

# Ćwiczenie 4

*Badanie aberracji chromatycznej soczewki refrakcyjnej i dyfrakcyjnej. Badanie odpowiedzi impulsowej oraz obrazowania przy użyciu soczewki sferycznej. Zbadanie głębi ostrości przy oświetleniu quasi monochromatycznym przy użyciu różnych elementów. Porównanie wyników.*

## Część teoretyczna

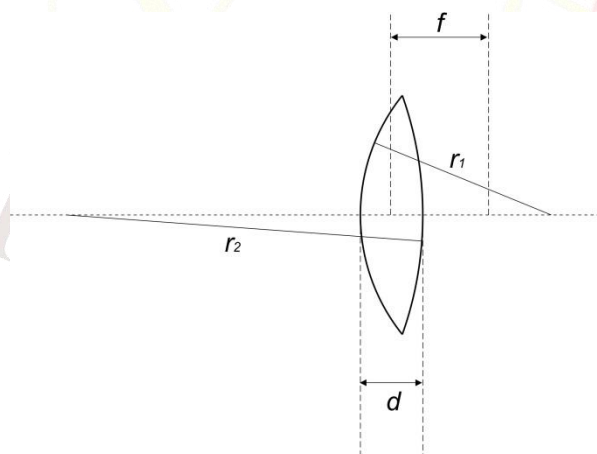
### Soczewka refrakcyjna

Refrakcja to zmiana kierunku rozchodzenia się fali związana ze zmianą współczynnika załamania ośrodka, przez który fala przechodzi. Na podstawie tego zjawiska działa soczewka refrakcyjna. Przypomnijmy pokrótce podstawowe własności refrakcyjnej soczewki cienkiej (o pomijalnej grubości).

W uproszczonym podejściu ogniskowa jest funkcją geometrii soczewki oraz rozkładu współczynnika załamania ośrodka, z którego jest wykonana. Tę funkcję opisujemy zależnością

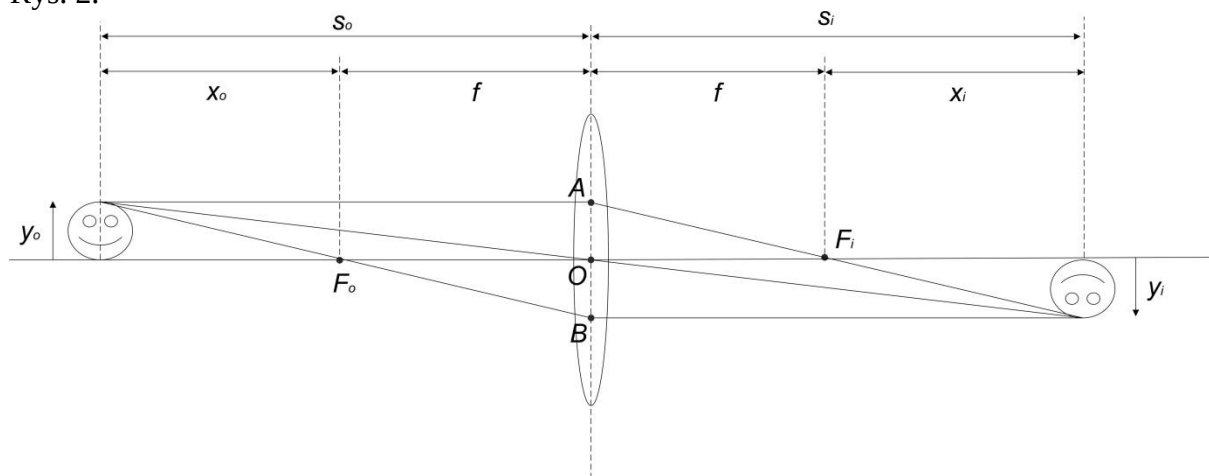
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (1)$$

gdzie  $n$  jest względnym współczynnikiem załamania materiału soczewki względem otoczenia, a  $r_1, r_2$  to promienie krzywizny powierzchni soczewki sferycznej (Rys. 1). Oczywiście zależność (1) dotyczy idealnej soczewki cienkiej.



Rysunek 1. Geometria refrakcyjnej soczewki sferycznej.

Formowanie obrazów za pomocą cienkiej soczewki skupiającej można zilustrować jak na Rys. 2.



