

ĆWICZENIE 2

Koherentne korelatory optyczne i hologram Fouriera

1. Wprowadzenie

Historycznie jednym z ważniejszych zastosowań korelatorów optycznych było rozpoznawanie obrazów, pozwalały np. na analizę zdjęć lotniczych lub klasyfikację zdjęć rentgenowskich. Zadaniem takiego układu jest rozpoznawanie symbolu w sprawdzanym przezroczu. Aby korelator mógł rozpoznać symbol konieczne jest wcześniejsze wykonanie filtru dopasowanego, który w praktyce jest hologramem Fouriera.

2. Hologram Fouriera

Zamiast bezpośrednio rejestrować falę przechodzącą przez dwuwymiarowe przezrocze (lub falę odbitą od obiektu) na hologramie można zapisać jej widmo Fouriera. Transformata Fouriera funkcji opisującej obiekt w ogólności jest funkcją zespoloną. W procesie rejestracji widma Fouriera w sposób holograficzny zapisujemy zarówno jego amplitudę, jak i fazę w postaci natężeniowej. W ten sposób możemy zachować pełną informację o obiekcie. Transformację Fouriera w układzie optycznym realizujemy wykorzystując pojedynczą cienką soczewkę.

2.1. Rejestracja hologramu Fouriera

Ogólna teoria zapisu amplitudy i fazy na hologramie zakłada, że rejestrowane jest natężeniowe pole świetlne, powstające w wyniku interferencji dwóch wzajemnie spójnych wiązek: przedmiotowej i odniesienia. W przypadku rejestracji hologramu Fouriera zapisujemy widmo przedmiotu. W tym miejscu warto jednak podkreślić, że obiekt ten musi być płaski (2-wymiarowy). W przypadku obiektu przestrzennego - trójwymiarowego - nie możemy jednoznacznie określić położenia płaszczyzny, w której powstaje widmo Fouriera.

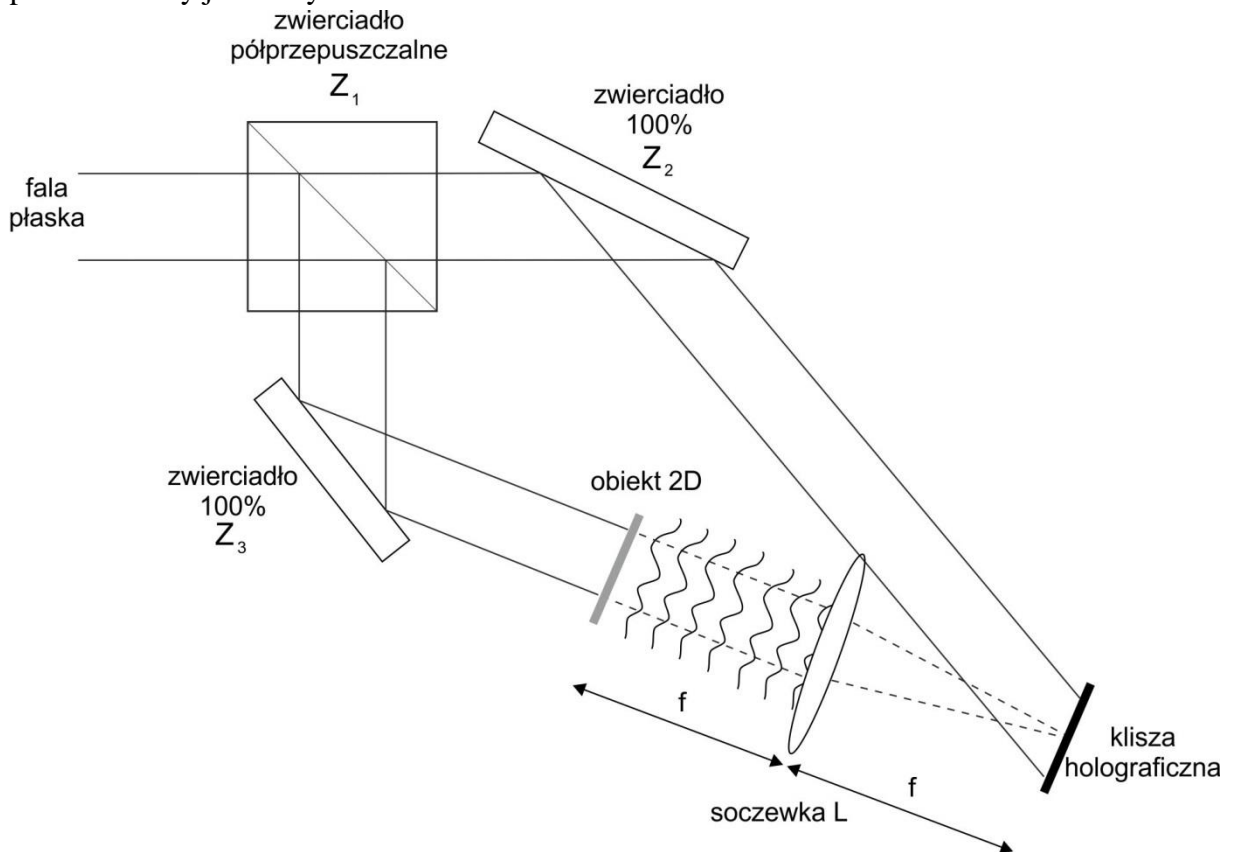
Jeżeli przedmiot traktujemy jako zbiór punktów o różnych amplitudach, to w płaszczyźnie Fouriera reprezentuje go zbiór fal płaskich, które mają różne amplitudy (patrz własności transformaty Fouriera) i propagują się w różnych kierunkach. W płaszczyźnie hologramu mamy więc zbiór fal płaskich o różnych amplitudach U_m oraz różnych stałych propagacji α_m i β_m powiązanych ze sobą zależnością (1).

