

# Zadania z Fizyki I dla Wydziału Mechatroniki cz I

## Kinematyka

1. Ruch punktu w przestrzeni dany jest układem równań:

$$x=bt$$

$$y=ct$$

$$z=dt^2$$

gdzie b, c, d – stałe dodatnie.

Znaleźć i narysować tor punktu oraz wartość prędkości, z jaką punkt oddala się od początku układu współrzędnych.

Odp.:  $v=(b^2+c^2+2d^2t^2)^{1/2}$

2. Równania ruchu dwóch punktów obserwowanych z danego układu współrzędnych wyglądają następująco:

$$\mathbf{r}_1(t)=(0,2,0)+(3,1,2)t+(1,1,0)t^2$$

$$\mathbf{r}_2(t)=(1,0,1)+(0,2,1)t$$

Znaleźć: a) prędkość  $\mathbf{u}$  punktu drugiego względem pierwszego, b) przyspieszenie  $\mathbf{a}$  drugiego względem pierwszego

Odp:  $\mathbf{u}=(-3,1,-1)-(2,2,0)t$ ;  $\mathbf{a}=(2,2,0)$

3. Z samolotu lecącego na stałej wysokości z prędkością  $v_1$  wyskoczył nad punktem P spadochroniarz. Skoczek otworzył spadochron po czasie  $t_1$  a na ziemi wylądował po czasie  $t_2$ . Zakładając, że od razu po otwarciu spadochronu poruszał się on  **pionowo**  ruchem jednostajnym z prędkością  $v_2$ , obliczyć: a) prędkość samolotu względem skoczka w funkcji czasu; b) odległość r samolot-skoczek w funkcji czasu (narysować)

Odp.:  $t < t_1$ :  $v=-gt$ ,  $r=gt^2/2$ ;  $t_1 < t < t_2$ :  $v=v_1-v_2$ ,  $r=gt_1^2/2+v(t-t_1)$

4. Punkt materialny porusza się w płaszczyźnie xy, przy czym jego ruch opisany jest równania

$$x=at$$

$$y=bt-ct^2,$$

gdzie  $a=50\text{cm/s}$ ,  $b=200\text{cm/s}$ ,  $c=25\text{cm/s}^2$ . Znaleźć po upływie czasu  $t=3\text{s}$ : a) **wartość** prędkości i przyspieszenia punktu; b) kąt między wektorami prędkości i przyspieszenia

Odp.:  $0.71\text{ m/s}$ ,  $0.5\text{ m/s}^2$ ,  $135^\circ$

5. Przeanalizować rzut poziomy i ukośny jako złożenie dwóch ruchów, jednostajnego i jednostajnie zmiennego oraz wyznaczyć: a) równanie toru, b) zasięg rzutu, c) maksymalną wysokość, na jaką wzniesie się ciało?

Odp.: a)  $y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$ , b)  $x = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ , c)  $h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$ .

6. Pocisk wystrzelono pod kątem  $30^\circ$  do poziomu. Składowa pionowa prędkości początkowej jest  $v_y=100\text{ m/s}$ . Opór powietrza zanedbujemy. a) jaka jest prędkość początkowa? b) jeśli T jest czasem całkowitego przelotu, jaka jest wartość  $v_y$  oraz przyspieszenia dla  $t=1/2T$ , dla  $t=1/4T$  i dla t bliskiego T? c) Wykreśl zależność  $y(t)$ .

Odp.: a)  $200\text{m/s}$ ; b)  $0$ ,  $50\text{ m/s}$ ,  $-100\text{ m/s}$

7. Z jakiej wysokości należy puścić swobodnie ciało, aby zostało trafione przez pocisk wystrzelony z armaty z prędkością  $v_0$  pod kątem  $\alpha$  do poziomu, jeśli armata znajduje się w odległości d od miejsca przewidywanego upadku ciała?

Odp.  $H=dtg\alpha$

8. Z toczącego się koła o promieniu  $R$  odrywa się z tylnej części na poziomie osi grudka ziemi. Z jaką prędkością powinno toczyć się koło, aby grudka z powrotem uderzyła w to samo miejsce koła z jakiego się oderwała?

Odp.:  $v = \sqrt{\pi R n g}$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$ .

9. Z jaką prędkością należy wystrzelić pocisk z armaty ustawionej pod kątem  $\alpha$ , aby trafił on w ciało puszczone swobodnie jednocześnie z wystrzałem. Ciało znajduje się na przedłużeniu osi armaty.

Odp.: z dowolną

10. Balon powietrzny odrywa się od powierzchni Ziemi i unosi pionowo w górę ze stałą prędkością  $v_0$ . Wiatr nadaje mu prędkość poziomą  $v_x = by$ , gdzie  $b$  jest stałą, a  $y$  – wysokość balonu. Znaleźć tor  $x(y)$  oraz przyspieszenie balonu.