Rysunek 2. Konstrukcja obrazu podczas obrazowania soczewką cienką.

Zgodnie z oznaczeniami na Rys. 2 otrzymujemy z elementarnych rozważań geometrycznych równanie soczewkowe:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad (2)$$

Poprzeczne powiększenie obrazu  $M$  spełnia natomiast warunek

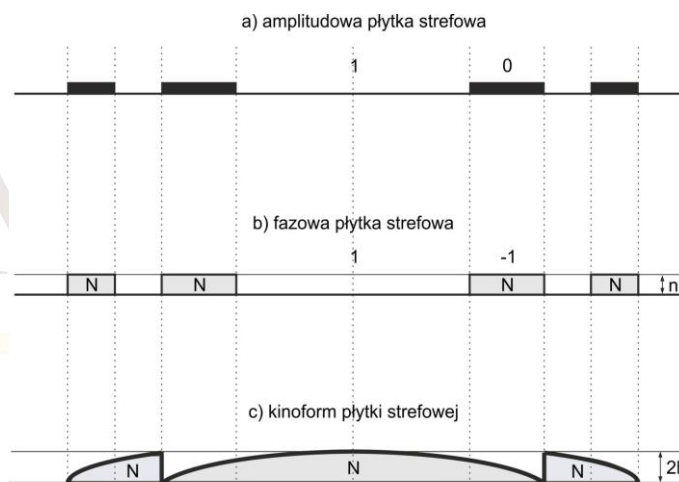
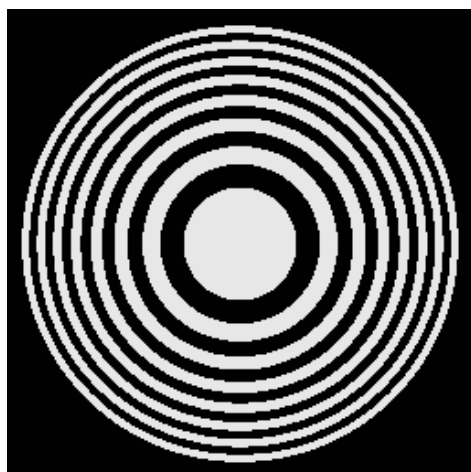
$$M = \frac{y_i}{y_o} = \frac{s_i}{s_o} \quad (3)$$

W przypadku, gdy odległości przedmiotowa  $s_o$  i obrazowa  $s_i$  są liczone nie od środka soczewki ale od ognisk, wówczas wzór (2) można przepisać w postaci równania soczewkowego Newtona

$$x_o \cdot x_i = f^2 \quad (4)$$

### Soczewka dyfrakcyjna

W odróżnieniu od soczewki refrakcyjnej (bazującej na zmianie prędkości fali po wejściu do innego ośrodka, załamaniu fali na granicy ośrodków), soczewka dyfrakcyjna opiera się na zjawisku ugięcia fali na krawędzi / szczelinie. Przy przechodzeniu światła przez szczelinę lub krawędź powstają fale wtórne, które interferując ze sobą.



**Rysunek 3. Płytkę strefową Fresnela oraz jej przekrój przez środek – różne możliwości wykonania.**

Najprostszy przypadek struktury dyfrakcyjnej, soczewka skupiająca lub rozpraszająca, jest nazywany płytką strefową Fresnela (Rys. 3), ze względu na geometrię identyczną ze strefami Fresnela. Można zakodować ją na kilka sposobów – amplitudowo lub fazowo (Rys. 3). Zatem, zamiast szkła o odpowiedniej jakości i odpowiednim kształcie, można soczewkę wykonać również w postaci płaskiej płytki o odpowiednim rozkładzie szczelin.

Soczewkę taką można zaprojektować i wykonać metodami holografii syntetycznej. Ze względu na złożoność zagadnienia, opis holografii syntetycznej zostanie w tym miejscu pominięty – należy zapoznać się z literaturą podaną na końcu instrukcji. W niniejszym ćwiczeniu do zaprojektowania soczewki zostanie wykorzystane oprogramowanie dostępne w Pracowni Informatyki Optycznej, a do jej wykonania - metoda fotograficzna.

