

## RUCH ELEKTRONU W POLU MAGNETYCZNYM I ELEKTRYCZNYM, WYZNACZANIE WARTOŚCI $e/m$

### 1. Podstawy fizyczne

#### 1.1. Ruch ładunku w polu elektrycznym i magnetycznym

Na ładunek  $q$  w polu magnetycznym działa siła zwaną siłą Lorentza:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (1)$$

gdzie  $\vec{v}$  jest prędkością ładunku, a  $\vec{B}$  - indukcją pola magnetycznego. Z własności iloczynu wektorowego wynika, że wektor siły jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$ , a jego zwrot wyznacza reguła śruby prawoskrętnej. Wartość siły Lorentza wynosi:

$$F = qvB \sin \angle(\vec{v}, \vec{B}). \quad (2)$$

Jak łatwo zauważyć, pole magnetyczne nie działa na ładunek elektryczny wówczas, gdy ładunek nie porusza się ( $v = 0$ ) lub gdy porusza się w kierunku linii indukcji pola magnetycznego (wtedy sinus kąta między wektorami  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  równa się zero). Siła działająca na ładunek będzie miała wartość największą, gdy ruch ładunku będzie się odbywał prostopadle do linii indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ . Tak więc, ruch jakim się porusza ładunek zależy od tego, jak skierowany jest wektor prędkości względem kierunku wektora indukcji magnetycznej. Należy zauważyć, że siła Lorentza jest zawsze skierowana prostopadle do kierunku ruchu ładunku, co powoduje, że (dla stałego pola magnetycznego) **praca wykonana przez tę siłę nad ładunkiem wynosi zero**. Dla elementu toru ładunku o długości  $d\vec{L}$  praca ta,  $dW$ , wynosi  $\vec{F} \cdot d\vec{L}$  - jest ona równa zero, ponieważ wektory  $\vec{F}$  i  $d\vec{L}$  są zawsze prostopadłe. Z tego powodu stałe pole magnetyczne **nie może zmienić energii kinetycznej** poruszającego się ładunku, a zatem i wartości prędkości; może tylko zmienić kierunek jego ruchu.

**Rozpatrzmy szczególny przypadek, gdy elektron wlatuje z prędkością  $\vec{v}$  do obszaru, w którym działa pole magnetyczne o kierunku linii indukcji  $\vec{B}$  równoległym do osi OZ i prostopadłym do wektora prędkości.**

Z definicji siły Lorentza (1) i (2) wynika, że siła działająca na cząstkę leży na płaszczyźnie XY i jej wartość wynosi  $qvB \sin(\pi/2) = qvB$ . Ponieważ przyspieszenie styczne do toru cząstki jest równe zero, to wektor prędkości ma stałą wartość. Ruch może odbywać się tylko w płaszczyźnie XY i siła będzie zawsze prostopadła do kierunku ruchu. Również przyspieszenie cząstki  $\vec{a} = \vec{F}/m$  ma stałą wartość i jest skierowane prostopadle do prędkości.

Ruchem o takich własnościach jest **ruch jednostajny po okręgu**, w którym siła Lorentza jest zarazem siłą dośrodkową:

$$qvB = \frac{mv^2}{r}, \quad (3)$$

gdzie  $r$  - jest promieniem okręgu, po którym porusza się cząstka. Łatwo z ostatniego wzoru obliczyć ten promień:

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad (4)$$

Można też obliczyć czas zataczania jednego okręgu przez poruszający się ładunek, czyli tak zwany **okres obiegu**:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi mv}{qvB} = \frac{2\pi m}{qB} . \quad (5)$$

Czas ten **nie zależy od prędkości ładunku**, a tylko od wartości pola magnetycznego i stosunku masy cząstki do jej ładunku. Powyższa cecha ruchu ładunków w polu magnetycznym oraz ich zachowanie w polu elektrycznym zostały wykorzystane przy budowie wielu przyrządów pomiarowych, takich jak np. spektrometry masowe, komory pęcherzykowe, cyklotrony, itp.

Na ładunek  $q$  w polu elektrycznym o natężeniu  $\vec{E}$  działa siła:

$$\vec{F} = q\vec{E} , \quad (6)$$

której wartość **nie zależy** od prędkości poruszającego się ładunku.

Przeanalizujmy teraz sytuację, gdy elektron porusza się w obszarze, w którym działają **oba pola: magnetyczne i elektryczne**, tak jak pokazano to na rys. 1. Kierunki wektorów natężeń pól elektrycznego i magnetycznego są do siebie równoległe, natomiast kierunek prędkości elektronu tworzy z kierunkami wektorów natężeń pól kąt  $\alpha$ . Całkowita siła działająca na ładunek znajdujący się jednocześnie w polach elektrycznym i magnetycznym jest sumą wektorową sił określonych wzorami (1) i (6) i wyraża się wzorem:

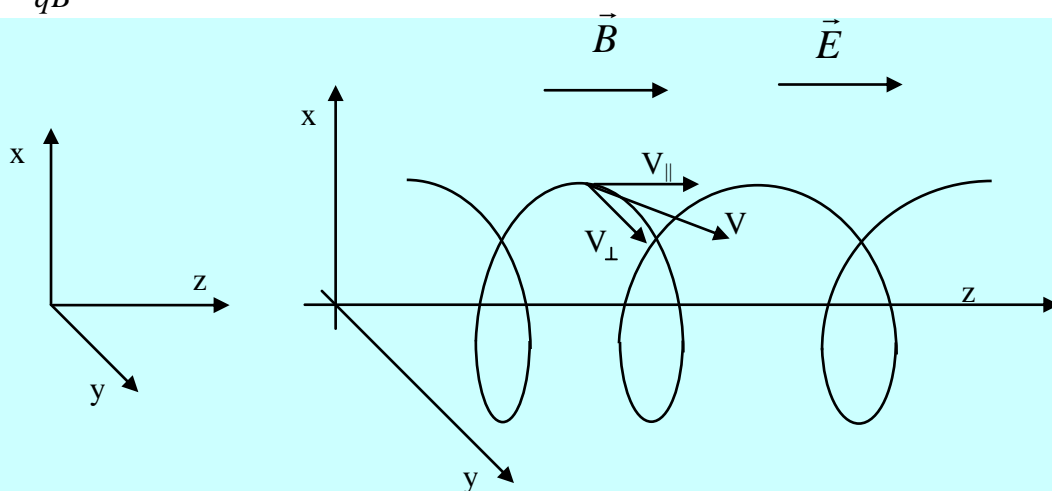
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (7)$$

