

EFEKT HALLA W PÓLPRZEWODNIKACH.

1. Podstawy fizyczne

1.1. Ruch ładunku w polu elektrycznym i magnetycznym

Na ładunek q w polu magnetycznym działa siła zwaną siłą Lorentza:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (1)$$

gdzie \vec{v} jest prędkością ładunku, a \vec{B} - indukcją pola magnetycznego. Z własności iloczynu wektorowego wynika, że wektor siły jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory \vec{v} i \vec{B} , a jego zwrot wyznacza reguła śruby prawoskrętnej. Wartość siły Lorentza wynosi:

$$F = qvB \sin \angle(\vec{v}, \vec{B}). \quad (2)$$

Jak łatwo zauważyć, pole magnetyczne nie działa na ładunek elektryczny wówczas, gdy ładunek nie porusza się ($v = 0$) lub gdy porusza się w kierunku linii indukcji pola magnetycznego (wtedy sinus kąta między wektorami \vec{v} i \vec{B} równa się zero). Siła działająca na ładunek będzie miała wartość największą, gdy kierunek wektora prędkości będzie prostopadły do linii indukcji magnetycznej \vec{B} . Tak więc, tor ruchu po jakim się porusza ładunek (po prostej, okręgu lub krzywej śrubowej) zależy od tego, jak skierowany jest wektor prędkości względem kierunku wektora indukcji magnetycznej. Należy zauważyć, że siła Lorentza jest zawsze skierowana prostopadle do kierunku ruchu ładunku, co powoduje, że (dla stałego pola magnetycznego) **praca wykonana przez tę siłę nad ładunkiem wynosi zero**. Dla elementu toru ładunku o długości $d\vec{L}$ praca ta, dW , wynosi $\vec{F} \cdot d\vec{L}$ - jest ona równa zero, ponieważ wektory \vec{F} i $d\vec{L}$ są zawsze prostopadłe. Z tego powodu stałe pole magnetyczne **nie może zmienić energii kinetycznej** poruszającego się ładunku, a zatem i wartości prędkości; może tylko zmienić kierunek jego ruchu.

Na ładunek q w polu elektrycznym o natężeniu \vec{E} działa siła:

$$\vec{F} = q\vec{E}, \quad (3)$$

której wartość, w przeciwieństwie do pola magnetycznego, **nie zależy** od prędkości poruszającego się ładunku.

Całkowita siła działająca na ładunek znajdujący się jednocześnie w polach elektrycznym i magnetycznym jest sumą wektorową sił określonych wzorami (1) i (3) i wyraża się wzorem:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

1.2. Opis mikroskopowy prądu elektrycznego

Wszystkie materiały można umownie podzielić na trzy grupy ze względu na ich przewodnictwo elektryczne, czyli zdolność przenoszenia ładunków elektrycznych. Te grupy to **przewodniki**, **półprzewodniki** i **izolatory**. W przewodnikach (są to głównie metale) nośnikami prądu są swobodne elektrony, jest ich w przybliżeniu tyle ile atomów; przewodniki bardzo dobrze przewodzą prąd. W półprzewodnikach liczba nośników prądu na jednostkę objętości jest kilka, kilkanaście rzędów mniejsza niż w metalu. Nośnikami prądu mogą być zarówno elektrony (o ładunku ujemnym) jak i dziury (o ładunku dodatnim); przewodnictwo półprzewodników jest dużo mniejsze niż metali, a dodatkowo może być zmieniane w szerokim zakresie przez ich domieszkowanie (wprowadzanie do półprzewodnika obcych atomów). Izolatory przewodzą prąd w bardzo niewielkim stopniu, co zazwyczaj jest spowodowane brakiem swobodnych nośników prądu. Bardziej szczegółowy opis mechanizmów przewodnictwa w metalach i półprzewodnikach został podany w **dodatku A** do tej instrukcji.

Tak więc przepływ prądu elektrycznego w metalach i półprzewodnikach jest związany z istnieniem swobodnych nośników prądu - elektronów w metalach, a elektronów i dziur w półprzewodnikach. **Gęstość prądu zależy od koncentracji tych nośników n i prędkości, z jaką się poruszają, zwaną prędkością dryfu v_d :**

$$\vec{j} = ne\vec{v}_d, \quad (4)$$

gdzie e oznacza ładunek elektronu.