## Aberracje

Aberracja optyczna to wada układu optycznego (pojedynczej soczewki lub obiektywu) polegająca na zniekształceniu uzyskanego obrazu, pogorszeniu ostrości lub niepożądanych zmianach chromatycznych. Rzeczywiste soczewki nie spełniają przybliżeń soczewki cienkiej, stąd każda z nich posiada aberracje.

Aberracje możemy podzielić na dwie grupy: *aberracje monochromatyczne* oraz *aberracje niemonochromatyczne*. Pierwsze dotyczą układów, przez które przechodzi światło o dobrze określonej długości fali, drugie – dyspersyjnych ze względu na długość fali układów, przez które przechodzi światło będące mieszaniną różnych barw. Do aberracji monochromatycznych zaliczamy: aberrację sferyczną, komę, astygmatyzm, krzywiznę pola, dystorsję. Do aberracji niemonochromatycznych natomiast – chromatyzm powiększenia i chromatyzm położenia. W niniejszym ćwiczeniu zajmiemy się jedynie aberracjami niemonochromatycznymi.

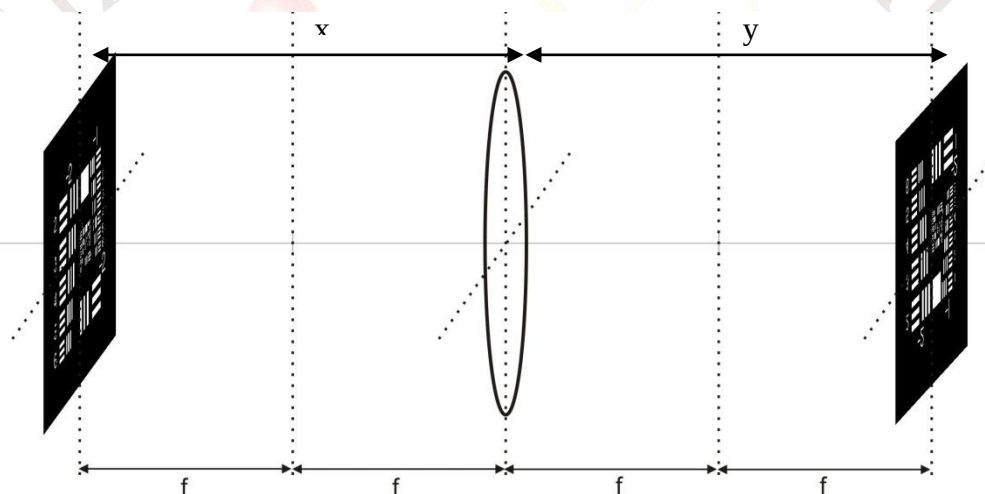
Aberracje chromatyczne wynikają z dyspersji współczynnika załamania. Wśród aberracji chromatycznych wyróżniamy chromatyzm położenia oraz chromatyzm powiększenia. Chromatyzm położenia polega na różnych odległościach ogniskowych dla różnych długości



fali. Ponieważ położenie ogniska jest inne dla każdej barwy, powiększenie dla każdej barwy także jest inne (chromatyzm powiększenia).

## Obrazowanie

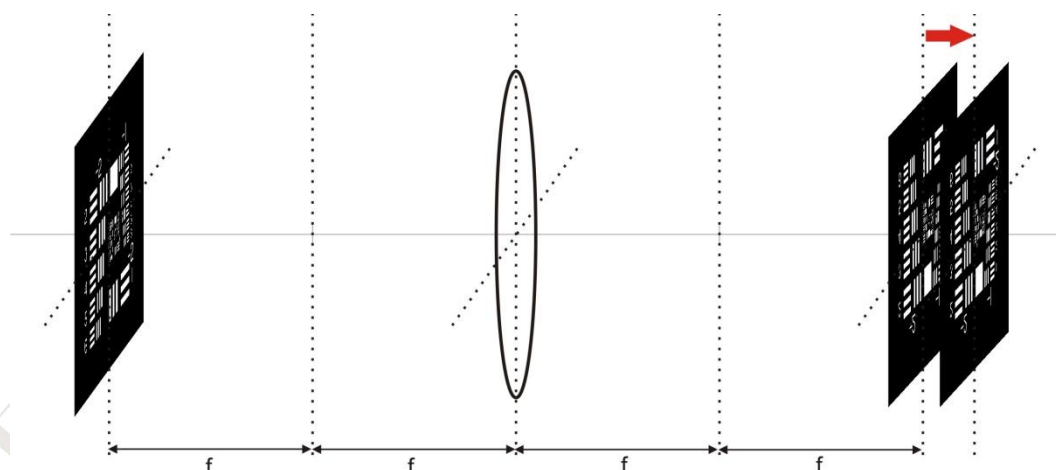
Omówiony zostanie jeden z najprostszych układów obrazujących, formujący obraz rzeczywisty przedmiotu z powiększeniem równym 1. Jest to tzw. układ  $2f-2f$ , w którym wykorzystuje się pojedynczą ciekłą soczewkę skupiającą o znanej ogniskowej  $f$ . Schemat układu przedstawia 4.