Wektor prędkości  $\vec{v}$  rozkładamy na dwie składowe: prostopadłą  $v_{\perp} = v \sin \alpha$  i równoległą  $v_{\parallel} = v \cos \alpha$  do wektora indukcji magnetycznej. **Zgodnie z zasadą niezależności ruchów, ruch w każdym z kierunków rozpatrujemy osobno.** W kierunku prostopadłym do kierunku linii sił pól elektrycznego i magnetycznego na elektron działa, zgodnie ze wzorem (3), siła Lorentza równa:

$$F = qvB \sin \alpha = qv_{\perp} B. \quad (8)$$

Zgodnie z wcześniejszymi rozważaniami ruch w tej płaszczyźnie (prostopadłej do kierunku linii sił pól elektrycznego i magnetycznego) będzie ruchem po okręgu o promieniu wyliczonym ze wzoru:

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB} \quad (9)$$



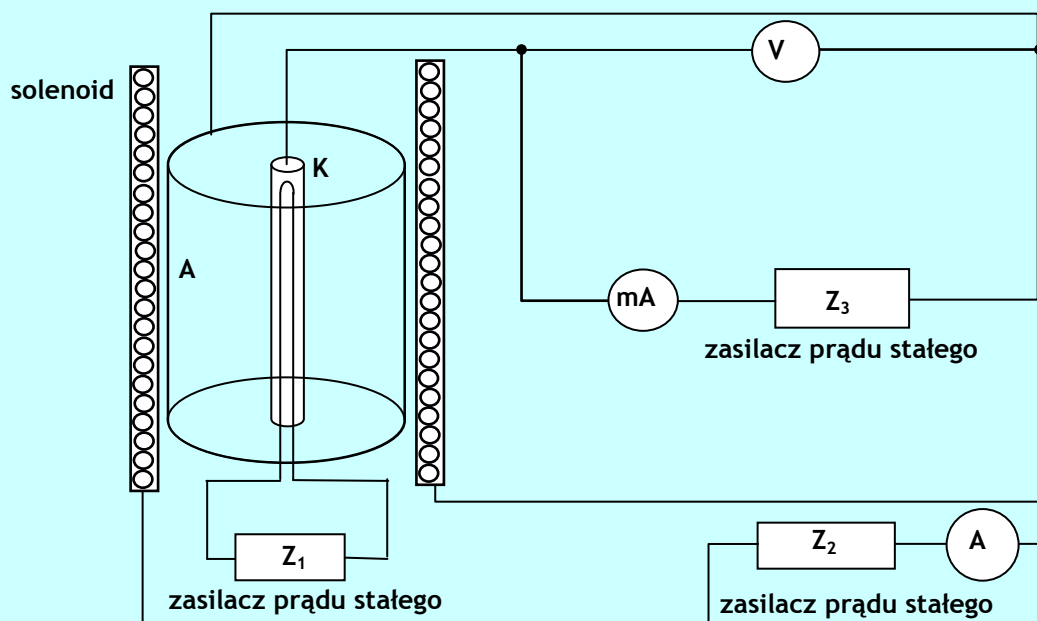
**Rys. 1. Ruch elektronu w polach elektrycznym i magnetycznym.**

Natomiast w kierunku równoległym (wzdłuż linii sił obu pól) na cząstkę poruszającą się w tym kierunku z prędkością  $v_{\parallel}$  działa tylko siła od pola elektrycznego. W przypadku jego nieobecności elektron poruszałby się w tym kierunku ze stałą prędkością  $v_{\parallel} = v \cos \alpha$  (składowa siły Lorentza wzdłuż tego kierunku jest równa zero), a złożenie ruchów w obu kierunkach dawałoby w efekcie ruch

elektronu po linii śrubowej o stałym skoku. Obecność pola elektrycznego powoduje, że elektron w tym kierunku porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym, co po złożeniu daje ruch po linii śrubowej o zmiennym, zwiększającym się skoku.

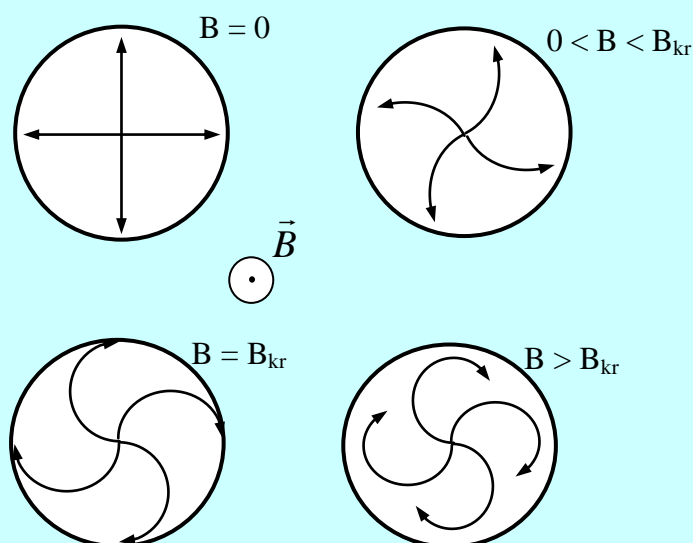
## 2. Opis ćwiczenia

### 2.1. Wyznaczanie wartości $e/m$ metodą magnetronu.



Rys.2. Schemat budowy magnetronu i układu do pomiaru wartości  $e/m$ . A - anoda, K - katoda, Z<sub>1</sub> - zasilacz obwodu żarzenia katody, Z<sub>2</sub> - zasilacz prądu uzwojenia cewki, Z<sub>3</sub> - zasilacz napięcia anodowego.

