

1. Według teorii Bohra elektron w atomie wodoru krąży wokół jądra atomowego po orbicie kołowej. Obliczyć zmianę częstotliwości krążenia elektronu po umieszczeniu atomu wodoru w polu magnetycznym o wektorze indukcji  $B$  prostopadłym do płaszczyzny orbity elektronu.

**Odpowiedź:**

$$\Delta \nu = \frac{eB}{4\pi m}$$

2. Przez miedzianą płytkę o grubości  $a = 0,1\text{mm}$  i szerokości  $b = 20\text{mm}$  płynie prąd o natężeniu  $I = 5\text{A}$ . Płytkę umieszczono w polu magnetycznym, którego wektor indukcji  $B = 2\text{T}$  jest prostopadły do płaszczyzny płytki. Obliczyć:

a. natężenie pola elektrycznego wytworzonego w płytce w kierunku prostopadłym do kierunku przepływu prądu,

b. stosunek natężenie pola elektrycznego wytworzonego w płytce w kierunku prostopadłym do kierunku przepływu prądu do natężenia pola elektrycznego wzdłuż kierunku przepływu prądu.

Koncentracja elektronów w miedzi wynosi  $n = 1,1 \cdot 10^{29}/\text{m}^3$ , oporność właściwa miedzi wynosi  $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m}$ . Ładunek elementarny  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ .

**Odpowiedź:**

a.  $E = \frac{IB}{neab} = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{V/m}$

b.  $\frac{E_y}{E_x} = \frac{B}{ne\rho} = 6,6 \cdot 10^{-3}$

3. Przez długi przewód cylindryczny o promieniu  $R$  płynie prąd elektryczny z gęstością powierzchniową  $j = j_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ , gdzie  $r$  - odległość od osi przewodu. Obliczyć wartość wektora indukcji pola magnetycznego wewnątrz i na zewnątrz przewodu.

**Wskaźówka.** Zastosować **metodę Ampere'a**.

**Odpowiedź:**

$r < R$  wewnątrz przewodu  $B(r) = \frac{\mu_0 j_0}{2} \cdot r \left(1 - \frac{2r}{3R}\right)$

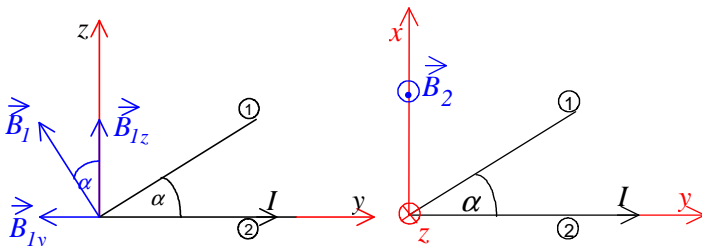
$r = R$  na powierzchni przewodu  $B(R) = \frac{\mu_0 j_0 R}{6} = \frac{\mu_0 I(R)}{2\pi R}$

$r > R$  na zewnątrz przewodu  $B(r) = \frac{\mu_0 j_0 R^2}{6} = \frac{\mu_0 I(R)}{2\pi r}$

dla  $r = \frac{3}{4}R$   $B_{\max} = \frac{3}{16} \mu_0 j_0 R = \frac{9}{8} B(R)$

4. Bardzo długi, cienki przewód prostoliniowy zgięto pod kątem  $\alpha$ . Zakładając, że przez przewód płynie stały prąd o natężeniu  $I$  wyznaczyć wektor indukcji pola magnetycznego w odległości  $x$  od wierzchołka kąta  $\alpha$ , na prostej prostopadłej do płaszczyzny przewodu w punkcie zgięcia przewodu.

**Odpowiedź.**



Na pierwszym rysunku wektory  $B$  punkcie położonym na osi  $OX$  zostały rzutowane na płaszczyznę  $YZ$ , w której leży przewód

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} [0, -\sin \alpha, \cos \alpha - 1]$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$$

dla  $\alpha = 180^\circ$  (przewód wyprostowany) otrzymujemy  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} [0, 0, -1]$ .

