

Ćwiczenie 5

Hologram gruby

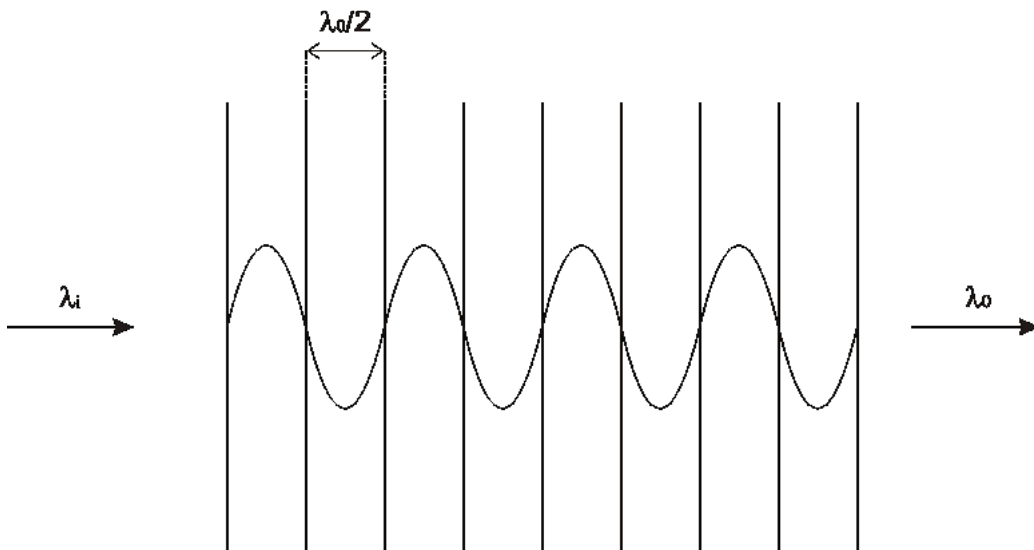
1. Wprowadzenie:

Na poprzednim ćwiczeniu zapoznaliśmy się z hologramem Fresnela, który daje nam możliwość zapisu obiektu przestrzennego. Wadą jego jednak jest to, iż możemy go odtwarzać tylko w świetle spójnym, co jest możliwe jedynie w warunkach laboratoryjnych. Zatem dużą atrakcją byłaby możliwość zobaczenia zapisanego obiektu w świetle widzialnym. Dają nam ją m.in. hologramy grube, które będą przedmiotem naszego ćwiczenia.

2. Wstęp teoretyczny:

a) warunek Bragga

Jak już wiemy, hologramy powstają na skutek interferencji wiązek obiektowej i odniesienia, której prążki zapisane są na kliszy fotograficznej. W odróżnieniu od hologramu Fresnela, gdzie prążki zapisane są w jednej płaszczyźnie, hologram gruby powstaje na skutek zapisania się prążków w całej objętości grubej (ok. $15\mu\text{m}$) emulsji fotograficznej, tworząc w niej strukturę periodyczną. Przykład otrzymanej poprzez interferencje struktury periodycznej pokazany jest poniżej:

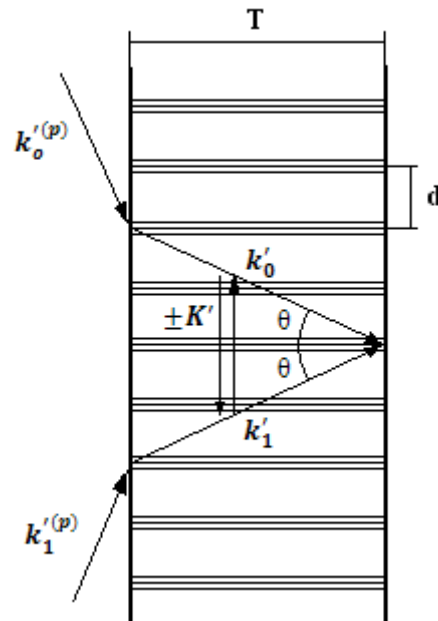


Rys. 1. Struktura periodyczna

Zatem oświetlając fale światłem białym płytka z zapisanej w prążkach informacji o obiekcie przefiltruje lub wygasi pozostałe długości fali i hologram pojawi się nam w kolorze odpowiadającym długości fali λ_o .

