

## BADANIE PROCESÓW RELAKSACYJNYCH W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH

### 1. Podstawy fizyczne

Procesy relaksacyjne stanowią w przyrodzie bardzo często spotykaną klasę zjawisk. Ogólnie można je określić jako przejście układu makroskopowego do stanu równowagi. (Przez stan równowagi rozumiemy stan o minimalnym potencjale termodynamicznym). Procesy te są nieodwracalne, towarzyszy im bowiem rozpraszanie (dyssypacja) energii tj. zamiana części energii wewnętrznej układu na ciepło.

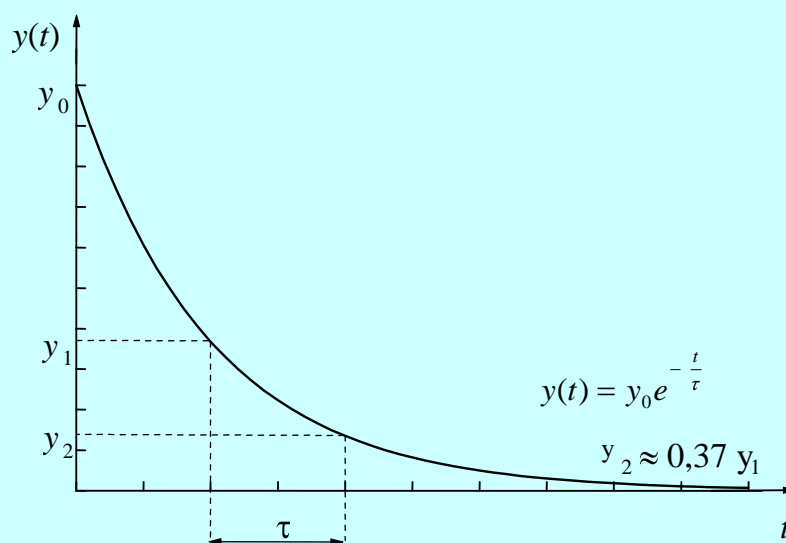
Do procesów relaksacyjnych zaliczamy zarówno zjawiska termodynamiczne - ogrzewanie się i stygnięcie ciał, rozprężanie gazów jak i rozpad promieniotwórczy, a także ładowanie lub rozładowanie kondensatorów w układzie elektrycznym RC.

Wszystkie wspomniane tu zjawiska posiadają wspólną cechę: szybkość przebiegu procesu  $\left(-\frac{dy}{dt}\right)$  jest proporcjonalna do wartości  $y(t)$  odchylenia od stanu równowagi w danej chwili. Oznacza to, że na początku procesu relaksacji zmiana opisującego go parametru jest gwałtowna i maleje do zera w miarę upływu czasu do nieskończoności.

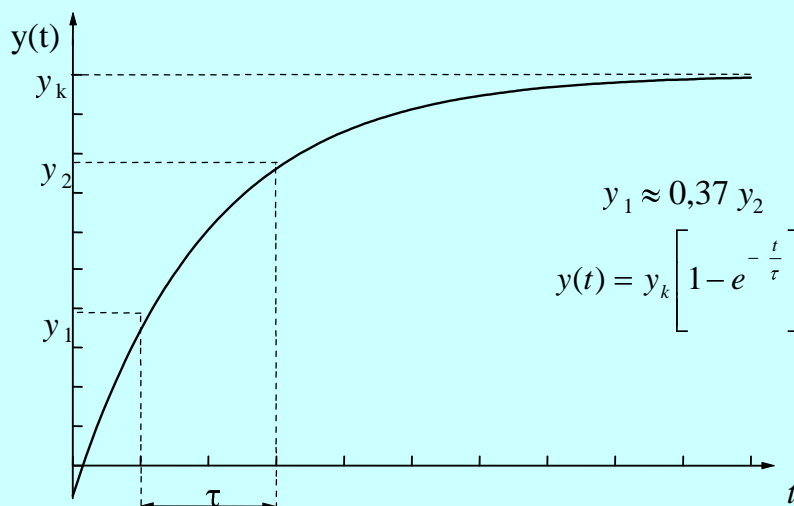
Matematycznie zjawiska te opisywane są przez:

- malejące funkcje wykładnicze (rozpraszanie energii, w stanie równowagi układ jest niezakłócony, a  $y_k = 0$ ), czyli  $y(t) = y_0 e^{-\lambda t}$  (rys.1), lub
- dopełniające funkcje wykładnicze (procesy lokalnego gromadzenia energii, w chwili początkowej energia układu równa 0), czyli  $y(t) = y_k (1 - e^{-\lambda t})$  (rys. 2).

W powyższych wzorach  $y(t)$  jest chwilową wartością wielkości fizycznej opisującej dany proces,  $y_0$  jej wartością początkową,  $y_k$  - końcową,  $e$  - podstawą logarytmów naturalnych ( $e = 2,72$ ),  $\lambda$  - współczynnikiem proporcjonalności o wymiarze odwrotności czasu. (Wyprowadzenie powyższych zależności znajduje się w **Dodatku 1** na końcu instrukcji.)



**Rys.1. Relaksacyjne osiągnięcie równowagi przy zmniejszaniu się wielkości  $y$ .  
 $\tau$  - czas relaksacji,  $y_0$  - początkowa wartość zmieniającej się wielkości.**



Rys. 2. Relaksacyjne osiągnięcie równowagi przez wzrost wielkości  $y$ .  
 $\tau$  - czas relaksacji,  $y_k$  - wartość końcowa wielkości  $y$ .

Często zamiast współczynnika  $\lambda$  używa się wielkości  $\tau = \frac{1}{\lambda}$  posiadającej wymiar czasu.