Z żarzonej katody emitowane są elektrony (wskutek zjawiska termoemisji). Poruszają się one od katody do anody wskutek obecności pola elektrycznego. Przyłożenie zewnętrznego pola magnetycznego powoduje zakrzywienie toru ich ruchu, a dla pewnej, krytycznej wartości pola magnetycznego, zakrzywienie jest tak duże, że elektrony przestają docierać do anody. Efekty działania pola magnetycznego na ruch elektronów w magnetronie przedstawia rys.3.



Rys.3. Wpływ pola magnetycznego na ruch elektronów od katody do anody.

Rozpatrując zależność prądu anodowego od zewnętrznego pola magnetycznego, możemy w prosty sposób wyznaczyć wartość stosunku ładunku do masy elektronu -  $e/m$ . W tym celu należy przeanalizować ruch elektronu w magnetronie od katody do anody, gdzie między anodą i katodą jest przyłożone napięcie  $U$ , a lampa znajduje się w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ . Promień katody wynosi  $a$ , promień anody  $b$ . Pole magnetyczne wytwarzane jest przez solenoid, przez który przepuszczany jest prąd elektryczny. Wartość indukcji  $B_{kr}$  można powiązać z natężeniem  $I_{kr}$  przepływającego przez cewkę wytwarzającą pole, stosując wzór na wartość indukcji pola magnetycznego w solenoidzie:

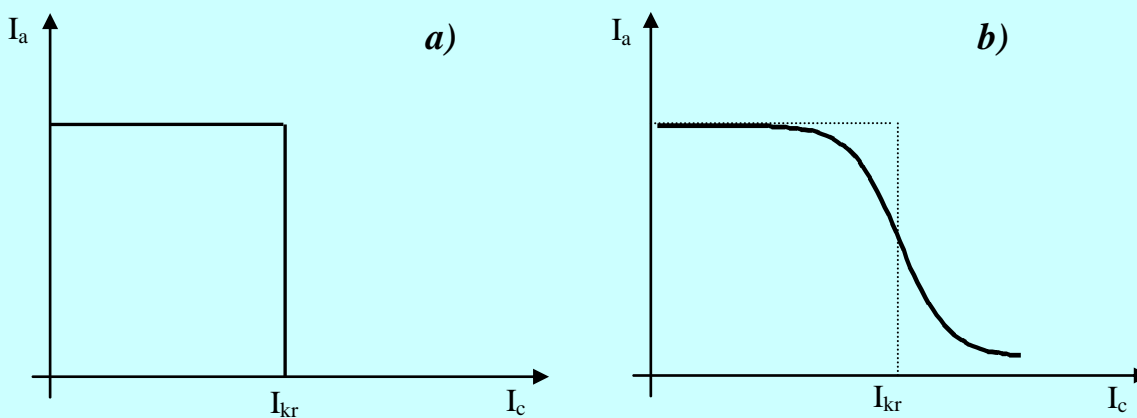
$$B_{kr} = \mu\mu_0 N I_{kr} , \quad (10)$$

gdzie  $\mu$  - przenikalność magnetyczna ośrodka,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$  - przenikalność magnetyczna próżni,

$N$  - liczba zwojów cewki na jednostkę jej długości. W wyniku obliczeń opisanych szczegółowo w Dodatku, otrzymamy wzór na interesującą nas wartość  $e/m$  (dla próżni przyjmujemy  $\mu=1$ ):

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{\mu_0^2 N^2 I_{kr}^2 b^2 \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)^2} . \quad (11)$$

W celu wyznaczenia stosunku  $e/m$  konieczne jest określenie wartości prądu krytycznego, przy którym przestaje płynąć prąd anodowy. Gdyby wszystkie elektrony miały jednakową prędkość początkową (a tym samym i końcową), to zależność prądu anodowego od indukcji pola magnetycznego wyglądałaby tak, jak na rys.4a i wartość prądu krytycznego byłaby wartością, dla której prąd anodowy maleje do zera.



**Rys.4. Zależność prądu anodowego od prądu płynącego przez cewkę w przypadku: a) idealnym, b) rzeczywistym.**

Tak jednak nie jest, gdyż elektrony opuszczają katodę z różnymi prędkościami (rozkład prędkości elektronów opuszczających katodę jest **rozkładem Maxwella - Boltzmannna**), a dodatkowo zderzają się ze sobą na drodze od katody do anody. W efekcie wartość pola krytycznego dla różnych elektronów jest różna, a wykres prądu anodowego w funkcji prądu płynącego przez cewkę ma charakter jak na rys.4b. Za wartość prądu krytycznego przyjmujemy tę wartość, dla której krzywa ma punkt przegięcia.

## 2.2. Wyznaczanie wartości $e/m$ metodą ogniskowania wiązki elektronowej (pole magnetyczne równoległe do osi lampy oscyloskopowej).

Rys.5 przedstawia poglądowo schemat lampy oscyloskopowej i wybrany układ współrzędnych, w którym będzie opisywany ruch elektronów. Elektrony emitowane przez katodę są przyspieszane w stałym polu elektrycznym (napięcie między anodą i katodą wynosi  $U$ ) do prędkości  $\vec{v}$  wynikającej z zasady zachowania energii:

$$\frac{mv^2}{2} = eU$$

Stąd:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

(12)

