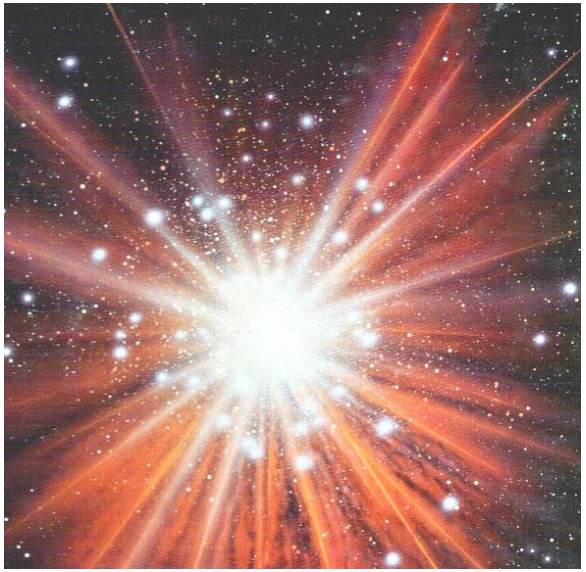
Katarzyna Grebieszkow
Wydział Fizyki Politechniki Warszawskiej
Zakład Fizyki Jądrowej
Pracownia Reakcji Ciężkich Jonów

”Fizyka zderzeń ciężkich jonów”

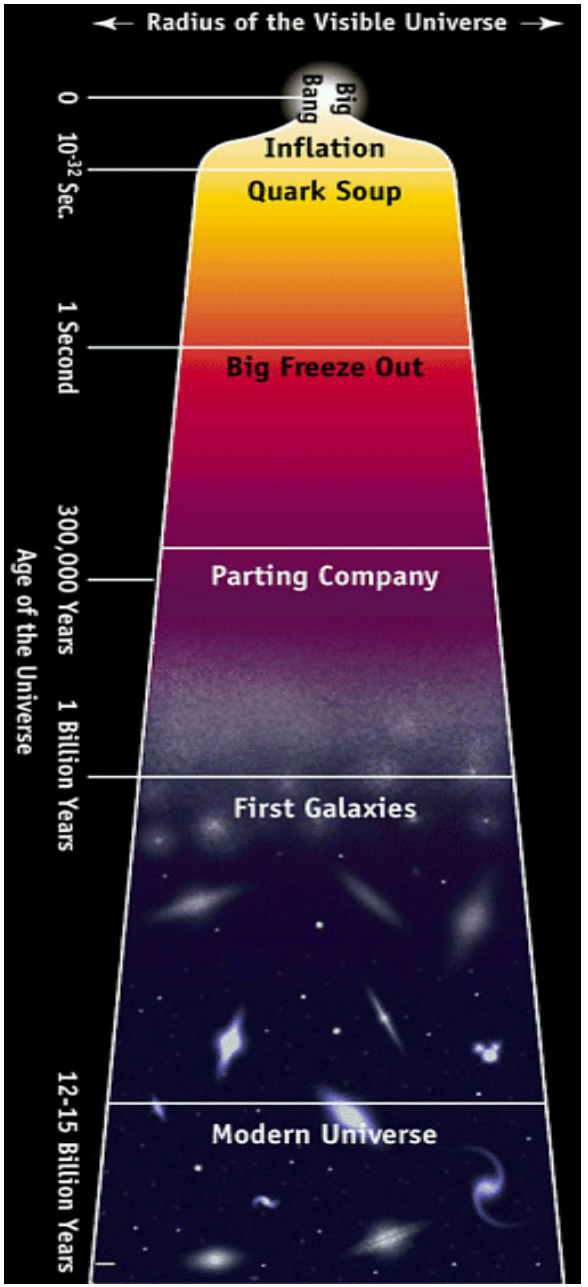
semestr letni 2023/2024

Wykład 8

1. Model Wielkiego Wybuchu. Diagram fazowy silnie oddziałującej materii.
2. Rachunki na sieciach na warunki przejścia fazowego, gęstość energii w funkcji temperatury.
3. Rząd przejścia fazowego i punkt krytyczny na diagramie fazowym.



Przejście QGP w hadrony:
t ~ 10 μs po WW
T ~ 10^{12} K

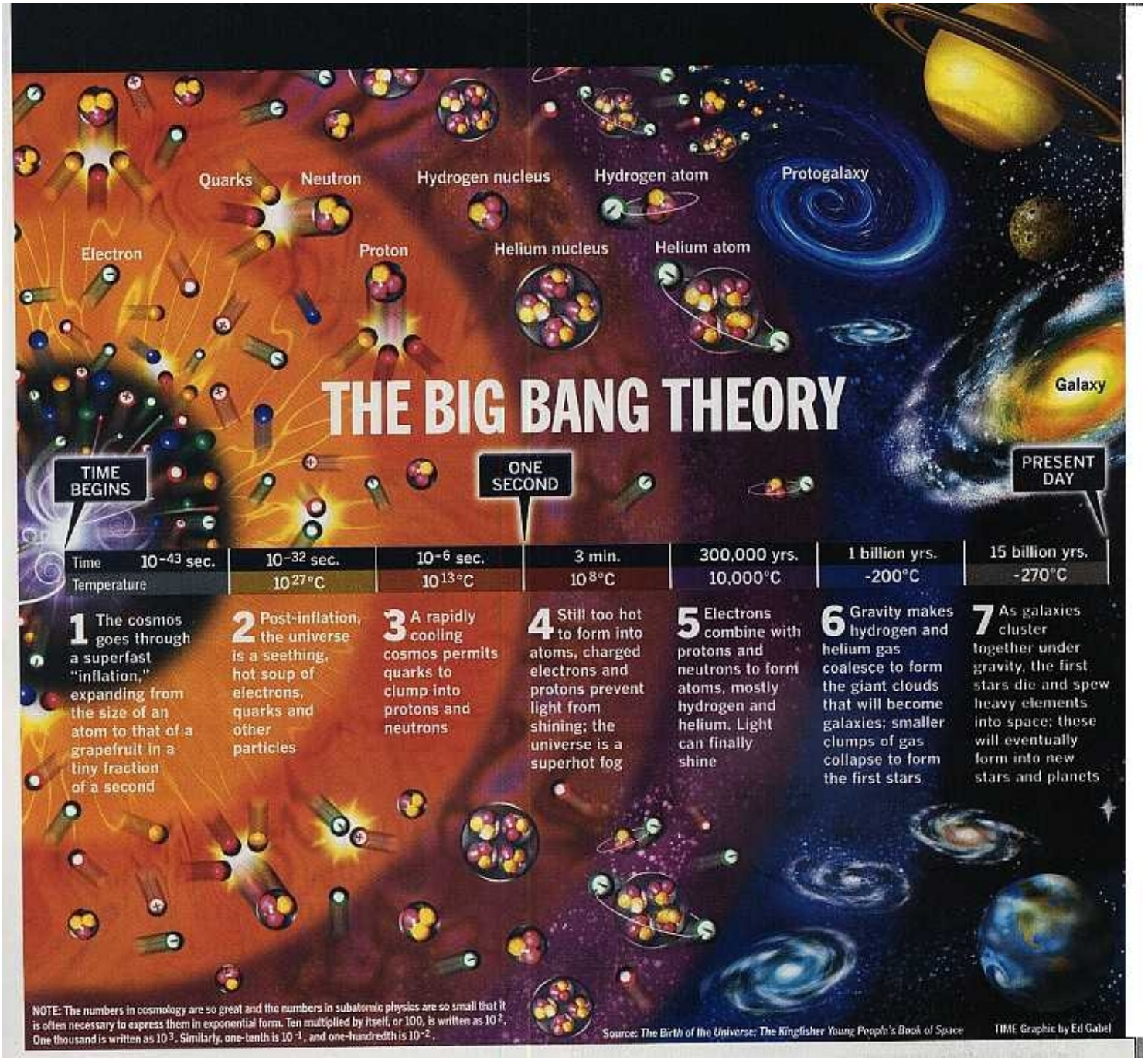


Model Wielkiego Wybuchu (Big Bang Model)

Wszechświat pojawił się 13.8 mld lat temu [PDG 2022]
w wyniku ekspansji zapoczątkowanej Wielkim Wybuchem

MWW zakłada, że jednym z etapów ewolucji
Wszechświata było powstanie czegoś na kształt „zupy”
kwarkowo-gluonowej (QGP)
Kolejny etap: stygnięcie i rozszerzanie się Wszechświata

kwarki → hadrony (p, n) → atomy → cząsteczki → .... →
galaktyki → gromady galaktyk



Istnieje podział na tzw. ery (etapy) ale ich nazwy i czasy mogą różnić się między autorami

Etapy ewolucji:

1. Wielki Wybuch – na początku punktowa osobliwość o praktycznie nieskończonej gęstości energii (postulat Lemaitre'a (1923) i Gamowa (1948))

2. Era Plancka (0 – 10^{-43}s) – gęstość większa niż 10^{97} kg/m^3; einsteinowska teoria grawitacji nie obowiązuje i nie umiemy obecnie opisać zjawisk jakie wtedy zachodziły (może kwantowa teoria grawitacji kiedyś opisze); zdecydowana dominacja energii nad materią. Na zakończenie ery Plancka temperatura wynosiła 10^{32} K. ***Era superstrun ???***

3. Era plazmy kwarkowo-gluonowej (hadronowa) – od 10^{-43} do 10^{-4} sekundy
a) **Era GUT** – unifikacja wszystkich oddziaływań (poza grawitacyjnym), możliwe że istnieją bardzo ciężkie bozony przenoszące zunifikowane oddziaływanie, następnie oddzielają się silne (10^{-35}s, temp. 10^{28} K) i to prawdopodobnie powoduje:
b) **Superszybką „inflację”** (od 10^{-35} do 10^{-33} s) – w małym ułamku sekundy Wszechświat z rozmiarów atomu ekspanduje do rozmiarów grejpfruta
c) Po inflacji: Wszechświat to gorąca **„zupa” kwarków, leptonów i innych cząstek** (antymaterii jest dużo), wszystkie typy kwarków (również ciężkie)
d) Wszechświat stygnie, ciężkie kwarki rozpadają się, lżejsze **kwarki łączą się w hadrony** (protony, neutrony, hiperony, piony, kaony, rezonanse); **zanika antymateria** (w wyniku anihilacji), nowa produkuje się rzadziej (łamanie CP??)
Przejście QGP $\rightarrow$ hadrony najprawdopodobniej gdy T spadła do ok. 170 MeV i gęstość energii do około 1 GeV/fm^3 (około 30 μs po WW – J. Rafelski, arXiv:1112.4890; niektóre źródła podają też od jednej do kilku mikrosekund po WW**)**

4. Era leptonowa – od 10^{-4} sekundy do 10 sekund

... właśnie minęła sekunda od chwili Wielkiego Wybuchu ...

a) teraz leptony wysuwają się na pierwsze miejsce, duża produkcja par lepton-antylepton, następnie anihilacja cięższych (mionów i taonów), zostają głównie elektrony
b) pod koniec ery: protony i neutrony łączą się w jądra atomowe – głównie wodoru i helu (oddzielna nazwa: **era nukleosyntezy** – **odpowiednik freeze-outu chemicznego**)

5. Era promieniowania – od 10 sekund do 300 000 lat
elektrony i pozytony zanihilowały (pozostała niewielka nadwyżka elektronów); Wszechświat wypełniony głównie promieniowaniem (niewielka domieszka protonów, neutronów i cząstek alfa).