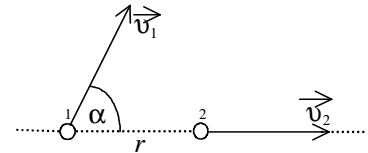
W takim przypadku wynik ten można bardzo łatwo otrzymać z prawa Ampere'a.

5. W dwóch równoległych, cienkich przewodach prostoliniowych o długości  $l$  płyną zgodne prądy o natężeniach równych  $I$ . Odległość między przewodami jest równa  $a$ . Obliczyć siłę, jaką jeden przewód działa na drugi.

**Odpowiedź.**

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} (\sqrt{a^2 + l^2} - a)$$

6. Dwa elektrony poruszają się z nierelatywistycznymi prędkościami  $v_1$  i  $v_2$  w laboratoryjnym układzie odniesienia. Obliczyć siłę, jaką pierwszy elektron działa z odległości  $r$  na elektron drugi, w sytuacji przedstawionej na rysunku.



**Odpowiedź.**

$$F = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} \sqrt{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2} \sin \alpha} \approx \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

7. W polu magnetycznym wytworzonym wokół bardzo długiego, cienkiego przewodu prostoliniowego, w którym płynie prąd o natężeniu  $I$ , porusza się ze stałą prędkością  $\vec{v}$  metalowy pręt o długości  $l$ . Prędkość jest prostopadła do pręta. Obliczyć stosunek wartości napięcia między końcami pręta dla dwóch sposobów przesuwania pręta:

- wektor  $\vec{v}$  jest równoległy do przewodu
- wektor  $\vec{v}$  jest prostopadły do przewodu

Skomentować otrzymany wynik.

**Odpowiedź.**

$$\text{a. } U_1 = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{l}{d}\right) = \text{const}$$

$$\text{b. } U_2 = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \cdot \frac{l}{d + vt}$$

W pierwszym przypadku napięcie ma stałą wartość (pręt porusza się tak, że średnia wartość wektora indukcji magnetycznej jest stała), natomiast w drugim przypadku napięcie maleje w miarę oddalania się od długiego przewodu (pręt przemieszcza się w obszary coraz słabszego pola). Zatem stosunek napięć jest zależny od czasu.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{d + vt}{l} \ln\left(1 + \frac{l}{d}\right)$$

8. W odległości  $a$  od nieskończenie długiego przewodu prostoliniowego w którym płynie prąd o natężeniu  $I$  umieszczono kwadratowy obwód o boku  $a$  i oporności  $R$ . Obliczyć:

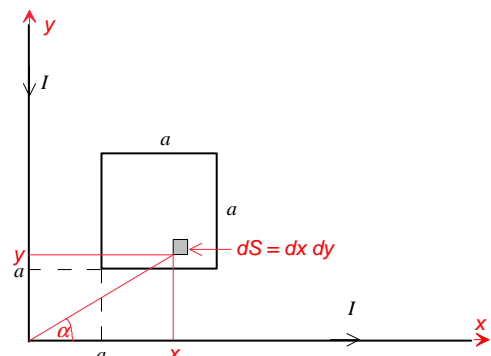
- strumień pola magnetycznego przez powierzchnię obwodu.
- ładunek jaki przepłynie w obwodzie po wyłączeniu prądu  $I$ .
- energię przekazaną do obwodu, przy założeniu, że zanik prądu  $I$  ma charakter eksponencjalny, z czasem relaksacji  $\tau$ .

**Odpowiedź.**

$$\text{a. } \Phi_B = 2 \cdot \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \int_a^{2a} \left( \int_a^{2a} \frac{x}{y \sqrt{x^2 + y^2}} dx + \int_a^{2a} \frac{dx}{y} \right) dy \right] = 1,19 \frac{\mu_0 a}{2\pi} \cdot I$$

$$\text{b. } Q = \int_l^0 -1,19 \frac{\mu_0 a}{2\pi R} \cdot dI = 1,19 \frac{\mu_0 a I}{2\pi R}$$

Warto zauważyć, że wartość tego ładunku jest niezależna od rodzaju funkcji opisującej zanik prądu.



$$c. W = \frac{1}{2R\tau} \left( 1,19 \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \right)^2$$


---

9. Na długich poziomych szynach spiętych opornikiem o oporności  $R$  leży pręt o masie  $m$  i długości  $l$ . Wektor indukcji  $\vec{B}$  stałego, jednorodnego pola magnetycznego jest skierowany przeciwnie do wektora natężenia pola grawitacyjnego  $\vec{g}$ . Obliczyć moc potrzebną do przesuwania pręta ze stałą prędkością  $\vec{v}$ . Zaniedbać oporność szyn i pręta oraz tarcie pręta o szyny.