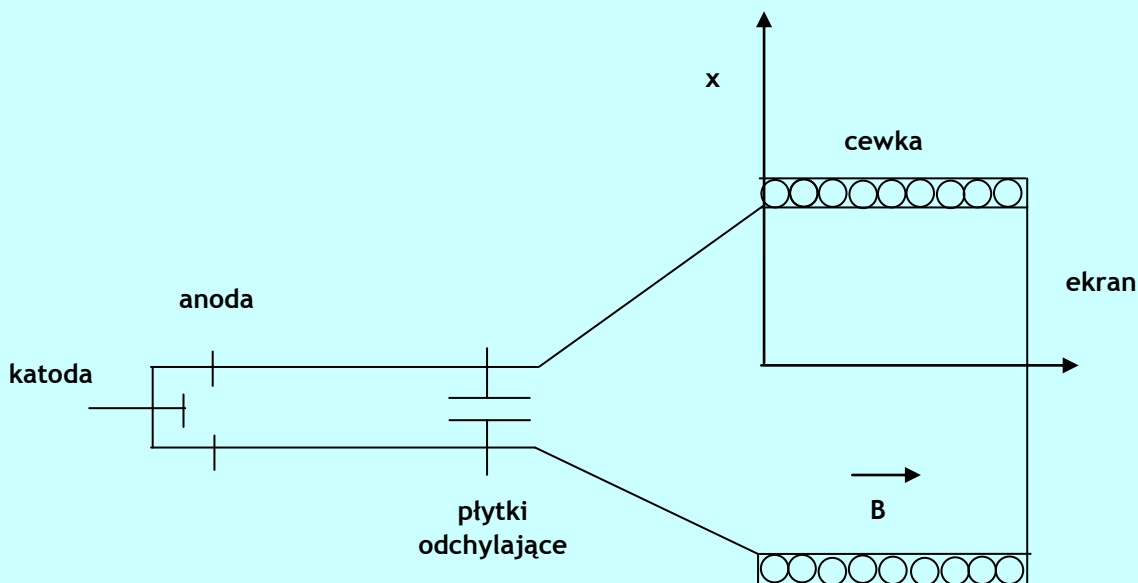
Wektor  $\vec{v}$  jest skierowany wzdłuż osi Z. Rozpędzone do prędkości  $\vec{v}$  elektrony poruszają się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$  skierowanym wzdłuż osi Z wytworzonym przez zewnętrzną cewkę. Równocześnie podczas przelotu elektronów przez płytki odchyłające, znajdują się one w słabym, zmiennym polu elektrycznym o natężeniu  $\vec{E}$ , którego wektor jest skierowany wzdłuż osi X. Pole to nadaje elektronom dodatkową, niewielką prędkość  $\vec{v}_p$  prostopadłą do pola magnetycznego  $\vec{B}$ .

Zgodnie z wcześniejszymi rozważaniami toru elektronów wlatujących do jednorodnego pola magnetycznego pod kątem różnym od zerowego są liniami śrubowymi, leżącymi na powierzchni walca. Oś tego walca jest równoległa do kierunku pola magnetycznego, promień wynosi zgodnie z (4)

$r = \frac{m|\vec{v}|_p}{eB}$  ( $\vec{v}_p$  - jest składową prędkości elektronu w kierunku OY), a okres obiegu (czas zataczania kąta  $2\pi$  w płaszczyźnie prostopadłej do osi walca) wynosi zgodnie ze wzorem (5):

$$T = \frac{2\pi m}{eB}$$

i nie zależy od prędkości elektronów. Obraz uzyskany na ekranie lampy oscyloskopowej odpowiada przecięciu torów elektronów płaszczyzną XY, prostopadłą do osi lampy.

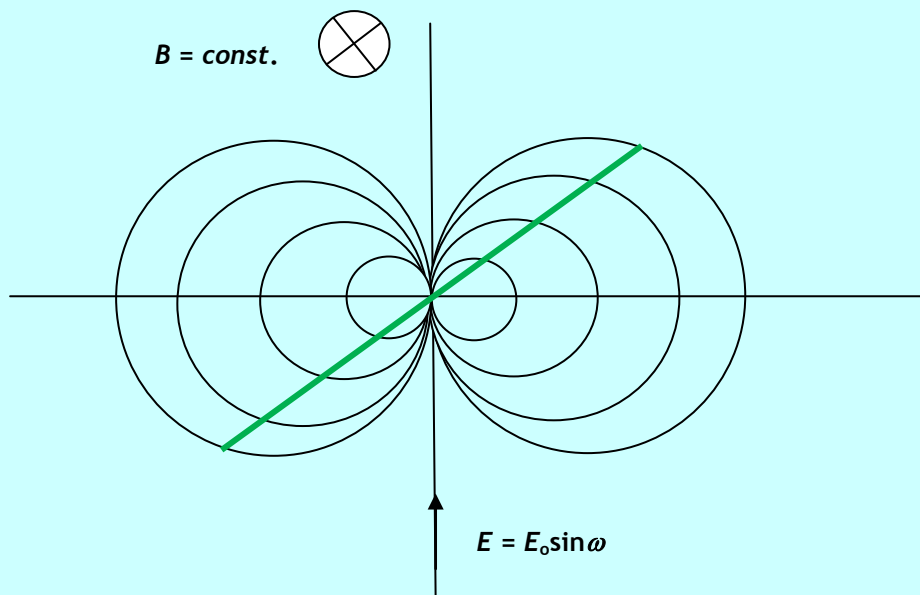


Rys.5. Schemat lampy elektronowej z zaznaczonym układem współrzędnych.

Na rys.6 przedstawiono obraz, który powstaje na ekranie, gdy do płytek odchyłających jest przyłożone napięcie zmienne ( $E = E_0 \sin \omega t$ ), w obecności stałego pola magnetycznego. W takim przypadku elektrony uzyskują różne prędkości  $\vec{v}_p$  i ich toru leżą na powierzchniach różnych walców.

Ze względu na taki sam okres obiegu po okręgu (wzór (5)), obraz obserwowany na ekranie odpowiada punktom uderzenia elektronów w ekran po zatoczeniu tych samych kątów przez elektrony w ich ruchu po różnych torach śrubowych. Kąt ten wynosi  $2\pi t/T$ , gdzie  $t$  oznacza czas przelotu elektronów od płytek odchyłających do ekranu, a  $T$  czas zataczania kąta  $2\pi$  w płaszczyźnie prostopadłej do osi lampy.