Po 300 000 latach temperatura spadła do 3000 K; jądra atomowe i elektrony łączą się trwale w atomy; fotony poruszają się niemal swobodnie

Termiczny freeze-out po WW $\rightarrow$ gdy T spadała do 3000 K – „uwolnienie" promieniowania elektromagnetycznego (pędy fotonów ustalone przy T=3000 K)

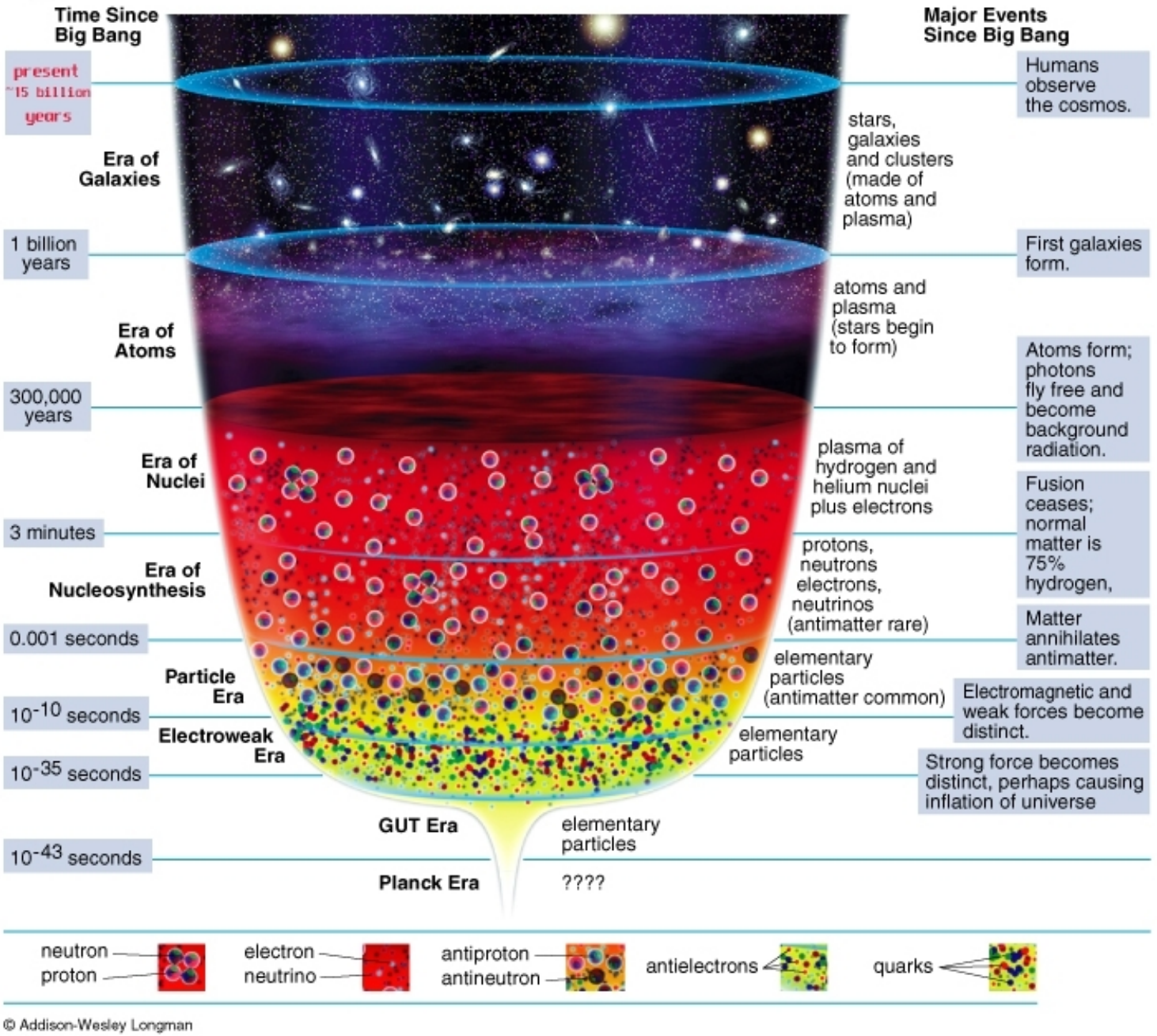
6. Era gwiazdowa (galaktyczna) od 300 000 lat do dzisiaj
a) od uwolnienia promieniowania aż do chwili, w której pojawiły się pierwsze gwiazdy (rzędu 100 mln lat od Wielkiego Wybuchu), we Wszechświecie panowała niemal ciemność (epoka ciemności).
b) w ciemności toczą się procesy doprowadzające do powstania galaktyk: grawitacja powoduje koalescencję gazu wodoru i helu w chmury $\rightarrow$ skupiska gazu kolapsują $\rightarrow$ pierwsze gwiazdy, galaktyki

Koniec ery ciemności !

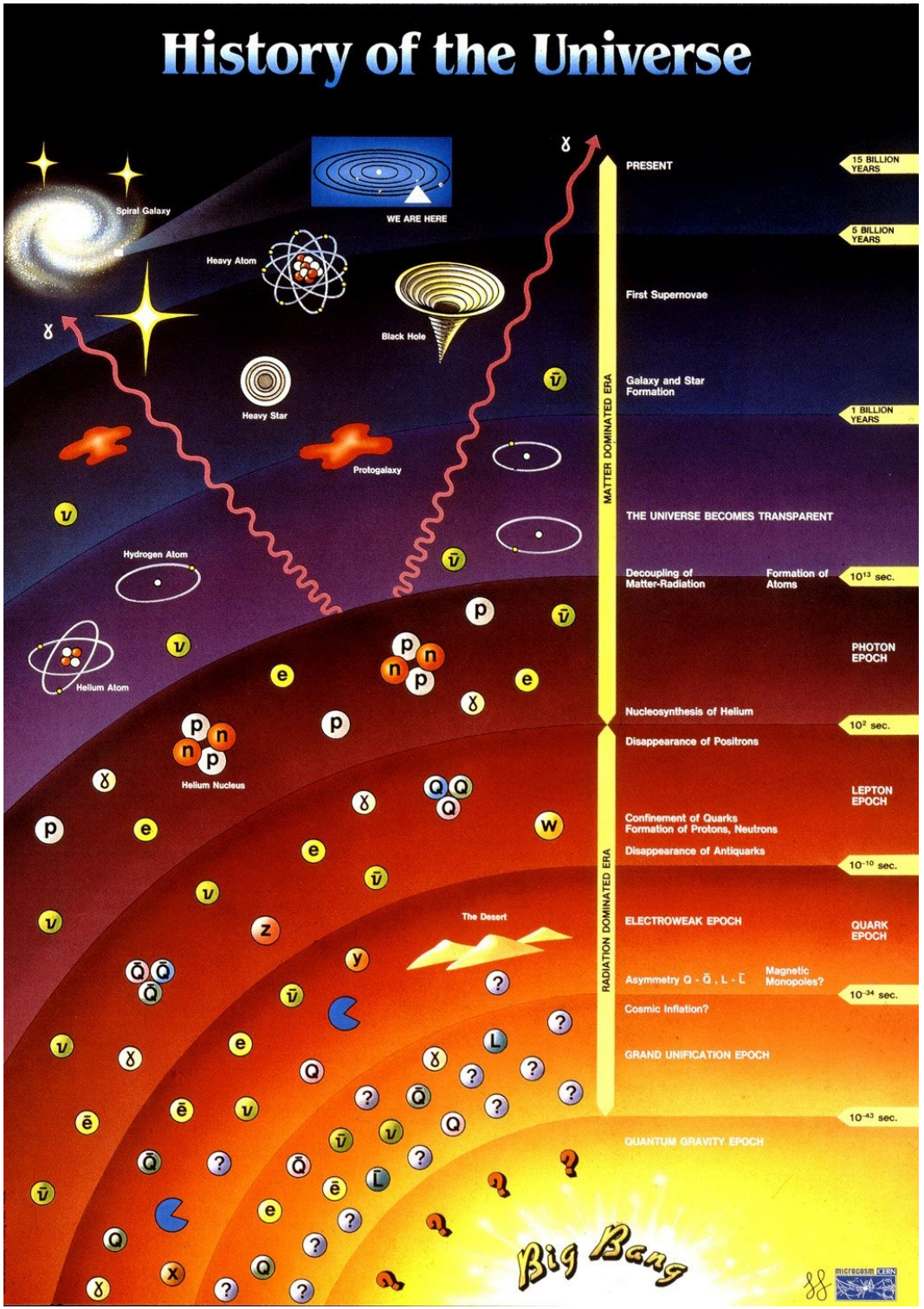
c) pierwsze gwiazdy zaczynają umierać wyrzucając cięższe pierwiastki, które mogą być użyte do formowania się nowych gwiazd i planet; każde kolejne pokolenie gwiazd (z zapadających się obłoków gazu), zawiera coraz większą ilość pierwiastków ciężkich

Słońce jest gwiazdą drugiej lub trzeciej generacji dlatego zawiera w swym wnętrzu od 1% do 2% pierwiastków ciężkich

więcej informacji na rysunkach.... każdy z nich zawiera jakieś nowe informacje



© Addison-Wesley Longman


History of the Universe
Spiral Galaxy
WE ARE HERE
Heavy Atom
Black Hole
Heavy Star
Protogalaxy
Hydrogen Atom
Helium Atom
Helium Nucleus
The Desert
PRESENT
15 BILLION YEARS
5 BILLION YEARS
First Supernovae
Galaxy and Star Formation
1 BILLION YEARS
THE UNIVERSE BECOMES TRANSPARENT
Decoupling of Matter-Radiation
Formation of Atoms
10^13 sec.
PHOTON EPOCH
Nucleosynthesis of Helium
10^2 sec.
Disappearance of Positrons
LEPTON EPOCH
Confinement of Quarks
Formation of Protons, Neutrons
Disappearance of Antiquarks
10^-10 sec.
ELECTROWEAK EPOCH
QUARK EPOCH
Asymmetry Q - Q̄ , L - L̄
Magnetic Monopoles?
10^-34 sec.
Cosmic Inflation?
GRAND UNIFICATION EPOCH
10^-43 sec.
QUANTUM GRAVITY EPOCH
MATTER DOMINATED ERA
RADIATION DOMINATED ERA
Big Bang
microcosm CERN

„Nawiązania” w literaturze (znacznie wcześniejszej niż teoria BB)