$$U(x, y) = \sum_m U_m \exp[i(\alpha_m x + \beta_m y)] \quad (1)$$

Po dodaniu płaskiej fali odniesienia $A \exp(i\gamma x)$ na hologramie zapisany zostanie rozkład natężenia opisany wzorem (2).

$$\left| \sum_m U_m \cdot \exp[i(\alpha_m x + \beta_m y)] \right|^2 + A^2 + A \exp(i\gamma x) \cdot \sum_m U_m \cdot \exp[-i(\alpha_m x + \beta_m y)] + A \exp(-i\gamma x) \cdot \sum_m U_m \cdot \exp[i(\alpha_m x + \beta_m y)] \quad (2)$$

W literaturze spotyka się wiele różnych konfiguracji układów optycznych służących do holograficznej rejestracji widma Fouriera przezroczca. Przykładowy układ przedstawiony jest na rys. 1.

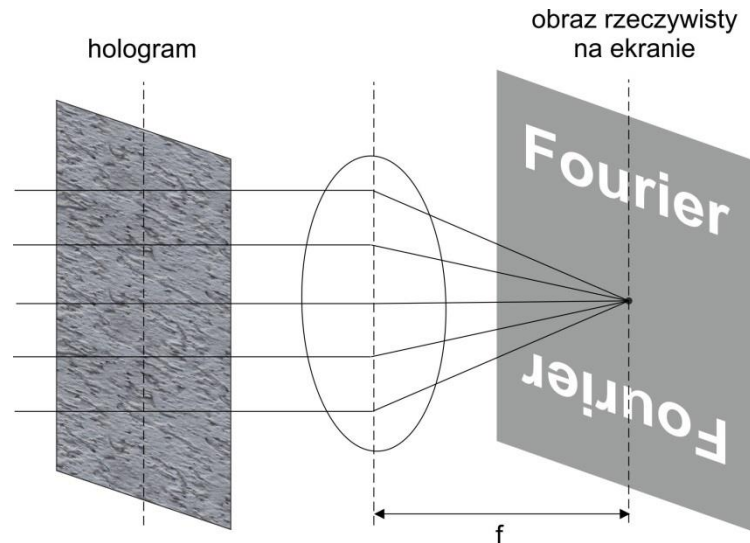


Rysunek 1. Schemat układu do rejestracji hologramu Fouriera

W układzie widocznym na rys. 1 zapisywane jest widmo Fouriera obiektu przezroczystego. Wiązka światła wchodząca do układu jest dzielona na półprzepuszczalnym zwierciadle Z_1 . W tym miejscu zostają wydzielone dwie wiązki: wiązka odniesienia, która po odbiciu od zwierciadła Z_2 oświetla kliszę holograficzną oraz wiązka przedmiotowa, która po odbiciu od zwierciadła Z_3 oświetla