Gdy kąt jest wielokrotnością  $2\pi$ , co odpowiada przebyciu przez elektrony drogi  $nTv$ , elektrony spotykają się na osi lampy. Jeśli zmieniając napięcie  $U$  między katodą i anodą oraz indukcję magnetyczną  $B$  wewnątrz cewki, dobierzemy  $v$  i  $T$  tak, że na drodze od płytek odchylających do ekranu mieści się całkowita wielokrotność  $vT$ , to na ekranie lampy zamiast linii prostej zaobserwujemy świecący punkt. To zjawisko nazywamy zogniskowaniem wiązki.



Rys.6. Obraz powstający na ekranie oscyloskopu (zielona linia) w przypadku, gdy do płytek odchylających jest przyłożone napięcie zmienne w obecności stałego pola magnetycznego. Cienkie linie oznaczają rzuty torów elektronów na płaszczyznę ekranu (nie widać ich na ekranie!!!).

Dla warunku zogniskowania spełniony jest warunek  $nTv = d$  ( $n$  - krotność ogniskowania), skąd ze wzoru (5) wynika, że:

$$nv \frac{2\pi m}{eB} = d \quad (13)$$

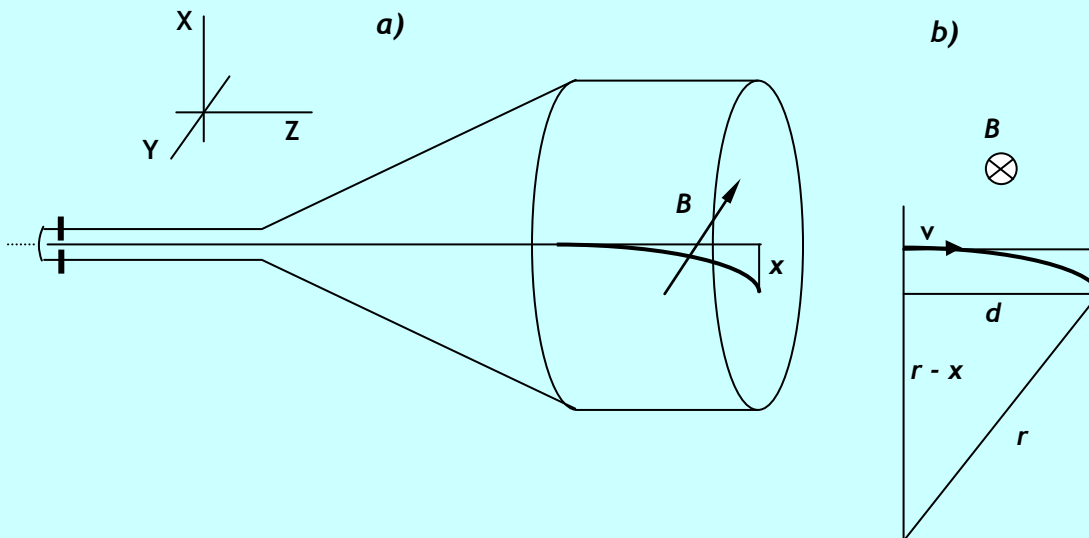
Prędkość wyznaczoną ze wzoru (12) wstawiamy do powyższego równania i po prostych przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U n^2}{d^2 B^2}, \quad (14)$$

gdzie  $n = 1, 2, 3, \dots$ , natomiast  $d$  - jest długością obszaru działania pola magnetycznego.

### 2.3. Wyznaczanie wartości $e/m$ metodą odchylenia wiązki elektronowej (pole magnetyczne prostopadłe do osi lampy oscyloskopowej).

Rozpatrzmy teraz ruch elektronu w lampie oscyloskopowej tak, jak to przedstawiono na rysunku 7a. Wektor indukcji pola magnetycznego jest skierowany wzdłuż osi Y. Jest oczywiste, że w przypadku braku napięcia na płytkach odchylających i pola magnetycznego wewnątrz lampy, na ekranie lampy zaobserwujemy świecący punkt w jego środku. Przyłożenie stałego pola magnetycznego (wektor indukcji skierowany wzdłuż osi Y) spowoduje przesunięcie plamki o wartość  $x$  w kierunku pionowym.



Rys.7. Ruch elektronu w lampie elektronowej, gdy pole magnetyczne jest prostopadłe do kierunku ruchu elektronu: a) schemat układu, b) zależności geometryczne.

Na rys.7b przedstawiono zależności geometryczne prowadzące do wyznaczenia stosunku  $e/m$ . Łatwo zauważyć, że z twierdzenia Pitagorasa mamy :

$$d^2 + (r - x)^2 = r^2,$$

czyli po uproszczeniu:

$$d^2 + x^2 = 2xr.$$

Uwzględniając, że promień okręgu po którym poruszają się elektrony wynosi zgodnie z (5)  $r = \frac{mv}{eB}$ , po prostych przekształceniach otrzymamy :

$$d^2 + x^2 = 2x \frac{mv}{eB},$$

skąd:

$$\frac{e}{m} = \frac{2xv}{B(d^2 + x^2)}.$$

(15)

Wzór powyższy nie umożliwia bezpośredniego wyznaczenia wartości stosunku  $e/m$ , gdyż prędkość elektronu  $v$  jest zależna od tego stosunku. Sposób wyznaczenia wartości stosunku  $e/m$  podany jest w części poświęconej opracowaniu wyników. Wartość indukcji pola magnetycznego  $B$  obliczamy ze wzorów znajdujących się na tabliczce przy stanowisku laboratoryjnym.