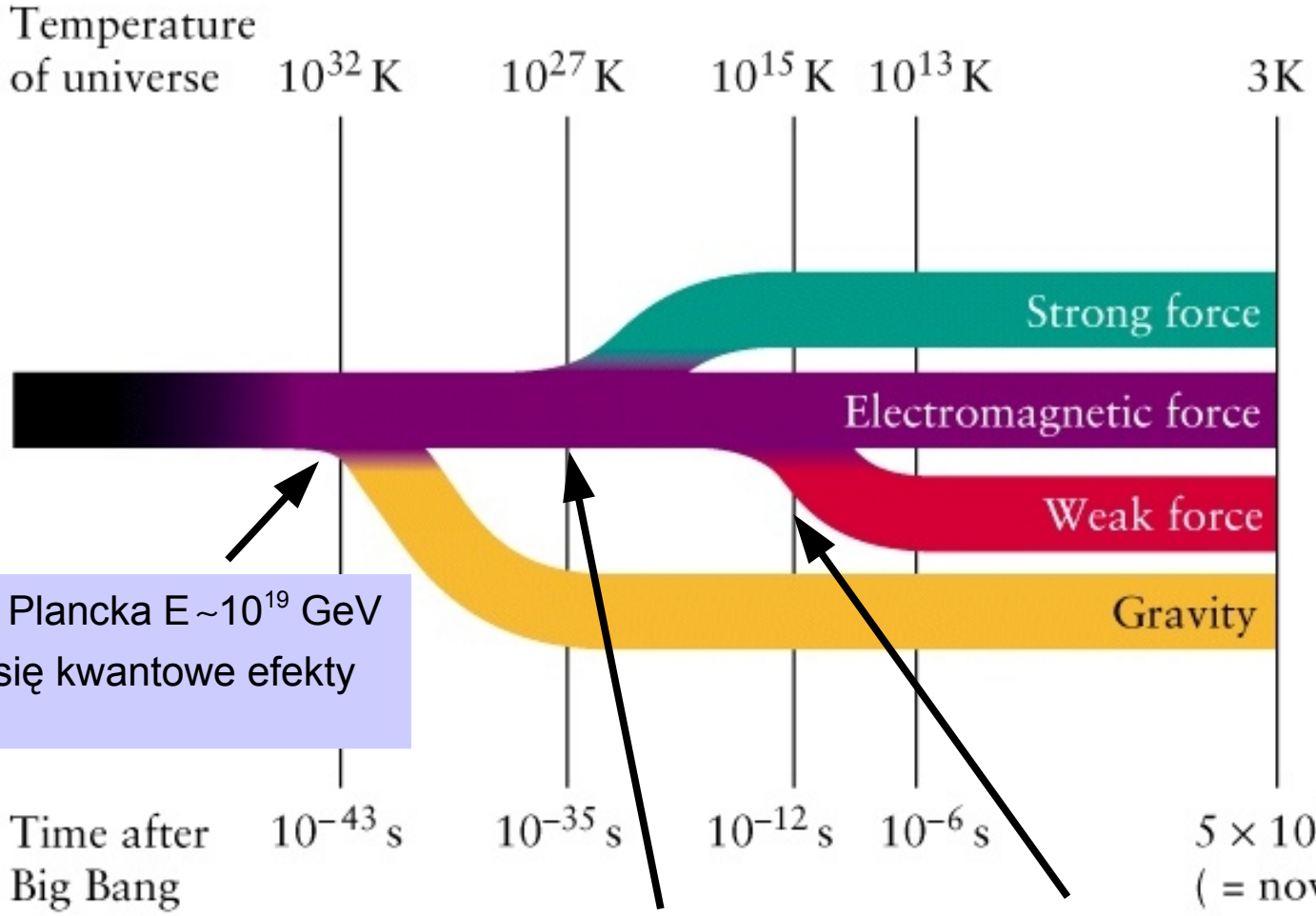
*„**Na początku był Chaos**. Któż zdoła powiedzieć dokładnie, co to był Chaos? Niejedni widzieli w nim jakąś istotę boską, ale bez określonego kształtu. Inni – a tych było więcej – mówili, że to wielka otchłań, pełna sił twórczej i boskich nasieni, **jakby jedna masa nieuporządkowana, ciężka i ciemna** (...)”*
J. Parandowski „Mit o stworzeniu świata”

*„Na początku Bóg stworzył niebo i ziemię. (...) Wtedy Bóg rzekł: «Niechaj się stanie światłość!» **I stała się światłość**. **Bóg** widząc, że światłość jest dobra, **oddzielił ją od ciemności**.“*
Stary Testament, Księga Rodzaju

*„Uświadom sobie, że **przed Stworzeniem wszystko było Światłem** a to Światło wypełniało wszelkie Stworzenie **i nic pozy tym Światłem nie istniało.** Światło było nieskończone i samo było Nieskończonością. Kiedy On zaczął tworzyć Światy i twory (...)*
***Skurczył swą potęgę w sobie**, tworząc serce Wszechświata*
a Światło to wybuchło i zaczęło się oddalać.
Pozostawiając niczym nienapełnioną przestrzeń-pustkę, która przybrała kształt okręgu.”
Instytut Studiów i Badań Kabały, Isaac Luria (ARI), „Drzewo życia”, XVI w.

Przyp. z wykładu 3: zgodnie z hipotezą Wielkiego Wybuchu na początku ewolucji Wszechświata wszystkie cztery typy oddziaływań były zunifikowane.
Z czasem kolejno odłączały się grawitacja, silne i na koniec podział elektrosłabych na elektromagnetyczne i słabe

Dla niskich energii (prawa strona rysunku) każde z oddziaływań opisujemy oddzielną teorią: OTW, teor. Fermiego, QED, QCD (czyli oddział. są rozdzielone)



skala (masa) Plancka E ~10^{19} GeV
istotne stają się kwantowe efekty grawitacyjne

skala energii E_{GUT} ~ 10^{15} – 10^{16} GeV tu działają teorie wielkiej unifikacji (GUT)

skala energii E ~ 10^{2} GeV (akcelerator LEP w CERN)

Uwaga: począwszy od energii LEP (w c.m.s. rzędu 100 GeV) nie ma potrzeby używać oddzielnie teorii Fermiego (do oddział. słabych) oraz elektrodynamiki (do oddział. EM) a można/powinno się używać wspólnej teorii elektrosłabej.

To jednak jeszcze nie oznacza że np. przekrój czynny na tę samą reakcję z wymianą fotonu i z wymianą Z^0 będzie ten sam już przy energii LEP

Skąd wiemy że Wielki Wybuch miał miejsce?

1. Promieniowanie tła

2. Ekspansja Wszechświata (prawo Hubble'a)

3. Nukleosynteza

Ad 1. Temperatura T cząstek i promieniowania we wczesnych etapach ewolucji zmieniała się według prawa:

$$kT = const \,.\, \frac{1\ \mathrm{MeV}}{t^{1/2}}$$

k - stała Boltzmanna

t - czas ekspansji Wszechświata (s)

w chwilach początkowych energia termiczna kT na tyle duża, że można z promieniowania wyprodukować wszystkie typy cząstek (z najcięższymi i najmniej stabilnymi) – cząstki w równowadze termodynamicznej z fotonami

$t = 10^{-12}$ s (kT około 10^6 MeV) – przybliżona energia współczesnych akceleratorów

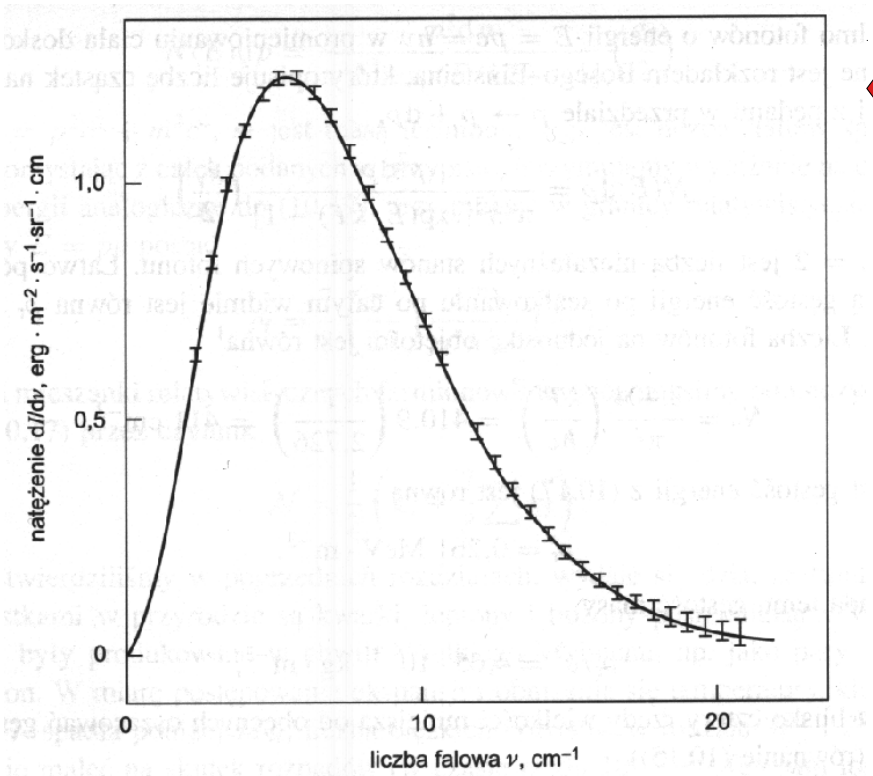
$t \cong 10^{18}$ s (chwila obecna) – schłodzona pozostałość po WW

Gamow spekulował, że po WW powinna pozostać **fotonowa „ognista kula”** schłodzona w wyniku ekspansji do **kilku kelwinów**

Potwierdzenie: obserwacja
promieniowania reliktowego (mikrofalowe promieniowanie tła) o kT = 2.7 K;
izotropowe w przestrzeni; rozkład widmowy typowy dla promieniowania ciała doskonale czarnego). Odkryte przez Penziasa i Wilsona w 1965

Uwaga: 300 000 lat po Wielkim Wybuchu T była około 3000 K (*"thermal freze-out"*). Z powodu ekspansji termiczne spektrum fotonów zostało przesunięte do 2.7 K (*"redshift"*)

Rysunek (z D. H. Perkins) pokazuje dane z satelity COBE (1999 rok) – rozkład widmowy mikrofalowego promieniowania tła. Krzywa – rozkład Plancka promieniowania ciała doskonale czarnego o T = 2.73 ± 0.01 K



Dane wprost IDEALNIE zgadzają się z krzywą teor. promieniowania CDC

Ciekawostka: nowsze niż z COBE pomiary (sonda WMAP, satelita Planck) pokazują dodatkowo fluktuacje gęstości → mogą pomóc ustalić czy Wszechświat jest płaski (zatrzyma się), otwarty (zawsze będzie się rozszerzał) czy zamknięty (kiedyś zacznie się kurczyć). Dane wskazują na płaski Wszechświat.

