

# Zjawisko tunelowe dla fal elektromagnetycznych

Studenckie Laboratorium Fizyki II  
Pierwszy rok studiów na Wydziałach Politechniki Warszawskiej  
opr. dr Mirosław Karpierz  
ver 1.0

**Uwaga : Przewodnik nie zawiera wystarczających informacji do uzyskania zaliczenia , a jedynie ma służyć pomocą przy studiowaniu tematu .**

Światło jest falą elektromagnetyczną czyli przemieszczającym się w przestrzeni zmiennym w czasie polem elektrycznym i magnetycznym. Pola te są ze sobą powiązane i prostopadłe względem siebie oraz prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali elektromagnetycznej. Oprócz światła widzialnego falami elektromagnetycznymi są m.in. fale radiowe, mikrofałe, podczerwień, ultrafiolet, promieniowanie rentgenowskie i promieniowanie gamma.

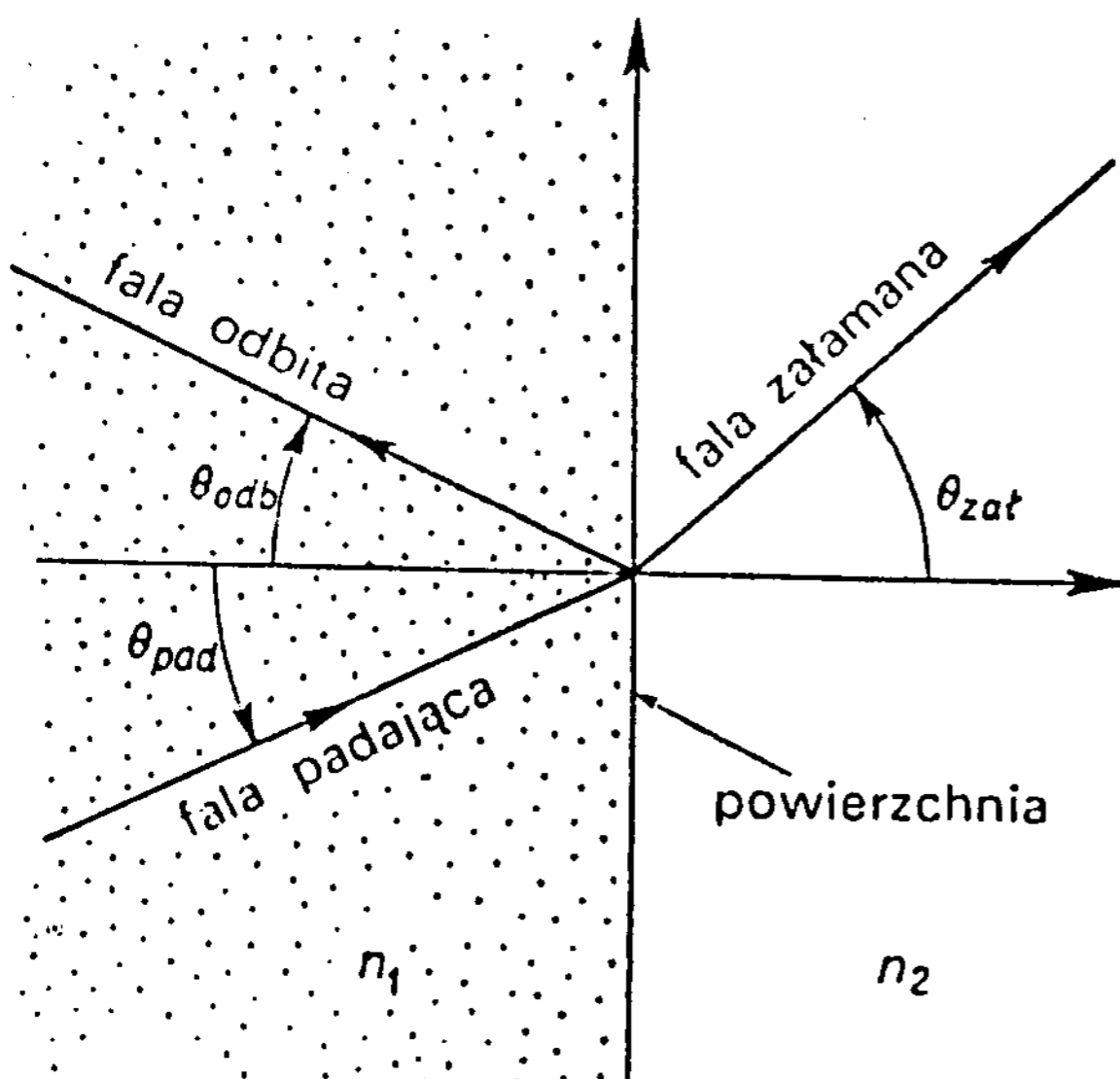
Fala elektromagnetyczna padając na granicę dwóch ośrodków ulega odbiciu i załamaniu (rys.1). Wiązka fali odbitej jest skierowana pod kątem  $\theta_{odb}$  równym kątowi padania  $\theta_{pad}$  zaś kąt fali załamanej określany jest przez prawo załamania Snelliusa (Snella):