### 2.4. Wyznaczanie wartości $e/m$ przy użyciu cewek Helmholtza.

W tej części ćwiczenia wykorzystuje się specjalną lampę wypełnioną neonem pod małym ciśnieniem (około  $4 \times 10^{-4}$  Pa). Gaz ten odgrywa zasadniczą rolę w doświadczeniu, ponieważ elektrony zderzając się z cząsteczkami gazu powodują ich jonizację. Na skutek rekombinacji jonów neonu

zachodzi zjawisko luminescencji i możliwa staje się obserwacja toru ruchu elektronów. Jednocześnie jony neonu oddziałując elektrostatycznie z elektronami, powodują ogniskowanie wiązki elektronowej. Elektrony są wyrzucane w obszar lampy za pomocą działa elektronowego, które przyspiesza je do energii  $E = eU$ . Lampa umieszczona jest między dwoma współosiowymi uzwojeniami z drutu miedzianego, zwanymi cewkami Helmholtza. Płynący przez cewki prąd elektryczny, powoduje powstanie wewnątrz lampy pola magnetycznego o wektorze indukcji magnetycznej  $B$  skierowanym prostopadle do osi lampy. Cewki Helmholtza mają dużą średnicę w stosunku do ich długości, by zapewnić otrzymanie jednorodnego (w przybliżeniu) pola magnetycznego wewnątrz lampy. Lampa może być obracana wokół własnej osi, co umożliwia zmianę kierunku prędkości elektronów względem kierunku pola magnetycznego. W pewnej pozycji ruch elektronów będzie odbywać się po okręgu, którego promień określa równanie (5). Wewnątrz lampy znajduje się również metalowa drabinka pokryta farbą fluoryzującą, pozwalającą na dokładny pomiar średnicy toru ruchu elektronów.

Jak wynika z równania (5):  $r = \frac{mv}{eB}$ , promień toru elektronów możemy zmieniać, zmieniając wartość prędkości elektronów oraz wartość indukcji pola magnetycznego  $B$ . Wartość prędkości  $v$  możemy, zgodnie z równaniem  $\frac{mv^2}{2} = eU$ , zmieniać zmieniając napięcie przyspieszające  $U$ . Wyznaczając prędkość  $v$  z tego równania i podstawiając do równania (5), otrzymujemy po prostych przekształceniach:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} \cdot \quad (16)$$

Wartość indukcji pola magnetycznego  $B$  możemy zmieniać, regulując natężenie prądu płynącego przez cewki Helmholtza. Przy założeniu, że przez obie cewki płynie identyczny prąd,  $B$  określone jest wzorem:  $B = 0,715\mu_0 \frac{nI}{R}$ , gdzie:  $n$  - ilość zwojów = 154;  $R$  - promień cewek Helmholtza = 200 mm = 0,2 m;  $\mu_0$  - przenikalność magnetyczna próżni =  $1,256 \cdot 10^{-6} \frac{Tm}{A}$ .

Podstawiając powyższe wartości do równania na indukcję pola otrzymujemy :

$$B = 0,632 \cdot 10^{-3} I \text{ [indukcja będzie w T, jeśli natężenie prądu wyrazimy w A]}$$

W ten sposób wartość  $e/m$  dla wyżej opisanego układu pomiarowego w zależności od wielkości fizycznych mierzonych w doświadczeniu wyniesie:

$$\frac{e}{m} = 4,17 \cdot 10^6 \frac{U}{I^2 r^2} \quad (17)$$

Aby uzyskać  $e/m$  w jednostkach podstawowych układu SI, należy podstawić wartość napięcia  $U$  w woltach, natężenia prądu  $I$  w amperach, a promień okręgu  $r$  w metrach.

### 3. Wykonanie ćwiczenia

#### 3.1. Wyznaczanie wartości $e/m$ metodą magnetronu.

1. Połączyć układ pomiarowy według schematu umieszczonego na stanowisku laboratoryjnym. Dokładne dane dotyczące używanych przyrządów, zakresów pomiarowych i danych technicznych magnetronu znajdują się na tabliczce przy stanowisku laboratoryjnym.
2. Po sprawdzeniu przez prowadzącego ćwiczenie połączeń elektrycznych, włączyć przyrządy, zaczynając od zasilacza obwodu żarzenia magnetronu (potrzeba kilku minut na ustabilizowanie się prądu anodowego).
3. Wykonać pomiary natężenia prądu anodowego w funkcji natężenia prądu w cewce, przy stałym napięciu anodowym. Asystent ustali liczbę serii pomiarowych, to znaczy dla ilu napięć anodowych wykonuje się pomiary. Szczególną uwagę należy zwrócić na stałość napięcia anodowego w trakcie



wykonywania każdej serii. Jeśli przy zmianie prądu w cewce zmieni się wartość napięcia anodowego, to trzeba go skorygować, przed każdym pomiarem, do wartości ustalonej dla każdej serii.

### **3.2. Wyznaczanie wartości $e/m$ z ogniskowania wiązki w równoległym polu magnetycznym.**

1. Połączyć układ według schematu umieszczonego na stanowisku laboratoryjnym.
2. Po sprawdzeniu układu przez asystenta prowadzącego włączyć zasilacz lampy oscyloskopowej i odczekać do czasu pokazania się plamki na jej ekranie.
3. Włączyć podstawę czasu. Zasiłić cewkę prądem stałym i dobrać tak wartość natężenia prądu, aby zogniskować wiązkę elektronów na ekranie lampy oscyloskopowej.

### **3.3. Wyznaczanie wartości $e/m$ w przypadku pola magnetycznego poprzecznego.**

1. Połączyć układ według schematu umieszczonego na stanowisku laboratoryjnym.
2. Po sprawdzeniu układu przez asystenta prowadzącego włączyć zasilacz lampy oscyloskopowej i poczekać do czasu pokazania się plamki na jej ekranie.
3. Uzyskać małą, ostrą plamkę w centralnym miejscu ekranu oscyloskopu.
4. Włączyć zasilacz cewki i zwiększając prąd płynący przez cewkę doprowadzić do przesunięcia plamki, kolejno o 1, 2, ... kratki w pionie. Zanotować wartości prądu. Pomiary wykonać dla obu zwrotów pola magnetycznego, zmieniając kierunek prądu płynącego przez cewkę.