Liczba (koncentracja) fotonów z mikrofalowego promieniowania tła (CMB) jest ogromna – rzędu 400 fotonów /cm^3 (PDG 2020)

Ad 2. **Prawo Hubble'a** (1929 rok) – średnia prędkość oddalania się dwóch obiektów od siebie jest proporcjonalna do odległości między nimi → co dowodzi **równomiernej ekspansji we wszystkich kierunkach**

$v = H \cdot r$ H – stała Hubble'a

Ściślej biorąc H może zależeć od czasu. Obecnie jej wartość wynosi (dane na podstawie publikacji z lat 2009–2013: Teleskop Hubble'a, Teleskop Kosmiczny Hubble'a, satelita WMAP, teleskop Spitzera, misja Planck):

$H_0 = 67 – 74$ km s^{-1} Mpc^{-1} 1 Mpc = $3.09 \cdot 10^{19}$ km

Misja Planck 2015, arXiv:1502.01589:

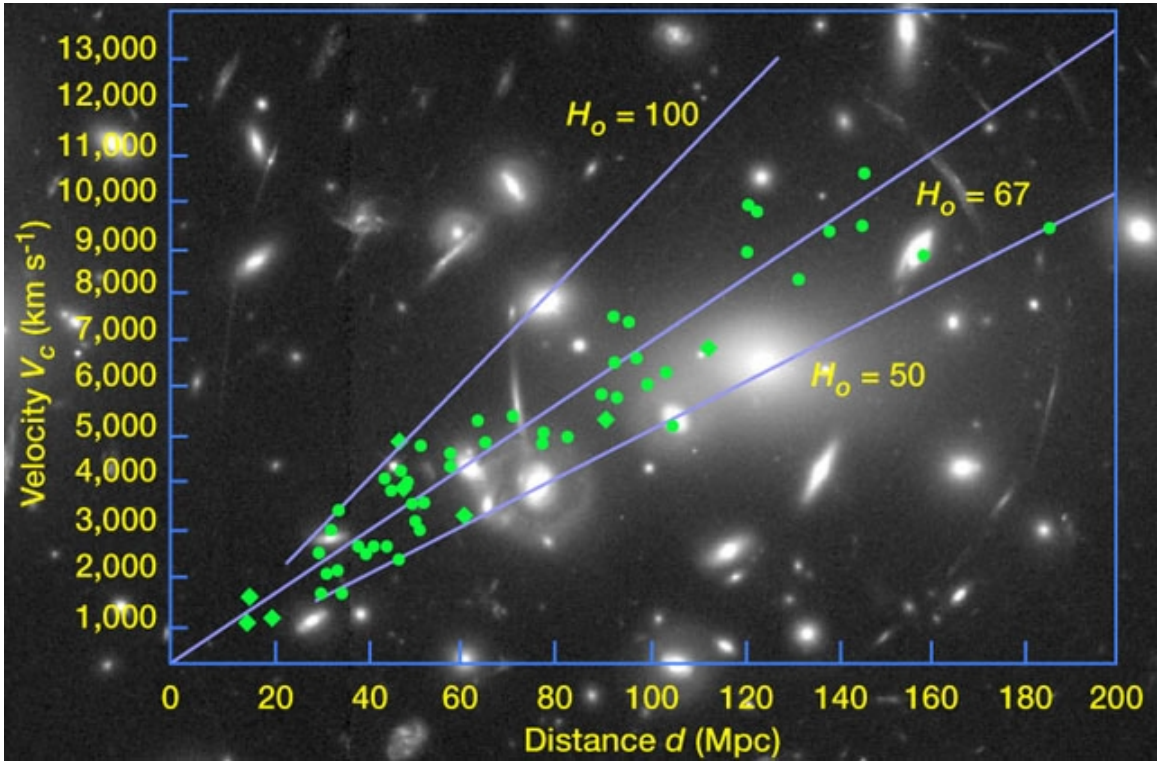
$H_0 = (67.8 \pm 0.9)$ km s^{-1} Mpc^{-1}

PDG 2022:

$H_0 = (67.4 \pm 0.5)$ km s^{-1} Mpc^{-1}

Metoda TRGB (Tip of the Red Giant Branch), arXiv:2106.15656 (+ zob. przegląd wyników):

$H_0 = (69.8 \pm 0.6 \pm 1.6)$ km s^{-1} Mpc^{-1}



Obserwuje się „przesunięcie ku czerwieni" światła emitowanego przez odległe galaktyki – interpretacja jako efekt Dopplera związany z ucieczką galaktyk

Gdy Edwin Hubble odkrył w 1929 roku oddalanie się galaktyk obliczono, że co 5 sekund objętość Wszechświata powiększa się o przestrzeń zajmowaną przez całą Drogę Mleczną

Ciekawe wartości liczbowe:

1. Gęstość materii barionowej w chwili obecnej: $\rho_{barion} \approx 4.2 \cdot 10^{-28} \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ PDG 2022

co odpowiada gęstości liczby barionów (koncentracja): $N_B \approx 0.25 \frac{1}{\mathrm{m}^3}$ PDG 2022

2. stosunek liczby barionów do liczby fotonów: $\frac{N_B}{N_\gamma} = (6.14 \pm 0.19) \cdot 10^{-10}$ PDG 2022

mimo, że we wczesnych chwilach ewolucji Wszechświata względne ilości barionów, antybarionów i fotonów były porównywane; większość materii zanikła w wyniku anihilacji

3. Stosunek antybarionów do barionów: $\frac{N_{\bar{B}}}{N_B} < 10^{-4}$ D. H. Perkins

Teoria WW (przy założeniu początkowej wartości $N_B = 0$) daje tu przewidywania: $N_B/N_\gamma = N_{barB}/N_\gamma$ około 10^{-18} czyli mniej barionów i tyle samo barionów co antybarionów.

Postulowane rozwiązania (**warunki Sacharova** na nadwyżkę materii nad antymat.):
1) istnienie oddziaływań naruszających zasadę zachowania liczby barionowej
(np. poszukiwanie rozpadu protonu przez bozony X, Y czyli tzw. leptokwarki ale dośw.: $\tau_p/BR > 10^{34}$ lat!)
2) łamanie CP lub/i C – naruszenie symetrii → dlatego badanie i zrozumienie łamania symetrii CP jest takie ważne
3) odejście od równowagi termodynamicznej

Problemy z którymi nie radzi sobie Model Wielkiego Wybuchu:

1. Stosunek ilości barionów do antybarionów (pop. strona) czyli dlaczego antymateria praktycznie zaniknęła?

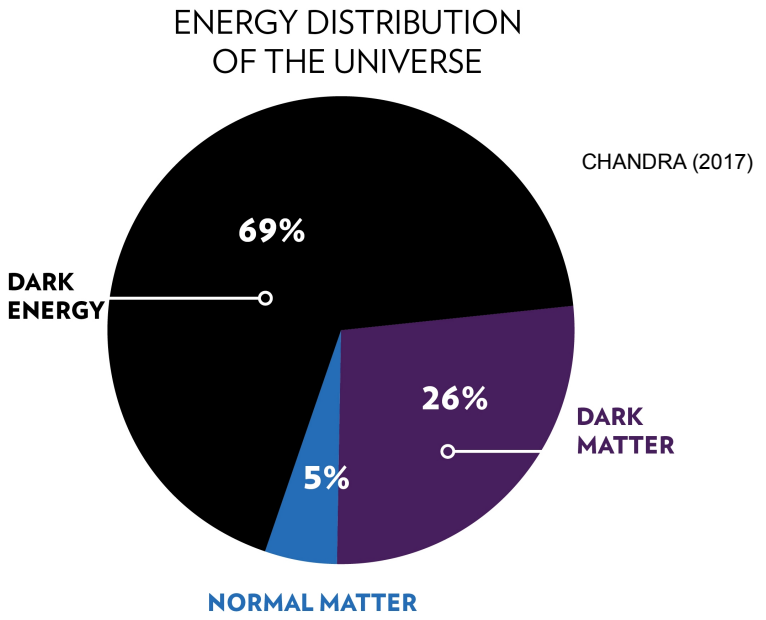
2. „Widoczna” (świecąca w różnych dł. fali) materia to tylko około 20% całej materii tworzącej Wszechświat. Czym jest „ciemna materia”?

Ciemna materia nie wysyła żadnego promieniowania – o jej obecności wnioskujemy z badania dynamiki obrotowej galaktyk spiralnych (z ich ruchu wynika, że muszą istnieć dodatkowe ogromne masy)

3. Brak kwantowej teorii grawitacji – nie wiadomo co działo się w erze Plancka

Pojawiają się głosy, że jeśli MWW wyjaśnia jedynie 5% znanej zawartości Wszechświata a z resztą ma problem to może coś nie tak z tą całą koncepcją...

Rozkład energii/masy we Wszechświecie



normalna, widzialna materia (barionowa) (~5%) – gwiazdy, mgławice, planety, my...

ciemna materia (~26%) – jej obecność stwierdzamy poprzez jej wpływ na ruchy gwiazd i galaktyk; szacuje się że 90% ciemnej materii to materia niebarionowa

ciemna energia (~69%) – z przyspieszającej ekspansji Wszechświata; związaną jest z „tajemniczą siłą odpychania“ działającą przeciwnie jak grawitacja (energia o właściwościach antygrawitacyjnych).
Przyspieszającą ekspansję zmierzono w 1998 roku

Dlaczego zaproponowano ciemną materię:
Zagadka ruchu gwiazd w zewnętrznych partiach tzw. galaktyk spiralnych (kształt spirali lub dysku; m.in. Droga Mleczna). Wszystkie gwiazdy w galaktyce krążą wokół wspólnego środka ciężkości (jądro galaktyki). Prędkość gwiazd w galaktyce powinna podlegać tym samym prawom grawitacji co prędkość planet wokół Słońca – gwiazdy blisko centrum powinny poruszać się szybciej a te dalej centrum wolniej

Okazało się, że wszystkie gwiazdy (i na obrzeżach galaktyki i w centrum) poruszają się z tą samą prędkością) – pierwsze takie obserwacje w 1970 roku (Vera Rubin).
Przyjęcie hipotezy ciemnej materii o dużej sile przyciągania wyjaśniałoby te zagadkę („dopompowanie/wzbogacenie" galaktyk)

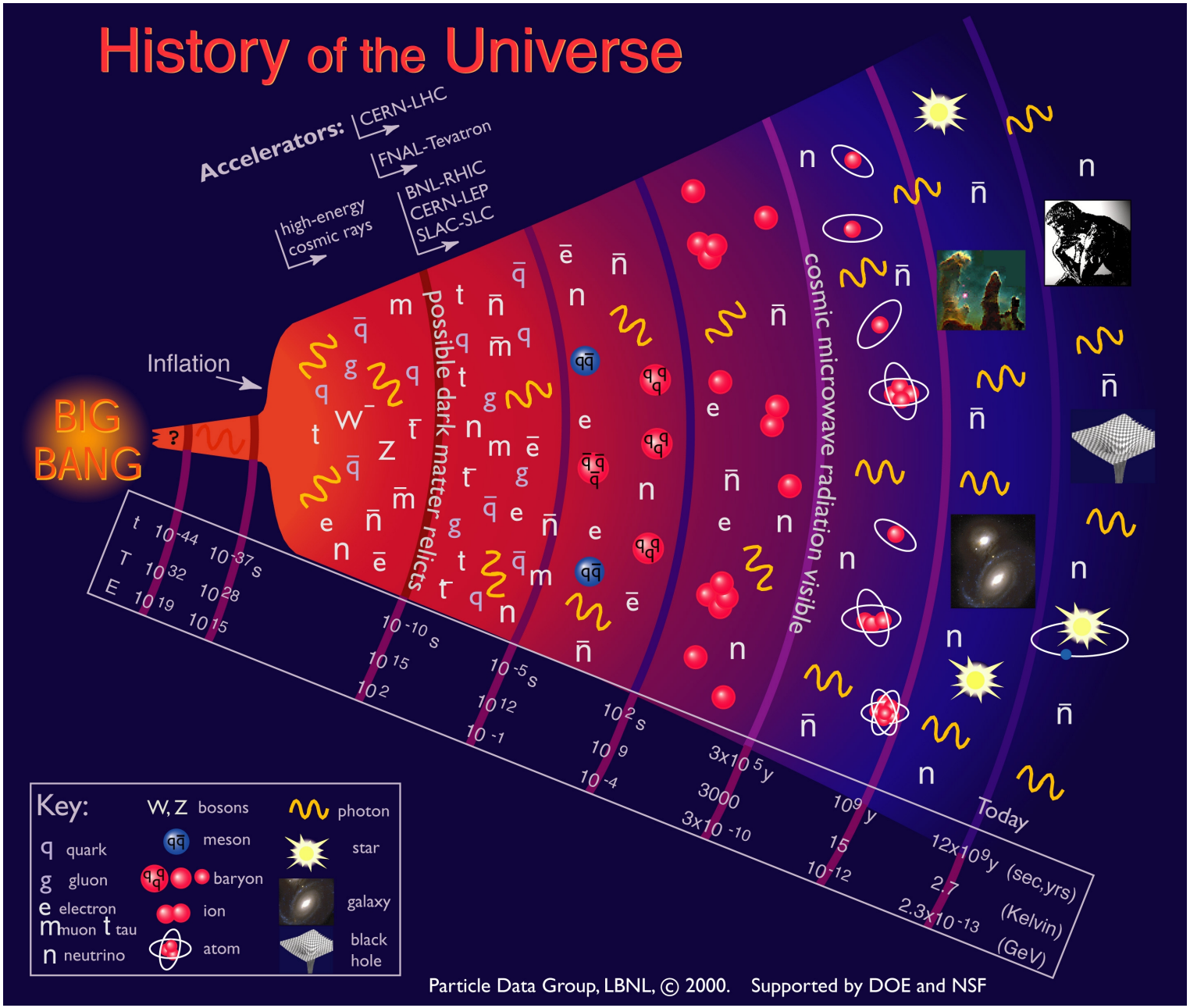
Chyba, że:
Mordehai Milgrom: wystarczy niewielka modyfikacja drugiej zasady dynamiki Newtona **F** = d(m**v**)/dt (wzajemne przyciąganie się ciał w ruchu) żeby ciemna materia przestała być potrzeba

