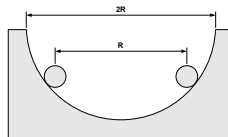


Prawo Coulomba i pole elektryczne*

Maciej J. Mrowiński

4 października 2010

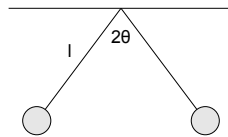
★ Zadanie PE1



Dwie małe kulki o masie m , posiadające ten sam ładunek, umieszczono w drewnianym naczyniu, którego przekrój wygląda tak jak na rysunku powyżej (prostokąt z wyciętym kulistym fragmentem o promieniu R). Kulki pozostają w równowadze, kiedy dzieli je odległość R . Wyznacz ładunek zgromadzony w kulkach.

Odpowiedź: $q = R\sqrt{\frac{mg}{k\sqrt{3}}}$

★ Zadanie PE2



Dwie kulki o masie m każda zaczepione są na końcach przyczepionych w tym samym miejscu do sufitu sznurków o długości l . Obie kulki naładowane są tym samym, nieznanym ładunkiem. Jaki ładunek zgromadzony jest w kulkach, jeżeli układ znajduje się w równowadze gdy kąt pomiędzy sznurkami wynosi 2θ ?

Odpowiedź: $q = 2l \sin \theta \sqrt{\frac{mg \tan \theta}{k}}$

★★ Zadanie PE3

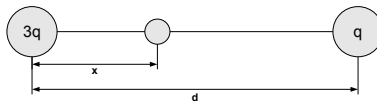
Dwie kulki zawieszono na końcach przyczepionych w tym samym miejscu do sufitu sznurków o długości l . Obie kulki naładowane były tym samym ładunkiem. Kulki powoli odchylano aż do osiągnięcia równowagi. W pewnym momencie, po osiągnięciu stanu równowagi, kulki zaczęły tracić swój ładunek. Wyznacz szybkość, z jaką kulki tracą ładunek ($\dot{q}$), jeżeli dzieląca je odległość x zmienia się w następujący spo-

*Skompilowane z wielu źródeł. Tylko do użytku na zajęciach.

sób: $\dot{x} = \alpha/\sqrt{x}$, gdzie α to pewna ujemna stała. Załóż, że proces ten zachodzi na tyle wolno, że stan równowagi jest zawsze utrzymywany i że $x \ll l$.

Odpowiedź: $\frac{dq}{dt} = \frac{3}{2}\alpha\sqrt{\frac{mg}{2lk}}$

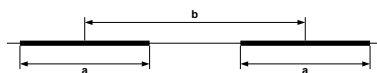
★ **Zadanie PE4**



Dwa ładunki, $3q$ i q , znajdują się w odległość d od siebie. W jakiej odległości od ładunku $3q$ (licząc wzdłuż linii łączącej oba ładunki) należy ustawić trzeci ładunek, jeżeli chcemy, żeby znajdował się on w równowadze?

Odpowiedź: $x = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{3})d$

★★★ **Zadanie PE5**



Dwie identyczne, cienkie ciała o długości a umieszczono tak, że ich osie pokrywały się a odległość pomiędzy środkami wynosiła b . Wyznacz wartość siły, z jaką jedno z tych ciał działa na drugie, jeżeli w każdym z nich zgromadzony jest ładunek Q . Załóż, że rozkład ładunku jest równomierny.

Odpowiedź: $F = \frac{kQ^2}{a^2} \ln \frac{b^2}{b^2 - a^2}$

★ **Zadanie PE6**

Cząstka o ładunku $-q$ i masie m wlatuje z prędkością v_x (równoległą do osi X) pomiędzy dwie naładowane ładunkami o przeciwnych znakach powierzchnie o długości l . O ile zostanie odchylona trajektoria cząstki w kierunku pionowym (wzdłuż osi Y), jeżeli natężenie pola elektrycznego pomiędzy powierzchniami wynosi E i jest z dobrym przybliżeniem stałe?

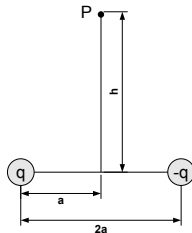
Odpowiedź: $\Delta y = \frac{qEl^2}{2mv_x^2}$

★★★ **Zadanie PE7**

W centralnym punkcie cienkiego przewodnika w kształcie okręgu o promieniu a umieszczono ładunek punktowy Q . O ile zwiększyła się na skutek tego siła naciągu w przewodniku, jeżeli całkowity ładunek w nim zgromadzony wynosi q ?

Odpowiedź: $\Delta T = \frac{qQ}{8\pi^2\epsilon_0 a^2}$

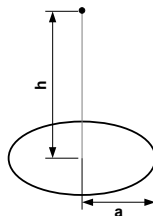
★ **Zadanie PE8**



Dwa ładunki punktowe (q i $-q$) umieszczono w odległość $2a$ do siebie. Wyznacz wartość natężenia pola elektrycznego w punkcie P (patrz rysunek). Znale są h , a i wartość ładunku q .