$$n_1 \sin\theta_{pad} = n_2 \sin\theta_{zal} \quad (1)$$

gdzie  $n_1$  i  $n_2$  są współczynnikami załamania w obu ośrodkach. Współczynnik załamania określa prędkość rozchodzenia się fali w danym ośrodku, a dokładniej stosunek prędkości  $c$  fali elektromagnetycznej w próżni do prędkości  $v$  w danym ośrodku  $n=c/v$ . Ponieważ światło w każdym ośrodku nie może poruszać się szybciej niż w próżni, stąd współczynnik załamania przyjmuje wartości większe od jedności:  $n \geq 1$ . Należy zauważyć, że współczynnik załamania zależy od rodzaju fali elektromagnetycznej i np. w tym samym ośrodku ma inną wartość dla fal radiowych niż dla światła widzialnego.

Prawo załamania (1) obowiązuje w pewnym zakresie kątów padania: wyznaczając ze wz.(1) sinus kąta załamania:

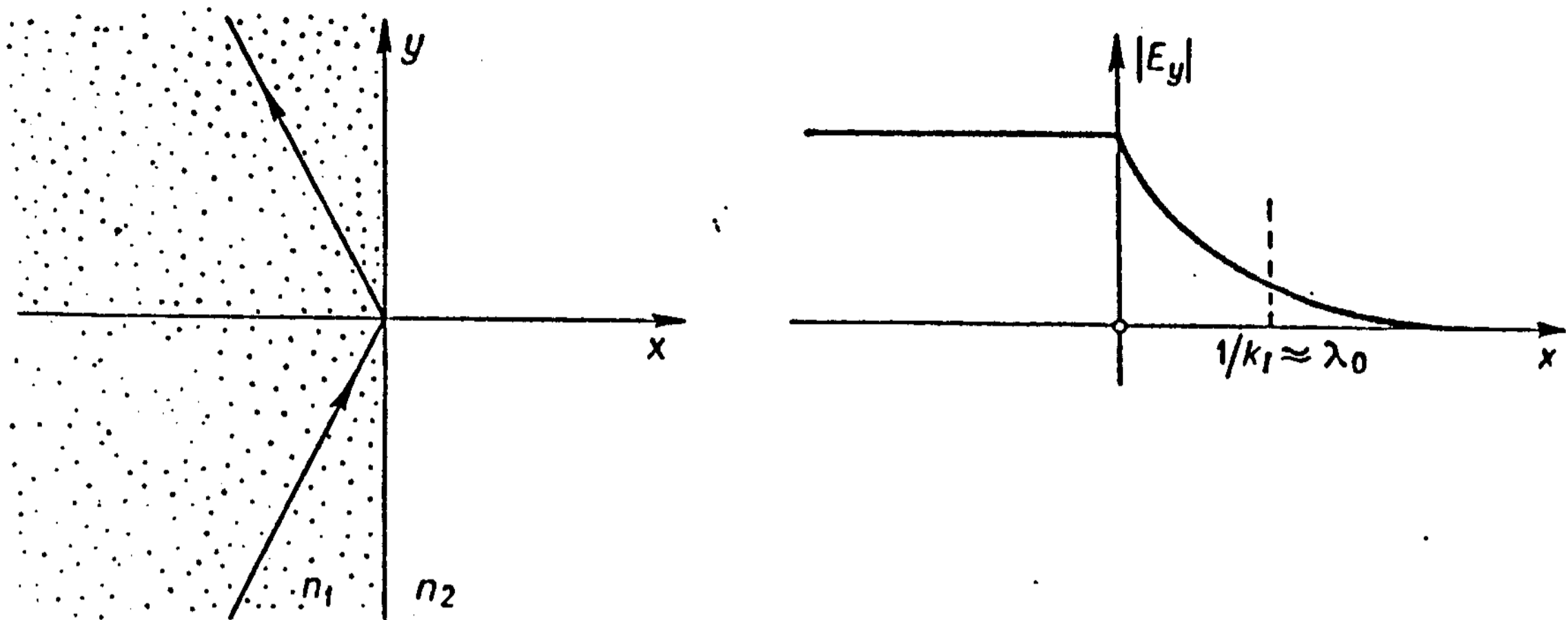
$$\sin\theta_{zal} = n_1/n_2 \sin\theta_{pad}$$