MOND – Modified Newton Dynamics

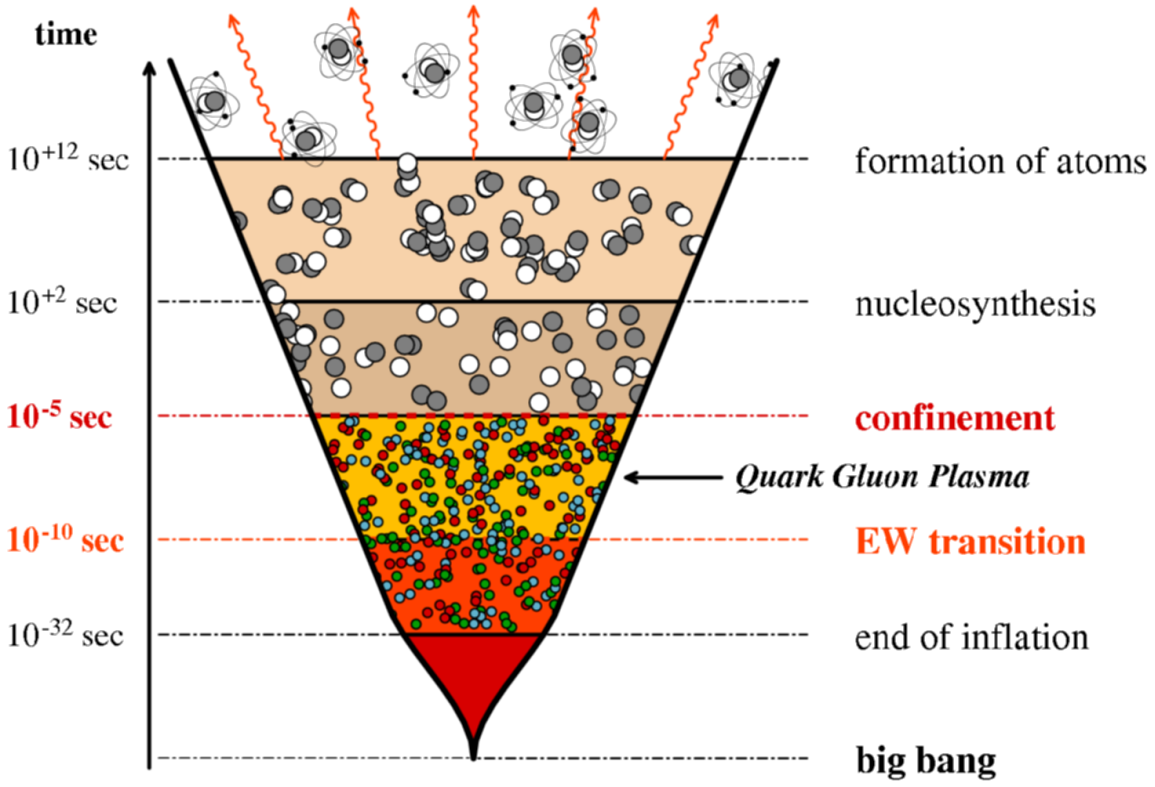
Jako rezultat siła ciążenia na wielkich odległościach zmniejsza się o wiele wolniej niż zakładał Newton, zwłaszcza dla obiektów o małych prędkościach. Zmniejszenie siły grawitacji jest wtedy ~ r (odl. między obiektami) a nie ~ r^2 jak dotąd uważano.
Przykłady prac na ten temat: M. Milgrom, arXiv:1404.7661; arXiv:1910.04368, arXiv:2310.14334

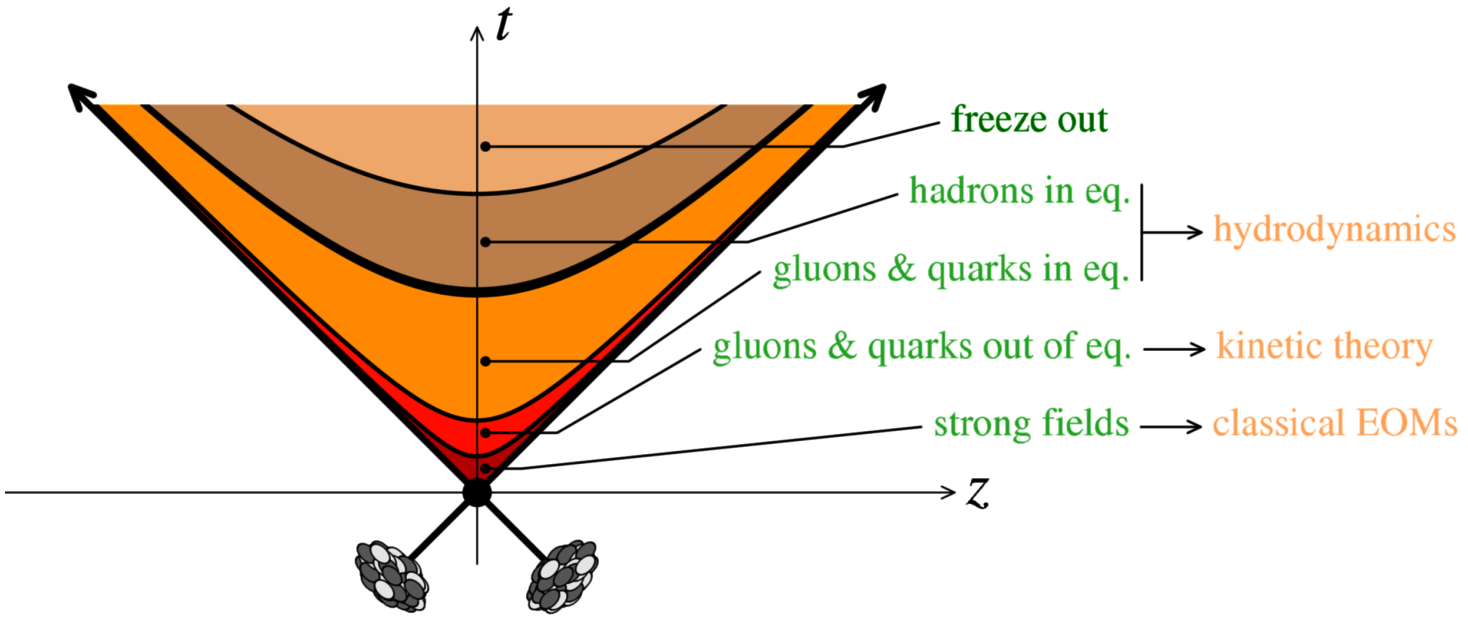
- Ciekawostka (2018): Artykuł w Nature pokazuje że w przypadku glalaktyki NGC1052–DF2 ciemna materia nie jest potrzebna: https://www.nature.com/articles/nature25767 (analizy z 2019 roku potwierdzają tę obserwację i dodają do tego jeszcze jedną galaktykę bez ciemnej materii – NGC1052–DF2, https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0d92)
- Po kilkunastu latach od uruchomienia LHC nadal nie widać kandydatów na ciemną materię

My w laboratoriach próbujemy utworzyć QGP – warunki podobne to tych jakie panowały zaraz po BB (WW). Rysunek pokazuje jak daleko w głąb ewolucji sięgają współczesne akceleratory (t, T, E)