Swobodne nośniki przy nieobecności zewnętrznych pól poruszają się chaotycznie w różnych kierunkach z dużymi prędkościami (rzędu $10^5 - 10^6$ m/s). Jeśli do próbki przyłożymy pole elektryczne E , nośniki prądu uzyskują składową prędkości w kierunku pola, poruszają się - „dryfują” - zgodnie z kierunkiem tego pola i z prędkością zależną od jego natężenia. Tę średnią stałą prędkość nazywamy właśnie **prędkością dryfu \underline{v}_d** :

$$\vec{v}_d = \mu\vec{E}. \quad (5)$$

Zależy ona liniowo od natężenia pola elektrycznego. Stałą proporcjonalności między natężeniem pola elektrycznego a prędkością dryfu jest wielkość zwana **ruchliwością μ** . Ruchliwość jest jednym z podstawowych parametrów mikroskopowych charakterystycznych dla danego materiału. Jeśli prędkość dryfu (5) podstawimy do równania (4) określającego gęstość prądu, to otrzymamy zależność nazywaną **mikroskopowym prawem Ohma**:

$$\vec{j} = ne\mu\vec{E} = \sigma\vec{E}, \quad (6)$$

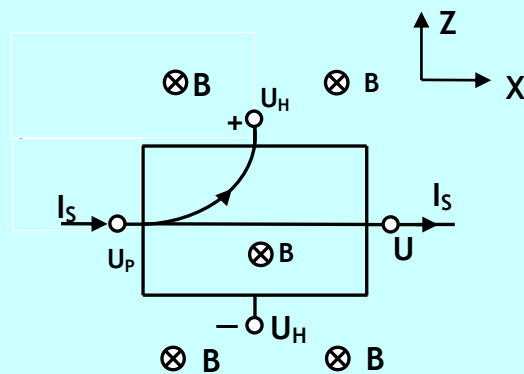
gdzie $\sigma = ne\mu$ nazywa się **przewodnością właściwą materiału**. Podane wyżej wzory opisują sytuację, gdy nośnikami prądu są tylko ładunki jednego znaku. Gdy w półprzewodniku mamy do czynienia z dwoma rodzajami nośników prądu (elektronami i dziurami), wzór na przewodność musi uwzględniać oba typy nośników.

Przewodność właściwa jest odwrotnością **rezystywności (oporu właściwego) ρ** , która odpowiada za **rezystancję R** danej próbki:

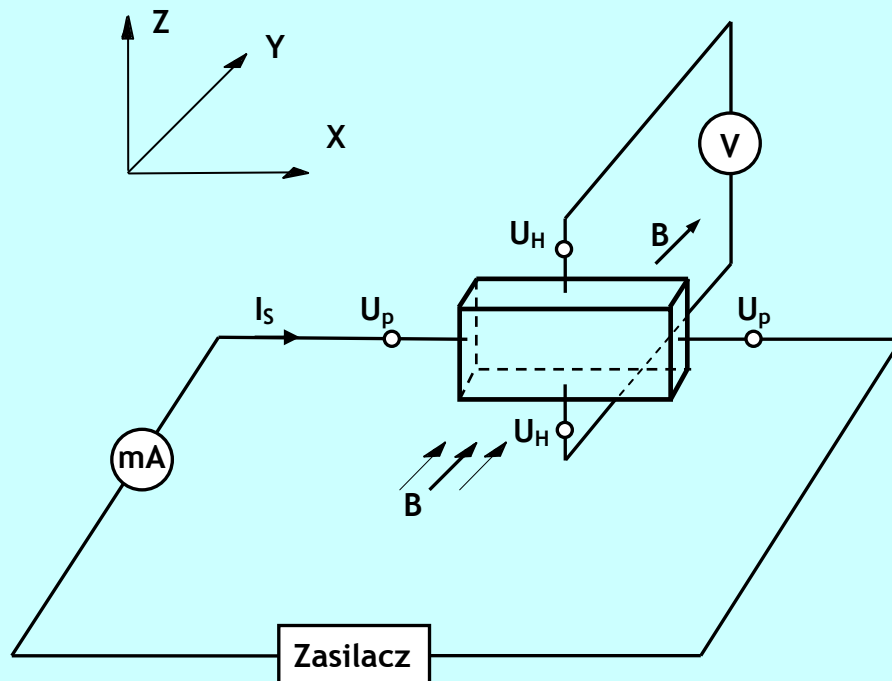
$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{S}, \quad (7)$$

gdzie l oznacza długość próbki, a S jej pole przekroju poprzecznego.