płaski obiekt Ob . W odległości f od obiektu umieszczona jest soczewka L (f – ogniskowa soczewki). Dalej - w odległości f za soczewką - znajduje się klisza holograficzna. Tak więc, dzięki soczewce L , w płaszczyźnie kliszy pojawia się widmo Fouriera obiektu. W tym przypadku należy pamiętać o dokładnym ustawieniu układu f - f , ponieważ na hologramie zapisuje się również faza transformaty Fouriera.

2.2. Odtworzenie hologramu Fouriera

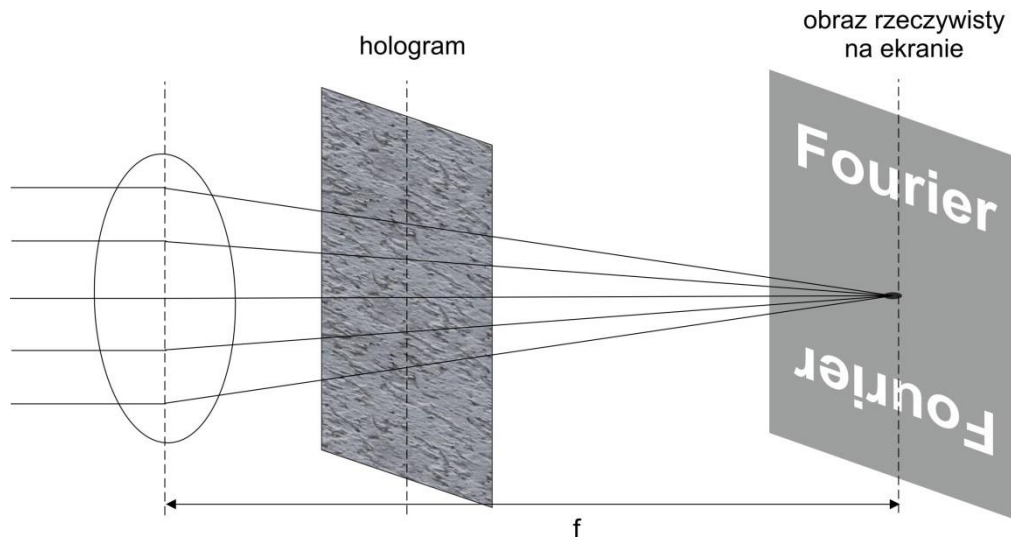
Oświetlony falą płaską hologram należy umieścić w odległości f od soczewki o ogniskowej f . W odległości f za soczewką - w płaszczyźnie obserwacji - umieścić ekran. Podczas odtwarzania tworzą się dwa obrazy rzeczywiste widoczne na ekranie – obraz pierwotny i wtórny. Obraz wtórny jest odwrócony względem obrazu pierwotnego (rys. 2).



Rysunek 2. Układ do odtworzenia hologramu Fouriera

Warto przy tym pamiętać, że w odtworzeniu pierwszy człon równania (2), po wykonaniu operacji transformacji Fouriera przez soczewkę L , tworzy w centrum ekranu autokorelację. W rezultacie centralny rozkład pola jest dwa razy szerszy od obrazu.

