

Zestaw 01: Formalności i Podstawy Kinematyki

Maciej J. Mrowiński

1 stycznia 2019

Zestaw do samodzielnego rozwiązania po pierwszym/drugim wykładzie z kinematyki. Nie jest obowiązkowy i nie oddajecie mi tych rozwiązań. Jeżeli ktoś ma problemy/pytania, to oczywiście zapraszam na konsultacje.

Pytania

- Jak nazywa się prowadzący?
- Jaki jest adres strony przedmiotu?
- Co należy wpisać w temacie maila do prowadzącego?
- Jak definiujemy prędkość chwilową?
- Jak powiązane są ze sobą prędkość, przyspieszenie i położenie ciała?
- Czym różni się położenie od drogi?
- Jak możemy wyznaczyć drogę przebytą przez ciało?
- Przy pomocy jakich wzorów możemy opisać ruch ciała o stałym przyspieszeniu?

Problemy obliczeniowe

- Położenie ciała zależy w następujący sposób od czasu:

$$x(t) = A_0 \cos(\omega t + \delta) e^{-\alpha t}, \quad (1)$$

gdzie A_0 , ω i α to stałe. Wyznacz prędkość i przyspieszenie tego ciała w funkcji czasu.

- Przyspieszenie ciała zależy w następujący sposób do czasu:

$$a(t) = \frac{a_0 t}{\tau}, \quad (2)$$

gdzie a_0 i τ to stałe. Wyznacz prędkości i położenie ciała w funkcji czasu.

Problemy numeryczne

- Prędkość ciała zależy w następujący sposób od czasu:

$$v(t) = v_0 e^{-t/\tau}, \quad (3)$$

gdzie v_0 i τ to stałe. Wyznacz analitycznie¹ drogę $s(t)$ przebytą przez to ciało w funkcji czasu. Narysuj zależność $s(t)$ na wykresie² dla czasów z zakresu $t \in [0 \text{ s}, 10 \text{ s}]$, przyjmując przy tym $v_0 = 2 \text{ m/s}$ i $\tau = 3 \text{ s}$.

Na wykładzie pokazaliśmy, że po podziale czasu na przedziały rozpoczynające się w chwilach $\{t_0, t_1, \dots\}$, drogę przebytą przez ciało po upływie czasu $t_i > t_0$ można wyznaczyć korzystając z zależności³

$$s(t_i) = \sum_{j=0}^{i-1} v(t_j) \Delta t_j \quad (4)$$

gdzie $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$ to tak zwany „krok czasowy”, który musi być **bardzo** mały. Przyjmując, że każdy krok czasowy wynosi⁴ $\Delta t_j = \frac{10}{N} \text{ s}$, gdzie $N \in \mathbb{Z}^>$, użyj równania 4 do odtworzenia $s(t_i)$ dla czasów z przedziału $[0 \text{ s}, 10 \text{ s}]$. Porównaj na wykresie tak uzyskane wyniki dla różnych wartości N z rozwiązaniem analitycznym.⁵

¹ czytaj: znajdź wzór

² Jeżeli ktoś nie zna jeszcze żadnego programu do robienia wykresów, to na początek najprostszym chyba będzie [gnuplot](#). Są również dostępne biblioteki dla Pythona. Warto też rozważyć, jeżeli ktoś tylko będzie zajmować się analizą danych, naukę środowiska [R](#).

³ Albo, patrząc na to trochę inaczej: jeżeli wprowadzimy stały krok czasowy $\Delta t_j = \Delta t$, wówczas droga przebyta po upływie czasu $t = n\Delta t$ (gdzie $n \in \mathbb{Z}^>$) to $s(n\Delta t) = \sum_{j=0}^{n-1} v(j\Delta t) \Delta t$.

⁴ Co odpowiada podziałowi $[0 \text{ s}, 10 \text{ s}]$ na N przedziałów.

⁵ Na przykład dla $N = 2, 20, 200, 2000, 20000$.