

Ćwiczenie 14

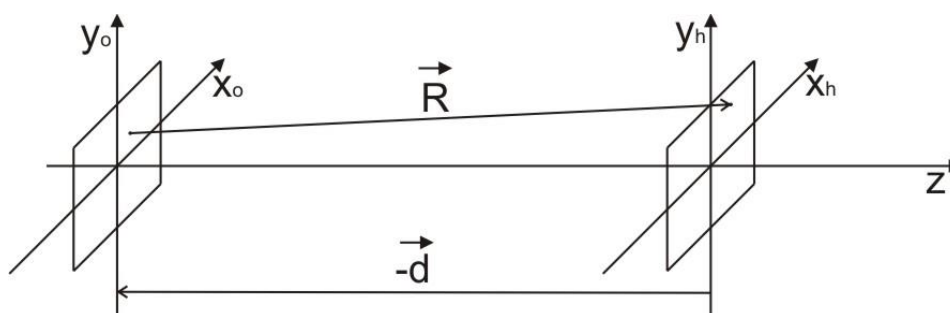
Hologram cyfrowy.

Wstęp

Ze względu na sposób zapisu i odtworzenia, hologramy można podzielić na trzy grupy: klasyczne, syntetyczne (komputerowe) i cyfrowe. Hologramy klasyczny i syntetyczny były przedmiotem poprzednich ćwiczeń, natomiast teraz zajmiemy się holografia cyfrową, która jako ośrodek światłoczuły do zapisu hologramu wykorzystuje matryce cyfrowe CCD/CMOS. Zatem rejestracja odbywa się w układzie optycznym, a odtworzenie (polegające na odpowiedniej obróbce danych zarejestrowanych na matrycy) przeprowadza się numerycznie za pomocą jednego z wielu możliwych algorytmów.

Zapis hologramu cyfrowego

Matematyczny opis konstrukcji hologramu cyfrowego nie różni się znacznie od opisu dla hologramu klasycznego (por. *Ćwiczenie 9. Hologram Fresnela*). W ogólności, musimy doprowadzić do interferencji dwóch wiązek – przedmiotowej i odniesienia. Istotną różnicą jest jednak rozdzielczość materiału światłoczułego, na którym zapisuje się prążki interferencyjne. Ponieważ w przypadku holografii cyfrowej materiałem światłoczułym nie jest klisza holograficzna (rozdzielczość powyżej 1000 linii/mm), tylko cyfrowa matryca światłoczuła CCD/CMOS (rozdzielczość rzędu ~ 100 linii/mm), należy wprowadzić w układzie rejestrującym pewne modyfikacje dotyczące kąta pomiędzy wiązkami: odniesienia i przedmiotową.



Rys. 1 – Geometria zapisu hologramu.

Wspomniane modyfikacje są związane z maksymalną częstotliwością przestrzenną, jaką można zapisać na matrycy. Częstotliwości w poszczególnych kierunkach są określone zależnościami:

$$f_{x,max} = \frac{1}{2\Delta x_h}, \quad f_{y,max} = \frac{1}{2\Delta y_h}, \quad (1)$$

gdzie $\Delta x_h \times \Delta y_h$ – średni rozmiar piksela matrycy odpowiednio w kierunkach X oraz Y . Ze wzorów (1) wynika maksymalny kąt pomiędzy interferującymi wiązkami:

$$f_{i,max} = \frac{\sin(\theta_{i,max})}{\lambda}; \quad i = x, y. \quad (2)$$

Kąt ten związany jest również z minimalną stałą prążków, umożliwiającą poprawny zapis. Jest ona zatem wyrażona wzorem:

$$p_{min} = \frac{\lambda}{\sin\theta_{max}}. \quad (3)$$

Stałą prążków p nazywamy odległość pomiędzy dwoma sąsiednimi maksimumi natężenia światła w płaszczyźnie hologramu. Jest ona równa szerokości pary prążków – jasnego i ciemnego. Aby poprawnie zapisać taki rozkład na matrycy światłoczułej, musimy mieć do dyspozycji przynajmniej dwa piksele.

Ćwiczenie: Przed zajęciami należy wyznaczyć kąt θ_{max} dla lustrzanek cyfrowych dostępnych w pracowni. Rozmiary pikseli są następujące: Canon EOS 350D: $6,4 \mu\text{m} \times 6,4 \mu\text{m}$; Canon EOS 400D: $5,7 \mu\text{m} \times 5,7 \mu\text{m}$; Canon EOS 500D: $4,7 \mu\text{m} \times 4,7 \mu\text{m}$, Canon EOS 650D $4,3 \mu\text{m} \times 4,3 \mu\text{m}$.

W praktyce zapis hologramu cyfrowego w nieprzysłowej konfiguracji układu ($\theta \neq 0^\circ$, *ang. off-axis*) odbywa się w układach interferometrycznych, ze względu na małe wartości θ_{max} .