Odp.:  $x = \frac{b}{2v_0} y^2$ ,  $a = bv_0$

Oraz zadania i przykłady z rozdz. 1.1 ze skryptu

## I, II i III zasada dynamiki

1. Na gładkim stole (bez tarcia) leżą obok siebie dwa klocki o masach  $M = 4 \text{ kg}$  i  $m = 1 \text{ kg}$ . Na klocek  $M$  działa pozioma siła  $F = 5 \text{ N}$ . Obliczyć, ile wynoszą siły wzajemnego oddziaływania klocków na siebie.

Odp.:  $F_1 = \frac{F \cdot m}{M + m} = 1 \text{ [N]}$ .

2. Dwa klocki (jak w zad.1) połączone są nicią o wytrzymałości na zerwanie  $Z = 10 \text{ N}$ . Z jaką największą siłą  $F$  można ciągnąć klocek o masie  $m$ , tak aby nić nie uległa zerwaniu? Czy wartość tej siły ulegnie zmianie, jeśli będziemy ciągnąć za klocek o masie  $M$ ?

Odp.:  $F = \frac{Z(M+m)}{M} = 12.5 \text{ [N]}$ . Tak i wynosi wówczas  $F = \frac{Z(M+m)}{m} = 50 \text{ [N]}$ .

3. Tramwaj składa się z dwóch wagonów o masach  $m_1$  i  $m_2$ , z których tylko pierwszy ma silnik o sile ciągu  $F_c$ . Siła tarcia działająca na koła wagonu motorowego jest równa  $T$ . Z jaką siłą wagon motorowy ciągnie drugi wagon?

Odp.:  $N = \frac{F_c - T}{m_1 + m_2} \cdot m_2$ .

4. Przez nieruchomy bloczek przerzucona jest nieważka i nierozciągliwa linka, na końcach której przymocowane są masy  $m_1 = 1 \text{ kg}$  i  $m_2 = 3 \text{ kg}$ . Obliczyć: a) przyspieszenie  $a$  z jakim poruszają się masy, b) siły  $N$  napinające linkę, c) całkowitą siłę  $R$  działającą na oś bloczka. Masę bloczka oraz tarcie zaniedbujemy. Przyspieszenie ziemskie  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Odp.:  $a = g \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}$ ,  $N = \frac{2m_2 m_1}{m_2 + m_1} g$ ,  $R = 2N$ .

5. Dziecko ciągnie z siłą  $F$  pociąg zabawkę składającą się z 5 wagoników o takiej samej masie  $m$ . Zaniedbując tarcie obliczyć napięcie sznurków  $T_1, T_2, T_3, T_4$  między parami kolejnych wagoników. Jakie jest przyspieszenie?

Odp.:  $4/5F, 3/5F, 2/5F, 1/5F$ ;  $a = F/5m$

6. Dwa klocki o masach  $m_1 = 2 \text{ kg}$  i  $m_2 = 4 \text{ kg}$  połączone są sznurkiem, a do wierzchu górnego klocka o masie  $2 \text{ kg}$  jest przyczepiony drugi sznurek. Klocki ciągnie w dół siła przyciągania ziemskiego. a) Jaka siłę trzeba przyłożyć do górnego sznurka, aby klocki były nieruchome? b) jaką siłę  $F$  trzeba przyłożyć do górnego sznurka, aby nadać klockom przyspieszenie w górę  $2 \text{ m/s}^2$ ? Jakiego wtedy jest napięcie sznurka łączącego oba klocki?

Odp.:  $F=58.8 \text{ N}$ ,  $F=70.8 \text{ N}$ ,  $T=47.2 \text{ N}$

7. Po gładkim stole pchane są od tyłu przez poziomą siłę  $F$  4 jednakowe klocki, każdy o masie  $m$ . Jakiego jest przyspieszenie pierwszego od prawej klocka? Jaką siłą ostatni klocek działa na przedostatni?

Odp.:  $a=F/4m$ ,  $F_x=0.75F$

8. Człowiek ciągnie po podłodze skrzynkę ważącą  $75 \text{ N}$  za linę nachyloną pod kątem  $15^\circ$  do poziomu. Jeśli współczynnik tarcia statycznego wynosi  $0.5$ , to ile musi wynosić napięcie liny, aby skrzynkę poruszyć?

Odp.:  $34 \text{ N}$

9. Znaleźć efektywny współczynnik tarcia kół samochodu o nawierzchnię drogi, jeśli wiadomo, że przy szybkości samochodu  $v = 10 \text{ m/s}$  droga hamowania wynosiła  $s = 8 \text{ m}$ . Przyjmując, że podczas hamowania samochód poruszał się ruchem jednostajnie opóźnionym ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

Odp.:  $0.625$

10. Platforma o masie  $M$  i długości  $L$  porusza się ze stałą prędkością  $v_0$ . W pewnej chwili na początku platformy położono kamień. Jaki warunek musi spełniać współczynnik tarcia między platformą a kamieniem aby kamień z niej nie spadł?