Porównanie Big Bang i Little Bang





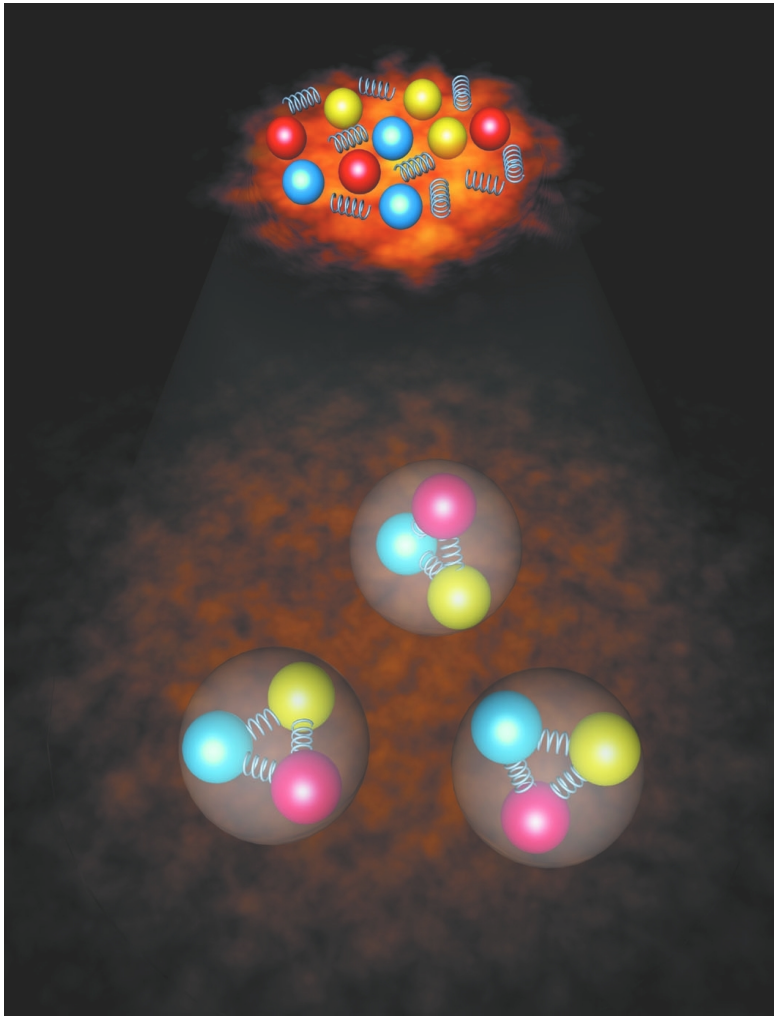
Rys. arXiv:0711.4947

Diagram fazowy silnie oddziałującej materii



Rys. https://fy.wikipedia.org/wiki/Wetter

Fazy wody

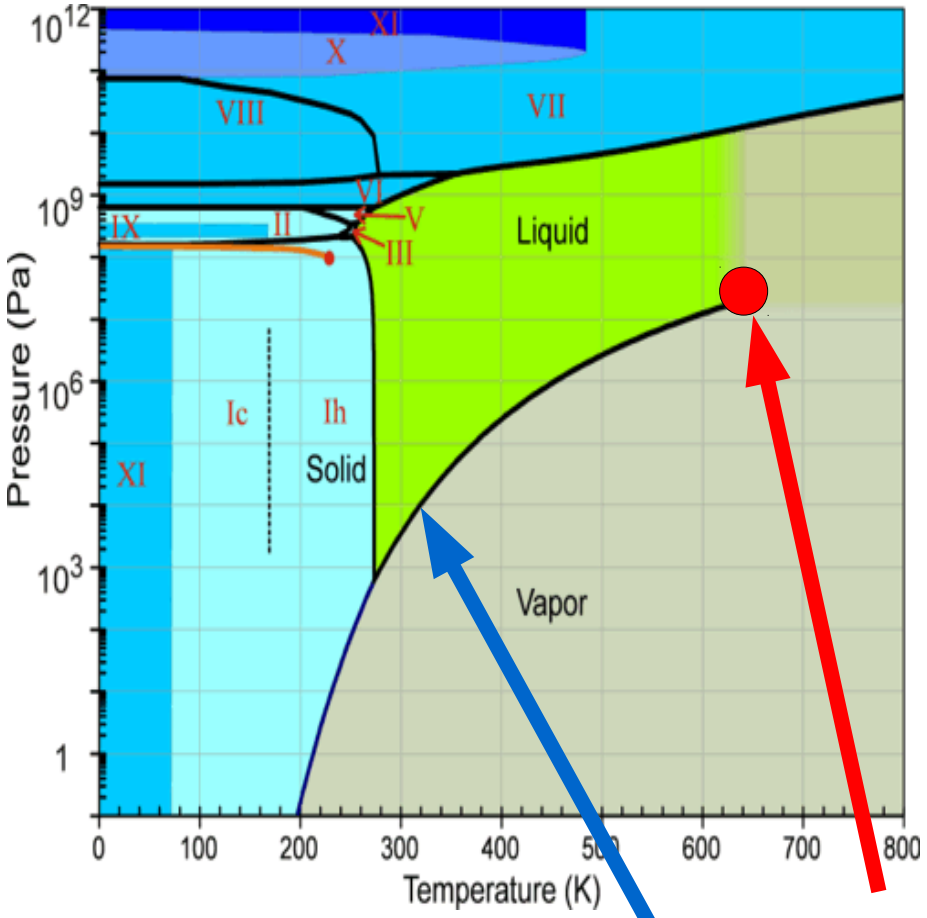


Rys. M. Gaździcki

Fazy silnie oddziałującej materii

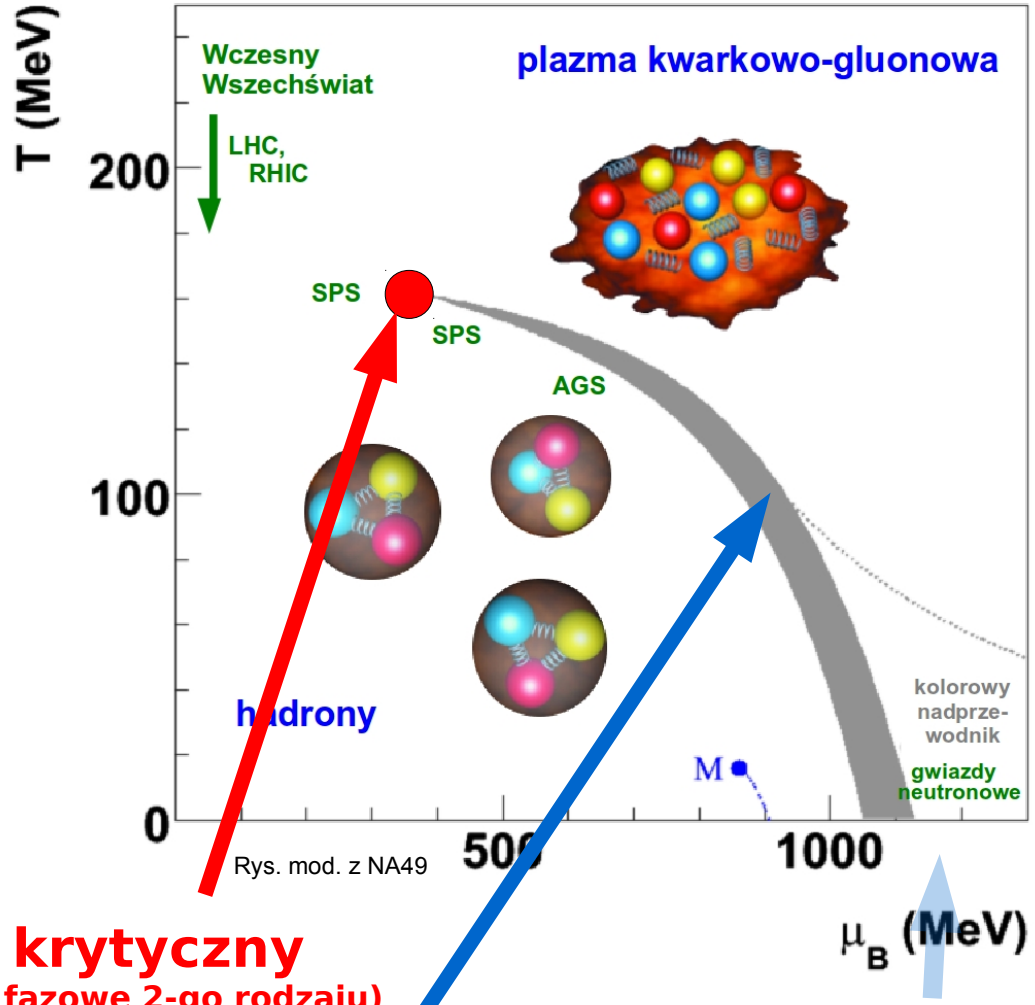
Diagram fazowy wody jest dobrze poznany

oprócz cieczy, lodu, pary wiele faz krystalicznych i amorficznych



https://mini.physics.sunysb.edu/~marivi/TEACHING-OLD/PHY313/doku.php?id=lectures:6

Właściwości przejścia między gazem hadronowym a QGP wciąż trzeba odkryć



Punkt krytyczny
(przejście fazowe 2-go rodzaju)

Przejście fazowe 1-szego rodzaju

μ_B – odzwierciedla gęstość netto-barionów

Wzdłuż linii koegzystencji faz zbliżając się do CEP gęstość wody spada a pary wzrasta. W i powyżej punktu krytycznego (CEP, CP) nie da się odróżnić wody od pary

gwiazdy neutronowe ~ 4–10ρ_0
ρ_0 ~ 10^{14} g/cm^3 (norm. mat. jądrowa)
T ~ 10^5 – 10^9 K

Kilka przypomnień z termodynamiki:

Potencjał chemiczny (μ lub μ_i) – mniej znana zmienna termodynamiczna bo używana dla systemów w których liczba cząstek NIE jest stała (w QGP lub gazie hadronowym cząstki mogą produkować się z energii – pod warunkiem zachowania liczb kwantowych). **Jest to pochodna cząstkowa energii wewnętrznej (U) po liczbie cząstek, przy stałej objętości i entropii układu.** Może być też zdefiniowany jako pochodna cząstkowa innej funkcji stanu np. entalpii (H), energii swobodnej (G) po liczbie cząstek (pochodna jest obliczana przy zachowanych innych parametrach: ciśnieniu czy temperaturze)

1. Jeśli układ jest opisywany w reprezentacji energetycznej czyli **dana jest $U = U(S,V,N_1,...,N_r)$**
to potencjał chemiczny i-tego składnika:

$$\mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial N_i} \right)_{S,V,N_{j\neq i}}$$

2. Jeśli układ jest opisywany w reprezentacji entropijnej, tzn. **dana jest $S = S(U,V,N_1,...,N_r)$**
to potencjał chemiczny i-tego składnika:

$$\frac{\mu_i}{T} = -\left(\frac{\partial S}{\partial N_i} \right)_{U,V,N_{j\neq i}}$$

3. Można również używać **energii swobodnej Gibbsa $G=U+pV-TS$**

$$\mu_i = \left(\frac{\partial G}{\partial N_i} \right)_{T,p,N_{j\neq i}}$$

użyteczne wzory (przypomnienie):

$$U = T\,S - pV + \sum_{i=1}^{N} \mu_i N_i$$

$$dU = T\,dS - p\,dV + \sum_{i=1}^{N} \mu_i dN_i$$

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V, N_{1,\ldots}, N_N}$$

$$p = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S, N_{1,\ldots}, N_N}$$

$$\mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial N_i}\right)_{S, V, N_1, N_{j\neq i}, N_N}$$

Energia wewnętrzna

układu termodynamicznego lub ciała (*U*) – całkowita energia kinetyczna molekuł (ruch postępowy, obrotowy, drgania) i energii potencjalnej związanej z drganiami i energią elektryczną atomów wewnątrz cząsteczek lub kryształów

U zawiera energię wszystkich wiązań chemicznych i swobodnych elektronów przewodnictwa metali. Do *U* zalicza się też energię jądra atomów i promieniowanie elektromagnetyczne będące w objętości układu

W termodynamice nie jest istotna całkowita ilość energii tylko jej zmiany

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{p, N}$$

$$V = \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_{T, N}$$

Jak to rozumieć:

Potencjał chemiczny – opisuje jak zmieni się energia wewnętrzna systemu jeśli chcemy dołożyć (odjąć) dodatkową cząstkę przy zachowaniu stałej entropii i objętości. **Jeśli system składa się z cząstek różnego rodzaju (np. bariony, cząstki dziwne, etc.) wprowadza się oddzielne potencjały chemiczne związane z każdym typem cząstki (np. μ_B, μ_S)**

Barionowy potencjał chemiczny (μ_B) – mówi o tym jak zmieni się energia układu jeśli dodamy (zabierzemy) jeden barion. W normalnej „zimnej" materii jądrowej $\mu_B \approx m_N = 940$ MeV, dla energii top RHIC (przy mid-rapidity(! bo przy forward-rapidity już nie), obszar prawie pozbawiony netto-barionów ale i samych barionów) $\mu_B < 50$ MeV;

$\mu_B = 0$ byłoby dla materii z taką samą liczbą barionów i antybarionów (przykład to wczesny Wszechświat); materia produkowana przy mid-rapidity w LHC ma $\mu_B \approx 0$

$\Rightarrow \mu_B$ wyraża asymetrię pomiędzy barionami i antybarionami. Im wyższa wartość μ_B tym większa dysproporcja pomiędzy produkowaną materią i antymaterią

Kwarkowy potencjał chemiczny (chodzi o lekkie kwarki) oznaczany w HIP jako μ lub μ_q jest jedną trzecią barionowego potencjału chemicznego $\mu_q = 1/3\ \mu_B$

uwaga: koncentracja kwarkowa (*quark number density*) $n_q = 3\ n_B$

W fizyce dowolna substancja istnieje w dwóch fazach, gdy:
1. zmieniając ciśnienie lub temperaturę obserwuje się przemianę fazową
2. przemiana ta wiąże się ze skokową zmianą entropii układu (dowód na to, że nastąpiło jakościowe przeorganizowanie się cząsteczek)