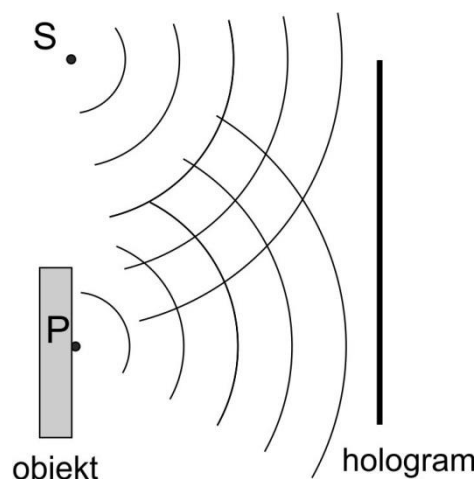
Inną metodą na odtworzenie hologramu Fouriera jest wykorzystanie układu wykazującego własności skalowania widma (rys. 3). Taka konfiguracja jest wygodniejsza w przypadku, gdy kąt wiązki odniesienia był duży, a do dyspozycji mamy soczewki jedynie o niewielkich aperturach.



Rysunek 3. Układ do odtworzenia hologramu Fouriera z przeskalowaniem widma

2.3. Rejestracja hologramu quasi Fouriera

W odniesieniu do tego typu hologramu stosowane są dwie nazwy - bezsoczewkowy hologram Fouriera i hologram quasi-Fouriera. Przymiotnik quasi (znaczący: w pewnym sensie lub stopniu) wydaje się być bardziej właściwy. Na hologramie nie pojawia się transformata Fouriera rozkładu pola świetlnego obiektu. Jednakże po odtworzeniu hologramu obserwujemy odtworzone obrazy tak, jak w przypadku tradycyjnego hologramu Fouriera. Należy w tym miejscu pamiętać, że oko ludzkie reaguje jedynie na natężenie światła. Tak więc hologramy Fouriera oraz quasi Fouriera dają identyczne wyniki dotyczące natężenia światła w odtwarzanych obrazach, natomiast rozkłady fazy w tych obrazach są już zupełnie inne. Na rys. 4 przedstawiony jest układ, w którym zapisuje się hologram quasi-Fouriera. Zwróćmy uwagę, że układ ten nie zawiera soczewki, która w klasyczny sposób realizuje widmo Fouriera przedmiotu.



Rysunek 4. Schemat układu do zapisu hologramu quasi Fouriera

Fala pochodząca z punktu odniesienia S ma ten sam promień krzywizny w płaszczyźnie kliszy holograficznej co fala z punktu P należącego do płaszczyzny

przedmiotu. W przypadku hologramu obiektu punktowego prążki na hologramie quasi-Fouriera są takie same, jak na hologramie Fouriera. Przyczynę tego można przypisać kwadratowemu członowi fazowemu fali przedmiotowej. Oczywiście na hologramie quasi-Fouriera nie pojawi się rozkład funkcji transformaty Fouriera obiektu.

2.4. Odtworzenie hologramu quasi Fouriera

Hologram quasi-Fouriera można odtwarzać na dwa sposoby. Pierwszy z nich polega na oświetleniu wywołanego hologramu falą pochodzącą z punktu S , a więc falą identyczną z falą odniesienia. W tym przypadku obraz pozorny pojawi się w miejscu przedmiotu.

Drugim sposobem odtwarzania hologramu quasi Fouriera jest zastosowanie układu, który służy również do odtwarzania klasycznego hologramu Fouriera. Oba obrazy odtwarzane z hologramu tą metodą są obrazami rzeczywistymi. Są one widoczne na ekranie w płaszczyźnie ogniskowej soczewki realizującej transformację Fouriera. W rzeczywistości natężeniowe obrazy widoczne na ekranie są identyczne, jak w przypadku klasycznego hologramu Fouriera.

