

Wykład 2

Kinematyka

Maciej J. Mrowiński

mrow@if.pw.edu.pl

Wydział Fizyki
Politechnika Warszawska

16 listopada 2016



Wstęp

Wymiar i jednostka

- Wymiar długości L
metr, kilometr, stopa, jard, ...
- Wymiar czasu T
sekunda, godzina, doba słoneczna, ...
- Wymiar masy M
kilogram, gram, ...

Wymiar w równaniach musi być spójny.

Kinematyka

κίνημα

ruch

Opis ruchu w 1D

Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

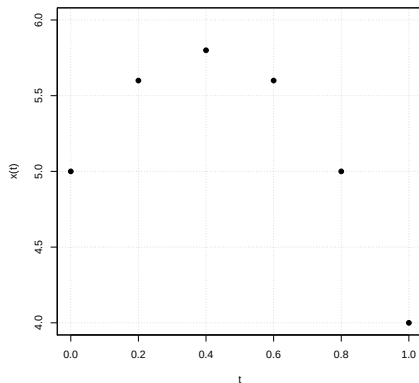
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

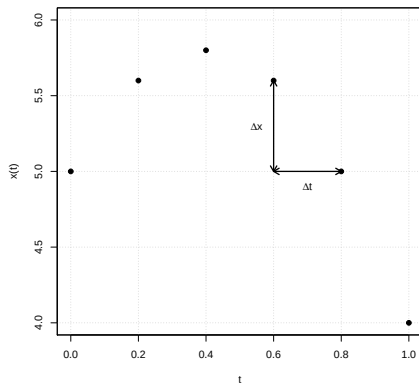
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

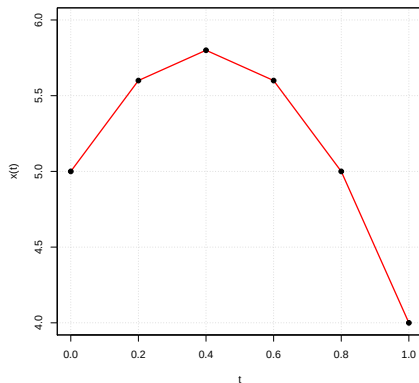
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

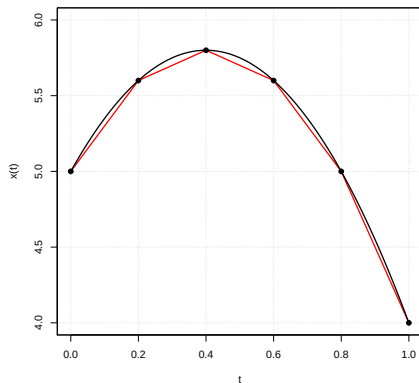
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

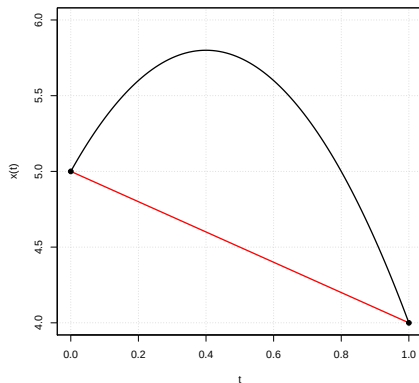
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

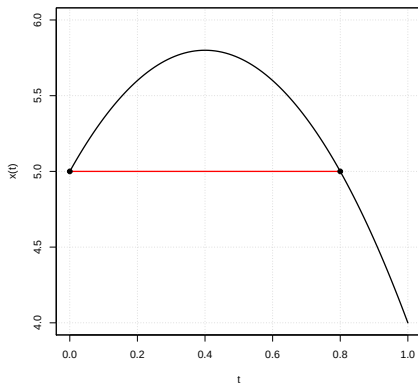
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

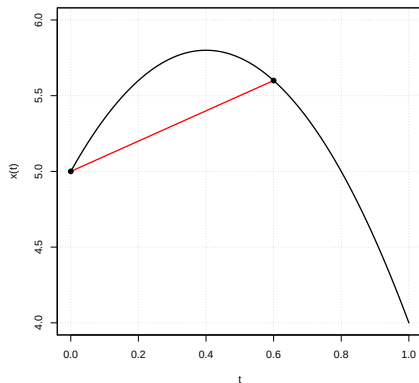
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

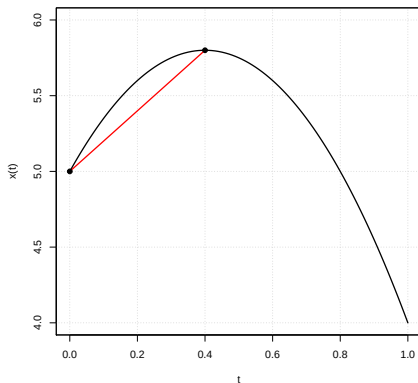
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

