

Pole grawitacyjne

1. Satelita Ziemi jest na orbicie kołowej na wysokości 386000 km od środka Ziemi. Jaki jest (w dniach) jego okres obiegu? Dana jest masa Ziemi 6×10^{24} kg.

Odp.: 27,6

2. Satelita porusza się po orbicie kołowej o promieniu $R=1 \times 10^4$ km w płaszczyźnie równika. Nad pewnym punktem na równiku pojawia się w odstępach czasu 11.6 h. Znaleźć masę Ziemi. G wynosi 6.6710^{-11} Nm²/kg².

4. Jaki musi być promień orbity (kołowej) satelity Ziemi, aby wykonywał on jeden obieg dziennie?

Odp.: 42000 km

5. Obliczyć energię potencjalną ciała o masie m znajdującego się w polu grawitacyjnym Ziemi i Księżyca w funkcji odległości od środka Ziemi (dla $r > R_Z$). Masa Ziemi M_Z , a masa Księżyca M_K ($M_Z = 81 M_K$), odległość między Ziemią a Księżycem wynosi d . W którym punkcie (lub punktach) natężenie pola grawitacyjnego wytworzonego przez Ziemię i Księżyc będzie równe zero ? Jaka będzie energia potencjalna oraz natężenie pola dla ciała o masie m , gdy znajdzie się ono na powierzchni Ziemi ? i na powierzchni Księżyca ? Czy to są jedyne odpowiedzi ? Jaką prędkość musi mieć ciało wyrzuczone z powierzchni Ziemi, aby osiągnąć powierzchnię Księżyca?

Odp.: $u > 2 \sqrt{g_o R_z \left(1 - \frac{R_z}{r_x} - \frac{R_z}{81(d - r_x)} \right)}$, gdzie $r_x = 0.9d$.

6. Wyznaczyć prędkość ucieczki cząsteczki z atmosfery znajdującej się na wysokości 1000 km nad powierzchnią a) Ziemi b) Marsa

Odp.: 1×10^4 m/s, 6 m/s

7. Każda z gwiazd wchodzących w skład gwiazdy podwójnej ma masę 3×10^{30} kg. Obracają się one wokół ich wspólnego środka masy w odległości 10^{11} m od niego.

a) jaka jest ich wspólna prędkość kątowa ?

b) jeśli meteoryt przechodzi przez środek masy, prostopadle do linii łączącej gwiazdy, jaka musi być jego prędkość, aby mógł uciec z pola grawitacyjnego gwiazdy podwójnej ?

Odp.: a) 2×10^{-7} rad/s; b) 9×10^4 m/s

8. Para gwiazd obraca się dokoła wspólnego środka masy. Jedna z gwiazd ma masę M , druga $2M$. Ich środki znajdują się w odległości d dużo większej od ich rozmiarów. Jaki jest okres ich obrotu dokoła wspólnego środka masy? Znaleźć stosunek ich momentów pędu oraz energii kinetycznych.

Odp.: $T = \frac{2\pi d^{3/2}}{\sqrt{3GM}}$, 2, 2.

9. Mała planeta porusza się po torze eliptycznym wokół gwiazdy o masie M . Gwiazda znajduje się w jednym z ognisk elipsy. Obliczyć prędkość planety w punktach r_{\max} i r_{\min} maksymalnego i minimalnego oddalenia od gwiazdy.

Odp.: $v_{\max} = \sqrt{\frac{2GM r_{\min}}{r_{\max}(r_{\min} + r_{\max})}}$, $v_{\min} = \sqrt{\frac{2GM r_{\max}}{r_{\min}(r_{\min} + r_{\max})}}$

10. Obliczyć średnią gęstość Ziemi, jeśli wiadomo, że promień Ziemi $R = 6,37 \cdot 10^3$ km, a przyspieszenie ziemskie $g = 9,81$ m/s² ?

Odp.: 5500 kg/m³

11. Z fikcyjnego wzniesienia znajdującego się na biegunie Ziemi wystrzelono dwa pociski o jednakowej prędkości u_0 . Początkowa prędkość jednego z nich ma kierunek promienia Ziemi, a prędkość drugiego ma kierunek prostopadły do promienia ziemskiego i pocisk ten porusza się po torze eliptycznym. Który pocisk osiągnie największą odległość od Ziemi? Obliczyć stosunek R_1/R_2 maksymalnych odległości od Ziemi obu pocisków. Prędkość $v_0 > \sqrt{gR_0}$, gdzie R_0 promień Ziemi. Opór powietrza zaniedbać.

Odp.: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{2g_0R}{u_0^2}$

Skrypt zad. 5.2-5.6, 5.15,5.18