E(h) = \frac{kQb}{(a^2+h^2)^{3/2}}$

★ **Zadanie PPP2**



Wyznacz wartość potencjału elektrycznego w punkcie oddalonym o h od cienkiego, jednorodnie naładowanego dysku o promieniu a . Gęstość powierzchniowa ładunku wynosi σ . Korzystając z tego potencjału oblicz wartość natężenia pola elektrycznego w tym punkcie.

Odpowiedź: $V(h) = 2\pi k\sigma (\sqrt{a^2+h^2} - h)$, $E(h) = 2\pi k\sigma \left(1 - \frac{h}{\sqrt{a^2+h^2}}\right)$

*Skompilowane z wielu źródeł. Tylko do użytku na zajęciach.

★ **Zadanie PPP3**

Wyznacz wartość potencjału elektrycznego w funkcji odległości od środka jednorodnie naładowanej kuli o promieniu a . Ładunek kuli wynosi Q .

Odpowiedź: $V(r) = \frac{kQ}{r}$ dla $r \in]a, \infty[$, $V(r) = \frac{kQ}{2a} \left[3 - \left(\frac{r}{a}\right)^2 \right]$ dla $r \in [0, a]$

★ **Zadanie PPP4**

Wyznacz, nie korzystając z prawa Gaussa, wartość potencjału elektrycznego wewnątrz naładowanej jednorodnie ładunkiem Q sfery o promieniu a .

Odpowiedź: $V(r) = \frac{kQ}{a}$

★ **Zadanie PPP5**

Wyznacz energię potencjalną sfery o promieniu a jednorodnie naładowanej ładunkiem Q .

Odpowiedź: $U = \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{a}$

★ **Zadanie PPP6**

Wyznacz energię potencjalną kuli o promieniu a jednorodnie naładowanej ładunkiem Q .

Odpowiedź: $U = \frac{3}{5} \frac{kQ^2}{a}$

★ **Zadanie PPP7**

Przewodzącą sferę o promieniu a umieszczono w przewodzącej sferze o promieniu b ($a < b$). Obie sfery połączone są przewodem. Jaki ładunek zgromadzi się na każdej ze sfer, jeżeli sumaryczny ładunek na obu sferach to Q ?

Odpowiedź: $q_a = 0, q_b = Q$

★★ **Zadanie PPP8**

Pomiędzy równoległymi płytkami, które dzieli odległość d , znajduje się równomiernie objętościowo rozmieszczony ładunek. Wyznacz gęstość objętościową tego ładunku, jeżeli różnica potencjałów między płytkami wynosi ΔV .

Odpowiedź: $\rho = -\frac{2\Delta V}{d^2} \epsilon_0$

★ **Zadanie PPP9**

Potencjał elektryczny dla pewnego objętościowego rozkładu ładunków wynosi $V(r) = -ax^3 + b$. Wyznacz gęstość objętościową ładunku.

Odpowiedź: $\rho(r) = 6\epsilon_0 ax$

★ **Zadanie PPP10**

Potencjał wewnątrz naładowanej kuli zależy w następujący sposób od odległości od jej środka: $V(r) = ar^2 + b$, gdzie a i b to stałe. Wyznacz gęstość objętościową ładunku kuli.

Odpowiedź: $\rho(r) = -6\varepsilon_0 a$

★ **Zadanie PPP11**

Wyznacz potencjał pola elektrycznego, jeżeli natężenie pola wynosi $E = a(y\hat{x} + x\hat{y})$, gdzie a to stała.

Odpowiedź: $V(x, y, z) = -axy + C$

★ **Zadanie PPP12**

Wyznacz potencjał pola elektrycznego, jeżeli natężenie pola wynosi $E = 2axy\hat{x} + a(x^2 - y^2)\hat{y}$, gdzie a to stała.

Odpowiedź: $V(x, y, z) = ay\left(\frac{y^2}{3} - x^2\right) + C$

★ **Zadanie PPP13**

Wyznacz potencjał pola elektrycznego, jeżeli natężenie pola wynosi $E = ay\hat{x} + (ax + bz)\hat{y} + by\hat{z}$, gdzie a i b to stałe.

Odpowiedź: $V(x, y, z) = -y(ax + bz) + C$

★ **Zadanie PPP14**

Potencjał pewnego pola elektrycznego ma następującą postać: $V = a(x^2 + y^2) + bz^2$. Wyznacz natężenie pola elektrycznego.

Odpowiedź: $E = -2[ax, ay, bz]$

★ **Zadanie PPP15**

Potencjał pewnego pola elektrycznego ma następującą postać: $V(r) = ar$, gdzie a to stała wektor. Wyznacz natężenie pola elektrycznego.

