

Zadania dla Wydz Mechatroniki II
Zasady zachowania pędu, momentu pędu i energii

1. Poruszająca się kulka o masie m_1 zderza się sprężysto z nieruchomą cząstką o masie m_2 . Znaleźć względną zmianę energii kinetycznej cząstki poruszającej się, jeśli
- po zderzeniu porusza się ona pod kątem prostym względem pierwotnego kierunku
 - zderzenie jest centralne

odp.: a) $\frac{\Delta E}{E} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$; b) $\frac{\Delta E}{E} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$

2. Deuteron o masie 3.4×10^{-21} kg przyspieszony do prędkości 10^7 m/s zderza się z innym deuteronem będącym w spoczynku. a) Jeśli te dwie cząstki połączą się tworząc jądro helu, to jaka będzie prędkość tego jądra? b) Jądro helu rozpada się następnie na neutron o masie 5.1×10^{-21} kg i izotop helu o masie 5.1×10^{-21} kg. Jeżeli neutron wylatuje pod kątem prostym do kierunku początkowej prędkości z prędkością 5×10^6 m/s, to jaką wartość i kierunek ma prędkość izotopu helu

3. Na brzegu łodzi o ciężarze 70 N stoi pies o ciężarze 50 N. Jest on oddalony od brzegu o 7 m. Idąc wzdłuż łodzi w kierunku brzegu przebywa odległość 3 m i się zatrzymuje. Jak daleko od brzegu znajdzie się pies?

Odp. 5.25 m

4. Ciało o masie 5 kg uderza z prędkością 30 m/s w płytę stalową pod kątem 45° i odbija się z taką samą prędkością i pod tym samym kątem. Jak zmienia się wartość pędu ciała?

Odp. 210 kgm/s

5. Masa m wisi na sznurku o długości l . Druga identyczna masa sunie po powierzchni bez tarcia z prędkością v_0 . Do jakiej wysokości wzniesie się masa pierwsza, jeśli zderzenie jest sprężyste? Do jakiej wysokości wzniosą się obie masy i ile energii cieplnej zostanie wytworzone, jeśli zderzenie będzie całkowicie niesprężyste?

Odp.: $h_1 = v_0^2 / 2g$; $h_2 = v_0^2 / 8g$

6. Armata o masie M zaczyna swobodnie się zsuwać po płaszczyźnie tworzącej kąt α z poziomem. Gdy armata przebyła drogę l nastąpił wystrzał w kierunku poziomym, w wyniku czego pocisk uzyskał pęd p a armata zatrzymała się. Zaniedbując masę pocisku względem masy armaty, znaleźć czas trwania wystrzału

Odp. $\tau = \frac{p \cos \alpha - M \sqrt{2gl \sin \alpha}}{Mg \sin \alpha}$

7. Jednorodna tarcza o masie M i promieniu R obraca się swobodnie wokół nieruchomej osi przechodzącej przez jej środek. Wzdłuż promienia tarczy zamocowana jest prowadnica, po której może poruszać się bez tarcia niewielka masa m . Do masy m przymocowana jest cienka nić, której drugi koniec przewleczony jest w dół przez otwór w środku tarczy. W chwili początkowej masa znajdowała się na skraju tarczy poruszającej się z prędkością kątową ω_0 . Następnie do dolnego końca nici przyłożono siłę F , która spowodowała wolne przyciągnięcie nici do środka tarczy. Obliczyć prędkość kątową układu w funkcji odległości r masy od środka tarczy. Jaką pracę wykonała siła F na przyciągnięcie masy do środka tarczy?

$$\text{Odp.: } \omega = \frac{(\frac{1}{2}M + m)R^2 \omega_0}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2}; W = (\frac{1}{2}M + m) \frac{m}{M} R^2 \omega_0^2$$

8. Dwie poziome tarcze obracają się swobodnie względem pionowej osi przechodzącej przez środek. Ich o momenty bezwładności wynoszą I_1 i I_2 względem osi obrotu, a prędkości kątowe ω_1 i ω_2 . W pewnej chwili tarcza górna spadła na dolną, i dzięki tarcia pomiędzy ich powierzchniami po pewnym czasie zaczynają obracać się razem. Obliczyć ich wspólna prędkość kątową oraz pracę wykonaną przez siły tarcia.

$$\text{Odp. } \omega = \frac{I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2}{I_1 + I_2}; W = \frac{I_1 I_2 (\omega_1 - \omega_2)^2}{2(I_1 + I_2)}$$