Rys. 1.

Odbicie i załamanie fal świetlnych na powierzchni. (Kierunki fal są prostopadłe do grzbietów fali.)

## Całkowite odbicie wewnętrzne



Rys. 2.

może okazać się, że przyjmuje on wartości większe od jedności. Z punktu widzenia fizyki oznacza to, że nie występuje wówczas fala załamana i nie można stosować tego prawa. Ma to miejsce, gdy  $n_1 > n_2$  i kąt padania jest większy od kąta granicznego  $\theta_{GR}$ , dla którego promień załamany propaguje się równoległe do powierzchni granicznej (tzn.  $\theta_{zał} = 90^\circ$ ), czyli

$$n_1/n_2 \sin\theta_{GR} = 1 \quad (2)$$

Dla kątów padania  $\theta_{pad} > \theta_{GR}$  fala załamana zatem nie występuje i fala elektromagnetyczna ulega tylko odbiciu - mamy wtedy do czynienia ze zjawiskiem całkowitego wewnętrznego odbicia.

Zanikanie wiązki światła na granicy dwóch ośrodków w zjawisku całkowitego wewnętrznego odbicia nie oznacza jednak, że pole elektryczne i magnetyczne fali elektromagnetycznej zanika w sposób skokowy na granicy dwóch ośrodków. Zarówno pole elektryczne jak i magnetyczne wnika na pewną głębokość do obszaru, w którym fala elektromagnetyczna się nie propaguje (rys.2).