### **3.4. Wyznaczanie wartości $e/m$ przy użyciu cewek Helmholtza.**

1. Po nagraniu aparatury należy ustawić odpowiednie napięcie przyspieszające elektrony (pełną jasność wiązki elektronowej uzyskuje się po około 3 minutach od momentu włączenia zasilania).
2. Włączyć zasilanie prądu płynącego przez cewki Helmholtza i zaobserwować tor elektronów w gazie. (Uwaga: maksymalny prąd płynący przez cewki 5A).
3. Obrócić lampę do takiej pozycji, aby elektrony z działa elektronowego wylatywały w kierunku dokładnie prostopadłym do kierunku pola magnetycznego. Przy właściwym ustawieniu lampy elektrony zataczają okręgi.
4. Regulując prąd płynący przez cewki uzyskać taką średnicę toru ruchu, by przecinał on położone poziomo szczeble drabinki. Drabinka pokryta jest substancją, która fosforyzuje pod wpływem padających elektronów, tak więc w momencie uzyskania odpowiedniej średnicy toru ruchu następuje zaświecenie danego szczebla drabinki.
5. Dla danego napięcia przyspieszającego  $U$  należy dobrać kolejne wartości natężenia prądu  $I$  płynącego przez cewki, dla których następuje rozświetlenie kolejnych szczebli drabinki.
6. Wykonać następane dwie serie pomiarów dla różnych wartości napięcia przyspieszającego  $U$ .

#### **UWAGA:**

Jeśli przerywa się pomiary na kilka minut, to należy skrócić oba potencjometry zasilania lampy do pozycji zerowej. Wydłuża to znacznie czas życia lampy.

## **4. Opracowanie wyników**

### **4.1. Wyznaczanie wartości $e/m$ metodą magnetronu.**

1. Sporządzić wykresy zależności wartości prądu anodowego od wartości prądu w solenoidzie. Punkty muszą posiadać odcinki niepewności.
2. Dla każdej z serii pomiarowych graficznie określić wartość prądu krytycznego oraz jego niepewność (metodę sposobu określenia niepewności należy przedyskutować z asystentem!!!).
3. Obliczyć wartość stosunku  $e/m$  korzystając ze wzoru (11). Potrzebne do obliczeń stałe znajdują się na tabliczce. Obliczyć niepewność złożoną i niepewność rozszerzoną  $e/m$ . Sprawdzić, czy otrzymany wynik zgadza się z wartością tablicową.

#### 4.2. Wyznaczanie wartości $e/m$ z ogniskowania wiązki w równoległym polu magnetycznym.

Ze wzoru (14) wyznaczyć wartość  $e/m$  korzystając z informacji podanych na tabliczce przy stanowisku laboratoryjnym. Należy pamiętać, że niepewnością obarczony jest nie tylko pomiar natężenia prądu, ale również inne wielkości występujące we wzorze na  $e/m$ .

#### 4.3. Wyznaczanie wartości $e/m$ w przypadku pola magnetycznego poprzecznego.

1. Zanotować wielkości określające geometrię lampy oscyloskopowej i cewki, umieszczone na tabliczce na przyrządzie pomiarowym.
2. Za pomocą wzorów (12) i (15) oraz wzoru określającego  $B(I)$ , umieszczonego na przyrządzie pomiarowym przedstawić zależność na  $e/m$  w postaci funkcji indukcji pola magnetycznego  $B$ . Nie obliczać wartości prędkości! Następnie, przyjmując za zmienną niezależną wartość  $t = \frac{x}{d^2 + x^2}$ , przekształcić otrzymany wzór na zależność liniową, w której  $e/m$  będzie współczynnikiem kierunkowym. Obliczyć  $e/m$  metodą najmniejszych kwadratów przy użyciu programu Origin.

#### 4.4. Wyznaczanie wartości $e/m$ przy użyciu cewek Helmholtza.

Ze wzoru (17) obliczyć wartość  $e/m$  dla każdego pomiaru. Uzyskane wyniki potraktować jako jedną serię pomiarową i wykonać obliczenia wartości średniej i obu typów niepewności.

Porównać dokładności pomiaru wartości  $e/m$  wszystkimi czterema metodami. Która z metod jest najdokładniejsza, daje najlepsze rezultaty i dlaczego?

### 5. Pytania kontrolne (pełny zestaw - patrz strona laboratorium)

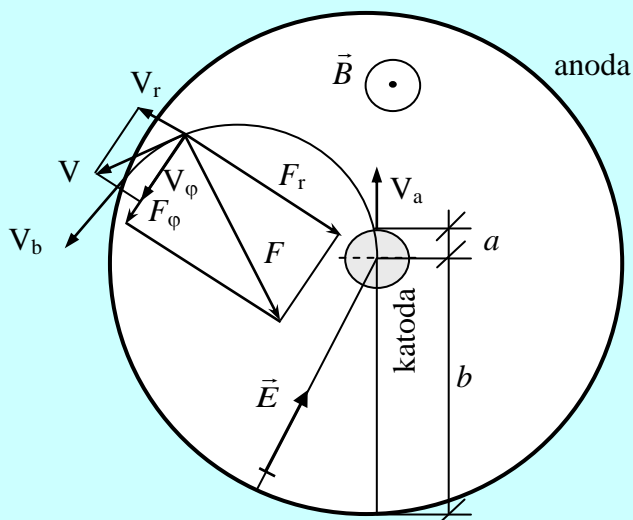
1. Opisać ruch elektronu w stałym polu magnetycznym. Obliczyć skok linii śrubowej, gdy elektron wlatuje pod kątem  $\alpha$  do kierunku pola magnetycznego.
2. Co to jest magnetron?
3. Dlaczego wartość prądu anodowego w magnetronie nigdy nie maleje do zera, chociaż przykładamy pole magnetyczne dużo większe od pola krytycznego? Wyjaśnić metodę wyznaczania  $e/m$  za pomocą magnetronu.
4. Narysować i objaśnić obraz uzyskany na ekranie lampy oscyloskopowej w przypadku, gdy do płytek odchylających przykładamy napięcie sinusoidalne zmienne, a pole magnetyczne jest stałe i a) równoległe do osi lampy, b) prostopadłe do osi lampy.
5. Jak wykorzystuje się cewki Helmholtza do wyznaczenia wartości  $e/m$ ?