Rozważmy interferencję dwóch fal płaskich o wektorach falowych $\mathbf{k}_I^{(p)}$ oraz $\mathbf{k}_O^{(p)}$ (indeks (p) oznacza proces rejestracji). Gdy oświetlimy nimi materiał objętościowy, fale załamując się przechodzą do struktury materiału powodując zapis struktury interferencyjnej o

wektorze siatki \mathbf{K}' , definiowanym jako różnica wektorów falowych interferujących fal płaskich. Zasadę powstawania struktury periodycznej ilustruje poniższy rysunek:



Rys. 2. Zasada zapisania się periodycznej struktury w emulsji fotograficznej

Po chemicznej obróbce materiału, oświetlamy siatkę dyfrakcyjną o wektorze \mathbf{K} falą płaską o wektorze \mathbf{k}_0 . Zachodzi wtedy rozproszenie danej fali na periodycznej strukturze objętościowej. Jest to zjawisko zwane efektem Bragga (efekt selektywnego odbicia) – spośród wielu fal płaskich ugnie się tylko ta fala, której wektor falowy k_0 spełnia tzw. warunek Bragga:

$$\vec{k}_1 - \vec{k}_0 = \vec{K} \quad k_1 = k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad K = \frac{2\pi}{d} = \frac{2\pi}{\lambda_0/2} \quad (1)$$

gdzie:

\mathbf{k}_1 – wektor fali ugiętej

\mathbf{K} – wektor siatki (materiał po obróbce)

d – stała siatki po wywołaniu

$\lambda = \lambda_p/n$

λ_p – długość fali odtwarzającej w powietrzu

n – średni współczynnik załamania ośrodka objętościowego po obróbce

A dalej:

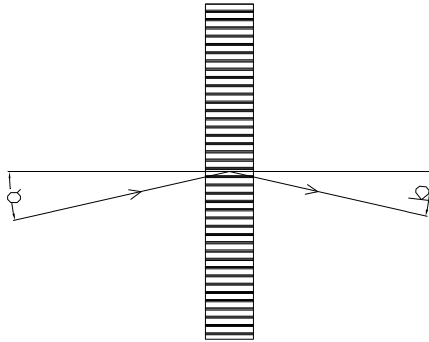
$$2d \sin \theta = \lambda \quad (2)$$

gdzie:

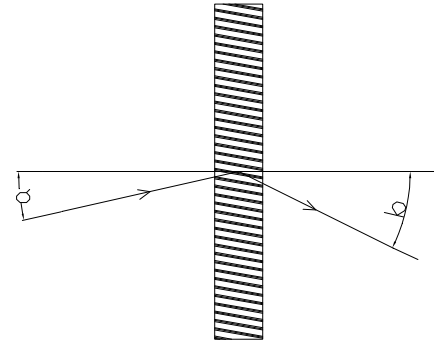
θ – kąt pomiędzy płaszczyzną stałej fazy i wektorem falowym w strukturze periodycznej.