Odpowiedź: $E(h) = \frac{2kqa}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$

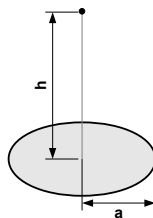
★ **Zadanie PE9**



Płaski, pomijalnie cienki pierścień w kształcie okręgu o promieniu a naładowano jednorodnie ładunkiem Q . Wyznacza wartość pola elektrycznego dla punktu leżącego na osi pierścienia w odległość h od jego środka.

Odpowiedź: $E(h) = \frac{khQ}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$

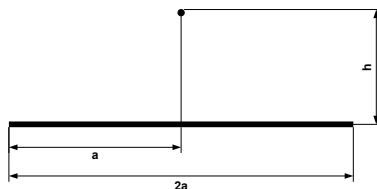
★ **Zadanie PE10**



Płaski dysk o promieniu a naładowano jednorodnie ładunkiem Q . Wyznacza wartość pola elektrycznego dla punktu leżącego na osi dysku w odległość h od jego środka.

Odpowiedź: $E(h) = \frac{2kQ}{a^2} \left(1 - \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}} \right)$

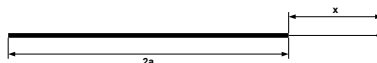
★★ **Zadanie PE11**



Wyznacz wartość natężenia pola elektrycznego w odległości h od cienkiego przewodnika o długości $2a$. Odległość h liczona jest wzdłuż przechodzącej przez środek przewodnika osi prostopadłej do niego. Ładunek zgromadzony w przewodniku wynosi Q . Czemu odpowiada uzyskany wynik przy $h \rightarrow \infty$?

Odpowiedź: $E(h) = \frac{kQ}{b\sqrt{b^2+a^2}}$

★ **Zadanie PE12**



Wyznacz wartość natężenia pola elektrycznego w odległości x od cienkiego przewodnika o długości $2a$. Odległość x liczona jest wzdłuż osi przechodzącej przez całą długość przewodnika. Ładunek zgromadzony w przewodniku wynosi Q .

Odpowiedź: $E(x) = \frac{kQ}{x(2a+x)}$

★ **Zadanie PE13**

Przewodnik w kształcie połowy okręgu o promieniu a naładowany jest równomiernie ładunkiem Q . Wyznacz wartość natężenia pola elektrycznego w środkowym punkcie okręgu, którego część stanowi przewodnik.

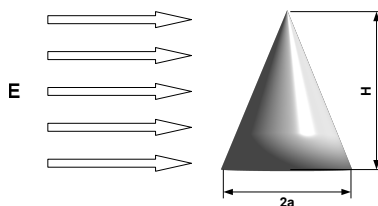
Odpowiedź: $E = \frac{2kQ}{\pi a^2}$

★★ **Zadanie PE14**

Wyznacz strumień stałego pola elektrycznego $E = [E_x, E_y, E_z]$ przechodzący przez fragment płaszczyzny zadanej jako $z - ax - by = 0$. Załóż, że powierzchnia fragmentu wynosi S .

Odpowiedź: $\Phi = \pm \frac{aE_x + bE_y - E_z}{\sqrt{1+a^2+b^2}} S$

★ **Zadanie PE15**



Oblicz strumień pola elektrycznego przechodzący przez połowę stożka o wysokości H i promieniu podstawy a . Załóż, że pole jest stałe, równoległe do podstawy, a jego wartość wynosi E .

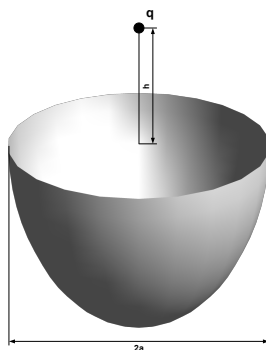
Odpowiedź: $\Phi = -aEH$

★ **Zadanie PE16**

Nad płaskim dyskiem na wysokości h umieszczono ładunek q . Jaki jest promień a dysku, jeżeli strumień przechodzący przez niego pola elektrycznego jest równy $1/4$ całkowitego strumienia (to znaczy strumienia przez powierzchnię zamkniętą, zawierającą w sobie ładunek q)?

Odpowiedź: $a = \sqrt{3}h$

★ **Zadanie PE17**



Oblicz strumień pola elektrycznego przechodzący przez powierzchnię połowy sfery o promieniu a , jeżeli ładunek q znajduje się w odległości h od jej środka.

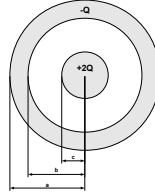
Odpowiedź: $\Phi = 2\pi kq \left(\frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}} - 1 \right)$

★ **Zadanie PE18**

Kulę o promieniu a naładowano jednorodnie ładunkiem Q . Wyznacz wartość pola elektrycznego w funkcji odległości od środka kuli.