Odpowiedź: $E = -a$

★ **Zadanie PPP16**

Wyznacz pojemność płaskiego kondensatora, którego okładki są oddalone o d od siebie i mają pole powierzchni A .

$$\text{Odpowiedź: } C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

★ **Zadanie PPP17**

Wyznacz pojemność kondensatora składającego się z dwóch walców o promieniach podstawy r_a i r_b ($r_b > r_a$). Załóż, że długość walców wynosi l a ich środki pokrywają się.

$$\text{Odpowiedź: } C = \frac{l}{2k \ln \frac{r_b}{r_a}}$$

★ **Zadanie PPP18**

Wyznacz pojemność kondensatora składającego się z dwóch sfer o promieniach r_a i r_b ($r_b > r_a$). Załóż, że środki sfer pokrywają się.

$$\text{Odpowiedź: } C = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)^{-1}$$

★ **Zadanie PPP19**

Wyznacz energię potencjalną zgromadzoną w płaskim kondensatorze, jeżeli jest on naładowany ładunkiem Q a różnica potencjałów elektrycznych między jego okładkami wynosi ΔV .

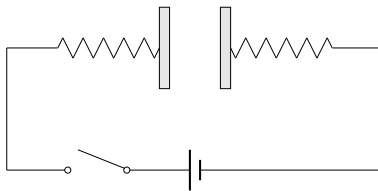
$$\text{Odpowiedź: } U = \frac{1}{2} Q \Delta V$$

★ **Zadanie PPP20**

Wyznacz wartość siły, z jaką okładki płaskiego kondensatora działają na siebie. Załóż, że okładki mają pole powierzchni A a zgromadzony na nich ładunek wynosi Q .

$$\text{Odpowiedź: } F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$$

★ **Zadanie PPP21**



Obie okładki kondensatora płaskiego podłączono do sprężyn (patrz rysunek). Przed podłączeniem baterii do obwodu układ znajdował się w równowadze (siły działające na okładki równoważyły się), gdy okładki były rozsunięte o d a kondensator miał pojemność C . Z podłączoną baterią o różnicy potencjałów ΔV układ znajduje się w równowadze, gdy odległość pomiędzy okładkami wynosi $d/2$. Wyznacz ładunek zgromadzony na okładkach po podłączeniu baterii. Jaka jest stała sprężystości sprężyn?

Odpowiedź: $Q = 2C\Delta V, k = \frac{8C(\Delta V)^2}{d^2}$

★ **Zadanie PPP22**

Dwie przewodzące kule o promieniach a i b podłączono do baterii. Wyznacz pojemność utworzonego w ten sposób kondensatora, jeżeli odległość pomiędzy środkami kul wynosi d ($d \gg a$ i $d \gg b$).

Odpowiedź: $C = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d} \right)^{-1}$

★ **Zadanie PPP23**

Wyznacz pojemność przypadającą na jednostkę długość dla kondensatora składającego się z dwóch równoległych, nieskończenie długich przewodów. Załóż, że przewody oddalone są od siebie o D a ich promienie wynoszą d .

Odpowiedź: $\frac{C}{L} = \left[4k \ln \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right]^{-1}$

★ **Zadanie PPP24**

Kondensator płaski o pojemności C jest podłączony do baterii o różnicy potencjałów ΔV . Jaka pracę W_a należy wykonać, aby podwoić odległość między okładkami kondensatora przy wciąż podłączonej baterii? Jaka pracę W_b wykonamy, jeżeli wcześniej odłączymy baterię?

Odpowiedź: $W_a = \frac{C(\Delta V)^2}{4}, W_b = \frac{C(\Delta V)^2}{2}$

★ **Zadanie PPP25**

Pomiędzy odległymi o d okładkami kondensatora płaskiego umieszczono przewodnik o grubości a ($a < d$). Pole powierzchni okładek kondensatora wynosi A . Wyznacz nową pojemność kondensatora.

Odpowiedź: $C = \frac{A\epsilon_0}{d-a}$

★ **Zadanie PPP26**

Pomiędzy odległymi o d okładkami kondensatora płaskiego umieszczono dielektryk o grubości a ($a < d$) i względnej przenikalności elektrycznej (stałej dielektrycznej) ϵ_r . Pole powierzchni okładek kondensatora wynosi A . Wyznacz nową pojemność kondensatora.

Odpowiedź: $C = A\epsilon_0 \left(d - \frac{\epsilon_r - 1}{3\epsilon_r} a \right)^{-1}$