

Zadania z pochodnych i całek

Maciej J. Mrowiński

22 lutego 2010

★★ Zadanie PC1

Oblicz pochodne następujących funkcji:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 3x^2 + 2x & \text{b) } 2\sqrt{3x} - 8e^{2x} & \text{c) } -\frac{1}{x^8} \\ \text{d) } \ln(x^2 + 1) & \text{e) } \frac{1}{1+x^2} & \text{f) } \cos^2 x - \sin \cos x \end{array}$$

Odpowiedź: a) $6x + 2$, b) $\frac{3}{\sqrt{3x}} - 16e^{2x}$, c) $\frac{8}{x^9}$, d) $\frac{2x}{x^2+1}$, e) $-\frac{2x}{(x^2+1)^2}$, f) $-2 \cos x \sin x + \sin x \cos \cos x$

★★ Zadanie PC2

Oblicz następujące całki nieoznaczone:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{1}{x} dx & \text{b) } \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx & \text{c) } \int \frac{1}{x^2} dx \\ \text{d) } \int \sqrt{x} dx & \text{e) } \int \frac{2}{4x+2} dx & \text{f) } \int \frac{1}{\sqrt{2x+4}} dx \\ \text{g) } \int 2x^2 + 9x^3 dx & \text{h) } \int 2e^{3x} - 3 \sin 2x dx & \text{i) } \int (2x+1)^2 dx \end{array}$$

Odpowiedź: a) $\ln x + C$, b) $2\sqrt{x} + C$, c) $-\frac{1}{x} + C$, d) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$, e) $\frac{1}{2} \ln(4x+2)$, f) $\sqrt{2x+4} + C$, g) $\frac{2}{3}x^3 + \frac{9}{4}x^4 + C$, h) $\frac{2}{3}e^{3x} + \frac{3}{2} \cos 2x + C$, i) $\frac{1}{6}(2x+1)^3 + C$

★★ Zadanie PC3

Przyjmując, że całki w podpunktach zadania PC2 są pewnymi funkcjami $y = y(x)$, wyznacz stałe całkowania dla następujących warunków (podpunkty sobie odpowiadają - warunek a dotyczy podpunktu a z PC2, b dotyczy b z PC2 i tak dalej):

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = 0 \text{ dla } x = e & \text{b) } y = 4 \text{ dla } x = 4 & \text{c) } y = 2 \text{ dla } x = 2 \\ \text{d) } y = 2 \text{ dla } x = 1 & \text{e) } y = 2 \text{ dla } x = 0 & \text{f) } y = 1 \text{ dla } x = 0 \\ \text{g) } y = 0 \text{ dla } x = 0 & \text{h) } y = \frac{2}{3} \text{ dla } x = \frac{\pi}{4} & \text{i) } y = \frac{1}{2} \text{ dla } x = -1 \end{array}$$

Odpowiedź: a) $C = 1$, b) $C = 0$, c) $C = \frac{5}{2}$, d) $C = \frac{1}{3}$, e) $2 - \frac{1}{2} \ln 2$, f) $C = -1$, g) $C = 0$, h) $\frac{2}{3} (1 - e^{\frac{1}{4}\pi})$, i) $C = \frac{2}{3}$