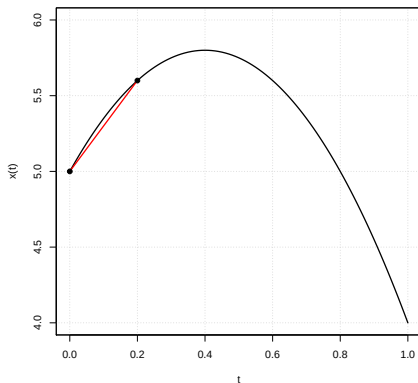
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

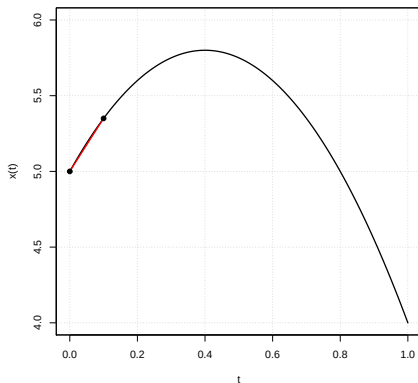
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

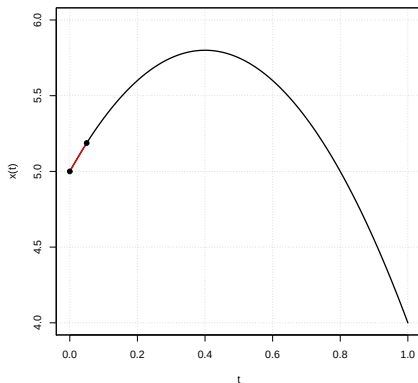
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

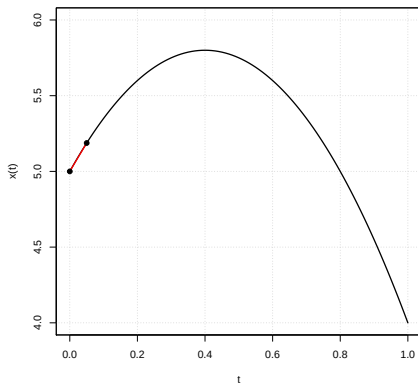
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Prędkość

- zmiana położenia (przyrost)

$$\Delta x = x_k - x_p$$

- średnia prędkość

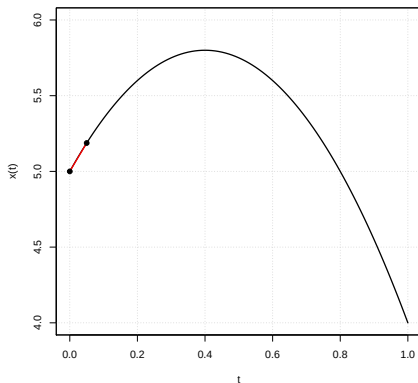
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- prędkość chwilowa