1. Przejście fazowe I rodzaju (np. zmiana stanu skupienia) – **energia swobodna Gibbsa (G) jest ciągła a pochodne G są nieciągłe (doznają skoku)**. Pochodna G po temperaturze to ciepło właściwe $\Rightarrow$ w czasie przejścia zostaje wydzielone lub pobrane ciepło (ciepło przemiany). **Skokowej zmianie ulegają: entropia, objętość, gęstość, energia wewnętrzna, entalpia,** również **gęstość barionowa, GĘSTOŚĆ ENERGII $\varepsilon(T)$** (ε jest związana z pochodną G po temperaturze). W przejściu fazowym I rodzaju mamy do czynienia z utworzeniem fazy mieszanej

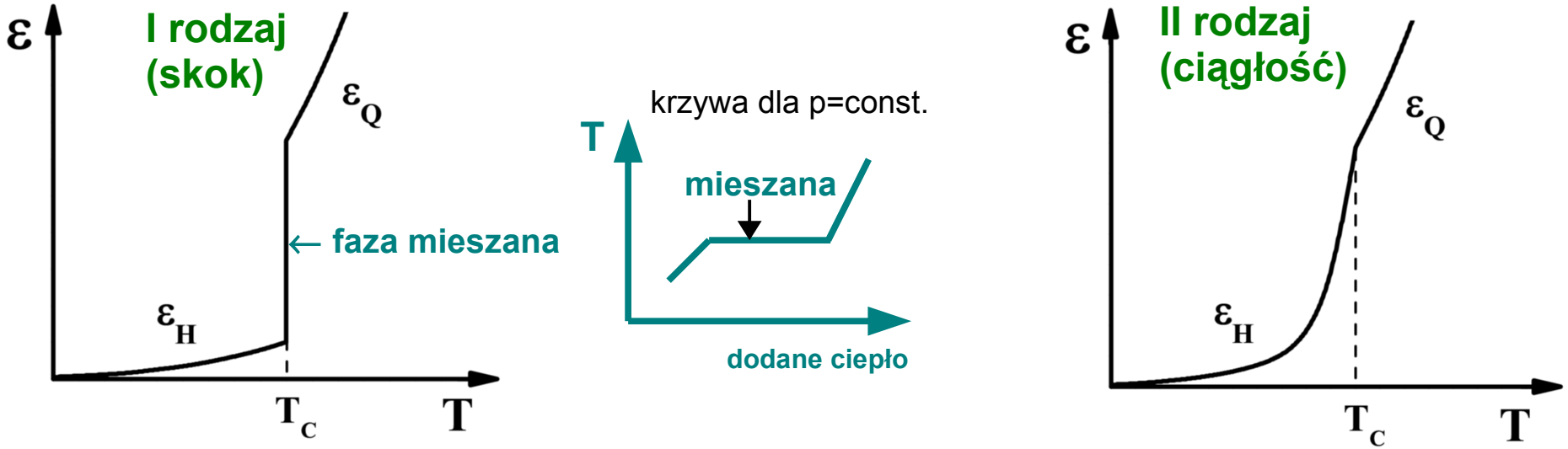
2. Przejście fazowe II rodzaju (np. przejście nadprzewodnik – przewodnik) – **funkcja G jest ciągła, pierwsze pochodne także, za to druga pochodna G jest nieciągła.** Zmianie nie towarzyszy efekt cieplny; skokowo zmienia się pojemność cieplna, współczynnik rozszerzalności cieplnej. **Entropia jest ciągła, GĘSTOŚĆ ENERGII $\varepsilon(T)$ – również jest ciągła (brak skoku)**

Ciekawa własność: obszar około przejścia (II) wykazuje istnienie olbrzymich fluktuacji (na dużych skalach objętości), bo brak ciepła przemiany $\Rightarrow$ brak bariery energetycznej między fazami; fazy mogą współistnieć i płynnie (bez wydatku energii) w siebie przechodzić $\Rightarrow$ olbrzymie fluktuacje między fragmentami ośrodka

3. Przejście fazowe III rodzaju – **funkcja G jest ciągła, pierwsze i drugie pochodne także, nieciągła trzecia pochodna G**. Bardzo rzadkie przejścia (np. kondensacja Bose-Einsteina). Dlatego obecnie stosuje się podział na przejścia nieciągłe (I) i ciągłe (II)

Czego spodziewamy się po gęstości energii (jedna z najbardziej interesujących nas zmiennych) w przejściach fazowych I i II rodzaju?

Rys. arXiv:nucl-th/0505050



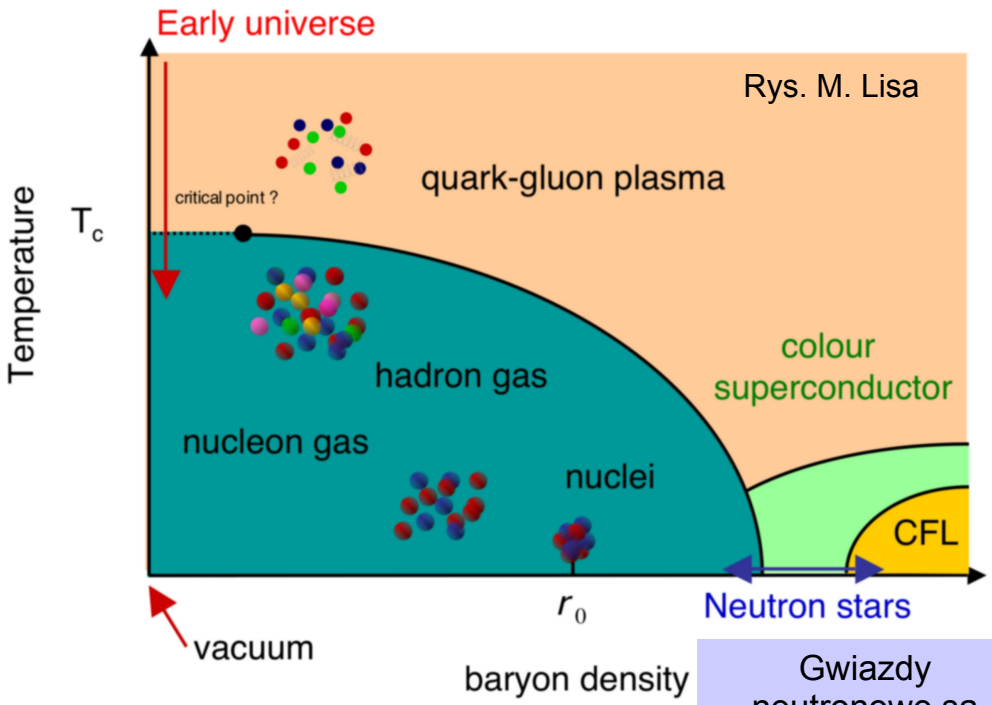
4. Przejście typu cross-over (crossover) – to nie jest żadne przejście fazowe bo nigdzie nie ma nieciągłości! Mamy dość gwałtowne ale ciągłe zmiany parametrów fizycznych układu

Uzupełnienie z termodynamiki: $d\varepsilon = T\,ds$; s – gęstość entropii, ε – gęstość energii

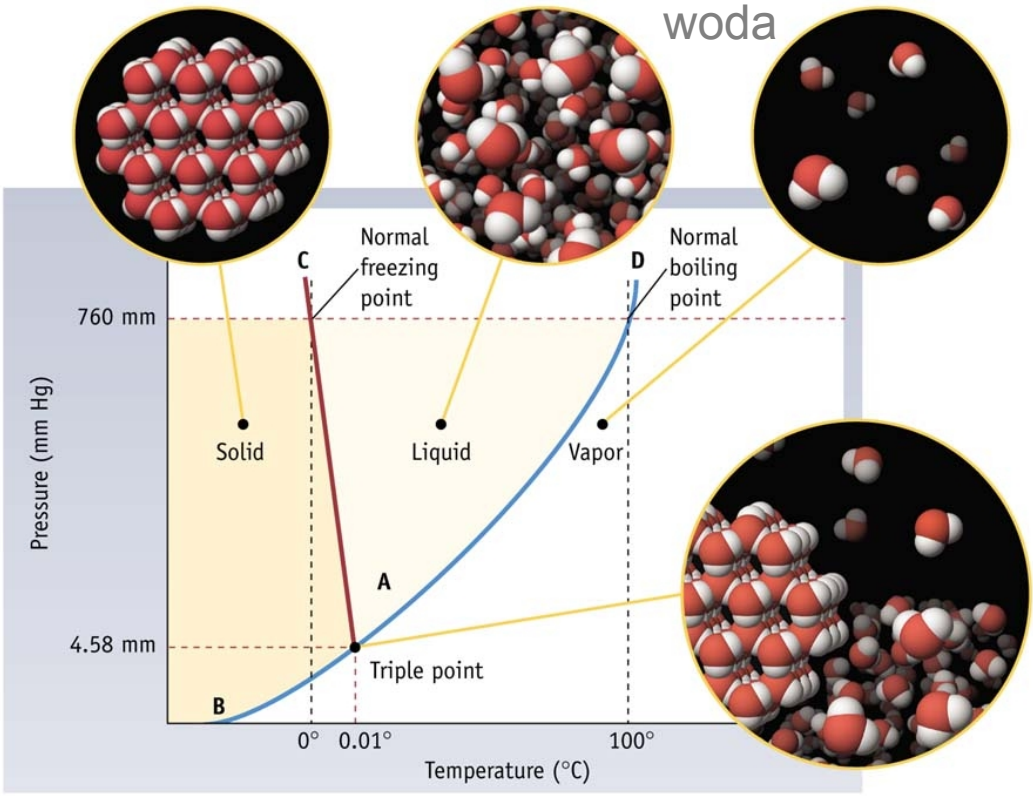
$dp = s\,dT$; p – ciśnienie

$\varepsilon + p = T\,s$; $c_s^2 = dp/d\varepsilon$

W **zderzeniach ciężkich jonów** (LHC, RHIC, SPS)
QGP w sensie gęstości barionowej wcale nie jest taka gęsta...



