

## Kinematyka i dynamika relatywistyczna

1. Znaleźć taki przedział prędkości, dla którego wnioski ze szczególnej teorii względności pokrywają się z wnioskami z mechaniki klasycznej z dokładnością do 1%

Odp.:  $v/c < 1/7$

2. Względem układu O porusza się ze stałą prędkością  $v$  wzdłuż osi  $x$  układ  $O'$ . W układzie  $O'$  znajduje się pręt o długości  $l_0$  tworzący kąt  $\varphi'$  z osią  $x'$ . Jaką długość pręta i jaki kąt zmierzy obserwator O?

$$\text{Odp.: } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 \varphi'$$

3. Objętość sześcianu, spoczywającego w układzie laboratoryjnym wynosi  $1 \text{ m}^3$ . Ile będzie wynosiła objętość tego sześcianu, gdy będzie się poruszał z prędkością  $v = 0.5c$ ?

Odp:  $0.65 \text{ m}^3$

4. Cząstka elementarna porusza się z prędkością  $v = 0.9c$ . Jaką drogę przebędzie cząstka poruszająca się od momentu jej powstania do momentu rozpadu, jeśli jej własny czas życia wynosi  $10^{-6} \text{ s}$ ?

Odp.:  $620 \text{ m}$

5. Obliczyć, z jaką prędkością zostały wyprodukowane leptony  $\mu$  w atmosferze, na wysokości  $44 \text{ km}$  nad Ziemią, jeśli detektory cząstek zarejestrowały je tuż nad poziomem morza. Czas życia leptonu wynosi  $2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ .

Odp.  $v/c = 0.9998$

6. Dwie żarówki znajdujące się w układzie laboratoryjnym ( $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 10 \text{ km}$ ) wysyłają w chwili  $t = 0$  pojedyncze impulsy świetlne. Impulsy te są rejestrowane z UFO poruszającego się z prędkością  $v = 3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  w kierunku  $+x$ . Jaki przedział czasowy między impulsami zarejestruje obserwator z UFO? Która żarówka dla obserwatora z UFO pierwsza wyemitowała sygnał?

7. Odp.:  $3 \mu\text{s}$

8. W tym samym miejscu korony słonecznej w odstępie  $12 \text{ s}$  nastąpiły dwa wybuchy. Rakieta poruszająca się ze stałą prędkością względem słońca zarejestrowała obydwie te zdarzenia w odstępie  $13 \text{ s}$ . Ile wynosi odległość przestrzenna między wybuchami w układzie związanym z poruszającą się rakieta? Jaką wartość i kierunek ma wektor prędkości rakiety?

Odp.  $x = 5c, v = 5/13c$

9. Po  $10 \text{ s}$  od chwili wybuchu wulkanu na Ziemi zaobserwowano proturberancję na Słońcu. Czy może istnieć związek przyczynowy między tymi zdarzeniami? Czy istnieje taki układ odniesienia, w którym wybuch wulkanu nastąpiłby w tym samym czasie co proturberancja? Odległość między Ziemią a Słońcem wynosi  $1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Odp.  $v = -0.98c$

10. Czy można znaleźć taki układ odniesienia, w którym Chrzest Polski oraz bitwa pod Grunwaldem zaszłyby

- a) w tym samym miejscu?  
b) w tym samym czasie?

11. Z rakiety poruszająca się z prędkością  $v = 0.6c$  wystrzelono pocisk z prędkością  $u = 0.8c$  względem rakiety pod kątem  $\alpha' = 60^\circ$  w stosunku do jej osi. Jaka będzie prędkość i kąt pocisku względem zewnętrznego układu O, w którym oś  $x$  pokrywa się z kierunkiem prędkości rakiety.

12. W układzie O emitowane są fotony w ten sposób, że kierunek ich pędu tworzy kąt  $\varphi$  z osią x. Układ O' porusza się z prędkością v wzdłuż osi x. Znaleźć kąt  $\varphi'$  fotonu w układzie O'.

$$\text{odp. } \cos \varphi' = \frac{\cos \varphi - \beta}{1 - \beta \cos \varphi}$$

13. W układzie O' związanym z rakieta poruszającą się z prędkością v względem układu O wyemitowano wiązkę światła wzdłuż osi y'. Pod jakim kątem w stosunku do osi y zaobserwuje się ją w układzie O?

$$\text{Odp.: } \varphi' = \arccos v/c$$

14. Ile wynosi masa oraz pęd protonu o energii  $10^{20}$  eV pochodzącego z promieniowania kosmicznego?

$$\text{Odp } 10^{11} m_0, p = 10^{20} eV/c$$

15. Z jaką prędkością musi poruszać się elektron, aby jego energia kinetyczna równała się spoczynkowej?

$$16. \text{Odp.: } v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

17. Wyrazić wartość pędu cząstki relatywistycznej przez jej energię kinetyczną.

18. Akcelerator liniowy w Stanford przyspiesza elektrony do takich prędkości, dla których  $1 - v/c \approx 10^{-10}$ . Kanał akceleratora ma długość 3000 m. Obliczyć, jaką długość kanału zmierzy obserwator związany z przyspieszonymi elektronami.