Rozróżniamy kilka rodzajów struktur periodycznych, podzielonych ze względu na właściwości odbiciowe i transmisyjne, pokazane na Rys. 3:

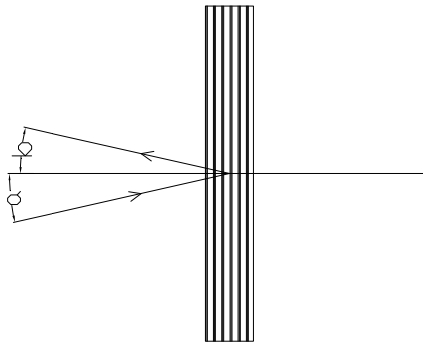
A



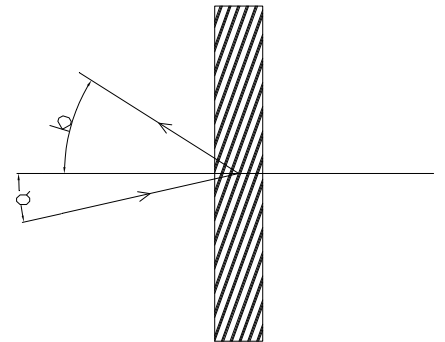
B



C



D



Rys. 3. Kilka możliwych konfiguracji siatek objętościowo-fazowych pokazujących dyfrakcje Bragga:

A. Siatka transmisyjna z prążkami prostopadłymi do powierzchni siatki (prążki nie pochyłe). W tym przypadku kat α i β są sobie równe.

B. Siatka transmisyjna z pochyłymi prążkami.

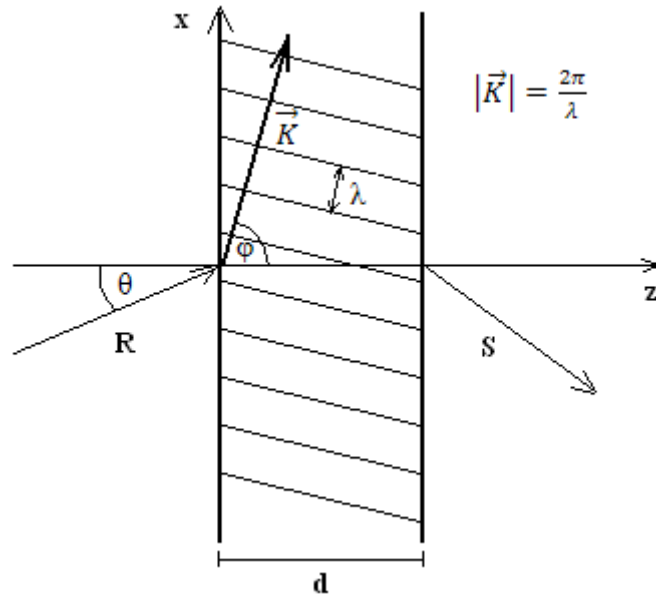
C. Siatka odbiciowa z prążkami równoległymi do powierzchni siatki, zatem d dąży do nieskończoności.

D. Siatka odbiciowa z prążkami pochyłymi.

Analizując powyższe rysunki oraz powracając do wzoru (2), otrzymujemy:

$$\frac{n\lambda}{d} = \sin\alpha - \sin\beta \quad (3)$$

Rozpatrzmy monochromatyczne źródło światła prostopadle spolaryzowane do powierzchni interferencyjnych w hologramie. Zakłada się obecność jedynie dwóch fal: wchodzącej R oraz wychodzącej S (Rys. 4).



Rys. 4. Przykład struktury periodycznej i rochodzące się w niej fale

Propagację fali w hologramie opisuje skalarnie równanie falowe:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0, \quad (4)$$

gdzie $E(x, z)$ jest składową y pola elektrycznego, oraz:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon, \quad (5)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}); \quad \varepsilon_1 \ll \varepsilon_0,$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = |\mathbf{K}| \begin{bmatrix} \sin\varphi \\ 0 \\ \cos\varphi \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Celem uproszczenia pominięte jest zjawisko załamania się fal na granicy hologram-otoczenie.

Równanie (5) może być wyrażone jako:

$$k^2 = \beta^2 + 2Q\beta(e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}} + e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}), \quad (7)$$

$$\beta = 2\pi \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\lambda}.$$

gdzie Q jest stałą sprzężenia zdefiniowaną jako:

$$Q = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}.$$

Wielkość Q opisuje sprzężenie pomiędzy falami R oraz S . Jeżeli $Q=0$ (gdy $\varepsilon_1=0$: hologram nie istnieje) to nie obserwuje się sprzężania fal.

