

## ĆWICZENIE 3

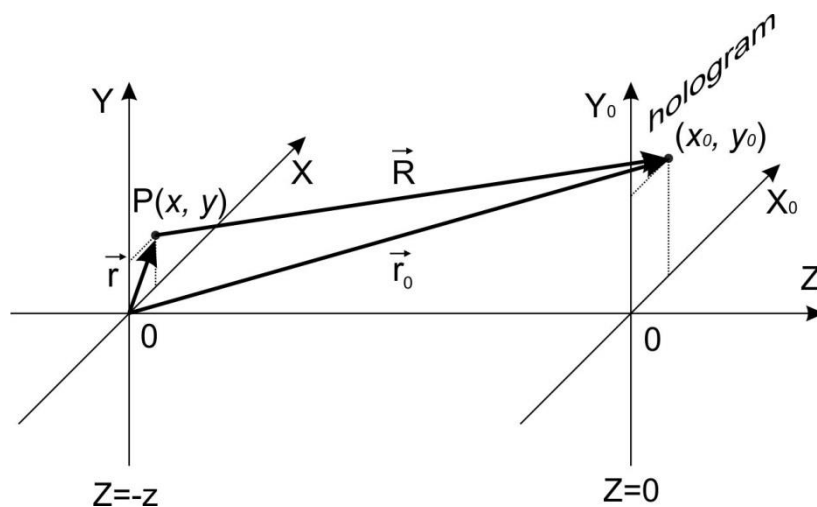
### Dwuekspozycyjny hologram Fresnela

#### 1. Wprowadzenie

Holografia umożliwia zapis pełnej informacji o obiekcie, zarówno amplitudowej, jak i fazowej. Dzięki temu można m.in. odtwarzać trójwymiarowe obiekty w ich naturalnym i przestrzennym kształcie. Na hologramie możemy zapisać pole interferencyjne pochodzące z dwóch lub więcej różnych naświetlań. W ten sposób otrzymujemy hologram dwu- lub wielo-ekspozycyjny. Dzięki temu możliwa jest detekcja zmian danego obiektu (np. po ogrzaniu, przyłożeniu siły lub napięcia), gdy wykonamy na hologramie dwie ekspozycje i będziemy obserwować powstające dodatkowe prążki interferencyjne.

#### 2. Podstawowy hologram Fresnela

Zacniemy od skrótowego omówienia zapisu hologramu obiektu punktowego. Na rys. 1 przedstawiona jest geometria układu, w którym dokonujemy rejestracji hologramu oraz zaznaczone są podstawowe zależności.



Rysunek 1. Geometria zapisu hologramu

Przy założeniu, że wiązka odniesienia jest falą płaską, otrzymuje się następujący rozkład natężenia w płaszczyźnie hologramu:

$$I_h(x_h, y_h, 0) = \left| \frac{A_o}{R} \right|^2 + |A_r|^2 + \frac{A_o}{R} e^{ikR} \cdot A_r^* + \frac{A_o^*}{R} e^{-ikR} \cdot A_r \quad (1)$$

gdzie  $A_o$  – amplituda wiązki obiektowej,  $A_r$  – amplituda płaskiej fali odniesienia,  $R$  – długość wektora  $[x_h - x_o, y_h - y_o, d]$  oraz  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – liczba falowa. Przyjęto, że w płaszczyźnie hologramu  $z = 0$ .

Po zapisaniu tak opisanego natężenia na kliszy, a następnie odtworzeniu hologramu falą płaską o amplitudzie  $A_r$  otrzymuje się trzy składniki:

$$\left( \left| \frac{A_o}{R} \right|^2 + |A_r|^2 \right) \cdot A_r \quad (2)$$

$$\frac{A_o}{R} e^{ikR} \cdot |A_r|^2 \quad (3)$$

$$\frac{A_o^*}{R} e^{-ikR} \cdot A_r^2 \quad (4)$$

Składnik (2) jest tzw. wyrazem zerowego rzędu propagującym się zgodnie z kierunkiem propagacji wiązki odniesienia. Nie niesie on żadnej informacji o obiekcie. Wyrażenie (3) opisuje obraz urojony, a wyrażenie (4) obraz rzeczywisty obiektu (w tym wypadku punktowego źródła światła).

Analogiczne rozumowanie można przeprowadzić dla każdego punktu holografowanego przedmiotu, a następnie zsumować wszystkie przyczynki. Powyższe podejście pomija interferencję fal emitowanych przez poszczególne punkty obiektu, daje ono jednak wystarczający, a zarazem prosty opis teoretyczny.