Wielkość tę nazywamy czasem relaksacji. Zapisane wyżej równania przyjmują wtedy postać:

$$y(t) = y_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

$$y(t) = y_k (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (2)$$

Interpretacja wielkości  $\tau$  jest wyjątkowo prosta: czas relaksacji  $\tau$  jest to taki czas  $\Delta t = \tau$ , po którym obserwowana wielkość ulegnie  $e$ -krotnej zmianie. Zaletą przyjęcia takiej wielkości opisującej proces jest niezależność wartości  $\tau$  od wyboru momentu obserwacji. Sama zaś wielkość  $\tau$  charakteryzuje szybkość przebiegu procesu relaksacyjnego.

Oba procesy wymuszonego wzrostu energii układu oraz jej rozpraszania mogą występować naprzemiennie, jeśli przy przekazywaniu energii z otoczenia do układu osiąga on stan równowagi nietrwałej. W tym momencie układ może spontanicznie rozproszyć zgromadzoną energię wielokrotnie szybciej niż jest mu przekazywana. W przypadku ciągłego dostarczania energii jej zmiany będą zachodzić periodycznie, gdyż każdorazowo po osiągnięciu stanu równowagi nietrwałej uzyskana energia zostanie rozproszona. W układzie powstaną drgania zwane drganiami relaksacyjnymi. Drgania te przebiegają w całkowicie odmienny sposób od drgań harmonicznym.

## 2. Opis ćwiczenia

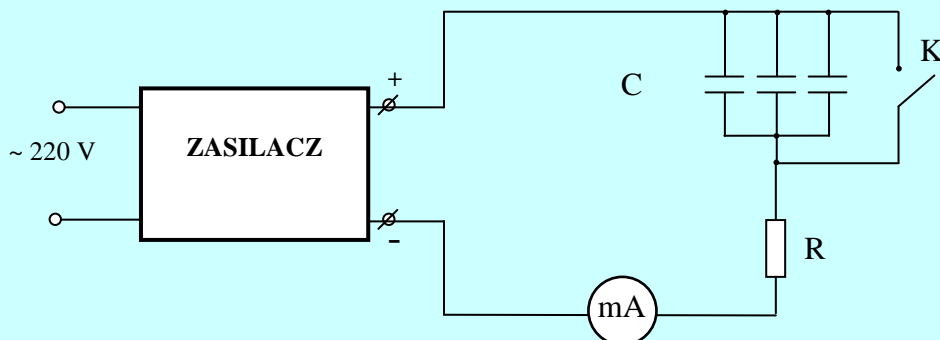
Relaksacyjny proces wzrostu energii w układzie, rozpraszania jej, jak również powstawanie drgań relaksacyjnych obserwować będziemy w obwodach elektrycznych  $RC$ , tzn. zestawionych z rezystorów i kondensatorów oraz dodatkowo, do obserwacji drgań, uzupełnionych lampą neonową charakteryzującą się właściwością kluczenia, tzn. zwierania lub rozwierania gałęzi obwodu w zależności od napięcia na swoich zaciskach.

W obwodzie zawierającym szeregowo połączone rezystor  $R$  i kondensator  $C$  prąd stały nie może płynąć. W układach takich uzupełnionych o miernik prądu (rys. 3 i 4), po ich zamknięciu jesteśmy w stanie zaobserwować jedynie krótkotrwały prąd ładowania lub rozładowania kondensatora. Klucze  $K$  służą do zamykania obwodów i rozładowywania kondensatora przed ponownym przeprowadzeniem pomiaru.

Do opisu procesów przebiegających w badanych obwodach wykorzystujemy II prawo Kirchhoffa stwierdzające, że algebraiczna suma spadków potencjałów i sił elektromotorycznych w obwodzie zamkniętym jest równa zero.

### 2.1. Ładowanie kondensatora w obwodach RC.

Zamknięcie klucza K w obwodzie przedstawionym na rys.3 powoduje przepływ stałego prądu o maksymalnej wartości  $I_0 = \varepsilon/R$ , gdzie  $\varepsilon$  jest siłą elektromotoryczną zasilacza. Po otwarciu klucza K następuje ładowanie kondensatora C, czyli gromadzenie się ładunku  $q$  na jego okładkach. Powoduje to wzrost napięcia na kondensatorze  $U_c$  przy jednoczesnym zmniejszaniu się natężenia prądu ładującego.



Rys.3. Obwód ładowania kondensatora.

II prawo Kirchhoffa dla obwodu ładowania kondensatora przyjmuje postać:

$$\mathcal{E} = IR + \frac{q}{C}, \quad (3a)$$

gdzie  $IR$  wyraża chwilowy spadek potencjału (napięcie) na rezystorze R, zaś  $q/C$  chwilową wartość różnicy potencjałów na okładkach kondensatora. Pamiętając, że prąd  $I = dq/dt$ , po podstawieniu otrzymujemy równanie różniczkowe jednej zmiennej  $q$  w postaci :

$$\mathcal{E} = \frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C}. \quad (3b)$$

Na drodze elementarnych przekształceń prowadzących do rozdzielenia zmiennych  $q$  i  $t$  (patrz Dodatek 1) otrzymujemy ostatnie równanie w postaci:

$$\frac{dq}{q - \mathcal{E}C} = -\frac{1}{RC} dt. \quad (3c)$$

Po obustronnym scałkowaniu oraz uwzględnieniu warunków początkowych  $q(t=0) = 0$  prowadzących do wartości stałej całkowania  $A = -\mathcal{E}C$ , otrzymujemy rozwiązanie na czasową zależność ładunku  $q$  w procesie ładowania kondensatora w postaci dopełniającej krzywej wykładniczej (porównaj z równaniem (2)):

$$q(t) = \mathcal{E}C \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = q_k \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (4)$$