**Odpowiedź:**  $P = RI^2 = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$

10. Z dwóch odcinków cienkiego drutu o tej samej długości wykonano odpowiednio a) jeden zwój kołowy, b) ściśle do siebie przylegające dwa zwoje kołowe. Porównać wartość natężenia pola magnetycznego w przypadkach a) i b) (w środku zwojów), przy założeniu, że przez oba elementy przepływa prąd stały o takim samym natężeniu.

11. Przez obwód w kształcie łuku o promieniu krzywizny  $R_0$ , opartym na kącie środkowym  $\alpha$ . Przez łuk przepływa prąd stały o natężeniu  $I$ . Wyznaczyć wektor indukcji w środku krzywizny tego łuku.

12. Przez zwój kołowy o promieniu  $R_0$  przepływa prąd stały o natężeniu  $I$ . Zwój ten zgięto pod kątem prostym wzdłuż jednej ze średnic. Wyznaczyć wektor  $H$  we wspólnym środku krzywizny obu półzwojów.

13. dwa płaskie zwoje kołowe o promieniach  $a=R_0$  i  $b=2R_0$  leżą w jednej płaszczyźnie i mają wspólny środek. W obwodzie o mniejszym promieniu płynie prąd stały o natężeniu  $I$ . Określić wartość i kierunek prądu w zwoju o większym promieniu, jeżeli natężenie pola magnetycznego w środku krzywizny obu zwojów wynosi 0.

14. Ładunek ujemny rozmieszczono równomiernie z gęstością powierzchniową  $s$  na cienkiej półkulistej czaszy dielektrycznej o promieniu  $R_0$ . Czasza obraca się wokół osi przechodzącej przez środek krzywizny czaszy i prostopadłej do jej podstawy z prędkością kątową  $\omega$ . Obliczyć wektor natężenia pola magnetycznego w środku krzywizny czaszy.

15. Prze nieskończenie długi, cienki i płaski pasek przewodnika o szerokości  $a$  (w kierunku osi  $X$ ) płynie prąd stały o natężeniu  $I$ . Obliczyć wektor  $H$  w dowolnym punkcie osi  $y$ , przy założeniu, że pasek leży w płaszczyźnie  $XZ$ , a kierunek przepływu prądu jest zgodny ze zwrotem osi  $Z$ .

16. Na powierzchni kuli dielektrycznej o promieniu  $R_0$  umieszczono ładunek dodatni  $Q$ . Kula obraca się z prędkością kątową  $\omega$  wokół osi przechodzącej przez środek kuli. Wyznaczyć moment magnetyczny kuli.

17. W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$  w płaszczyźnie prostopadłej do linii pola wiruje ze stałą prędkością kątową w prostoliniowy cienki pręt o długości  $L$ . Oś obrotu znajduje się na jednym z końców pręta. Obliczyć SEM indukowaną w pręcie.

18. Prostoliniowy cylindryczny przewód o stałym przekroju poprzecznym wykonano z jednorodnego przewodzącego materiału. Średnica przewodu wynosi  $d$ , a jego długość  $L$ . Obliczyć współczynnik indukcyjności związany z polem magnetycznym istniejącym wewnątrz przewodu.

19. W obwodzie RLC zachodzą elektromagnetyczne drgania wymuszone pod wpływem napięcia  $U(t) = U_0 \sin \omega t$ . Obliczyć średnią moc pochłanianą przez obwód w ciągu jednego okresu drgań. Dla jakiej wartości częstości wymuszania wartość tej mocy jest największa?

**Odpowiedź:**  $P(\omega) = \frac{U_0^2}{2L^2} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}$ ,  $P_{\max} = P(\omega_0) = \frac{U_0^2}{2R}$