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m}{s}$$



Przyspieszenie

- przyspieszenie chwilowe

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$$

- czyli

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$$

- jednostka

Przyspieszenie

- przyspieszenie chwilowe

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$$

- czyli

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$$

- jednostka

$$\frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$$

Podstawowe równania ruchu

Jeżeli a jest stałe, wówczas

- prędkość

$$v(t) = v_0 + at$$

- położenie

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Opis ruchu w 2D

Współrzędne kartezjańskie

- położenie

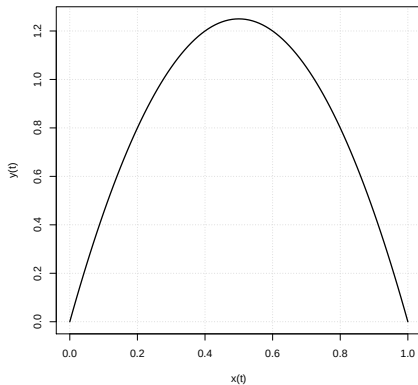
$$\vec{r}(t) = [x(t), y(t)]$$

- prędkość

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\dot{x}, \dot{y}]$$

- przyspieszenie

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



Współrzędne kartezjańskie

- położenie

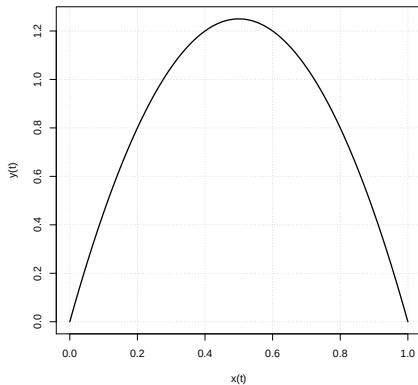
$$\vec{r}(t) = [x(t), y(t)]$$

- prędkość

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\dot{x}, \dot{y}]$$

- przyspieszenie

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



Współrzędne kartezjańskie

- położenie

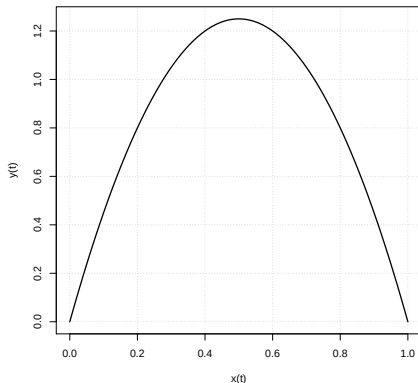
$$\vec{r}(t) = [x(t), y(t)]$$

- prędkość

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\dot{x}, \dot{y}]$$

- przyspieszenie

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



Współrzędne kartezjańskie

- położenie

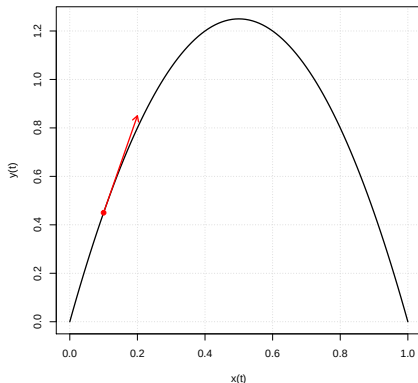
$$\vec{r}(t) = [x(t), y(t)]$$

- prędkość

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\dot{x}, \dot{y}]$$

- przyspieszenie

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



Współrzędne kartezjańskie

- położenie

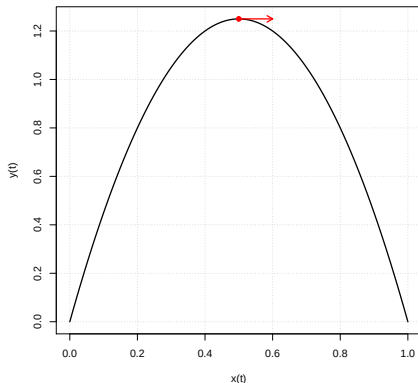
$$\vec{r}(t) = [x(t), y(t)]$$

- prędkość

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\dot{x}, \dot{y}]$$

- przyspieszenie

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



Współrzędne kartezjańskie

- położenie

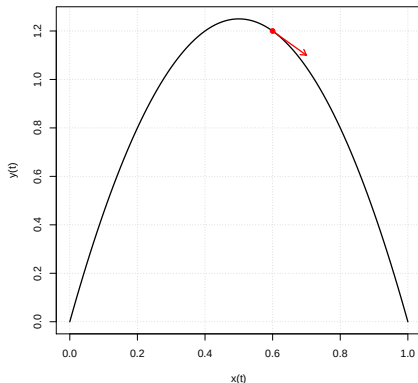
$$\vec{r}(t) = [x(t), y(t)]$$

- prędkość

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\dot{x}, \dot{y}]$$

- przyspieszenie

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



Przyspieszenie styczne

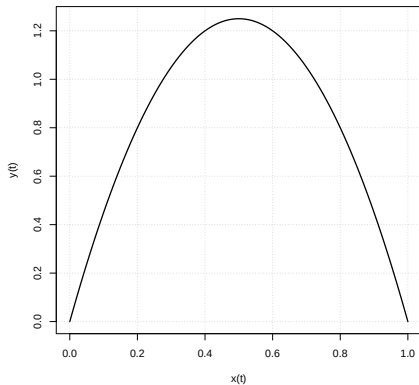
- wartość prędkości ($v = |\vec{v}|$)

$$\frac{ds}{dt} = v$$

gdzie s - droga przebyta przez ciało

- przyspieszenie styczne

$$\frac{dv}{dt} = a_s$$



Rozdzielność ruchu

- Ponieważ $\vec{r} = [x, y]$ a $\vec{v} = [v_x, v_y]$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \rightarrow \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \end{cases}$$

- analogicznie

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \end{cases}$$

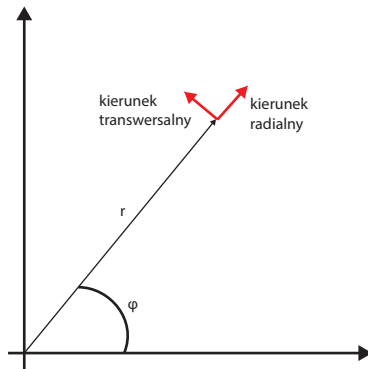
Współrzędne biegunowe

- przejście do kartezjańskiego:

$$x = r \cos \phi$$

$$y = r \sin \phi$$

- dwa kierunki: radialny $\hat{r}$ i transwersalny $\hat{\phi}$



Współrzędne biegunowe

- rzuty prędkości

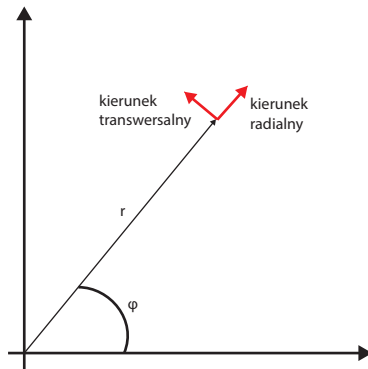
$$v_r = \dot{r}$$

$$v_\phi = r\dot{\phi}$$

- rzut przyspieszenia

$$a_r = \ddot{r} - r(\dot{\phi})^2$$

$$a_\phi = 2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi}$$



Porównanie rzutów wektorów