Odpowiedź: $E(r) = k \frac{Q}{a^3} r$ dla $r \in [0, a]$, $E(r) = k \frac{Q}{r^2}$ dla $r \in]a, \infty[$

★ **Zadanie PE19**



W środku wydrążonej kuli, której zewnętrzny promień wynosi a a wewnętrzny b , umieszczono kulę o promieniu c . Kula wydrążona naładowana jest ładunkiem $-Q$, kula wewnętrzna ładunkiem $2Q$. Kule są przewodnikami a ładunek rozłożony jest w nich równomiernie. Wyznacz wartość natężenia pola elektrycznego w funkcji odległości od środka wydrążonej kuli.

Odpowiedź: $E(r) = 0$ dla $r \in [0, c]$, $E(r) = \frac{2kQ}{r^2}$ dla $r \in]c, b[$, $E(r) = 0$ dla $r \in [b, a]$, $E(r) = \frac{kQ}{r^2}$ dla $r \in]a, \infty[$

★★ **Zadanie PE20**

Jeden z wcześniejszych modeli atomu (tak zwany model „ciasta z rodzynkami”, stworzony przez odkrywcę elektronu, J.J. Thomsona) zakładał, że atom wodoru składa się z jednorodnie naładowanej kuli o promieniu R i całkowitym ładunku $+e$, w której wnętrzu znajduje się elektron o ładunku $-e$. Wykaż, że na wychylony z punktu równowagi w takim atomie elektron działa siła harmoniczna. Jaka będzie częstotliwość drgań elektronu, jeżeli jego masa to m_e ?

Odpowiedź: $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ke^2}{R^3 m_e}}$

★★ **Zadanie PE21**

Gęstość objętościowa ładunku zgromadzonego w kuli o promieniu R wynosi $p(r) = p_0(1 - r/R)$, gdzie r to odległość od środka kuli. Wyznacz wartość natężenia pola elektrycznego w funkcji odległości od środka kuli. Dla jakiej odległości od środka kuli wartość natężenia pola elektrycznego będzie największa?

Odpowiedź: $E(r) = \frac{4}{3}\pi k p_0 r \left(1 - \frac{3r}{4R}\right)$ dla $r \in [0, R]$, $E(r) = \frac{k\pi p_0 R^3}{3r^2}$ dla $r \in]R, \infty[$. Pole największe dla $r = \frac{2}{3}R$

★ **Zadanie PE22**

Wyznacz wartość natężenia pola elektrycznego w odległości r od nieskończenie długiego, cienkiego przewodnika. Gęstość liniowa ładunku wynosi λ .

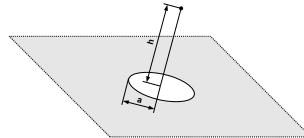
Odpowiedź: $E(r) = k \frac{2\lambda}{r}$

★ **Zadanie PE23**

Nieskończoną płaszczyznę naładowano jednorodnie tak, że gęstość powierzchniowa ładunku wynosi σ . Wyznacz wartość pola elektrycznego dla punktu znajdującego się na wysokości h nad płaszczyzną.

Odpowiedź: $E(h) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

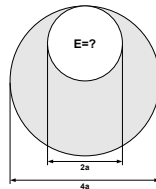
★ **Zadanie PE24**



W nieskończonej płaszczyźnie naładowanej jednorodnie wycięto otwór w kształcie koła o promieniu a . Gęstość powierzchniowa ładunku wynosi σ . Wyznacz wartość pola elektrycznego dla punktu, który znajduje się na osi wyciętego otworu i odległy jest o h od jego środka.

Odpowiedź: $E(h) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}}$

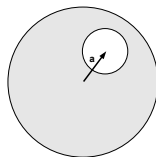
★ **Zadanie PE25**



Z izolatora w kształcie kuli o promieniu $2a$ usunięto kulisty fragment o promieniu a (patrz rysunek). Jakie będzie natężenie pola elektrycznego w powstałej pustej przestrzeni? Załóż, że izolator naładowany był jednorodnie ładunkiem o gęstości objętościowej ρ .

Odpowiedź: $E = \frac{\rho a}{3\epsilon_0} \hat{z}$

★ **Zadanie PE26**



W nieskończenie długim, cylindrycznym izolatorze wycięto cylindryczną wnękę (również nieskończenie długą). Jakie jest natężenie pola elektrycznego wewnątrz wnęki, jeżeli jej oś przesunięta jest o wektor $\mathbf{a}$ od osi izolatora? Gęstość objętościowa ładunku w izolatorze jest stała i wynosi p .

Odpowiedź: $E = \frac{p}{2\epsilon_0} \mathbf{a}$