Można zapisać:

$$\beta = \frac{2\pi n}{\lambda}, \quad Q = \frac{\pi n_1}{\lambda}.$$

Modulacja n_1 prowadzi do przemieszczania się energii z R do S .

Całkowite pole w hologramie może mieć postać:

$$E = R(z)e^{i\rho x} + S(z)e^{i\sigma x}, \quad (8)$$

gdzie wektory ρ i σ zawierają informację o stałej propagacji i kierunku fal R i S .

Aby zachowany został wektor propagacji, z zależności (9):

$$\sigma = \rho - K \quad \rho = \begin{bmatrix} \sin\theta \\ 0 \\ \cos\theta \end{bmatrix}, \quad (9)$$

wynika wartość:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sin\theta - \frac{K}{\beta} \sin\varphi \\ 0 \\ \cos\theta - \frac{K}{\beta} \cos\varphi \end{bmatrix}$$

a następnie warunek Bragga:

$$\cos(\varphi - \theta) = \frac{K}{2\beta}.$$

Uwzględniając fakt, że wektor siatki określony jest z dokładnością do znaku, przy odtwarzaniu hologramu falą identyczną do rejestrującej otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} \rho' - \sigma' &= \pm(\rho - \sigma) \\ |\rho'| &= |\rho| = |\sigma'| = |\sigma| = \frac{2\pi}{\lambda} \end{aligned} \right\} (10)$$

gdzie ρ' i σ' oznaczają wektory fal rejestrujących.

Układ (10) ma cztery rozwiązania, przy czym tylko dwa z nich mają praktyczne znaczenie.

$$\rho = \rho \quad \text{stąd} \quad \sigma = \sigma' \quad (11)$$

$$\text{oraz } \boldsymbol{\rho} = -\boldsymbol{\rho}' \quad \text{stąd} \quad \boldsymbol{\sigma} = -\boldsymbol{\sigma}' \quad (12)$$

Ponieważ zależności (11) oraz (12) nie mogą zachodzić równocześnie, w hologramach objętościowych nie obserwuje się jednocześnie obrazu rzeczywistego i pozornego, co jest charakterystyczne dla hologramów płaskich.

Dla ustalonej długości fali warunek Bragga dla kąta θ_0 może być naruszony poprzez zmianę kąta o $\Delta\theta$. Dla ustalonego kąta może nastąpić różnica długości fali odtwarzającej względem zapisującej o $\Delta\lambda$.

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta \quad \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda,$$

$$\Delta\theta \ll \theta_0 \quad \Delta\lambda \ll \lambda_0.$$

Wykorzystując powyższe równości otrzymujemy:

$$\frac{d\theta_0}{d\lambda_0} = \frac{K}{4\pi n \sin(\varphi - \theta_0)}.$$

Definiując wielkość ν :

$$\begin{aligned} \nu &= K \cos(\varphi - \theta_0) - \frac{K^2}{4\pi\eta} \lambda \\ \nu &= (\beta^2 - |\bar{\sigma}|^2) / 2\beta \end{aligned} \quad (13)$$

Rozwijając w szereg Taylora wielkość (13) otrzymamy:

$$\nu \approx \Delta\theta K \sin(\varphi - \theta_0) - \Delta\lambda \frac{K^2}{4\pi\eta}$$