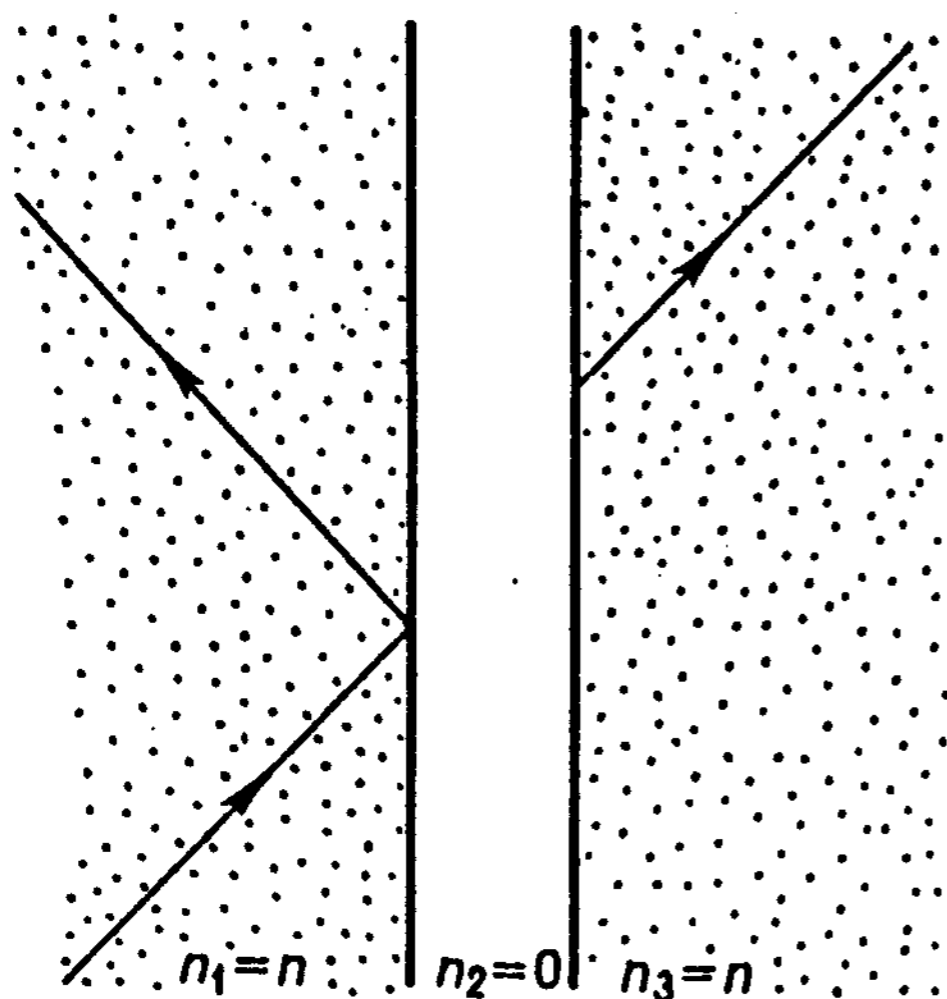
Jeżeli rozpatrywać będziemy pole elektryczne fali elektromagnetycznej propagujące się w ośrodku '2' (dla kątów padania, przy których występuje załamanie) to natężenie pola elektrycznego można zapisać w postaci:

$$E = E_0 \cos(\omega t - k_I x - k_{II} y) \quad (3)$$

gdzie  $E_0$  jest amplitudą,  $t$  czasem a  $x$  współrzędną prostopadłą do powierzchni,  $\omega$  zwane jest częstością i określa szybkość zmian pola w czasie zaś  $k_I$  jest składową wektora falowego i określa szybkość zmian pola w przestrzeni.

Wzór (3) dotyczy tzw. płaskiej fali monochromatycznej, czyli fali o określonej częstości  $\omega$  i określonym kierunku rozprzestrzeniania się (wartości składowych wektora falowego). Ogólna postać fali elektromagnetycznej jest złożeniem wielu fal o postaci (3) z różnymi wartościami  $\omega$  i  $k_I$ .

Jeśli fala określona wz.(3) propaguje się pod kątem  $\theta_{zał}$  do osi  $ox$  w ośrodku '2', to



Rys. 3.

Jeżeli w ośrodku istnieje mała przerwa — to odbicie wewnętrzne nie jest „całkowite”; poza tą przerwą pojawia się fala załamana

$$k_I = k_0 n_2 \cos \theta_{\text{zal}} = k_0 n_2 (1 - \sin^2 \theta_{\text{zal}})^{1/2}$$

gdzie  $k_0 = 2\pi/\lambda$  jest długością wektora falowego a  $\lambda$  jest długością fali w próżni. Przepisując powyższy wzór można wyrazić  $k_I$  jako funkcję kąta padania korzystając z prawa Snella (wz.(1)):

$$k_I = n_2 k_0 [1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \theta_{\text{pad}}]^{1/2} \quad (4)$$