Powyższe rozważania, wyrażone wzorami od (1) do (4) można uogólnić na dowolny front falowy pochodzący od obiektu (tzn.  $U_o(\vec{r}) = A_o(\vec{r})e^{i\phi_o(\vec{r})}$ ). Nadal obowiązuje założenie, że fala odniesienia jest falą płaską. Otrzymuje się wówczas następujące wyrażenie na natężenie światła w płaszczyźnie hologramu:

$$I(\vec{r}_h) = |A_o|^2 + |A_r|^2 + A_o A_r^* e^{i\phi_o} + A_o^* A_r e^{-i\phi_o}, \quad (5)$$

gdzie amplituda  $A_o$  oraz faza  $\phi_o$  zależą od  $\vec{r}_h$ , czyli od wektora wodzącego punktu w płaszczyźnie hologramu:  $\vec{r}_h = [x_h, y_h, 0]$ .

Przy założeniu liniowego zapisu intensywności przez materiał światłoczuły [1], jego transmitancję można opisać następująco:

$$T_a = T_0 - \beta t_e I(\vec{r}_h), \quad (6)$$

gdzie  $T_0$  oraz  $\beta$  są parametrami zależnymi od emulsji światłoczułej i warunków naświetlania, a  $t_e$  – czasem naświetlania [1].

Na końcu otrzymujemy materiał światłoczuły o transmitancji określonej wzorem (6), na którym zapisany jest rozkład natężenia (5). Oświetlamy taki wywołany materiał płaską falą odniesienia i tuż za hologramem otrzymujemy pole będące sumą wyrażen:

$$A_r \left[ T_0 - \beta t_e \left( |\vec{A}_o|^2 + |\vec{A}_r|^2 \right) \right] \quad (7)$$

$$-\beta t_e |A_r|^2 A_o e^{i\phi_o} \quad (8)$$

$$-\beta t_e A_o^* A_r^2 e^{-i\phi_o} \quad (9)$$

Składnik (7) propaguje się w kierunku fali rekonstruującej i analogicznie do składnika (2) nie niesie informacji o obiekcie (wyraz zerowego rzędu). Podobnie jak składnik (3), wyrażenie (8) opisuje obraz urojony, natomiast (9), analogicznie do (4), obraz rzeczywisty.

Należy zdawać sobie sprawę, że poprawny zapis hologramu nakłada na układ optyczny pewne warunki poprawnej rejestracji hologramu, które muszą być spełnione:

- równe natężenia interferujących wiązek,
- niewielki kąt pomiędzy interferującymi wiązkami,
- stabilność mechaniczna układu,
- równe drogi optyczne od momentu podziału wiązki do jej połączenia.

### 3. Dwuekspozycyjny hologram Fresnela

Hologram dwuekspozycyjny może polegać na kolejnym zapisaniu dwóch hologramów tego samego obiektu na tym samym elemencie światłoczułym - jednego w stanie podstawowym, a drugiego, gdy obiekt poddany jest obciążeniu lub przemieszcza się. Rekonstruując tak zapisany hologram dostaje się obraz obiektu z nałożonym pewnym obrazem prążkowym, który po analizie pozwala określić na przykład rodzaj ruchu przedmiotu [1-3] lub sposób przenoszenia przez ten obiekt obciążeń [4]. Jest to tzw. interferometria holograficzna.

Poniżej podany jest szkic obliczeń reprezentujących konstrukcję i rekonstrukcję klasycznego hologramu dwuekspozycyjnego. Dokładniejsze wyprowadzenia znajdują się w pozycji [5].

W wyniku interferencji wzorcowej wiązki obiektowej z wiązką odniesienia dostaniemy w płaszczyźnie hologramu natężenie opisane wzorem (5). Rozkład taki zostanie zapisany na materiale światłoczułym o transmitancji opisanej wzorem (6) i da następujący rozkład transmitancji amplitudowej:

$$T_{a1} = T_0 - \beta_1 t_{e1} \left[ |A_o|^2 + |A_r|^2 + A_o A_r^* e^{i\phi_o} + A_o^* A_r e^{-i\phi_o} \right] \quad (10)$$

gdzie amplituda  $A_o$  oraz faza  $\phi_o$  zależą od  $\vec{r}_h$ .

Po rejestracji hologramu odkształconego przedmiotu transmitancja amplitudowa będzie miała postać:

$$T_{a2} = T_{a1} - \beta_2 t_{e2} \left[ |A_o'|^2 + |A_r|^2 + A_o' A_r^* e^{i\phi_o'} + A_o'^* A_r e^{-i\phi_o'} \right] \quad (11)$$

gdzie „ ' ” oznacza parametry fali (zależne od  $\vec{r}_h$ ) podczas drugiego naświetlenia, natomiast indeks „ 2 ” parametry emulsji/ekspozycji – również podczas drugiego naświetlenia.