Rysunek 4. Schemat układu obrazującego  $2f-2f$

W celu osiągnięcia powiększenia jednostkowego istotne jest by zarówno przedmiot (przeźroczyste z matówką), jak i płaszczyzna obrazowa znajdowały się w odległości równej podwójnej ogniskowej soczewki, według równania soczewkowego (2).

W praktyce układ zestawiony „na ostro” czyli z rozogniskowaniem równym 0 pozwala na uzyskanie obrazu ostrego, lecz rozmytego ze względu na skończoną aperturę elementu obrazującego (czyli soczewki). W przypadku układu rozogniskowanego płaszczyzna akwizycji obrazu rzeczywistego jest przesunięta wzdłuż osi optycznej układu, jak pokazano na.



Rysunek 5. Schemat układu obrazującego 2f-2f z rozogniskowaniem

Obraz uzyskany w takim układzie będzie nieostry. Wielkość rozogniskowania układu można wyrazić liczbowo przy użyciu parametru  $w_{20}$ , zdefiniowanego według poniższych zależności:

$$\varepsilon = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{f} \quad (5)$$

$$w_{20} = \frac{\varepsilon \cdot d^2}{8\lambda}, \quad (6)$$

gdzie:

- x – odległość przedmiotowa,
- y – odległość obrazowa,
- f – ogniskowa soczewki,
- d – średnica soczewki,
- $\lambda$  – długość fali światła.

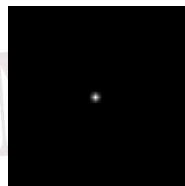
### Odpowiedź impulsowa

Odpowiedź impulsową układu można zdefiniować jako obraz punkowego źródła światła uzyskany w badanym układzie obrazującym. W rzeczywistych układach optycznych odpowiedź impulsową można zbadać poprzez umieszczenie w płaszczyźnie przedmiotowej quasi-punktowego źródła światła takiego jak pinhola.

Można powiedzieć, że liniowy układ optyczny przy oświetleniu quasi-monochromatycznym i koherentnym przestrzennie jest liniowy ze względu na zespoloną amplitudę. Układ taki opisujemy przez podanie odpowiedzi impulsowej układu  $h$ , która jest funkcją zespoloną. Natomiast liniowy układ optyczny oświetlony światłem quasi-monochromatycznym i niekoherentnym przestrzennie jest układem liniowym ze względu na natężenie światła. Wtedy opisujemy go za pomocą funkcji rozmycia punktu (czyli z ang. PSF – Point Spread Function).