### 6. Literatura

1. Jaworski B., Dietlaf A., Miłkowska A., Elektryczność i magnetyzm. Kurs fizyki, tom II PWN 1976r. str.317 - 335. (ładunek w polu elektrycznym i magnetycznym).
2. Halliday D., Resnick R., Fizyka dla studentów nauk przyrodniczych i technicznych, t. II, PWN 1984r. Wyd. VII zmienione, str.178 - 208. (ładunek w polu elektrycznym i magnetycznym).
3. Purcell E.M., Elektryczność i magnetyzm, PWN 1971r. str.223 - 267.

## Dodatek. Wyprowadzenie wartości stosunku $e/m$ dla magnetronu

Rozpatrując zależność prądu anodowego od zewnętrznego pola magnetycznego, możemy w prosty sposób wyznaczyć wartość stosunku ładunku do masy elektronu -  $e/m$ . W tym celu przeanalizujemy ruch elektronu w magnetronie od katody do anody w obecności pola magnetycznego, tak jak na rys.D1, gdzie między anodą i katodą jest przyłożone napięcie  $U$  a lampa znajduje się w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ .



Rys.D1. Siły działające w magnetronie na poruszający się elektron.

Siłę Lorentza, podobnie jak prędkość, możemy rozłożyć na dwie składowe: w kierunku do ośrodka lampy (wzdłuż promienia)  $\vec{F}_r$  i w kierunku prostopadłym do promienia  $\vec{F}_\varphi$ . Całkowita siła działająca na elektron będzie miała składowe  $\vec{F}_\varphi$  oraz  $\vec{F}_r + e\vec{E}$  (siła  $e\vec{E}$  pochodzi od różnicy potencjałów pomiędzy anodą i katodą). Siły  $\vec{F}_r$  i  $e\vec{E}$  działają wzdłuż promienia  $r$  i nie mogą zmienić momentu pędu elektronu względem osi lampy ( $\vec{J} = \vec{p} \times \vec{r} = m\vec{v}_r \times \vec{r} = 0$ , ponieważ wektory  $\vec{v}$  i  $\vec{r}$  są równoległe). Moment pędu  $\vec{J}$  elektronu względem osi magnetronu (równy co do wartości bezwzględnej  $|\vec{J}| = |\vec{p} \times \vec{r}| = |m\vec{v}_\varphi \times \vec{r}| = mv_\varphi r$ ) może zmienić jedynie składowa siły Lorentza  $\vec{F}_\varphi$  - jej kierunek i wielkość określamy ze wzoru (2). Kierunek siły  $\vec{F}_\varphi$  będzie prostopadły do wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  i składowej prędkości  $\vec{v}_r$ . Na podstawie (1) możemy napisać:

$$\vec{F}_\varphi = e(\vec{v}_r \times \vec{B}) \quad (D1)$$

Należy podkreślić, że wartość siły Lorentza zmienia się, gdyż zmienia się wartość składowej prędkości  $v_r$  wskutek obecności pola elektrycznego. Stosując do tej zależności drugą zasadę dynamiki Newtona dla ruchu obrotowego:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{J}}{dt} \quad (D2a)$$

gdzie  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_\varphi$  jest momentem siły, którego wartość zgodnie ze wzorem (D1) wynosi:

$$|\vec{M}| = |\vec{r} \times [e(\vec{v}_r \times \vec{B})]|, \quad (D2b)$$

a  $\vec{J}$  - jest momentem pędu o wartości:

$$|\vec{J}| = |m\vec{v}_\varphi \times \vec{r}| = mv_\varphi r. \quad (D2c)$$

Podstawiając wyrażenia (D2b) i (D2c) do wzoru (D2a) po uwzględnieniu, że we wzorze (D2b)  $v_r = dr/dt$  otrzymujemy:

$$Ber \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}(mv_\varphi r). \quad (D3)$$

Mnożąc ostatnie równanie przez  $dt$  i całkując stronami wzdłuż promienia od katody do anody, czyli od wartości  $a$  do  $b$ :

$$eB_{kr} \int_a^b r dr = \int_{amv_a}^{bmv_b} d(mv_\varphi r), \quad (D4)$$

otrzymujemy:

$$eB_{kr} \frac{b^2 - a^2}{2} = bmv_b - amv_a. \quad (D5)$$

Bez popełnienia znaczącego błędu możemy przyjąć, że  $v_a$  równa się zero, ponieważ większość elektronów opuszcza katodę dokładnie w kierunku od anody do katody i nie posiada składowej wielkości  $v_\varphi$ . Natomiast  $v_b$  można obliczyć w bardzo prosty sposób. Można przyjąć, że elektrony docierając do anody posiadają tylko składową prędkości  $v_\varphi$  (dla  $B = B_{kr}$  kierunek prędkości elektronów jest styczny do powierzchni anody - porównaj rys.4). Energia kinetyczna elektronów równa się pracy sił pola elektrycznego:

$$\frac{mv_b^2}{2} = eU \quad (D6)$$

Stąd:

$$v_b = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (D7)$$

Podstawiamy otrzymany wynik do równania (D5):

$$\frac{1}{2} eB_{kr} (b^2 - a^2) = bm \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (D8)$$

Wartość indukcji  $B_{kr}$  można powiązać z natężeniem  $I_{kr}$  przepływającego przez cewkę wytwarzającą pole, stosując wzór na wartość indukcji pola magnetycznego w solenoidzie:

$$B_{kr} = \mu\mu_0 NI_{kr}, \quad (D9)$$

gdzie  $\mu$  - przenikalność magnetyczna ośrodka,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$  - przenikalność magnetyczna próżni,

$N$  - liczba zwojów cewki na jednostkę jej długości. Po prostych przekształceniach wzoru (D8), przy uwzględnieniu (D9), otrzymamy wzór na interesującą nas wartość  $e/m$  (dla próżni przyjmujemy  $\mu=1$ ):

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{\mu_0^2 N^2 I_{kr}^2 b^2 \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)^2}. \quad (D10)$$