Stosując równania (4) i (7), wstawiając wyrażenia (8) oraz (9), a następnie porównując współczynniki o takich samych wykładnikach ($e^{i\rho x}$ oraz $e^{i\sigma x}$) otrzymamy:

$$R'' + 2iR'\rho_z + 2Q\beta S = 0$$

$$S'' + 2iS'\sigma_z + (\beta^2 - |\bar{\sigma}|^2)S + 2Q\beta R = 0$$

$$R' \Leftrightarrow \frac{\partial R}{\partial z}$$

W celu uproszczenia dalszych rachunków założmy, że wymiana energii między falami R i S jest wolnozmienna. Pozwala to zapisać powyższe równania jako:

$$c_R R' = iQS \quad (14)$$

$$c_S S' = iQR \quad (15)$$

gdzie:

$$c_R = \rho_z / \beta = \cos \theta$$

$$c_S = \sigma_z / \beta = \cos \theta - \frac{K}{\beta} \cos \varphi$$

Mnożąc (14) i (15) przez R^* i S^* oraz dodając stronami, otrzymamy równanie opisujące przepływ energii:

$$(c_R |R|^2 + c_S |S|^2)' + i(Q^* - Q)(RS^* + R^*S) = 0 \quad (16)$$

Przyjmijmy rozwiązania ostateczne w postaci:

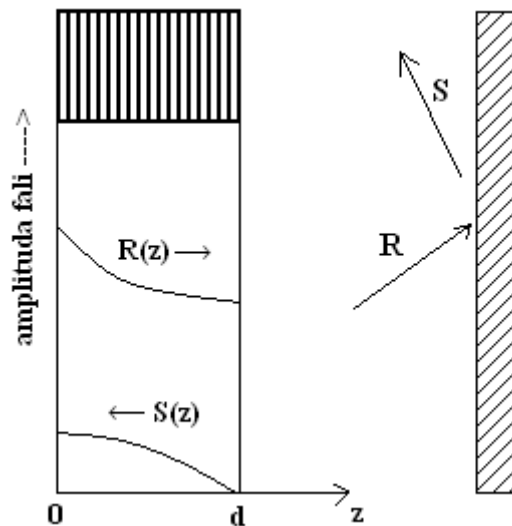
$$R(z) = r_1 e^{\gamma_1 z} + r_2 e^{\gamma_2 z} \quad (17)$$

$$S(z) = s_1 e^{\gamma_1 z} + s_2 e^{\gamma_2 z} \quad (18)$$

gdzie s_i i r_i ($i=1,2$) są związane z warunkami brzegowymi. Wstawiając (17) i (18) do (14) otrzymamy:

$$\gamma_{1,2} = \frac{1}{2} i \left[\frac{\nu}{c_S} \pm \sqrt{\frac{\nu^2}{c_S^2} + 4 \frac{Q^2}{c_R c_S}} \right] \quad (19)$$

W zależności od warunków brzegowych dla $R(0)=1$ i $S(d)=0$ otrzymamy hologram odbiciowy (dla $R(0)=1$ i $S(0)=0$ mamy hologram transmisyjny) (Rysunek 5):