Po oświetleniu przezroczka o transmitancji (11) płaską falą odtwarzającą opisaną wzorem:

$$U_{rec}(\vec{r}) = A_r e^{ikr} \quad (12)$$

dostaniemy tuż za hologramem rozkład postaci:

$$U(\vec{r}) = T_{a2} U_{rec}(\vec{r}). \quad (13)$$

Po wstawieniu (10), (11) i (12) do (13) otrzymamy cztery fale ugięte, tworzące parami obrazy rzeczywiste i urojone. Przy jednakowych natężeniach wiązek, czasach naświetlania i użyciu tej samej wiązki odniesienia podczas obu ekspozycji dostaniemy w płaszczyźnie „obrazowej” rozkład intensywności spełniający warunek:

$$I(\vec{r}) \sim [1 + \cos(\phi_o - \phi'_o)] \quad (14)$$

Zatem analiza interferogramu opiera się na badaniu rozkładu intensywności – w miejscach, gdzie różnica faz to wielokrotność  $2\pi$ , czyli gdzie natężenie jest maksymalne. Zależność (14) jest kluczowa – dzięki niej możliwe jest uzyskiwanie informacji o obiekcie na podstawie obrazów prążkowych.

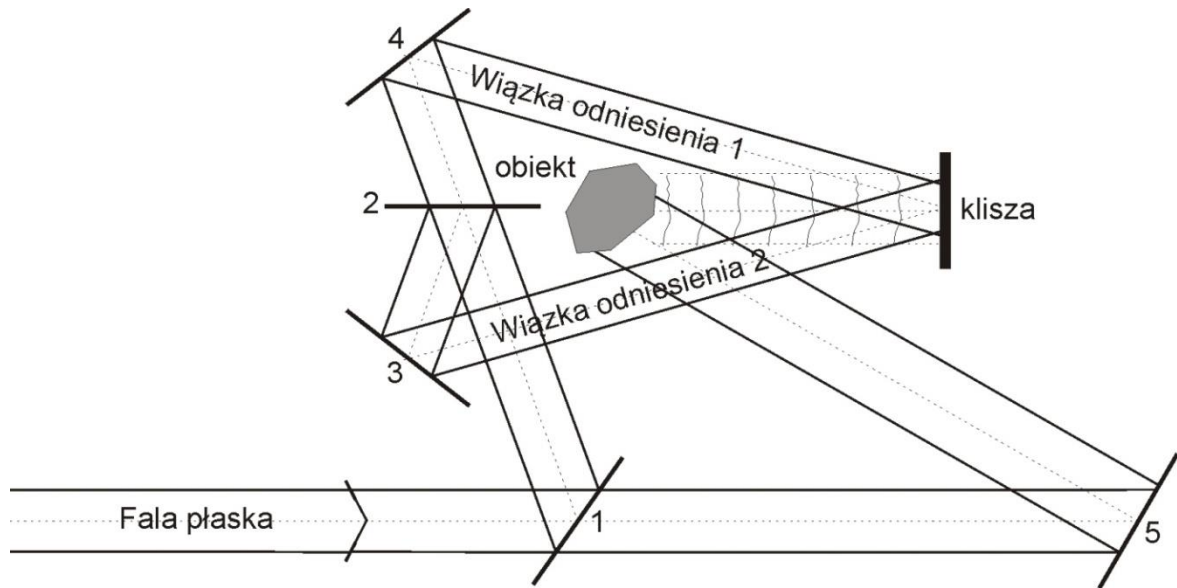
Hologram dwuekspozycyjny może polegać również na kolejnym zapisaniu dwóch hologramów różnych obiektów na tym samym elemencie światłoczułym, przy wykorzystaniu dwóch różnych wiązek odniesienia. W takim wypadku analiza matematyczna staje się jeszcze bardziej skomplikowana niż w przypadku hologramu dwuekspozycyjnego używanego do interferometrii holograficznej, w związku z czym nie będziemy jej tutaj przytaczać. Należy jedynie wspomnieć, że jeśli w pierwszej ekspozycji wiązka odniesienia będzie padać na kliszę pod kątem  $\alpha_1$ , a podczas drugiej ekspozycji pod kątem  $\alpha_2$ , to odtwarzając hologram zobaczymy pod tymi kątami (odpowiednio) obiekt 1 i obiekt 2. Zakładamy, że w obu ekspozycjach obiekty stoją w tym samym miejscu.