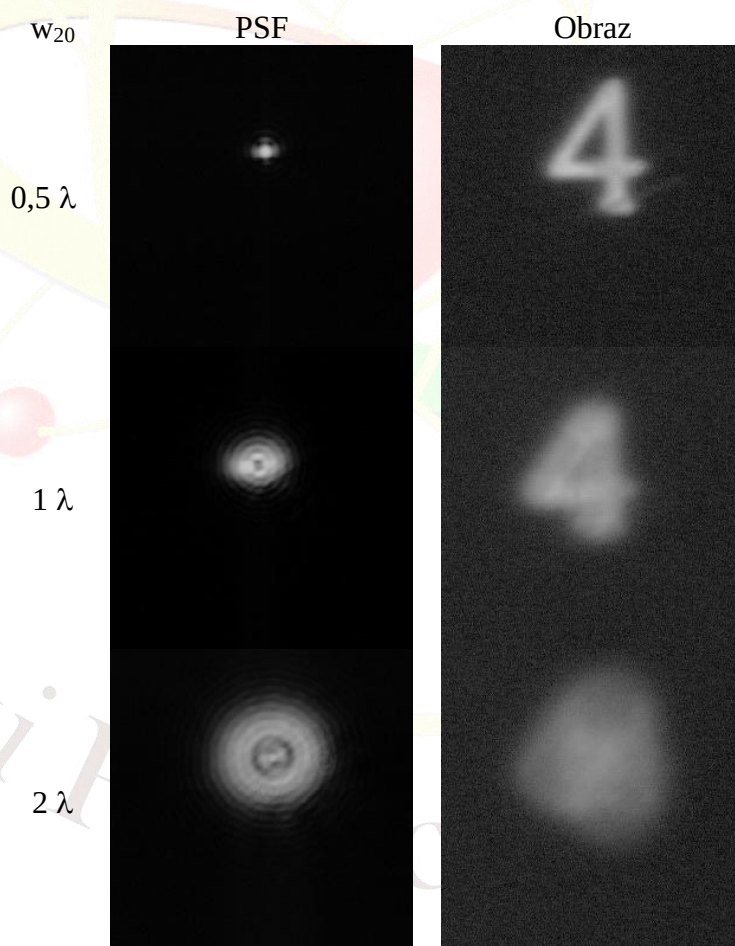
$$PSF = |h|^2$$

Przykładowy kształt funkcji PSF dla układu bez rozogniskowania przedstawia.



**Rysunek 6. Kształt funkcji PSF dla układu bez rozogniskowania.**

W przypadku idealnym funkcja PSF powinna być punktem, jednakże w wyniku ograniczonych rozmiarów apertury układu obrazującego jest ona zawsze rozmyta. Poniższa ilustracja prezentuje wyniki eksperymentalnego pomiaru kształtu PSF przy zwiększającym się rozogniskowaniu układu optycznego. Pokazany jest też wpływ rozogniskowania na ostrość uzyskanego obrazu – przezroczą zawierającą cyfrę „4”.



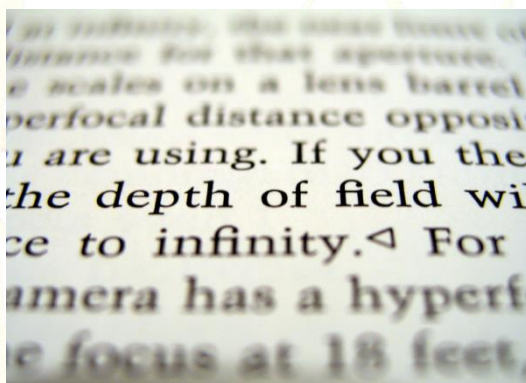
**Rysunek 7. Kształt funkcji PSF (z lewej) i otrzymany obraz (z prawej) dla układu o zwiększającym się rozogniskowaniu.**