$$\text{Odp.: } 4.2 \text{ cm}$$

19. Znaleźć prędkość cząstki o masie spoczynkowej  $m_0$  i ładunku e po przejściu stałej różnicy potencjałów V. Z badać granicę klasyczną ( $v \ll c$ ) i ultrarelatywistyczną ( $v \approx c$ ) wyniku.

$$\text{Odp. } u/c = \sqrt{eV \frac{eV + 2m_0 c^2}{(eV + m_0 c^2)^2}}$$

20. Posługując się wynikami zad. 17 obliczyć prędkości

- elektronów w lampie elektronowej (300 eV)
- elektronów w synchrotronie o energii 300 MeV
- protonów w synchrociklotronie o energii 680 MeV
- protonów w synchrofazotronie o energii 10 GeV

$$\text{Odp.: } 3.42 \times 10^{-2} c, c, 0.81c, c$$

21. Elektron o masie spoczynkowej  $m_0$  porusza się w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu  $E = 10 \text{ kV/cm}$ . Po jakim czasie energia kinetyczna elektronu będzie równa jego energii spoczynkowej?

$$\text{Odp.: } 30 \mu\text{s}$$

22. Cząstka o masie spoczynkowej  $m_0$  i energii kinetycznej T zderza się ze spoczywającą cząstką o takiej samej masie spoczynkowej. Obliczyć masę spoczynkową i prędkość cząstki złożonej, która powstała w wyniku tego zderzenia.

$$\text{Odp. } M_0 = \frac{1}{c} \sqrt{2m_0(T + 2m_0 c^2)}, \frac{u}{c} = \sqrt{\frac{T}{T + 2m_0 c^2}}$$

23. Korzystając z zasady zachowania pędu w ujęciu relatywistycznym. obliczyć ile wynosiłyby przyrost masy spoczynkowej dwóch jednakowych kul o masie spoczynkowej  $m_0$ , zderzających się centralnie i idealnie niesprężysto. Prędkości kul przed zderzeniem w układzie laboratoryjnym są skierowane wzdłuż osi x i wnoszą:  $v_1 = 0.4c$  i  $v_2 = -0.4c$ .

Odp.:  $1.33m_0$

24. Jaka przyśpieszającą różnicę potencjałów powinno przebyć naładowane niewielkie ciało o ładunku  $q = 2 \cdot 10^{-10} \text{ C}$  i masie spoczynkowej  $m_0 = 3 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$ , aby jego wymiary podłużne w kierunku ruchu zmalały o  $1/4$ ?

Odp.:  $4.5 \times 10^{12} \text{ V}$

25. W akceleratorze wiązek przeciwbieżnych dwa elektrony poruszają się naprzeciw siebie z prędkościami  $v = 0.8c$ . Obliczyć energie kinetyczne i pęd tych elektronów w układzie laboratoryjnym i w układzie związanym z jednym z nich.

$E_k = 2/3 m_0 c^2$ ,  $p = 4/3 m_0 c$ ,  $E_k' = 32/9 m_0 c^2$ ,  $p' = 40/9 m_0 c$

26. W promieniowaniu kosmicznym spotyka się protony o energii  $10^{11} \text{ GeV}$ . Ile czasu potrzebuje taki proton na przelecenie przez całą naszą Galaktykę, jeśli czas ten mierzymy w układzie odniesienia związanym odpowiednio

- a) z Ziemią
- b) z samym protonem

Średnicę naszej Galaktyki szacuje się na  $10^5$  lat świetlnych.

Odp.  $10^5$  lat, 20 s.

27. Mezon  $\pi$  znajdujący się w spoczynku rozpada się na mezon  $\mu$  i neutrino. Energia spoczynkowa mezonu  $\pi$  wynosi  $M_0 c^2 = 136 \text{ MeV}$ , a mezonu  $\mu$  -  $m_0 c^2 = 104 \text{ MeV}$ . Neutrino jest cząstką o zerowej masie spoczynkowej. Obliczyć energię kinetyczną i pęd powstałych cząstek.

Odp.:  $E_{k\mu} = \frac{(M_0 c^2 - m_0 c^2)^2}{2M_0 c^2}$ ,  $E_\nu = p_\nu c = p_\mu c = \frac{(M_0 c^2)^2 - (m_0 c^2)^2}{2M_0 c^2}$

28. Względem układu laboratoryjnego O wzdłuż osi x leci mezon  $\pi^0$  o energii całkowitej równej podwojonej energii spoczynkowej mezonu  $E = 2m_0 c^2$ . Mezon  $\pi^0$  rozpada się następnie na dwa fotony. Znaleźć energię i kąt jaki tworzą rozlatujące się fotony z osią x w układzie laboratoryjnym O i w układzie związanym z samym mezonem O'.

Odp.  $E = m_0 c^2$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $E' = \frac{1}{2} m_0 c^2$ ,  $\varphi' = 90^\circ$