#### 4. Wykonanie ćwiczenia

Ćwiczenie będzie polegało na zapisaniu hologramu dwuekspozycyjnego kolejno w każdej z dwóch wersji.

##### Część I: Zapis hologramu dwuekspozycyjnego – dwa obiekty widoczne pod różnymi kątami

W tym przypadku zapis będzie odbywał się w układzie przedstawionym na rys. 2.

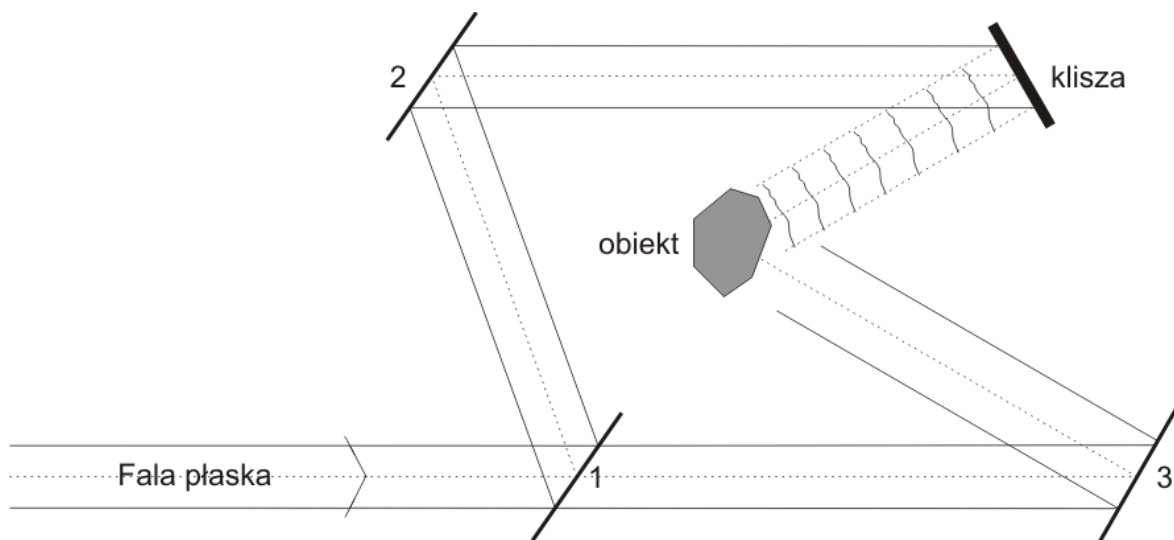


**Rysunek 2. Schemat układu do zapisu hologramu dwuekspozycyjnego – dwa obiekty widoczne pod różnymi kątami**

Zwierciadła: 1 – 0% lub 50%; 2 – 50%; 3, 4, 5 – 100%. Zapis w układzie z rys. 2 składa się z dwóch ekspozycji. W pierwszej zapisujemy hologram obiektu 1, z wiązką odniesienia 1. Następnie wymieniamy obiekt oraz przesłaniamy pierwszą wiązkę odniesienia, a odsłaniamy drugą – po tych operacjach wykonujemy drugą ekspozycję.

Część II: Zapis hologramu dwuekspozycyjnego – jeden obiekt w stanie podstawowym oraz poddany obciążeniu

Zapis hologramu obiektu w stanie podstawowym i w stanie obciążonym odbywa się w tradycyjnym układzie do zapisu hologramu Fresnela (rys. 3). Pomędzy ekspozycjami należy jedynie obciążyć obiekt, np. położyć ciężki przedmiot na gumce do ścierania.



**Rysunek 3. Schemat układu do zapisu hologramu dwuekspozycyjnego – ten sam obiekt widoczny w dwóch różnych stanach np. z obciążeniem i bez**

## 5. Literatura

1. K. Patorski, M. Kujawińska, L. Sałbut „Interferometria laserowa z automatyczną analizą obrazu”, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa (2005)
2. Kazimierz Gniadek „Optyczne przetwarzanie informacji”, PWN, Warszawa (1992)
3. P. K. Rastogi „Holographic Interferometry. Principles and Methods,” Springer Series in Optical Sciences 68, 109-150 (1994)
4. M. De la Torre-Ibarra et. al “Detection of surface strain by three-dimensional digital holography”; Appl. Opt. 44, 27-31 (2005)
5. M. Pluta “Holografia Optyczna. Podstawy Fizyczne i zastosowania”; PWN, Warszawa (1980)