3. Korelator Van der Lugta

Korelator Van der Lugta wykorzystuje własności hologramu Fouriera. W pierwszym etapie należy wykonać filtr dopasowany, który w praktyce jest hologramem Fouriera. A następnie można porównać badane przezrocze ze wzorcem obserwując pik korelacyjny.

Filtr dopasowany wykonuje się w układzie optycznym (np. 4f zilustrowanym schematycznie na rys. 5), który pozwala na zapisanie natężeniowego rozkładu pola interferencyjnego powstałego na skutek nakładania się widma fourierowskiego obiektu i wiązki odniesienia. Jeśli w płaszczyźnie $P_1(x_1, y_1)$ umieścimy przezrocze o transmitancji amplitudowej $h(x_1, y_1)$, to w płaszczyźnie $P_2(x_2, y_2)$ - zgodnie ze znanymi własnościami soczewki - otrzymamy transformatę Fouriera transmitancji wejściowej:

$$H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right). \quad (3)$$

Zakładamy, że wiązka odniesienia jest falą płaską wyrażoną wzorem $A \exp(-ik_y y)$, gdzie $k_y = \frac{2\pi \sin \theta}{\lambda}$. Zatem rozkład natężenia w płaszczyźnie $P_2(x_2, y_2)$ będzie następujący:

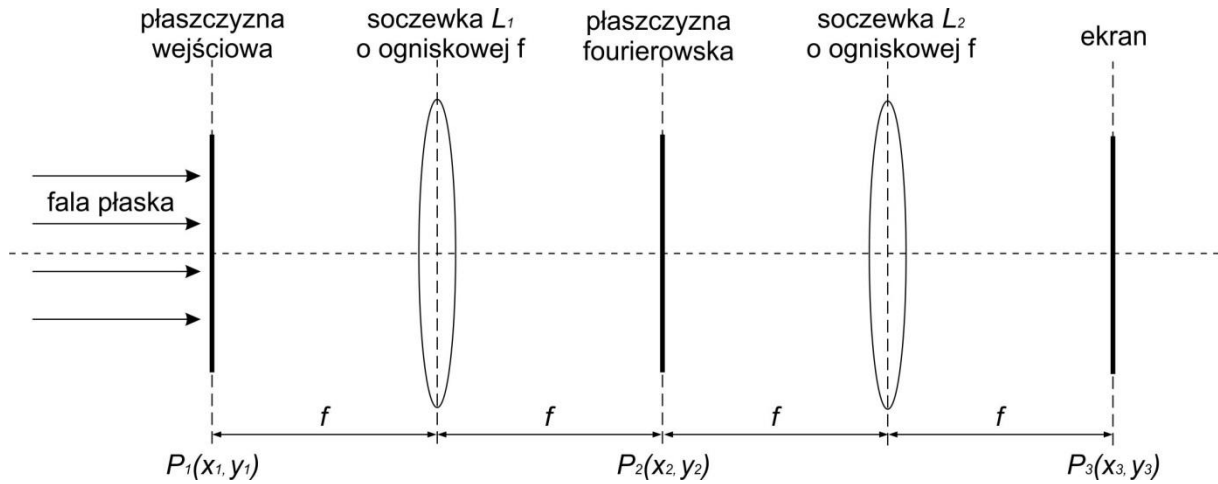
$$I(x_2, y_2) = \left| H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + A_0 \exp(-ik_y y_2) \right|^2, \quad (4)$$

czyli:

$$I(x_2, y_2) = \left| H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2 + A_0^2 + H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) A_0 \exp(ik_y y_2) + H^*\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) A_0 \exp(-ik_y y_2). \quad (5)$$

Dzięki wprowadzeniu wiązki odniesienia możemy informację o fazie sygnału H zarejestrować na detektorze czułym jedynie na natężenie. Takim detektorem jest umieszczona w płaszczyźnie $P_2(x_2, y_2)$ płyta holograficzna, na której naświetlamy - opisany wzorami (4) oraz (5) rozkład natężenia. Przy liniowej obróbce emulsji holograficznej

transmitancja hologramu $t(x_2, y_2)$, którą otrzymamy na kliszy, jest proporcjonalna do rozkładu natężenia $I(x_2, y_2)$.