Warto jeszcze zastanowić się, jak wygląda widmo Fouriera wiązek tworzących hologram. Przeanalizujmy przypadek jednowymiarowy przyjmując, że wiązka odniesienia jest falą płaską padającą na hologram pod pewnym kątem. Zatem transformata Fouriera wiązki odniesienia jest postaci:

$$\mathcal{F}\{u_R\} = \delta(f_x - f_c). \quad (4)$$

Natomiast falę obiektową potraktujmy jako skomplikowany rozkład pola widoczny w pewnym zakresie kątów. Zakładamy, że transformata wiązki obiektowej jest typu:

$$\mathcal{F}\{u_O\} = \text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right), \quad (5)$$

gdzie W jest szerokością widma.

Po interferencji obu wiązek, widmo w płaszczyźnie hologramu opisane jest za pomocą sumy:

$$\tilde{U}(f_x) = \delta(f_x - f_c) + \text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right). \quad (6)$$

Detektor rejestruje jednak nie amplitudę zespoloną, tylko natężenie, stąd interesuje nas widmo natężenia (autokorelacja):

$$\tilde{I}(f_x) = \tilde{U}(f_x) * \tilde{U}(f_x)^* = \mathcal{F}\{u(x) u^*(x)\}, \quad (7)$$

gdzie:

$$u(x) = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{U}(f_x)\}. \quad (8)$$

Po wstawieniu (8) i (6) do (7) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \tilde{I}(f_x) = \\ = \mathcal{F}\left\{\mathcal{F}^{-1}\left\{\delta(f_x - f_c) + \text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right)\right\} \cdot \mathcal{F}^{-1}\left\{\delta(f_x + f_c) + \text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right)\right\}\right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Dalej:

$$\begin{aligned} \tilde{I}(f_x) = \mathcal{F}\left\{\left[\mathcal{F}^{-1}\{\delta(f_x - f_c)\} + \mathcal{F}^{-1}\left\{\text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right)\right\}\right] \cdot \left[\mathcal{F}^{-1}\{\delta(f_x + f_c)\} + \right. \right. \\ \left. \left. \mathcal{F}^{-1}\left\{\text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right)\right\}\right]\right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Po wymnożeniu:

$$\begin{aligned} \tilde{I}(f_x) = \\ \mathcal{F}\left\{\mathcal{F}^{-1}\{\delta(f_x - f_c)\} \cdot \mathcal{F}^{-1}\{\delta(f_x + f_c)\} + \mathcal{F}^{-1}\{\delta(f_x - f_c)\} \cdot \mathcal{F}^{-1}\left\{\text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right)\right\} + \right. \\ \left. + \mathcal{F}^{-1}\left\{\text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right)\right\} \cdot \mathcal{F}^{-1}\{\delta(f_x + f_c)\} + \mathcal{F}^{-1}\left\{\text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right)\right\} \cdot \mathcal{F}^{-1}\left\{\text{rect}\left(\frac{f_x}{W}\right)\right\}\right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

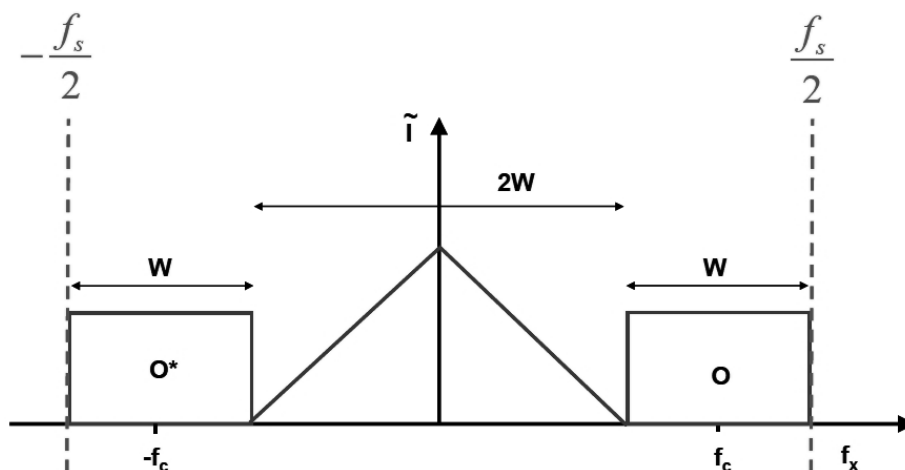
Korzystając z własności splotu przesuniętej delty Diraca z funkcją tej samej zmiennej dostajemy:

$$\begin{aligned} \tilde{I}(f_x) = \mathcal{F} \left\{ \mathcal{F}^{-1} \{ \delta(f_x) \} + \mathcal{F}^{-1} \left\{ \text{rect} \left(\frac{f_x - f_c}{W} \right) \right\} + \mathcal{F}^{-1} \left\{ \text{rect} \left(\frac{f_x + f_c}{W} \right) \right\} + \right. \\ \left. + \mathcal{F}^{-1} \left\{ \Lambda \left(\frac{f_x}{W} \right) \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Ostatecznie:

$$\tilde{I}(f_x) = \delta(f_x) + \text{rect} \left(\frac{f_x - f_c}{W} \right) + \text{rect} \left(\frac{f_x + f_c}{W} \right) + \Lambda \left(\frac{f_x}{W} \right). \quad (13)$$