1.3. Efekt Halla



Rys. 1. Powstawanie napięcia Halla. (I_s - prąd płynący przez próbkę zwany prądem sterującym, U_H - zaciski do pomiaru napięcia Halla, U_p - zaciski do pomiaru napięcia w kierunku przepływu prądu, B - zewnętrzne pole magnetyczne)



Rys. 2. Schemat ideowy układu do pomiaru napięcia Halla.

Efekt Halla zostanie opisany na przykładzie próbki zawierającej tylko jeden rodzaj nośników prądu (patrz rysunki 1 i 2). Wymiary próbki są następujące: l (długość w kierunku X przepływu prądu), a (szerokość w kierunku Z) i d (grubość w kierunku Y). Po włączeniu zasilania elektrycznego powstaje w próbce pole elektryczne i nośniki prądu zaczynają się poruszać z prędkością dryfu v_d zgodnie z kierunkiem (X) tego pola. Włączenie pola magnetycznego o indukcji B , prostopadłego do tego kierunku (w kierunku Y) spowoduje, że na ładunki zacznie działać siła Lorentza $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, powodująca zakrzywienie ich toru ruchu. W wyniku tego oddziaływania na jednej ze ścianek próbki (w kierunku Z) zaczną gromadzić się ładunki, a na drugiej ściance w tym kierunku będzie ich mniej. W efekcie, w kierunku osi Z powstanie wewnętrzne pole elektryczne E_H . Gromadzenie ładunku będzie trwało do momentu, gdy obie siły (od pola magnetycznego i elektrycznego) zrównoważą się, a napięcie U_H między ściankami w kierunku Z ustali się. Powstanie tego napięcia nazywa się efektem Halla. Obie siły mają ten sam kierunek, ale przeciwne zwroty, więc warunek równowagi ma postać:

$$qv_d B = qE$$

$$v_d B = E$$

(8)

Powstałe napięcie Halla U_H można obliczyć w następujący sposób:

$$U_H = E_H a = v_d B a = \frac{J_s}{ne} B a = \frac{I_s}{nead} B a = \frac{1}{ne} \cdot \frac{I_s B}{d}$$

(9)

Tak więc stała Halla R_H wynosi:

$$R_H = \frac{1}{ne}$$

(10)

Wzór ten jest prawdziwy przy **dwóch założeniach**:

1. Przyjmuje się, że wszystkie nośniki prądu poruszają się z jednakową prędkością, co jest słuszne tylko w przypadku metali. W wykonywanym ćwiczeniu efekt Halla obserwowany jest w półprzewodniku typu p, w którym nośnikami są głównie dziury o różnych prędkościach ulegające dodatkowo rozproszeniu na drganiach sieci krystalicznej. Wówczas stałą Halla określa się wzorem $R_H = r/ne$, gdzie r jest stałą zależną od mechanizmów rozpraszania. Jeśli nośniki ulegają rozproszeniu na drganiach sieci, to należy przyjąć $r = 3\pi/8$.
2. Wyprowadzone zależności obowiązują tylko w słabych polach magnetycznych. „Słabe pole” oznacza takie pole magnetyczne, które powoduje niewielkie zakrzywienie toru ruchu nośnika między kolejnymi zdarzeniami. Pole magnetyczne nazywamy słabym, jeśli spełniony jest warunek: $\mu B \ll 1$.

Znajomość stałej Halla umożliwia wyznaczenie koncentracji nośników prądu ze wzoru (10). Natomiast ze wzoru (6) wynika następująca zależność:

$$\sigma = ne\mu = \frac{\mu}{R_H}$$

(11)

na podstawie której można wyznaczyć ruchliwość nośników prądu, jeśli tylko znana jest przewodność materiału próbki. Przewodność można wyznaczyć na podstawie równania (7) mierząc rezystancję próbki w kierunku przepływu prądu i znając geometryczne wymiary próbki.