Zgodnie z powyższą zależnością ładunek narasta wykładniczo od wartości  $q = 0$  do wartości  $q_k = \mathcal{E}C$ . W analogiczny sposób przebiegają zmiany napięcia. Wynika to bezpośrednio ze związku między ładunkiem i napięciem  $U_c$  na okładkach kondensatora:

$$U_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \mathcal{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right), \quad (4a)$$

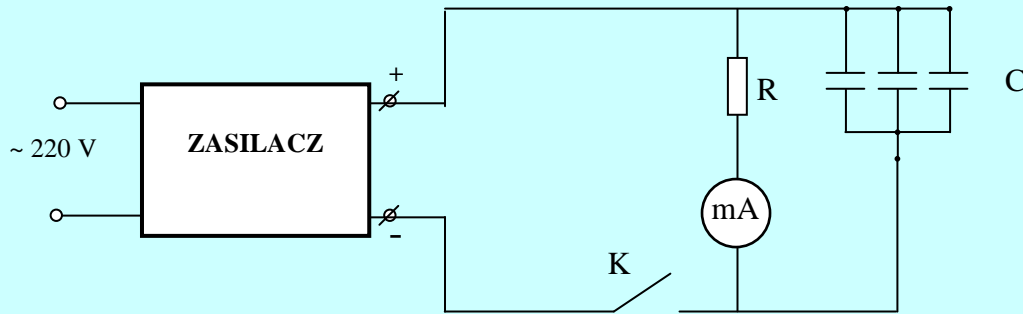
natomiast prąd ładowania płynący po zamknięciu obwodu, jako pochodna ładunku po czasie, opisany jest zależnością wykładniczą:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} .$$

(5)

## 2.2. Rozładowanie kondensatora w obwodach RC.

Układ, w którym przeprowadzamy badanie charakterystyk rozładowania przedstawiony jest na rys.4.



Rys.4 Obwód rozładowania kondensatora.

Kondensator  $C$ , uprzednio naładowany do napięcia  $\varepsilon$ , rozładowywany jest przez rezystor  $R$ . Pod nieobecność w obwodzie rozładowania siły elektromotorycznej, II prawo Kirchhoffa przyjmuje postać:

$$IR + \frac{q}{C} = 0 ,$$

(6a)

gdzie, jak uprzednio,  $IR$  wyraża spadek potencjału na rezystorze, zaś  $q/C$  chwilową wartość różnicy potencjałów na okładkach kondensatora. Po uwzględnieniu związku pomiędzy prądem i ładunkiem uzyskujemy różniczkowe równanie jednej zmiennej  $q$  w postaci:

$$\frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C} = 0 ,$$

(6b)

przyjmując po rozdzieleniu zmiennych postać analogiczną do równania(3c), gdy  $\varepsilon = 0$ :

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt ,$$

(6c)

charakterystyczną dla procesów relaksacyjnego rozpraszania. Jego rozwiązanie opisuje chwilową wartość ładunku  $q(t)$  na okładkach kondensatora (porównaj równania (4) i (5)):

$$q(t) = \mathcal{E} C e^{-\frac{t}{RC}} = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} .$$

(7)

Ze związku między napięciem i ładunkiem na okładkach kondensatora otrzymujemy czasową zależność zmian napięcia w procesie rozładowania :

$$U_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}} ,$$

(8)

zaś po zróżniczkowaniu równania (7) otrzymujemy czasową zależność prądu rozładowania:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} .$$

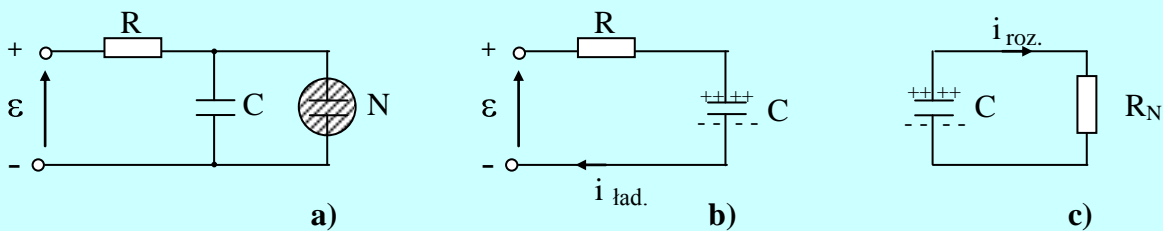
(9)

Porównanie wykładników potęg w równaniach (7) i (9) z wykładnikami potęg występującymi w równaniach (1) i (2) wskazuje, że w omawianych obwodach  $\lambda = 1/RC$ , a czas relaksacji  $\tau = RC$ , gdzie  $R$  jest rezystancją, zaś  $C$  pojemnością w obwodzie.

### 2.3. Drgania relaksacyjne w obwodach RC.

Proces uzyskiwania energii od otoczenia przez układ może zostać przerwany, jeśli osiągnięty stan jest stanem równowagi nietrwalej, a uzyskana energia może zostać szybko rozproszona. Jeśli proces dostarczania energii trwa nieustannie, ponownie rozpocznie się gromadzenie energii przez układ do momentu osiągnięcia stanu równowagi nietrwalej i jej rozproszenia.

W układzie, pokazanym na rys. 5 zachodzić będzie periodycznie proces gromadzenia i rozpraszania energii zwany **drzganiami relaksacyjnymi**. W układzie szeregowym RC „zapętlenie” ładowania i rozładowania kondensatora uzyskuje się przez dołączenie do okładek kondensatora **lampa neonowej** (rys.5a). Dla napięć niższych od napięcia zapłonu  $U_z$  lampa **praktycznie nie przewodzi prądu (rezystancja bliska nieskończonej)** i nie zakłóca ładowania kondensatora ze źródła prądu (rys.5b). Po zgromadzeniu na okładkach kondensatora ładunku  $q$ , dla którego różnica potencjałów osiąga wartość  $U_z$ , w lampie neonowej zachodzi jonizacja lawinowa zamkniętego w bańce gazu i jej zdolność przewodnictwa gwałtownie wzrasta o wiele rzędów wielkości. Dalszy wzrost napięcia między okładkami kondensatora zostaje przerwany w wyniku zwarcia jego okładek i następuje proces rozładowywania kondensatora (rys.5c). Należy jednak pamiętać, że **proces ładowania trwa dalej** (kondensator **NIE** został odłączony od zasilacza), lecz prąd rozładowania jest większy niż prąd ładowania. Sytuacja taka może mieć miejsce tylko w przypadku gdy rezystancja neonówki w stanie przewodzenia  $R_N$  będzie **MNIEJSZA** od rezystancji szeregowej  $R$ .