Zatem w płaszczyźnie fourierowskiej w centrum widoczne są delta Diraca oraz funkcja trójkąta, a obrazy rzeczywisty O i pozorny O^* propagują się na boki (Rys. 2). Widać, że w takiej konfiguracji rozdzielczość matrycy wykorzystamy co najwyżej w 25% [f_s – maksymalna częstość przestrzenna dostępna dla danej matrycy – por. wzór (1)]. Musimy bowiem zapewnić separację przestrzenną obrazów od wyrazu zerowego rzędu – stąd ten typ hologramu cyfrowego zwany jest hologramem *off-axis* (odtworzony obraz nie propaguje się wzdłuż osi optycznej układu).



Rys. 2 – Widmo Fouriera natężenia wiązek tworzących hologram w płaszczyźnie hologramu.

Istnieją również metody zapisu i rekonstrukcji hologramu *on-axis* ($\theta \approx 0^\circ$), które umożliwiają pełne wykorzystanie rozdzielczości matrycy. Mimo centralnego ułożenia (a więc nakładania się na siebie) wszystkich wyrazów z zależności (13) istnieje możliwość całkowitej likwidacji, w trakcie odtworzenia, wyrazu zerowego rzędu oraz obrazu sprzężonego. Są to tzw. wieloekspozycyjne metody z przesunięciem fazowym (ang. *Phase Shifting methods*).

Sposoby odtwarzania hologramu cyfrowego

Jak już wspomniano, rekonstrukcja hologramu zapisanego na matrycy światłoczułej odbywa się numerycznie. Warto zauważyć, że pomijamy tutaj uciążliwy proces obróbki chemicznej, dodatkowym atutem jest fakt, że do odtworzenia nie potrzebujemy układu optycznego. W pewnym sensie wadą jest możliwość obejrzenia wyniku rekonstrukcji tylko w jednej płaszczyźnie jednocześnie (jednak wykorzystując obecne możliwości przetwarzania obrazów bez problemu można uzyskać trójwymiarowy model odtwarzanego z kolejnych płaszczyzn obiektu). Z drugiej strony, jest to również zaleta, ponieważ rozkład zarówno natężenia, jak i fazy możemy analizować w dowolnej wybranej przez siebie odległości od hologramu.

Wchodzimy tutaj w zagadnienie numerycznego modelowania propagacji światła. Modelowanie to można przeprowadzić bazując na dwóch głównych podejściach: rozkładzie na fale płaskie (zmodyfikowana metoda splotowa) oraz rozkładzie na fale sferyczne (inne metody modelowania). Udostępniony do wykonania niniejszego ćwiczenia program *LightSword* wykorzystuje zmodyfikowaną metodę splotową.

Przebieg ćwiczenia

- 1) Zapisać w interferometrze Macha – Zehndera hologram *off-axis* dwuwymiarowego obiektu, z kątem pomiędzy wiązkami wyznaczonym na podstawie zależności (3).
- 2) Odtworzyć hologram wg poniższych wskazówek:
 - a) Przygotować bitmapę do analizy numerycznej za pomocą jednego z programów graficznych (np. Gimp). Po wycięciu odpowiedniego fragmentu (wybieramy fragment o jednorodnym oświetleniu) kolejno przeprowadzić operacje: usunięcia składowych zielonej i niebieskiej, konwersji składowej czerwonej na obraz szaroodcieniowy, rozciągnięcie histogramu, umieszczenie fragmentu zdjęcia w odpowiednio dużej bitmapie (w ten sposób tworzy się plik wejściowy do obliczeń za pomocą programu *LightSword* 6.2).
 - b) Przygotowaną bitmapę wczytać do programu *LightSword* 6.2 jako natężenie. Należy pamiętać o ustawieniu odpowiedniego próbkowania (identycznego jak w matrycy aparatu fotograficznego użytego do zapisu hologramu).
 - c) Wczytany rozkład przepropagować do płaszczyzny obrazu pozornego (a więc na taką odległość, jaka była pomiędzy matrycą a obiektem). Ze względu na geometrię zapisu hologramu cyfrowego propagacja powinna być wykonana na odległość ujemną, aby wrócić do płaszczyzny obiektowej. Należy zwrócić uwagę, aby odległość została dokładnie wyznaczona, ponieważ ma to wpływ na jakość odtwarzanego obrazu – w innych płaszczyznach jest on nieostry.