Odp.:  $f > \frac{v_0^2}{2gL(1 + \frac{m}{M})}$

11. Na klocku o masie  $5 \text{ kg}$  położono klocek o masie  $4 \text{ kg}$ . Aby wywołać ślizganie się górnego klocka po dolnym, jeśli dolny jest przytwierdzony do podłoża należy podzielać siłą  $12 \text{ N}$ . Znaleźć maksymalną wartość poziomej siły, jaką można przyłożyć do dolnego kocka aby poruszały się razem, jeśli klocki znajdują się na gładkim podłożu oraz przyspieszenie nadane klockom

Odp.  $27 \text{ N}$ ,  $3\text{m/s}^2$

12. Balon o całkowitej masie  $M$  opada pionowo w dół z opóźnieniem  $a$ . Ile balastu należy wyrzucić z kabiny, aby nadać mu przyspieszenie *a skierowane do góry*?

Odp.:  $\Delta m = 2Ma/(a+g)$

13. Cząstka o masie  $m = 3 \text{ kg}$  porusza się po wpływem siły  $\mathbf{F}$  zależnej od czasu w sposób następujący:

$$\mathbf{F} = (15t, 3t-12, -6t^2) \text{ N}$$

Przyjmując warunki początkowe:  $\mathbf{r}_0 = (5, 2, -3) \text{ m}$ ,  $\mathbf{v}_0 = (2, 0, 1) \text{ m/s}$  znaleźć zależność położenia i prędkości cząstki od czasu oraz prędkość i położenie po  $1 \text{ s}$ .

Odp.:  $\mathbf{v} = (9/2, -7/2, 1/3) \text{ m/s}$ ;  $\mathbf{r} = (49/6, 1/6, -13/6) \text{ m}$ .

14. Równania ruchu cząstki o masie  $m = 0.5 \text{ kg}$  są następujące:

$$x = 5t^2 - t$$

$$y = 2t^3$$

$$z = -3t + 2$$

Znaleźć zależność od czasu prędkości cząstki, pędu, przyspieszenia, siły działającej na cząstkę oraz mocy przekazywanej cząstce.

Odp.:  $\mathbf{F} = (5,6t,0)$  [N],  $\mathbf{Fv} = 36t^3 + 50t - 5$  [W]

15. Rzucono pionowo w górę z prędkością  $v_0$  piłkę o masie  $m$ . Siła oporu powietrza działająca na piłkę dana jest wzorem  $\mathbf{F} = -kv$ . Znaleźć równanie ruchu piłki, czas lotu do najwyższego punktu toru i położenie tego punktu.

Odp.:  $t_1 = \frac{m}{k} \ln\left(1 + \frac{v_0}{v_\infty}\right)$ ;  $x_{\max} = \frac{m}{k} \left[ v_0 - v_\infty \ln\left(1 + \frac{v_0}{v_\infty}\right) \right]$  gdzie  $v_\infty = \frac{mg}{k}$

16. Człowiek o masie 80 kg osiąga przy spadaniu swobodnym w powietrzu  $v_k = 50$  m/s. Spadochroniarz o tej samej masie osiąga  $v_k = 5$  m/s. Jakie są wartości współczynnika oporu w tych przypadkach? Ile wyniesie droga przebyta w czasie  $t = 10$  s jeśli prędkość początkowa jest równa zeru?

Odp.:  $s_1 = 283$  m,  $s = 50$  m

17. Żaglówka porusza się ze stałą prędkością  $v_0$ . Po zwinięciu żagla działa na nią tylko siła oporu proporcjonalna do kwadratu prędkości  $F = -kv^2$ . Na jakiej drodze jej szybkość spadnie do połowy?

Odp.  $s = \frac{m}{k} \ln 2$

18. Znaleźć zależność od prędkości siły oporu działającej na ciało o masie  $m$ , które poruszając się wzdłuż osi  $x$  przebywa odcinek  $(0, x)$  w czasie  $t = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  - stałe)

Odp.  $F = -2av^3$

19. Na gładkiej poziomej płaszczyźnie leży deska o masie  $m_1$  a na niej klocek o masie  $m_2$ . Do klocka przyłożono siłę  $F = bt$  ( $b = \text{const.}$ ). Znaleźć zależność przyspieszenia deski i klocka od czasu, jeśli współczynnik tarcia między deską a klockiem wynosi  $k$ . Sporządzić wykres.

Odp.: dla  $t < t_0$   $a_1 = a_2 = bt / (m_1 + m_2)$  kg; dla  $t > t_0$   $a_1 = m_2 g k / m_1$ ,  $a_2 = (bt - m_2 k g) / m_2$  gdzie  $t_0 = m_2 (m_1 + m_2) g k / b m_1$

20. Ciało o ciężarze 100 N porusza się pod wpływem zmiennej siły  $F = p(q-t)$ , gdzie  $p = 100$  N/s,  $q = 1$  s. Po jakim czasie ciało zatrzyma się, jeżeli w chwili  $t = 0$  prędkość jego wynosiła  $v_0 = 0.2$  m/s, a siła miała kierunek prędkości. Jaką drogę przebędzie ciało do chwili zatrzymania się?

Odp.: 2.02 s, 7.1 m