Rys. 5 Obwód do obserwacji drgań relaksacyjnych.

Rezystancja neonówki  $R_N$  w stanie przewodzenia jest wielokrotnie **mniejsza** od rezystancji  $R$  obwodu ładowania, toteż szybkość rozpraszania energii również przewyższa szybkość jej gromadzenia. Charakterystyczną cechą lampy neonowej jest podtrzymanie jonizacji lawinowej pomimo obniżania napięcia i ostateczny jej zanik dopiero przy napięciu niższym o kilkanaście voltów, zwanym napięciem gaśnięcia  $U_g$ . W tym momencie rezystancja neonówki  $R_N$  **wzrasta ponownie do wartości bliskiej nieskończoności**, a w gałęzi, w której jest włączona przestaje płynąć prąd. W układzie tym następuje więc periodyczne ładowanie kondensatora - gromadzenie energii (w obwodzie na rys.5b) i jego rozładowanie - rozpraszanie energii (obwód na rys.5c). Napięcie na okładkach kondensatora narasta i zanika wykładniczo oscylując między wartościami  $U_z$  i  $U_g$  (porównaj rys.6a i 6b). W procesie ładowania zmiany napięcia opisuje dopełniająca funkcja

wykładnicza  $U_C = \mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$  (patrz równanie 4a).

Ładowanie kondensatora przebiega w czasie  $t_1$  od napięcia  $U_c(t) = U_g$  do  $U_c(t + t_1) = U_z$ . Wyrażenia na końcowe wartości zapiszemy w postaci:

$$\mathcal{E} - U_g = \mathcal{E} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} ; \quad \mathcal{E} - U_z = \mathcal{E} \cdot e^{-\frac{t}{RC} - \frac{t_1}{RC}} . \quad (10)$$

Po podzieleniu obu równań stronami i obustronnym logarytmowaniu otrzymujemy wyrażenie na czas ładowania kondensatora  $t_1$ :

$$t_1 = RC \ln \left( \frac{\mathcal{E} - U_g}{\mathcal{E} - U_z} \right) = RCK , \quad \text{gdzie } K = \ln \left( \frac{\mathcal{E} - U_g}{\mathcal{E} - U_z} \right) \quad (11)$$

Zmiany napięcia w procesie rozładowania (8) opisane są zależnością wykładniczą

$U_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{R_N C}}$  i przebiegają od napięcia  $U_c(t) = U_z$  do napięcia  $U_c(t + t_2) = U_g$ , związanych zależnością :

$$U_g = U_z e^{-\frac{t_2}{R_N C}} \quad (12)$$

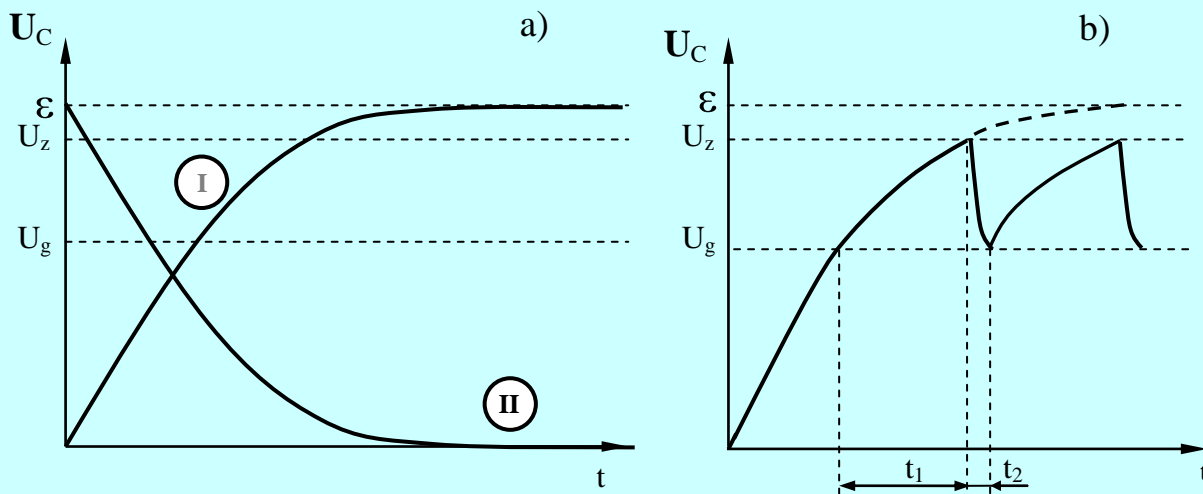
Zatem czas rozładowania  $t_2$  wynosi:

$$t_2 = R_N C \ln \left( \frac{U_z}{U_g} \right). \quad (13)$$

Okres drgań relaksacyjnych  $T$  jest sumą czasów ładowania  $t_1$  i rozładowania  $t_2$ :

$$T = t_1 + t_2 \quad (14)$$

Na rys. 6b przedstawiono przebieg zmian napięcia  $U(t)$  na okładkach kondensatora w funkcji czasu, uzyskany graficznie z odpowiednich wycinków krzywych  $U_c(t)$  ładowania i rozładowania kondensatora (rys. 6a). Dzięki zjawisku jarzenia się gazu, towarzyszącemu jonizacji lawinowej, można bezpośrednio obserwować występowanie tego procesu i mierzyć okres drgań relaksacyjnych.