1.4. Zastosowanie efektu Halla

Efekt Halla znalazł szerokie zastosowanie w wielu gałęziach przemysłu w postaci czujników zwanych hallotronami, które generują napięcie w obecności pola magnetycznego (wykorzystywany w ćwiczeniu teslomierz wyposażony jest w sondę z półprzewodnikowym hallotrohem). Hallotроны znajdują szerokie zastosowanie w układach automatyki (wyłączniki krańcowe, czujniki położenia, sterowanie silnikami elektrycznymi), w przemyśle motoryzacyjnym (w układach ABS i ESP, w układach wtryskowych i zapłonowych silników), do pomiaru dużych natężeń prądów bez włączania miernika w obwód (czujniki zbliżeniowe reagujące na pole magnetyczne wytwarzane przez przepływający prąd) oraz w wielu innych aplikacjach.

2. Wykonanie ćwiczenia

2.1. Pomiar napięcia Halla.

1. Połączyć układ pomiarowy zgodnie ze wskazówkami znajdującymi się na tabliczkach na stanowisku laboratoryjnym. Po prawidłowym podłączeniu wszystkich przyrządów uzyskuje się układ ideowo taki sam, jak przedstawiony na rysunku 2. Źródłem pola magnetycznego jest elektromagnes, przez którego cewki przepływa prąd stały (elektromagnes nie został pokazany na rysunku 2, aby nie komplikować samego schematu). Próbka umieszczona jest w szczeliny między nabiegunnikami magnesu, co gwarantuje jednorodność pola magnetycznego. Dokładne dane dotyczące używanych przyrządów, zakresów pomiarowych i danych technicznych znajdują się na tabliczce przy stanowisku laboratoryjnym.
2. Woltomierz do pomiaru napięcia Halla podłączyć do gniazd (4) na module pomiarowym.
3. Po sprawdzeniu przez prowadzącego ćwiczenie połączeń elektrycznych, włączyć przyrządy.
4. Sprawdzić, czy teslomierz wskazuje indukcję pola magnetycznego równą zero (zakres 2000 mT). Jeśli nie, to wykonać korekcję, aby teslomierz wskazywał 0 mT.
5. Ustawić natężenie prądu płynącego przez próbkę na wartość 30 mA. Wykonać pomiary napięcia Halla w funkcji indukcji pola magnetycznego w zakresie od -320 do +320 mT. Asystent ustali liczbę serii pomiarowych, to znaczy dla ilu natężeń prądów należy wykonać pomiary. Zaleca się wykonanie trzech serii pomiarowych dla natężeń prądów 20, 25 i 30 mA.
6. Obracając pokrętkę regulacji prądu płynącego przez cewkę ustawić indukcję pola magnetycznego na wartość 250 mT. Wykonać pomiary napięcia Halla w funkcji natężenia prądu płynącego przez próbkę w zakresie od -30 do +30 mA z krokiem 5 mA. Zmianę prądu sterującego uzyskuje się obracając pokrętkę (2). Liczbę i warunki serii pomiarowych (dla różnych indukcji pola magnetycznego) określi asystent prowadzący ćwiczenie.

2.2. Pomiar rezystancji próbki.

1. Odłączyć przewody zasilające cewkę, aby nie było pola magnetycznego. Miliwoltomierz podłączyć do gniazd (3) do pomiaru napięcia na próbce w kierunku przepływu prądu.
2. Wykonać pomiary napięcia na próbce w funkcji natężenia prądu przepływającego przez próbkę w zakresie od 5 do 30 mA z krokiem 5 mA. Zmianę prądu sterującego uzyskuje się obracając pokrętkę (2).

3. Opracowanie wyników

3.1. Wyznaczanie stałej Halla.

1. Sporządzić wykresy zależności iloczynu napięcia Halla i grubości płytki od wartości iloczynu indukcji pola magnetycznego i natężenia prądu sterującego: (a) przy stałej wartości indukcji pola magnetycznego i (b) przy stałej wartości natężenia prądu. Punkty pomiarowe muszą posiadać odcinki niepewności.
2. Obliczyć stałą Halla metodą najmniejszej sumy kwadratów przy użyciu programu Origin. Sprawdzić wartość testu χ^2 dla otrzymanych prostych. Wyznaczyć niepewność typu B i niepewność złożoną stałej Halla.