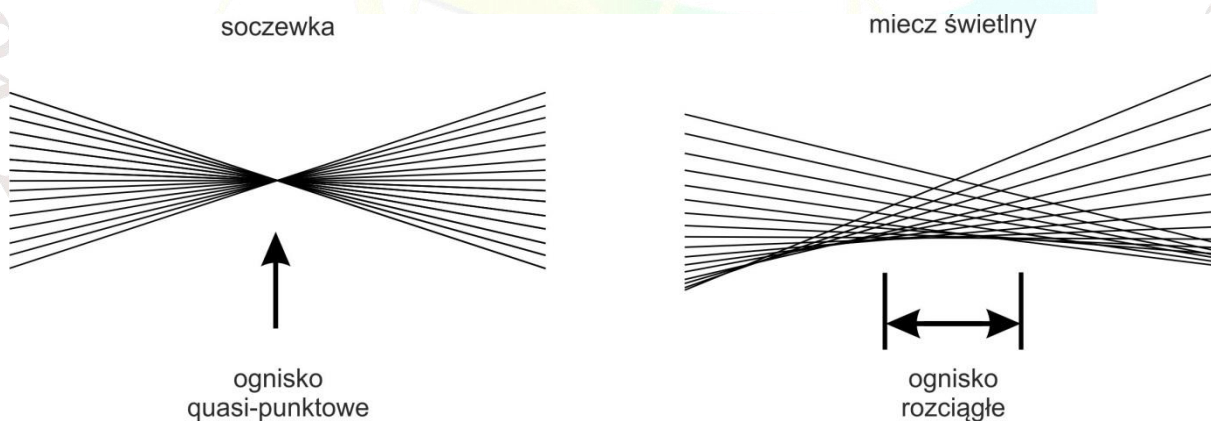
## Głębina ostrości

Głębina ostrości to przedział odległości obiektu od płaszczyzny obrazowej, w którym to przedziale obraz obiektu będzie wydawał się ostry (Ilustracja 1). W przypadku fotografii, jest to przedział odległości obiektu od matrycy aparatu, w którym zdjęcie obiektu będzie ostre. Przyjmuje się, że oko ludzkie rozróżnia punkty o średnicy ok. 0,1mm (jeżeli patrzymy na nie z odległości dobrego widzenia). Zatem obraz ostry to taki, którego punkty rozmyte są do rozmiarów nie większych niż 0,1mm.

Istnieją elementy optyczne skupiające w punkt (np. omawiana już sferyczna soczewka cienka), są jednak też takie, które formują odcinek ogniskowy (np. element typu *Light Sword*) – Rys. 8.



Ilustracja 1. Głębina ostrości. Źródło: [www.pressfoto.pl](http://www.pressfoto.pl)



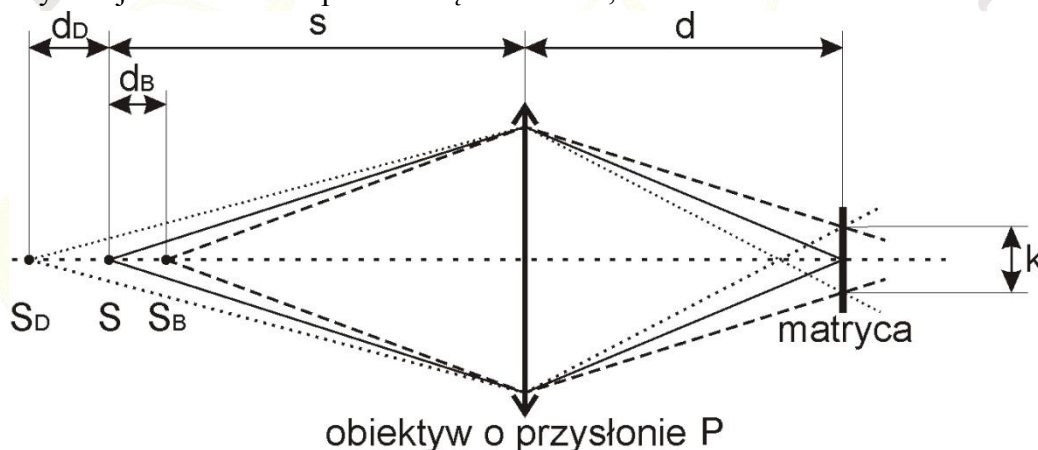
Rysunek 8

O ile soczewka sferyczna jest ogólnie dostępna, o tyle wykonanie elementu typu *Light Sword* jest skomplikowane. Z tego powodu głębina ostrości zostanie omówiona na przykładzie fotografii, gdzie bardzo dobrze można ją zaobserwować zmieniając źrenicę wejściową układu, czyli przysłonę, oraz ogniskową obiektywu (co można sobie wyobrazić jako wstawianie różnych soczewek do układu obrazującego).

W przypadku idealnym punkt  $S$ , na który nastawimy ostrość jest obrazowany w płaszczyźnie obrazowej (matryca, klisza) jako punkt. Obrazy punktów bliższych bądź bardziej oddalonych będą miały postać krążków o średnicy wzrastającej wraz z odległością obiektu od punktu dobrej ostrości. Schematycznie pokazuje to Rys. 9.

Punkt  $S$  umieszczony w odległości  $s$  od obiektywu odwzorowuje się ostro (punktowo) na płaszczyźnie matrycy, odległej o  $d$  od obiektywu. Natomiast obraz punktu  $S_D$ , umieszczonego w odległości większej o  $d_D$  od obiektywu, ma postać krążka o średnicy  $k$ . Analogiczna sytuacja zachodzi dla punktu  $S_B$ , umieszczonego nieco bliżej. Krążek musi być na tyle mały, aby po wywołaniu zdjęcia wydawał się punktem.