Rysunek 5. Schemat korelatora Van der Lugta

Po otrzymaniu filtru dopasowanego chcemy uzyskać korelację z badanym sygnałem. W tym celu w płaszczyźnie wejściowej ($P_1(x_1, y_1)$) umieszczamy przezroczę o transmitancji $g(x_1, y_1)$, które chcemy porównać z przezroczem o transmitancji $h(x_1, y_1)$, którego hologram zarejestrowaliśmy na kliszy w płaszczyźnie $P_2(x_2, y_2)$. W obecnym przypadku rozkład pola U_2 w płaszczyźnie transformaty Fouriera będzie nałożeniem się rozkładu natężenia hologramu $I(x_2, y_2)$ opisanego wzorem (5) i rozkładu opisującego widmo przezrocza o transmitancji $g(x_1, y_1)$ – czyli $G(x_2, y_2)$. Pole świetlne w płaszczyźnie $P_2(x_2, y_2)$ jest w takim przypadku opisane wzorem:

$$U_2 = G \cdot |H|^2 + G \cdot A_0^2 + H \cdot G \cdot A_0 \cdot \exp(ik_y y_2) + H^* \cdot G \cdot A_0 \cdot \exp(-ik_y y_2) \quad (6)$$

gdzie $G = G(x_2, y_2)$ jest transformatą Fouriera przezrocza $g(x_1, y_1)$.

W układzie ilustrowanym na rys. 5 jest jeszcze jedna soczewka L_2 . Jej celem jest dokonanie powtórnej transformacji Fouriera całego sygnału U_2 opisanego wzorem (6). Dzięki temu otrzymujemy sygnał u_3 opisany wzorem:

$$u_3 = \mathfrak{F}\{U_2\} = \mathfrak{F}\{G \cdot H \cdot H^* + G \cdot A_0^2\} + \mathfrak{F}\{H \cdot G \cdot A_0 \cdot \exp(ik_y y_2)\} + \mathfrak{F}\{H^* \cdot G \cdot A_0 \cdot \exp(-ik_y y_2)\} \quad (7)$$

W odległości f za soczewką L_2 powstaje rozkład pola opisany wzorem (7), który możemy oglądać na ekranie. Jeżeli chcemy zarejestrować ten rozkład za pomocą aparatu lub naszego oka to soczewka L_2 nie jest konieczna.

Korzystając z definicji splotu i korelacji funkcji oraz z podstawowych twierdzeń dotyczących własności transformacji Fouriera (twierdzenie o splotcie, o przesunięciu oraz o transformacji funkcji sprzężonej) możemy wzór (7) przepisać do następującej postaci:

$$U_3(x_3, y_3) = g(x_3, y_3) \cdot A_0^2 + g(x_3, y_3) \otimes [h(x_3, y_3) \otimes h^*(-x_3, -y_3)] + \quad (8a)$$

$$+A_0 \cdot h(x_3, y_3) \otimes g(x_3, y_3) \otimes \delta\left(x_3, y_3 + \frac{k_y}{2\pi} \lambda f\right) + \quad (8b)$$

$$+A_0 \cdot h^*(-x_3, -y_3) \otimes g(x_3, y_3) \otimes \delta\left(x_3, y_3 - \frac{k_y}{2\pi} \lambda f\right) \quad (8c)$$

Tak więc w płaszczyźnie $P_3(x_3, y_3)$ otrzymamy trzy sygnały, które we wzorze (8) zostały oznaczone indeksami a, b oraz c. Możemy zatem zauważyć, że:

- na środku osi optycznej pojawia się rozkład światła zawierający sygnał wejściowy (funkcja g) oraz splot funkcji g z autokorelacją funkcji h ;
- przesunięty o $-\frac{k_y \lambda f}{2\pi}$ względem środka osi optycznej układu pojawia się sygnał zawierający splot funkcji h i g ;
- przesunięty o $+\frac{k_y \lambda f}{2\pi}$ względem środka osi optycznej układu pojawia się sygnał zawierający korelację funkcji h i g .