3.2. Wyznaczanie rezystancji i parametrów mikroskopowych próbki

1. Metodą najmniejszej sumy kwadratów wyznaczyć rezystancję próbki i jej niepewność.
2. Wyznaczyć koncentrację i ruchliwość nośników prądu przy założeniu, że głównym powodem rozpraszania jest rozpraszanie na drganiach sieci.
3. Obliczyć niepewności wszystkich wyznaczonych wielkości.
4. Sprawdzić warunek słabego pola magnetycznego dla wykonywanych pomiarów.

4. Pytania kontrolne (pełny zestaw - patrz strona laboratorium)

1. Opisać ruch elektronu w stałym polu magnetycznym. Obliczyć skok linii śrubowej, gdy elektron wlatuje pod kątem α do kierunku pola magnetycznego.
2. Prawo Ohma w ujęciu mikroskopowym.
3. Co to jest efekt Halla?
4. Jak wyznacza się ruchliwość i koncentrację nośników prądu.

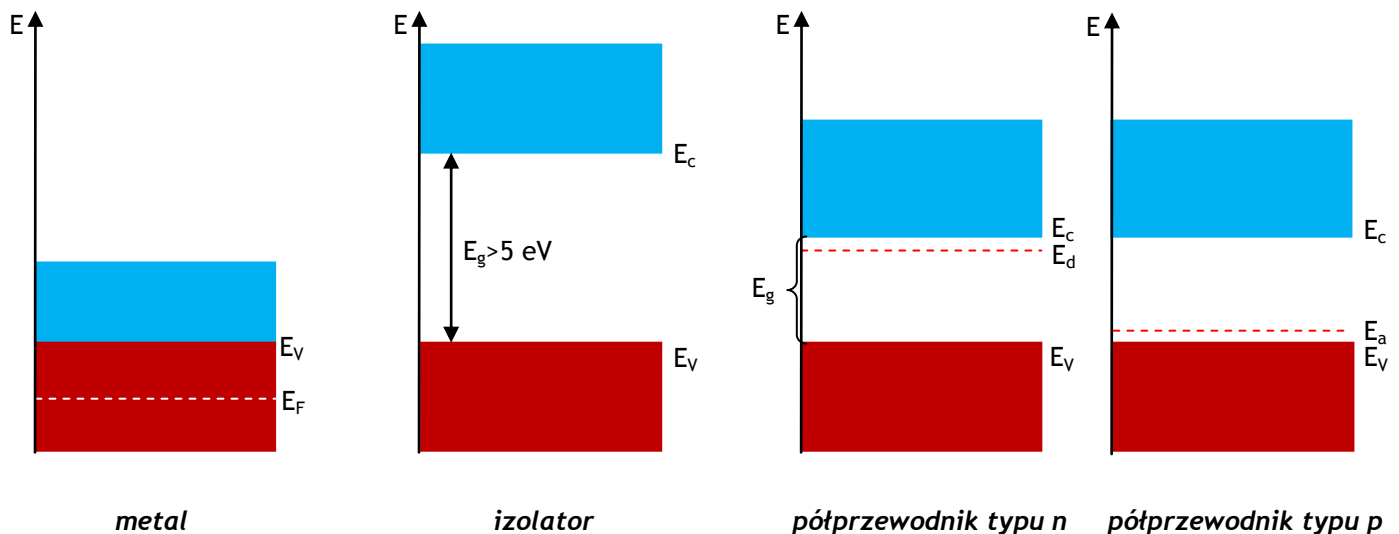
5. Literatura

1. Halliday D., Resnick R., Fizyka, t. II, PWN 1996, str.178 - 195 (ładunek w polu elektrycznym i magnetycznym).
2. Halliday D., Resnick R., Walker J., Podstawy fizyki, PWN 2003, tom 5, rozdział 42.
3. Purcell E.M., Elektryczność i magnetyzm, PWN 1971r. str.223 - 267.