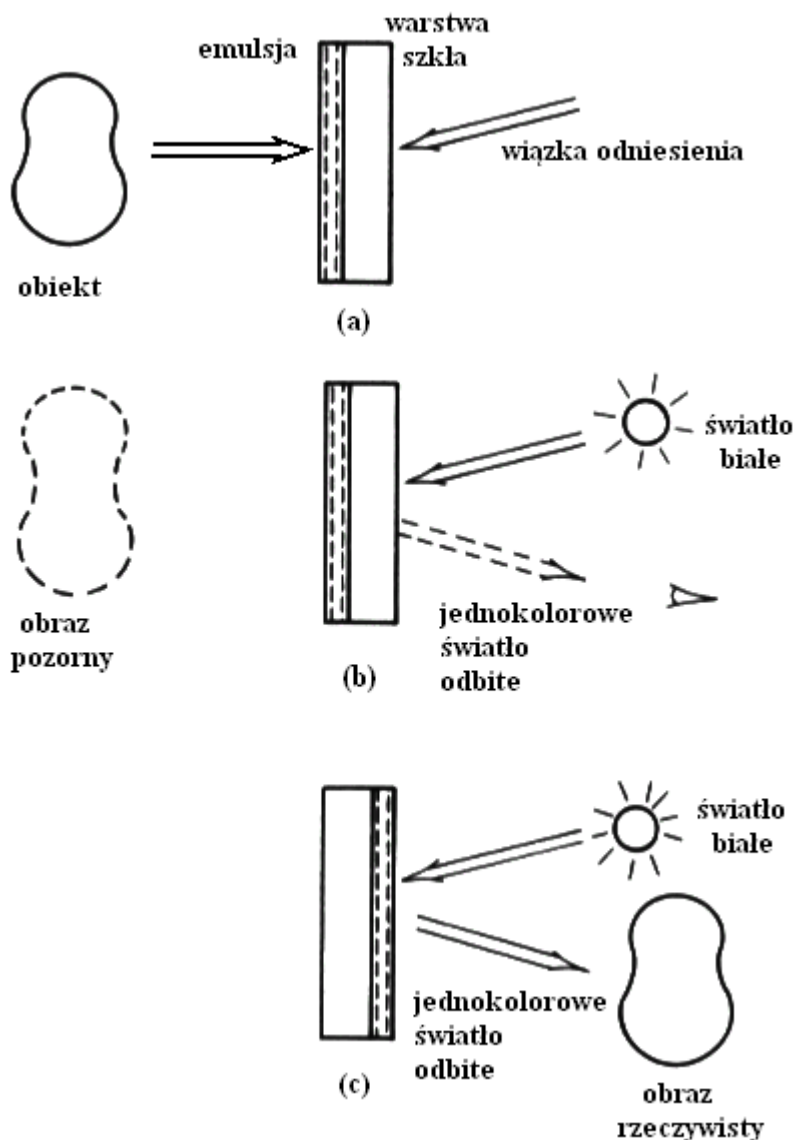


Rys. 5 Hologram odbiciowy

stąd:

$$S(0) = \frac{iQ}{[-i\nu + c_s \frac{\gamma_1 e^{\gamma_2 d} - \gamma_2 e^{\gamma_1 d}}{e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d}}]} \cdot [15]$$

Naszym zadaniem jest uzyskanie odbiciowego hologramu. Jego parametry są najlepsze kiedy oświetlamy kilsze holograficzną wiązkami przeciwsobnymi utrzymującymi się w linii 180° . Poprzez naświetlenie takiego hologramu grubego otrzymamy obraz rzeczywisty i pozorny. Zasada powstawania tych obrazów w hologramie Fresnela jest już znana – w hologramach grubych sytuacja ma się analogicznie (Rys.6):



Rys. 6. Zasada powstawania obrazu rzeczywistego i pozornego.

Aby otrzymać obraz pozorny obiektu należy oświetlić wywołaną płytkę duplikacją fali odniesienia. Jak przedstawiono na rysunku 6b w wyniku takiego oddziaływania obraz pozorny powstaje z wiązki odbitej. Zachowane jest tu prawo Bragga (prawo selektywnego odbicia), w którym odbiciu podlega tylko jedna długość fali, podczas gdy pozostałe przechodzą przez emulsję lub są częściowo wygaszone.

Obraz rzeczywisty powstaje, gdy oświetlimy płytkę holograficzną światłem białym od strony emulsji. Również w tym przypadku możliwe jest to ze względu na odbite jednokolorowe światło (**Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.**ys. 6c).

Oczekuje się, iż kolor odtworzonych obrazów będzie taki sam jak kolor światła wykorzystanego do rejestracji hologramu. W praktyce jednak długość fali odbitej jest krótsza od długości fali rejestrującej. Powodem jest kurczenie się emulsji podczas procesów wywoływania i utrwalania, co przekłada się na zmniejszenie odległości między warstwami interferencyjnymi. W rezultacie możliwa jest obserwacja hologramu w kolorze innym niż oczekiwano. Metodą zapobiegającą kurczeniu się emulsji jest rezygnacja z procesu utrwalania, bądź wykorzystanie technik rozpulchniania emulsji po procesie utrwalania.