**Rys.6. Czasowe zmiany napięcia na kondensatorze w procesie drgań relaksacyjnych.**  
**a) zmiany napięcia na kondensatorze: krzywa ładowania (I), krzywa rozładowywania (II) w obwodzie bez neonówki;**  
**b) zmiany napięcia na kondensatorze w procesie drgań relaksacyjnych.**  
 $U_z$  - napięcie zapłonu neonówki,  $U_g$  - napięcie gaśnięcia neonówki,  $\varepsilon$  - napięcie zasilacza,  $t_1$  - czas ładowania kondensatora,  $t_2$  - czas rozładowania kondensatora.

### 3. Wykonanie ćwiczenia

W zależności od czasu przeznaczanego na wykonanie ćwiczenia, po porozumieniu z asystentem, wykonujemy pomiary w pełnym lub ograniczonym zakresie. Do pomiarów potrzebny jest stoper.

#### 3.1 Badanie procesu ładowania (rozładowania) kondensatora.

Obwody, w których obserwujemy ładowanie lub rozładowanie kondensatora zestawiamy według schematów z rys. 3 lub rys. 4. Klucz K (rys. 3) dołączony do okładek kondensatora służy do jego rozładowania przed ponownym przeprowadzeniem pomiaru i w czasie ich trwania powinien pozostać otwarty. Klucz K z rysunku 4 zwieramy na krótką chwilę, aby naładować kondensator i otwieramy rozpoczynając proces rozładowania kondensatora.

Wyniki pomiarów natężenia prądów ładowania (rozładowania) kondensatora odczytywanych co 5 sekund zapisujemy w tabelkach według poniższego wzoru (tabela 1). Pomiary natężeń prądów kończymy po czasie  $t = 3\tau$ , gdy ich wartość spada do około 5% początkowej wartości.

Tabela 1

C [μF]	R [kΩ]	t(s)	0	5	10	15	20	25...
		$I_0$ (μA)						
C <sub>1</sub> =	R <sub>1</sub> =							
	R <sub>2</sub> =							
C <sub>2</sub> =	R <sub>1</sub> =							
	R <sub>2</sub> =							

#### 3.2 Wyznaczanie okresu drgań relaksacyjnych.

Jak pamiętamy, dzięki zjawisku świecenia gazu w neonówce towarzyszącemu jonizacji lawinowej, można bezpośrednio obserwować występowanie tego procesu i mierzyć okres drgań relaksacyjnych.

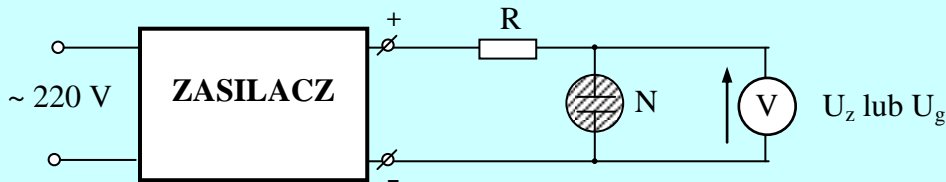
Okres drgań relaksacyjnych  $T$  jest sumą czasu ładowania  $t_1$  i rozładowania  $t_2$  kondensatora,  $T = t_1 + t_2$ . Ponieważ czas relaksacji obwodu rozładowania  $\tau = R_N C$  jest bardzo mały z powodu małej wartości rezystancji neonówki  $R_N$  w stanie przewodzenia (jonizacji lawinowej) obserwacja drgań ze stoperem w ręku wymaga, ze względu na ograniczoną szybkość ludzkiej percepcji, wydłużenia okresu poprzez wydłużenia czasów ładowania wymagające dużych wartości oporności  $R$  w obwodzie ładowania. W rezultacie, ze względu na powyższy warunek stosunek czasów

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{R}{R_N} \frac{\ln[(\mathcal{E} - U_g)/(\mathcal{E} - U_z)]}{\ln(U_g/U_z)} \gg 1 \text{ i okres drgań relaksacyjnych } T \cong t_1. \text{ Obserwacja drgań na ekranie}$$

oscyloskopu wymaga z kolei szybkich przebiegów ze względu na trudności synchronizacji przebiegów wolnych, dlatego tym razem w obwodzie ładowania należy włączyć rezystor  $R$  o wartości porównywalnej z  $R_N$ . W tym układzie zatem okres drgań będzie równy  $T = t_1 + t_2$ . Do obliczenia czasów  $t_1$  i  $t_2$  wymagane są wartości napięcia zapłonu  $U_z$  i gaśnięcia  $U_g$  neonówki, a także napięcia zasilacza,  $\varepsilon$  (patrz zależności (11), (13)).

**3.3. Pomiar napięcia zapłonu  $U_z$  i gaśnięcia  $U_g$  neonówki.**

1. Zestawić układ pomiarowy według schematu przedstawionego na rys.7.
2. Przez obrót pokrętki zasilacza bardzo powoli zwiększać napięcie aż do momentu zapłonu neonówki.
3. Zanotować najwyższą wartość napięcia odczytaną **PRZED** zaświeceniem,  $U_z$  (w momencie zaświecenia napięcie spada o kilkanaście woltów w stosunku do tzw. napięcia pracy).
4. Powoli obniżać napięcie i zanotować wartość  $U_g$ , przy której zanika jarzenie gazu. Pomiar powtórzyć kilkakrotnie, a wyniki zapisać w tabelce 2 i obliczyć ich wartości średnie. Uwzględnić niepewności typu A i typu B.