Dodatek A

Przewodnictwo elektryczne metali i półprzewodników

Aby zrozumieć mechanizm przewodnictwa elektrycznego w metalach i w półprzewodnikach, należy zapoznać się z **modelem pasmowym** metali i półprzewodników. Jak można sobie wyobrazić powstawanie pasm energetycznych w dowolnym materiale? Każdy atom posiada określoną liczbę elektronów, które mogą zajmować tylko bardzo dokładnie zdefiniowane poziomy energetyczne. Oznacza to, że elektrony w atomie mogą znajdować się tylko w pewnych stanach energetycznych (najprostszym przypadkiem jest budowa energetyczna atomu wodoru, która została opisana w instrukcji do ćwiczenia 29). Zgodnie z **zakazem Pauliego**, na każdym poziomie energetycznym mogą znajdować się co najwyżej dwa elektrony (o identycznej energii, lecz różniące się spinem). W sytuacji, gdy zbliżymy do siebie dwa takie same atomy, to zaczną one na siebie oddziaływać. Poziomy energetyczne elektronów w atomach przed ich zbliżeniem były identyczne, więc dla spełnienia zakazu Pauliego po zbliżeniu atomów musi nastąpić niewielka zmiana energii poziomów. Bardzo często mówi się, że każdy z poziomów pojedynczego atomu musi rozszczepić się na dwa. W ten sposób liczba dostępnych stanów energetycznych elektronu podwoi się. Dodając kolejne atomy tworzy się sieć krystaliczna materiału, w którym każdy z poziomów pojedynczego atomu rozszczepia się na tyle poziomów, ile atomów tworzy sieć. Liczba atomów w materiałach jest ogromna - badana w ćwiczeniu próbka składa się z około 10^{23} atomów, tak więc liczba powstałych poziomów jest również ogromna a różnice energii między nimi są bliskie zeru. Te bardzo blisko siebie położone poziomy tworzą pasma energetyczne oddzielone przerwami energetycznymi, czyli pasmami o zakresie energii, których nie może mieć elektron. W zależności od rodzaju atomów tworzących materiał i wiązań między nimi, powstałe pasma energetyczne są w różny sposób obsadzone przez elektrony atomów. Na rysunku A1 przedstawiono układ pasm i przerw energetycznych trzech różnych typów materiałów: **metali**, **izolatorów** i **półprzewodników**.



Rys. A1. Schemat struktury pasmowej różnych materiałów - kolorem czerwonym oznaczono pasma walencyjne, a kolorem niebieskim pasma przewodnictwa.

Pasmo walencyjne (podstawowe), to najwyższe pasmo, które w temperaturze 0 K zawiera elektrony w stanie podstawowym. **Pasmo przewodnictwa** to najniższe pasmo zawierające nieobsadzone poziomy energetyczne, czyli poziomy, na które mogą przejść elektrony z pasma walencyjnego. Przejście do pasma przewodnictwa może nastąpić wskutek dostarczenia elektronom energii w postaci ciepła, kwantu energii, pod wpływem pola elektrycznego lub magnetycznego, itp. Elektrony znajdujące się w paśmie przewodnictwa są elektronami, które biorą udział w przewodnictwie prądu elektrycznego. Pasmo przewodnictwa oddzielone jest od pasma walencyjnego **przerwą wzbronioną**. Ważną wielkością dla opisu przewodnictwa elektrycznego jest **poziom Fermiego**. Określa on najwyższy poziom energetyczny zajęty przez elektrony w temperaturze 0 K. Dokładne informacje na temat poziomu Fermiego i rozkładu Fermiego-Diraca zawiera instrukcja do ćwiczenia 21.

W przypadku **metali** pasmo przewodnictwa zachodzi na pasmo walencyjne i poziom Fermiego znajduje się poniżej wierzchołka pasma walencyjnego, w pobliżu środka tego pasma. Tak więc w materiale znajduje się ogromna liczba stanów nieobsadzonych o podobnych sobie energiach, do których mogą przejść elektrony bez konieczności dostarczania z zewnątrz dodatkowej energii. Dzięki temu metale doskonale przewodzą prąd.