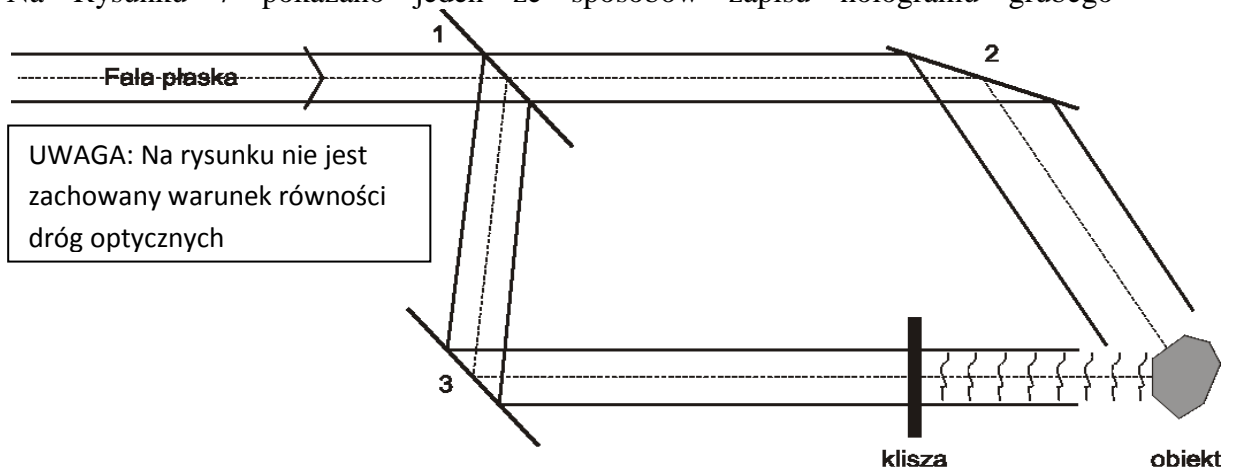
b) Warunki zapisu hologramu:

Podczas zapisu hologramu grubego muszą być spełnione warunki, takie same jakie zachodziły przy zapisywaniu hologramu Fresnela:

1. Fala odniesienia i fala oświetlająca obiekt muszą być koherentne (czyli posiadać stałą różnicę faz), aby mogła zajść interferencja.
2. Kąt pomiędzy wiązką odniesienia i obiektową (wiązki przeciwsołbne) powinien wynosić 180° , więc dążymy aby leżały na linii prostej oświetlając płytkę holograficzną z dwóch przeciwnych stron
3. Drogi optyczne wiązki odniesienia oraz wiązki oświetlającej powinny być równe. Im mniejsza różnica dróg, tym większy kontrast po odtworzeniu hologramu.
4. Obiekt musi być dobrze oświetlony – każdy jego punkt, który chcemy potem obserwować w trakcie odtworzenia hologramu, powinien „emitować” w przybliżeniu falę kulistą.
5. Cały układ powinien być stabilny. Jeśli ten warunek nie byłby zachowany to prążki interferencyjne przesunęłyby się i informacje zapisałyby się „jedna na drugiej”, uniemożliwiając ich późniejsze odtworzenie.
6. Natężenia wiązki przedmiotowej oraz odniesienia powinny być w przybliżeniu jednakowe. Ten warunek realizuje się zazwyczaj wstawiając odpowiednią ilość szarych filtrów w mocniejszą wiązkę. Warunek musi być spełniony po to, żeby kontrast prążków był maksymalny.