W tym miejscu warto zastanowić się nad właściwym doбором wielkości k_y , która ma wpływ na rozseparowanie sygnałów a , b oraz c . Bezpośrednie ustalenie parametru k_y następuje poprzez dobranie kąta padania wiązki odniesienia θ podczas zapisu filtru zespolonego w układzie holograficznym. Wartość przesunięcia musi być także powiązana z rozciągłością przestrzenną sygnałów a , b oraz c .

Kąt pomiędzy wiązką odniesienia a wiązką sygnałową nie może być jednak zbyt duży ze względu na ograniczoną zdolność rozdzielczą płyty holograficznej. W praktyce kąt ten powinien mieć wartość $10^\circ - 20^\circ$.

Jakość korelacji jest bardzo czuła na przesunięcie filtru w swojej płaszczyźnie. Już przesunięcie rzędu $10 \mu\text{m}$ niszczy pik korelacyjny. Z tego powodu dobrze jest przeprowadzić wywołanie kliszy w układzie optycznym na tzw. "szubienicy".

4. Wykonanie ćwiczenia

Warunki zapisu hologramu:

- wyrównanie dróg optycznych wiązek przedmiotowej i odniesienia od chwili ich podziału do momentu połączenia,
- stabilność mechaniczna układu,
- kąt pomiędzy wiązkami przedmiotową i odniesienia padającymi na emulsję światłoczułą nie powinien przekroczyć 30° ,
- wyrównanie natężeń wiązki przedmiotowej i wiązki odniesienia.

Część I: Wykonanie filtru dopasowanego bez matówki

Ta część ćwiczenia dotyczy zapisu hologramu Fouriera płaskiego przezrocza, które reprezentuje funkcję h i które oświetlone zostało falą płaską.

UWAGA!!! Hologram należy wywołać na stanowisku.

Część II: Obserwacja splotu i korelacji dwóch funkcji (bez matówki).

W tym punkcie należy zestawić układ z rys. 5 i zarejestrować przykładowe obrazy splotu i korelacji dwóch funkcji. W przypadku obserwacji za pomocą aparatu fotograficznego lub oka – nie ma konieczności stosowania drugiej soczewki L_2 .

Część III: Wykonanie filtru dopasowanego z matówką

Ta część ćwiczenia dotyczy zapisu hologramu Fouriera płaskiego przezrocza z przyłożoną matówką.

UWAGA!!! Hologram należy wywołać na stanowisku.

Część IV: Obserwacja splotu i korelacji dwóch funkcji (z matówką).

W tym punkcie należy zestawić układ z rys. 5 i zarejestrować przykładowe obrazy splotu i korelacji dwóch funkcji. W przypadku obserwacji za pomocą aparatu fotograficznego lub oka – nie ma konieczności stosowania drugiej soczewki L_2 .

Część V: Zapis hologramu quasi-Fouriera

W tym punkcie należy zarejestrować hologram quasi Fouriera płaskiego przezrocza z przyłożoną matówką i oświetlonego falą płaską. Doświadczenie można przeprowadzić w układzie pokazanym na rys. 4.

Część VI: Odtworzenie hologramu quasi-Fouriera

Ta część ćwiczenia dotyczy rejestracji obrazu pozornego oraz rejestracji obrazu transformaty Fouriera.

5. Literatura

1. J. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Mc Graw-Hill Co, Nowy Jork (1996)
2. W. T. Cathey, "Optyczne przetwarzanie informacji i holografia", PWN, Warszawa (1978)
3. K. Gniadek, "Optyczne przetwarzanie Informacji", PWN, Warszawa (1992)
4. E. Hecht, "Optyka", PWN, Warszawa (2012)