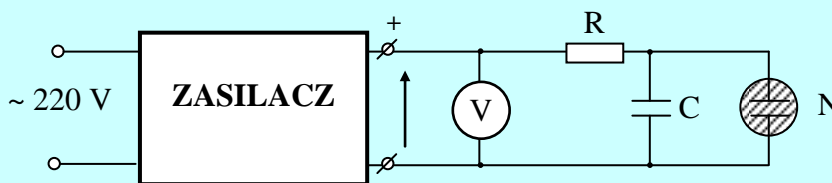
Rys. 7. Schemat układu do pomiaru napięcia zapłonu i gaśnięcia neonówki.

Tabela 2.

n \ U[V]	1	2	3	4	5	6	...	...	$U_{\text{sr}}$
$U_z$									
$U_g$									

**3.4. Badanie zależności okresu drgań od wartości rezystancji R i pojemności C.**

1. Zestawić układ pomiarowy w/g schematu przedstawionego na rys.8.



Rys. 8. Układ do obserwacji drgań relaksacyjnych w obwodzie RC z lampą neonową.

2. Ustawić taką wartość napięcia zasilacza  $U$ , aby zaobserwować rozbłyski neonówki dla każdej wartości rezystancji  $R$  (napięcie zasilacza w trakcie pomiarów musi pozostać stałe).
3. Zmierzyć co najmniej dwukrotnie czas  $n=20$  rozbłysków neonówki dla różnych kolejnych wartości  $R$ . Wyniki pomiarów i obliczony okres drgań zapisujemy w tabeli 3.
4. Oszacować wartości niepewności  $R$ ,  $C$ ,  $U_z$ ,  $U_g$ ,  $U$ .

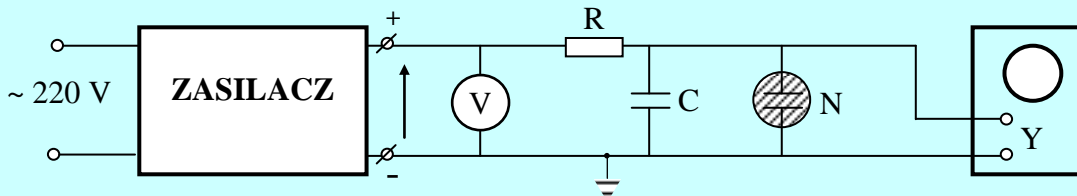
Tabela 3

C [F]	R [kΩ]	$t_{20}$ [s]	$T_{\text{eksp}}$ [s]
$C_1 =$	$R_1 =$		
	.....		
	$R_k =$		
$C_2 =$	$R_1 =$		
	.....		
	$R_k =$		



### 3.5. Obserwacja drgań relaksacyjnych na ekranie oscyloskopu.

1. Zestawić układ pomiarowy według schematu przedstawionego na rys. 9, pamiętając o poprawnym połączeniu zacisku masy zasilacza i oscyloskopu oraz włączeniu do obwodu rezystora  $R$  o mniejszej wartości.
2. Na podstawie obserwacji przebiegu na ekranie oszacować czasy ładowania i rozładowania kondensatora.



Rys. 9. Schemat układu do obserwacji drgań relaksacyjnych na ekranie oscyloskopu.

## 4. Opracowanie wyników

### 4.1. Badanie ładowania (rozładowania) kondensatora.

1. Wykonać wykresy prądów ładowania (rozładowania) przy pomocy programu komputerowego w układzie  $I = f(t)$  oraz w układzie  $\ln I = f(t)$ . W pierwszym przypadku punkty pomiarowe powinny układać się wokół krzywej wykładniczej, w drugim zaś wzdłuż linii prostej.
2. Określić czasy relaksacji badanych procesów dla różnych wartości iloczynu  $RC$ , wykorzystując metodę wybraną przez asystenta.
  - a) Metoda wyznaczenia nachylenia wykresów  $\ln I = f(t)$ . W tym układzie współrzędnych punkty pomiarowe powinny układać się wzdłuż prostych  $\ln I = -t/\tau + \ln I_0$ , ( $y = bx + a$ ), a więc obliczenie  $\tau = -1/b$  sprowadza się do obliczenia odwrotności współczynnika kierunkowego prostej przy pomocy metody najmniejszych kwadratów (w programie Origin). Korzystając z testu  $\chi^2$ , potwierdzić lub nie eksponencjalną zależność prądu od czasu.
  - b) Metoda wynikająca z definicją czasu relaksacji  $\tau$ : na wykresie  $I(t)$  na osi prądu oznaczamy dwie wartości  $I_1$  i  $I_2$  pozostające w stosunku  $I_2 = I_1/e$ , wtedy różnica ich odciętych określa przedział czasowy  $\Delta t = \tau$ . Powtarzamy tę czynność w kilku różnych punktach wykresu i obliczamy z nich wartość średnią.

**Wybór metod obliczania  $\tau$  uzgadniamy z asystentem.** Wyniki te należy zestawić w tabelce wraz z wartością  $\tau$  obliczoną z czasu połowicznego zaniku oraz z wartością iloczynu  $\tau = RC$ . Niepewność złożoną obliczamy dla wykorzystanej metody.

3. Wyniki obliczeń oraz niepewności pomiarów umieścić w tabeli 4.

Tabela 4

R [k $\Omega$ ] C [ $\mu$ F]	RC [s]	$u(\tau_{obl})$ [s]	$\tau_{eksp}$ [s]	$u(\tau_{eksp})$ [s]
R <sub>1</sub> = C <sub>1</sub> =				
R <sub>1</sub> = C <sub>1</sub> =				
..... .				