Inaczej wygląda sytuacja w przypadku **półprzewodników**. W przypadku półprzewodników poziom Fermiego znajduje się między wierzchołkiem pasma walencyjnego E_v , a dnem pasma przewodnictwa E_c . Tak więc poziom Fermiego leży w przerwie energetycznej, co oznacza, że w temperaturze 0 K nie ma żadnych elektronów w paśmie przewodnictwa. Rezystancja półprzewodnika jest nieskończona. Wraz ze wzrostem temperatury rośnie liczba elektronów w paśmie przewodnictwa i półprzewodnik zaczyna przewodzić prąd. Przewodnictwo jego jest jednak o wiele mniejsze niż metalu ze względu na dużo mniejszą liczbę elektronów - nośników prądu. Przerwa wzbroniona nie może być zbyt duża (mniejsza od 2-3 eV), aby możliwe było przejście elektronu do pasma przewodnictwa. Przejście elektronu do pasma przewodnictwa skutkuje powstaniem nieobsadzonego stanu w paśmie walencyjnym zwanego **dziurą**. Pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego elektrony poruszają się w określonym kierunku, a dziury w kierunku przeciwnym. Dziury zachowują się więc jak ładunki o znaku **dodatnim** (i ładunku równym ładunkowi elektronu). Nośnikami prądu w półprzewodniku są elektrony w paśmie przewodnictwa i dziury w paśmie walencyjnym.

Na rysunku A1 należy również zauważyć zaznaczone przerywanymi liniami dwa dodatkowe poziomy energetyczne E_d i E_a . Poziomy te są związane z **domieszkami**, czyli z wprowadzeniem do sieci krystalicznej atomów o innej liczbie elektronów walencyjnych niż liczba elektronów w atomach tworzących materiał. W **półprzewodnikach typu n**, atomy domieszki mają więcej elektronów walencyjnych niż atomy sieci. Przykładem domieszkowania typu n może być wprowadzanie atomów fosforu do krzemu. Atom fosforu zwany **donorem** ma jeden elektron więcej niż atom krzem i w strukturze pasmowej materiału tworzy dodatkowy poziom energetyczny zwany **donorowym**, w odległości E_d od dna pasma przewodnictwa. Zazwyczaj różnica energii między poziomem donorowym a dnem pasma przewodnictwa jest dużo mniejsza od szerokości przerwy wzbronionej E_g , dzięki czemu energia potrzebna do przejścia elektronu z poziomu domieszkowego do pasma przewodnictwa jest niewielka. Przyczynia się to do znacznego wzrostu przewodnictwa półprzewodnika domieszkowanego w porównaniu do półprzewodnika niedomieszkowanego. Wzrost przewodnictwa zależy od liczby atomów domieszki wprowadzonych do materiału podstawowego.

Podobna sytuacja występuje po wprowadzeniu do materiału atomów domieszki o liczbie elektronów walencyjnych mniejszej niż atomy sieci. Otrzymuje się wówczas **półprzewodnik typu p**. Przykładem domieszkowania typu p może być wprowadzanie atomów glinu do sieci krzemu. Atom glinu zwany **akceptorem** ma jeden elektron mniej niż atom krzem i w strukturze pasmowej materiału tworzy dodatkowy poziom energetyczny zwany **akceptorowym**, w odległości E_a od wierzchołka pasma walencyjnego. Zazwyczaj różnica energii między poziomem akceptorowym a wierzchołkiem pasma walencyjnego jest dużo mniejsza od szerokości przerwy wzbronionej E_g , dzięki czemu energia potrzebna do przejścia elektronu z pasma walencyjnego na poziom akceptorowy jest niewielka. W paśmie walencyjnym pojawiają się więc dziury, których liczba zależy od liczby wprowadzonych atomów domieszki. Tak jak w przypadku półprzewodników typu n, wzrost przewodnictwa półprzewodników typu p zależy od liczby atomów domieszki.

Jeśli przerwa wzbroniona jest bardzo duża, na przykład 5,5 eV dla diamentu, to możliwość przejścia elektronu do pasma przewodnictwa jest niewielka. Materiały o takich dużych przerwach wzbronionych nie mają nośników w paśmie przewodnictwa, tym samym nie przewodzą prądu i nazywane są **izolatorami**.