9. Kulkę o masie wyrzucono z prędkością v_0 pod kątem α do poziomu. Znaleźć wartość momentu pędu kulki względem punktu z którego została wyrzucona w funkcji czasu.

$$\text{Odp. } L = 1/2 m g v_0 t \cos \alpha$$

10. Zamocowany jednym końcem pod sufitem pręt o masie M i długości L został puszczony swobodnie. W momencie przechodzenia przez pozycję pionową pręt uderzył w spoczywający na poziomej powierzchni klocek o masie m . Pręt po zderzeniu odchylił się o kąt Θ od pionu. W jakiej odległości zatrzyma się klocek, jeśli współczynnik tarcia klocka o podłoże wynosi μ .

$$\text{Odp.: } s = \frac{M^2 L}{6 \mu m^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2} \sin \Theta / 2} \right)$$

11. Kulka o masie m poruszająca się z prędkością v_0 zderza się sprężysto z jedną z kul doskonale sprężystej hantli. zderzenie jest centralne. Masa każdej z kul hantli wynosi $m/2$, a odległość między nimi jest równa l . Zaniedbując rozmiary kul znaleźć moment pędu hantli względem jej środka masy.

$$\text{Odp.: } L = l m v_0 / 3$$

12. Jednorodna cienka kwadratowa płyta o boku a i masie M może obracać się wokół nieruchomej, pionowej osi przechodzącej przez jeden jej bok. W środek płyty trafia kulka o masie m , lecąca z prędkością v_0 . Zderzenie jest sprężyste. Obliczyć prędkość kulki po zderzeniu i poziomą składową siły, jaką oś będzie działać na płytę po zderzeniu.

$$\text{Odp.: } u = \frac{3m - 4M}{3m + 4M} v_0; F = \frac{8m v_0^2}{a(1 + 4M/3m)^2};$$

13. Pręt o długości l i masie M leży na gładkim stole. Krążek hokejowy poruszający się z prędkością v uderza w pręt prostopadle w odległości d od jego końca. Zderzenie jest sprężyste. Znaleźć ruch pręta i krążka po zderzeniu. Jaka musi być masa krążka, aby pozostał w spoczynku po uderzeniu?

14. Gładki, jednorodny pręt AB o masie M i długości l obraca się swobodnie wokół pionowej osi przechodzącej przez punkt A . Z punktu A zaczyna ześlizgiwać się nawleczona na pręt niewielka masa m . Znaleźć prędkość tej masy względem pręta w chwili, gdy znajdzie się ona w punkcie B .

$$\text{Odp.: } u' = \omega_0 l / \sqrt{1 + 3m/M}$$

15. Pionowy pręt o długości l i masie M może się obracać wokół swego górnego końca. Lecząca poziomo kula o masie m trafiła w dolny koniec pręta i utkwiała w nim. Pręt wskutek zderzenia odchylił się o kąt α . Przyjmując, że $m \ll M$ obliczyć prędkość lecącej kuli oraz zmianę pędu układu pręt-kula w czasie zderzenia. W jakiej odległości od górnego końca pręta powinna trafić kula aby pęd układu nie uległ zmianie podczas zderzenia?

$$\text{Odp.: } u = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{2}{3} gl} \sin \frac{\alpha}{2}; \Delta p = M \sqrt{\frac{1}{6} gl} \sin \frac{\alpha}{2}; x = 2l/3$$

16. W górną krawędź prostopadłościanu o wymiarach $l \times l \times 2l$ o masie M leżącego poziomo w polu sił ciężkości uderza kulka o masie m lecąca z prędkością v . Przyjmując, że krawędź KK' prostopadłościanu jest umocowana do podłoża oraz że zderzenie jest sprężyste, a kulka odlatuje do tyłu, znaleźć prędkość kątową, którą uzyskuje klocek w chwili zderzenia. Jaka jest minimalna prędkość kulki, potrzebna do postawienia klocka pionowo? Moment bezwładności klocka względem osi przechodzącej przez środek masy i równoległej do KK' $I_0 = 5/12 M l^2$

$$\text{Odp. } v = \left(\frac{I}{Ml} + l \right) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Mg}{I} (\sqrt{5} - 1)}, \text{ gdzie } I = 5/3 M l^2$$

Skrypt zadania 2.1-2.8; 2.17-2.19