3. Wykonanie ćwiczenia (zapis hologramów):

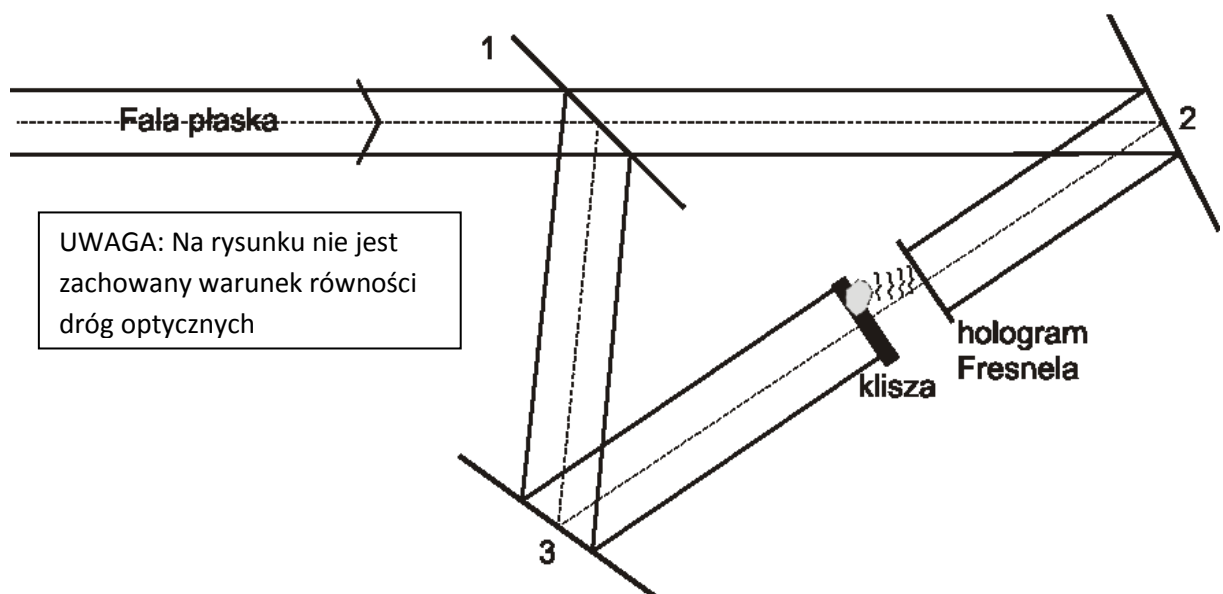
- Na Rysunku 7 pokazano jeden ze sposobów zapisu hologramu grubego



Rys. 7. Układ do zapisu hologramu grubego 3D

Fala płaska pada na zwierciadło półprzepuszczalne (1), gdzie jest dzielona na dwie wiązki – oświetlającą i odniesienia. Za pomocą zwierciadeł całkowicie odbijających (2) i (3) wiązki są ustawiane tak, aby spotykały się pod kątem 180° i aby ich interferencja zaszła wewnątrz kliszy.

- Zapis hologramu grubego rzeczywistego obiektu znajdującego się w układzie nie jest jedynym rozwiązaniem. Można wykorzystać do tego celu wykonany wcześniej hologram Fresnela – za obiekt będzie nam służył rzeczywisty obraz otrzymywany podczas odtworzenia. Rozwiązanie to pozwala uzyskać bardzo ciekawe efekty. Ponieważ obraz z hologramu Fresnela pojawia się w powietrzu, można ułożyć grubą kliszę tak, aby był on w niej „zanurzony” np. do połowy. Dzięki temu podczas odtwarzania uzyskamy takie właśnie złudzenie! Układ pozwalający wykonać taki zapis przedstawia Rysunek 8:



Rys. 8. Układ do zapisu hologramu grubego z wykorzystaniem hologramu Fresnela.

Fala płaska pada na zwierciadło półprzepuszczalne (1) i jest dzielona na dwie wiązki. Jedna z nich (odbita od zwierciadła (2)) służy do odtworzenia hologramu Fresnela, z którego obraz zapisujemy na hologramie grubym. Druga, odbita od zwierciadła (3), stanowi wiązkę odniesienia.