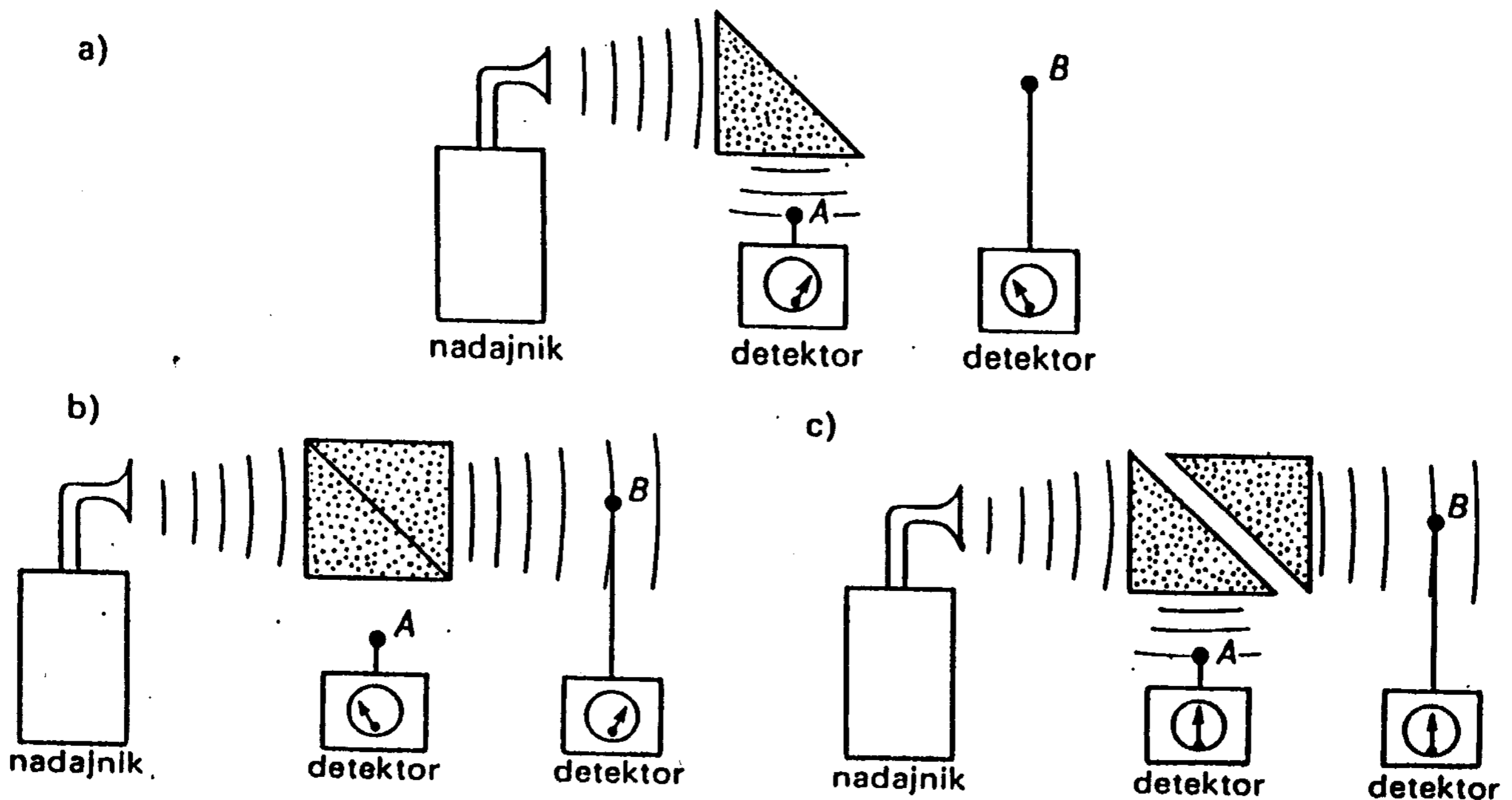
Jeżeli zwiększymy kąt padania powyżej kąta granicznego ( $\theta_{\text{pad}} > \theta_{\text{GR}}$ , czyli uzyskamy całkowite wewnętrzne odbicie), to wartość pod pierwiastkiem we wz.(4) stanie się ujemna. Oznacza to, że składowa wektora falowego  $k_I$  stanie się wielkością urojoną i stąd wz.(3) przyjmie postać:

$$E = E_0 \cos(\omega t - k_{II} y) \exp(-\gamma x) \quad (5)$$

gdzie  $\gamma^2 = -k_I^2$ , czyli  $\gamma = n_2 k_0 [(n_1/n_2)^2 \sin^2 \theta_{\text{pad}} - 1]^{1/2}$  jest liczba rzeczywista. Analizując wzór (5) widać, że pole elektryczne zanika w głąb obszaru (dla zwiększających się wartości  $x$ ) jak funkcja wykładnicza  $E \sim \exp(-\gamma x)$ , przy czym  $\gamma$  ma wartość rzędu  $1/\lambda$ . Jeśli jednak grubość warstwy w którym pole zanika wykładniczo jest mała a za nią znajduje się obszar w którym fala może się rozprzestrzeniać, to część światła przejdzie do tego obszaru (rys.3). Jest to tzw. efekt tunelowy, gdyż światło przenika przez obszar, w którym nie może się rozprzestrzeniać w postaci fali elektromagnetycznej.

Ogólnie zjawisko tunelowe jest zjawiskiem przenikania przez obszar "zabroniony". W mechanice kwantowej wiąże się ono z przenikaniem cząstek (np. elektronów) przez barierę potencjału. Opis dla tego zjawiska jest jednak identyczny jak dla fal elektromagnetycznych, gdyż w mechanice kwantowej cząstki opisuje się za pomocą funkcji falowej (fala materii) mającej postać analogiczną do fali elektromagnetycznej. Amplituda fali, która przeniknie przez warstwę związana jest z polem wykładniczo zanikającym w warstwie "zabronionej" (wz.(5)), czyli maleje wykładniczo z grubością warstwy. Stąd zjawisko przenikania fali elektromagnetycznej przez warstwę przy całkowitym wewnętrznym odbiciu ma miejsce, gdy warstwa ta ma grubość rzędu długości fali. Dlatego obserwacja zjawiska tunelowego jest łatwiejsza dla mikrofal, których długość fali jest rzędu centymetrów (dla światła widzialnego długość fali jest

## Demonstracja przenikania fal wewnętrznie odbitych



Rys. 4.

rzędu dziesiątych części mikrometra). Schemat przeprowadzenia doświadczenia przedstawiony jest na rys.4. Celem ćwiczenia jest znalezienie wykładniczego charakteru zaniku fali przenikającej przez obszar zabroniony w funkcji grubości tego obszaru.

### Pytania problemowe:

1. Kiedy zachodzi efekt całkowitego wewnętrznego odbicia?
2. Jak się zmienia natężenie pola elektrycznego fali elektromagnetycznej w zjawisku całkowitego wewnętrznego odbicia?
3. Czy zjawisko tunelowe występuje dla fal dźwiękowych i dla fal na powierzchni wody?

### Zagadnienia do przestudiowania:

1. Fala elektromagnetyczna, współczynnik załamania, prędkość fazowa, wektor falowy, amplituda, faza.
2. Warunki ciągłości pól na granicy dwóch ośrodków dielektrycznych, odbicie i załamanie fali na granicy dwóch ośrodków, całkowite wewnętrzne odbicie.
3. Zjawisko tunelowe dla fal elektromagnetycznych, zależność od grubości warstwy i od kąta padania.
4. Zjawisko tunelowe w mechanice kwantowej.

### Literatura:

- R.P.Feynman, R.B.Leighton, M.Sands, "Feynmana wykłady z fizyki", tom II, cz.2, PWN 1974, str. 226-245.  
J.R.Meyer-Arendt, "Wstęp do optyki", PWN 1977

**Uwaga: Przewodnik nie zawiera wystarczających informacji do uzyskania zaliczenia a jedynie ma służyć pomocą przy studiowaniu tematu.**