**4.2 Badanie drgań relaksacyjnych.**

1. Obliczyć niepewność złożoną  $u_c(T)$  na podstawie oszacowanych niepewności  $R$ ,  $C$ ,  $U_z$ ,  $U_g$ ,  $U$ .
2. Porównać zmierzone w doświadczeniu wartości okresów  $T_{\text{eksp}}$  z obliczonymi według wzoru  $T_{\text{obl}} = RCK$  (wzór 11), a wyniki zestawić w tabeli 5.
3. Sporządzić wykresy  $T = f(R)$  dla stałych wartości  $C$ .

**Tabela 5**

R [kΩ] C [μF]	$T_{\text{eksp}}$ [s]	$T_{\text{obl}}$ [s]	$u(T_{\text{eksp}})$ [s]	$u(T_{\text{obl}})$ [s]
$R_1, C_1$				
.....				
$R_k, C_j$				

**5. Pytania kontrolne (pełny wykaz na stronie laboratorium)**

1. Scharakteryzować właściwości układu, w którym możliwe jest wystąpienie drgań relaksacyjnych.
2. Porównać drgania relaksacyjne i harmoniczne.
3. Dlaczego wybraliśmy obwód  $RC$  jako układ badania drgań relaksacyjnych?
4. Jakie zmiany przebiegu napięcia na kondensatorze  $U_c$  zaobserwujemy na ekranie oscyloskopu po wymianie neonówki na inną o parametrach  $U_z' = 2U_z$  i  $U_g' = U_g$ ?
5. Opisz zasadę działania lampy neonowej.

**6. Literatura**

1. D. Halliday, R. Resnik; Fizyka; t.2, rozdz.32, PWN 1990.
2. E. Purcell; Elektryczność i magnetyzm; rozdz.4.1, PWN 1988.
3. Podręcznik kursu fizyki dla szkoły średniej.

**DODATEK 1.**

Równanie różniczkowe opisujące szybkość zmian wielkości  $y$  w czasie ma postać:

$$\frac{dy}{dt} = -\lambda (y - y_k), \quad (D1)$$

w którym  $\lambda$  jest współczynnikiem proporcjonalności. Szczególnie łatwo uzyskujemy rozwiązanie, gdy  $y$  maleje od wartości początkowej  $y_0$  do wartości końcowej  $y_k$  ( $y_0 > y_k$ ). Jest to równanie różniczkowe pierwszego rzędu, które rozwiązujemy metodą rozdzielania zmiennych. Mnożąc obie strony równania (1) przez wyrażenie  $\frac{dt}{y - y_k}$  i całkując obustronnie (dla prostoty przyjmijmy, że w stanie równowagi  $y_k = 0$ ), uzyskujemy równanie:

$$\int \frac{dy}{y - y_k} = -\int \lambda dt, \quad (D2)$$

którego funkcją pierwotną jest funkcja  $\ln(y - y_k)$

$$\ln(y - y_k) = -\lambda t + \ln A \quad (D3)$$

a rozwiązanie po uwzględnieniu warunku początkowego  $A = y(t=0) = y_0$ , oraz  $y_k = 0$  przyjmuje postać:

$$\ln y = -\lambda t + \ln y_0, \quad (D4)$$

ponieważ

$$\ln y - \ln y_0 = \ln \frac{y}{y_0} \quad (D5)$$

czyli

$$\ln \frac{y}{y_0} = -\lambda t \quad (D6)$$

po przekształceniu otrzymujemy postać funkcji wykładniczej

$$\frac{y}{y_0} = e^{-\lambda t} \quad (D7)$$

czyli

$$y(t) = y_0 e^{-\lambda t} \quad (D8)$$

W procesie przeciwnym, gdy stan równowagi zostaje osiągnięty poprzez wzrost wielkości  $y$  jej zmiany w czasie opisywane są przez dopełniającą zależność wykładniczą:

$$[1 - \exp(-\lambda t)]. \quad (D9)$$

Po uwzględnieniu w równaniu (D3) warunku początkowego  $y(0) = 0$  prowadzącego do wartości stałej  $A = y_k$ , otrzymujemy równanie:

$$\ln(y - y_k) = -\lambda t + \ln y_k, \quad (D10)$$

które po przekształceniu przyjmuje postać dopełniającej funkcji wykładniczej:

$$y(t) = y_k (1 - e^{-\lambda t}). \quad (D11)$$

## DODATEK 2.

### Właściwości lampy neonowej

Lampa neonowa jest bańką szklaną z wtopionymi dwiema elektrodami i napełnioną gazem szlachetnym pod obniżonym ciśnieniem (rzędu kPa). W rozrzedzonym gazie droga swobodna cząsteczek ulega wydłużeniu, dzięki czemu ułatwione jest uzyskanie wyładowania jarzeniowego po przyłączeniu niskiego napięcia rzędu kilkudziesięciu V do jej elektrod. Podamy tu uproszczony opis tego zjawiska.

Zdolność przewodzenia prądu elektrycznego zależy od liczby nośników ładunku. Dla gazu koncentracja nośników ładunku, tj. liczba nośników w jednostce objętości, jest wielkością dynamiczną i jej chwilowa wartość określona jest przez szybkość generacji i rekombinacji nośników.

Pod nieobecność zewnętrznego napięcia gaz w lampie neonowej jest w wyniku dysocjacji termicznej i promieniowania tylko w znikomym stopniu zjonizowany na jony dodatnie (kationy) i elektrony, a koncentracja nośników jest bliska zeru.

W polu elektrycznym powstałym po przyłożeniu napięcia do elektrod neonówki, istniejące ładunki unoszone są do odpowiednich elektrod, tworząc prąd o bardzo małym natężeniu. Opór neonówki jest wtedy duży, lecz jego wartość jest skończona. Zwiększenie napięcia powoduje zwiększenie prędkości unoszenia i w wyniku tego wzrost natężenia prądu, aż do osiągnięcia wartości prądu nasycenia, odpowiadającej usuwaniu wszystkich istniejących w obszarze międzyelektrodowym nośników prądu. Jednak wobec znikomo małej koncentracji nośników, gaz zamknięty w bańce, możemy dla tego zakresu napięć, dla celów praktycznych traktować jako izolator.