Nie wnikając w szczegóły fotograficzne, należy wspomnieć, że dopuszczalny rozmiar krążka zależy od rozmiarów matrycy oraz rozmiarów odbitki. W dalszej części założymy, że krążek o średnicy  $k$  daje na odbitce dopuszczalną wielkość 0,1mm.



Rysunek 9. Schemat powstawania krążka rozproszenia dla punktu położonego dalej lub bliżej niż odległość dobrego ostrzeżenia.

Zatem, przedmioty położone w odległościach od  $s - d_B$  do  $s + d_D$  będą widoczne jako ostre, a dystans  $(s + d_D) - (s - d_B) = d_D + d_B$  będzie całkowitą głębią ostrości. Wykorzystując wzór soczewkowy (2) można obliczyć odległości  $d_B$  i  $d_D$ :

$$d_B = \frac{skP(s-f)}{f^2 + kP(s-f)} \quad (7)$$

$$d_D = \frac{skP(s-f)}{f^2 - kP(s-f)} \quad (8)$$

Zatem długość odcinka głębi ostrości wyniesie

$$d_D + d_B = \frac{2skPf^2(s-f)}{f^4 - [kP(s-f)]^2} \quad (9)$$



Po analizie wzorów (7) – (9) widać, że głębia ostrości jest tym większa im krótsza jest ogniskowa obiektywu i im większa jest liczba P, czyli im mniejszy otwór przysłony ustawimy do robienia zdjęcia.

### **Przebieg ćwiczenia**

1. Zmierzyć ogniskową wybranej refrakcyjnej soczewki sferycznej dla dwóch długości fali (do dyspozycji podczas ćwiczenia będzie laser czerwony oraz zielony). W tym celu wprowadzić światło do pinhola a następnie ustawić falę płaską wykorzystując badaną soczewkę. Następnie zmierzyć odległość środka soczewki (którą traktujemy jako cienką) od quasi-punktowego źródła jakim jest pinhola. Porównać wyniki dla obu długości fali.
2. Wykonać metodą fotograficzną soczewkę dyfrakcyjną o wybranej ogniskowej, projektując ją dla długości fali  $\lambda = 632,8\text{nm}$ . Następnie wykonać pomiary analogiczne jak w punkcie 1 dla soczewki refrakcyjnej. Porównać wyniki, podać wnioski.
3. Wykorzystując soczewkę z punktu 1 zestawić układ  $2f - 2f$ , w którym w płaszczyźnie przedmiotowej umieszczona będzie pinhola. Zarejestrować PSF za pomocą matrycy CCD aparatu fotograficznego. Za pomocą dowolnego programu do obróbki zdjęć wykreślić profil PSF wzdłuż prostej przechodzącej przez środek. Porównać wynik z idealnym PSF. Ćwiczenie wykonać dla  $\lambda = 632,8\text{nm}$ .
4. Wykorzystując pinholę i obiektyw z przysłoną uformować falę płaską. Następnie wstawić przezroczę z matówką i ustawić układ  $2f - 2f$  z badaną soczewką refrakcyjną jako elementem obrazującym. Zarejestrować obraz za pomocą matrycy aparatu fotograficznego. Ćwiczenie wykonać dla  $\lambda = 632,8\text{nm}$ .
5. Zmieniając w układzie z punktu 4 źrenicę wejściową i / lub ogniskową soczewki / obiektywu zaobserwować zmiany głębi ostrości. Udokumentować wyniki za pomocą aparatu fotograficznego. Ćwiczenie wykonać dla  $\lambda = 632,8\text{nm}$ .

### **Literatura i źródła internetowe**

1. R. Józwicki „Optyka instrumentalna” WNT, Warszawa 1970
2. Instrukcja do ćwiczenia z optyki falowej pt. „Holografia syntetyczna - płytki strefowe”, prowadzonego w Laboratorium Informatyki Optycznej.
3. Instrukcja do ćwiczenia z komputerowych metod optyki pt. „Obrazowanie”, prowadzonego w Laboratorium Informatyki Optycznej.
4. <http://www.fotoporadnik.pl>