Przy wyższych napięciach, elektrony przyspieszone w polu elektrycznym, uzyskują energię kinetyczną porównywalną z energią jonizacji cząsteczek gazu. Energia jonizacji jest to energia wystarczająca do oderwania elektronu od cząsteczki gazu, w którego rezultacie w miejsce obojętnej elektrycznie cząsteczki powstaje swobodny elektron i dodatnio naładowany kation. Gdy energia kinetyczna elektronów, wraz ze wzrostem napięcia między elektrodami, osiągnie energię jonizacji cząstek gazu, prawdopodobieństwo jonizacji zderzeniowej elektronów z molekułami gwałtownie rośnie, prowadząc do zwiększenia koncentracji nośników prądu. W silnych polach elektrycznych energia kinetyczna elektronu przewyższa znacznie energię jonizacji i jeden elektron wyniku następujących po sobie zderzeń wytwarza całą lawinę jonów dodatnich i elektronów. Powstałe elektrony jonizują kolejne molekuly gazu. Proces powielania narasta lawinowo w kierunku anody i obszar między elektrodami zostaje całkowicie zjonizowany.

Narastanie procesu lawinowego prowadzi w wyniku różnicy ruchliwości jonów dodatnich i elektronów do powstania niejednorodnego rozkładu pola między elektrodami. Elektrony jako nośniki o dużej ruchliwości docierają bez przeszkód do anody. Natomiast ciężkie jony gazu (kationy) unoszone są znacznie wolniej w przeciwnym kierunku tworząc ładunek przestrzenny w obszarze między elektrodami. Jednorodnie początkowo pole elektryczne w wyniku obecności ładunku przestrzennego koncentruje się między nim a katodą. W pobliżu katody, w wyniku narastania przebicia lawinowego, wzrasta koncentracja kationów gazu i powstaje bardzo silne pole elektryczne.

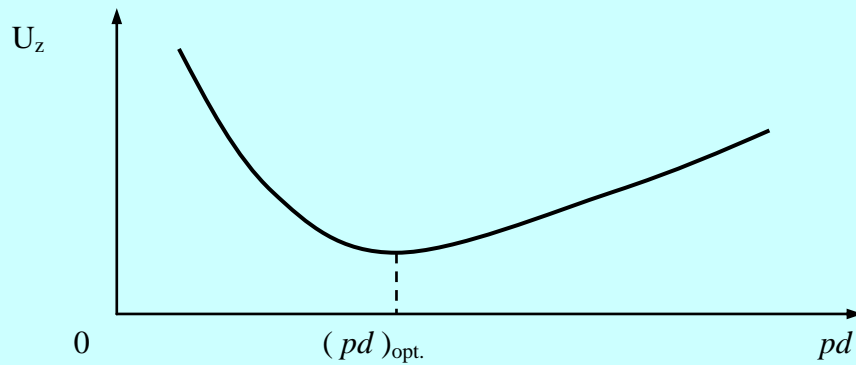
Powierzchnia katody bombardowana jest przez kationy, a energia kinetyczna tych kationów, które przebyły odcinek od anody jest wystarczająco duża, aby powodować wybijanie z powierzchni katody wtórnych elektronów (tzw. emisja wtórna). Elektrony te, dodatkowo przyspieszone w polu elektrycznym, rozpoczynają proces jonizacji już przy katodzie. Pierwotne czynniki przestają odgrywać znaczącą rolę w procesie generacji nośników prądu wobec wybijania elektronów z katody i jonizacji zderzeniowej. Zjawisko to nosi nazwę przebicia elektrycznego gazu, a odpowiadające mu napięcie  $U_z$  - napięciem zapłonu.

Zderzenia tych elektronów, które posiadają energię mniejszą od energii jonizacji molekuly gazu prowadzi jedynie do wzbudzenia uderzonej molekuly. Energia ta jest wypromieniowywana w formie kwantów światła. Dlatego dzięki towarzyszącemu jonizacji lawinowej świeceniu gazu możemy stwierdzić jej występowanie.

Zjonizowany gaz jest tak dobrym przewodnikiem, że natężenie przepływającego przez lampę prądu ograniczone jest tylko przez rezystancję w obwodzie zewnętrznym.

Istotną cechą wyładowania jarzeniowego jest jego zdolność samopodtrzymywania nawet przy obniżeniu napięcia poniżej wartości  $U_z$  na skutek efektu wtórnej emisji elektronów z katody w wyniku jej bombardowania przez kationy gazu. W rezultacie zanik wyładowania następuje przy napięciu  $U_g$ , niższym od  $U_z$  o około 20 - 30V.

Z opisu zjawiska wynika, że wywołanie wyładowania jarzeniowego zależy przede wszystkim od energii jonizacji gazu i pracy wyjścia elektronów z materiału katody. Przy optymalizowaniu konstrukcji elementów jarzeniowych mającej na celu uzyskanie niskich wartości napięcia zapłonu  $U_z$ , stwierdzono zależność  $U_z$  od iloczynu  $pd$ , gdzie  $p$  - jest ciśnieniem gazu,  $d$  - odległością między elektrodami (patrz rys.10). Wzrost wartości  $U_z$  dla dużych wartości  $pd$  (w zakresie dużych ciśnień) spowodowany jest skróceniem drogi swobodnej, zaś w obszarze małych ciśnień i małych rozmiarów bańki - zmniejszeniem prawdopodobieństwa jonizacji zderzeniowej.



**Rys.10.** Zależność napięcia zapłonu neonówki  $U_z$  od iloczynu  $pd$ , gdzie  $p$  - jest ciśnieniem gazu a  $d$  - odległością między elektrodami.