Gwiazdy neutronowe są „zimne” w skali jądrowej czyli mają $T \sim 10^5 - 10^9$ K



Plazma kwarkowo-gluonowa może wyglądać różnie:

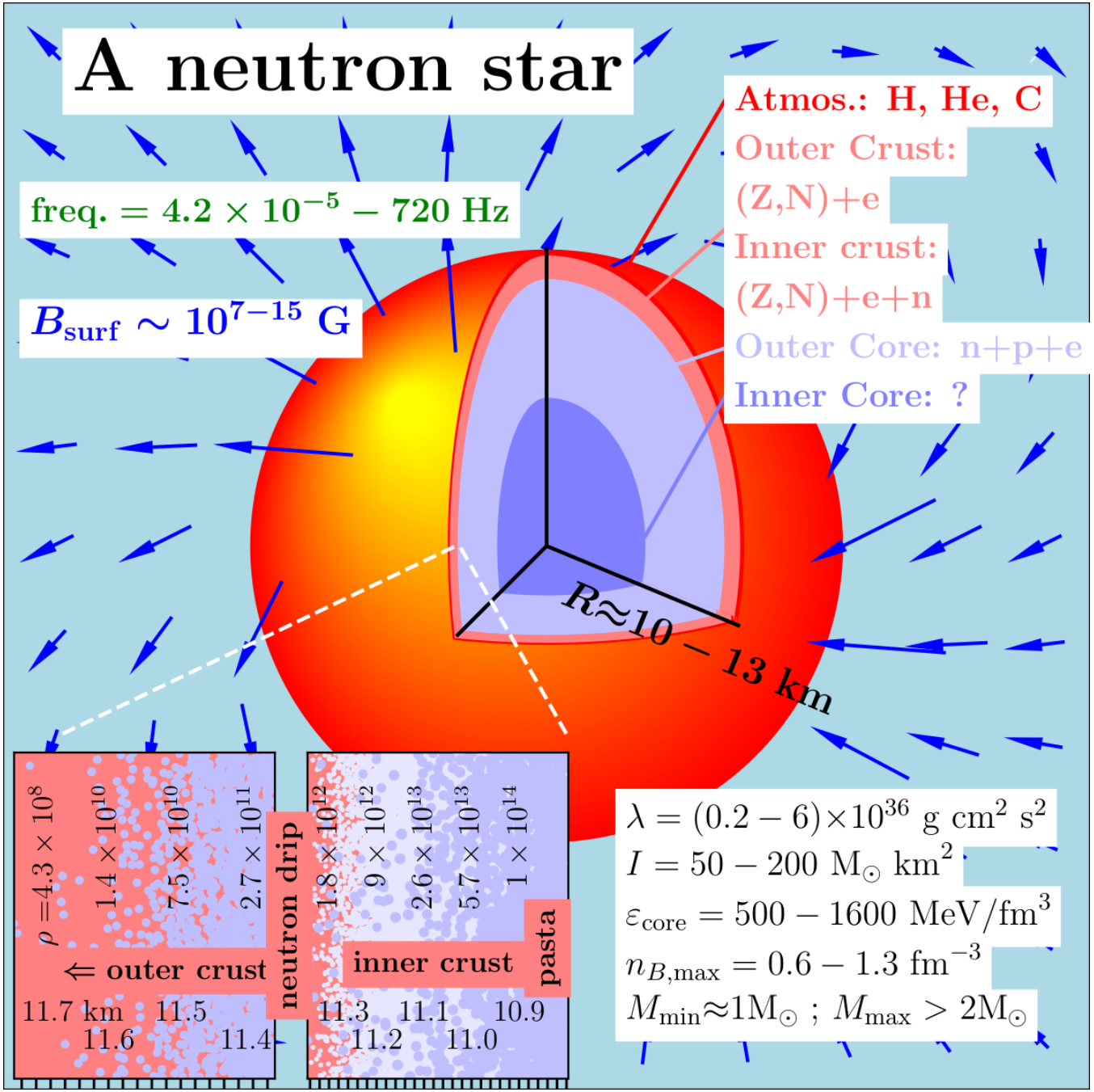
Stan Wszechświata niedługo po Wielkim Wybuchu:

- gęstość netto-barionów niezbyt wysoka (lub zerowa) ale ...
- gęstość energii bardzo wysoka!
- temperatura bardzo wysoka

Wnętrza gwiazd neutronowych:

- gęstość netto-barionów wysoka (np. 5–10 ρ_0)
- temperatura niska (rzędu max. keV). Gwiazda neutronowa ma typową gęstość energii w centrum rzędu 1 GeV/fm^3. W przeciwieństwie do warunków po Wielkim Wybuchu materia w gwiazdach neutronowych jest „zimna” tj. temperatura mała w porównaniu z energią Fermiego kwarków

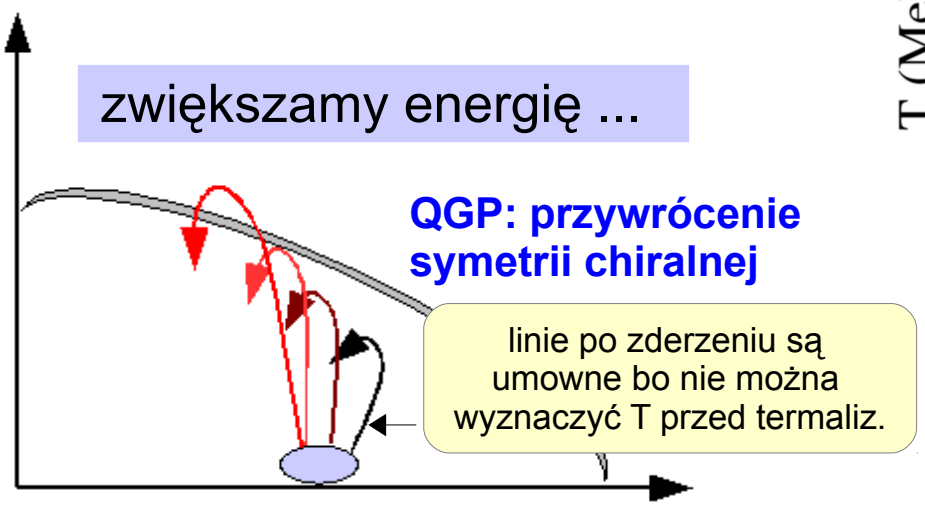
T=0, $\rho=\rho_0$ – normalna materia jądrowa. Jedyny punkt na diagramie fazowym dobrze poznany i zrozumiany !
ρ_0 = 0.16 1/fm^3 (ε_0 = 0.15 GeV/fm^3)



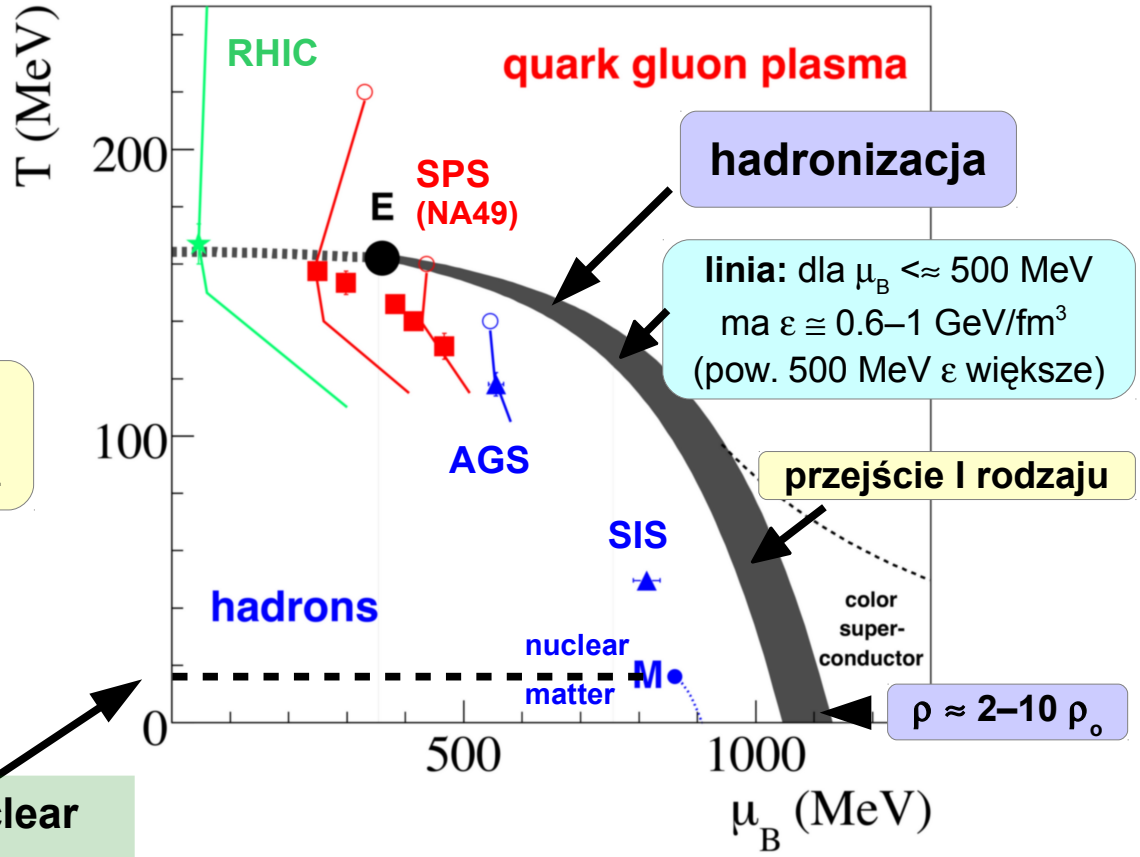
Rys. z arXiv:1903.06730

Jak poruszać się po diagramie fazowym → jak przekroczyć granicę przejścia fazowego (*phase boundary*)

np. SQM 2008: $T(\mu_B=0)\approx 160–190$ MeV, $\rho(T=0)\approx 5–10\ \rho_0$



...i zbliżamy się do granicy przejścia fazowego



p. kryt. $T_c \approx 7.5$ MeV **nuclear liquid-gas transition** (materia jądrowa w postaci cieczy → gaz hadronowy)

nuclear matter: dla **T=0 MeV $\mu_B \approx m_N = 940$ MeV**

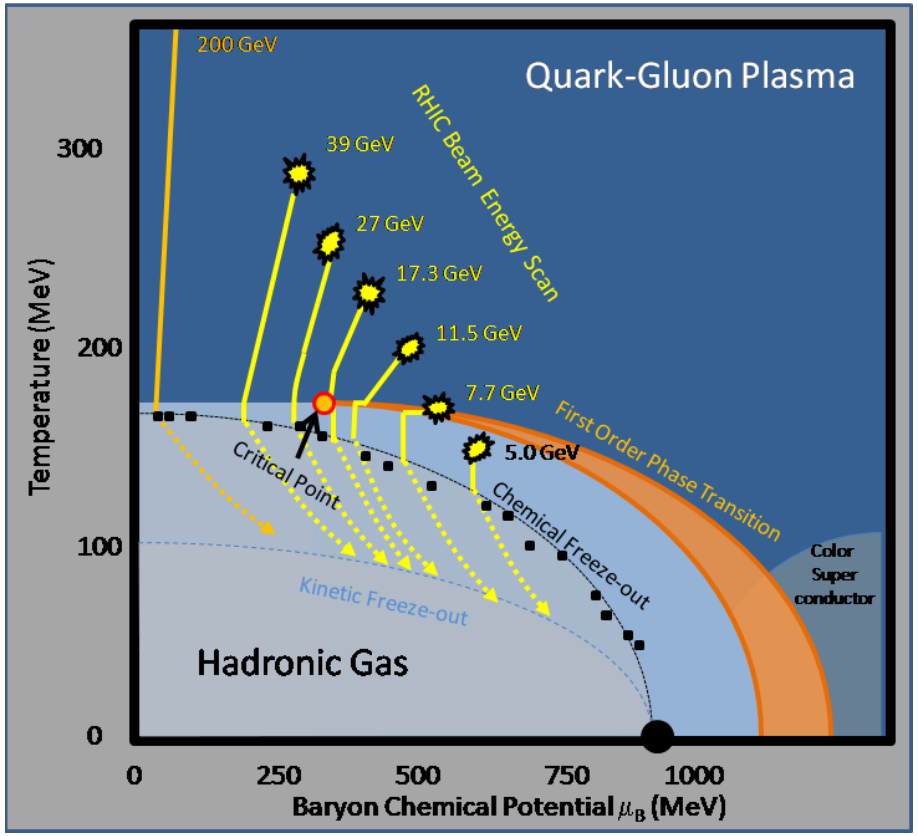
$\mu_q \approx 310$ MeV

1. $\rho_B = 0 \Rightarrow \mu_B = 0$

2. $\mu_B = 0$ gdy w układzie taka sama liczba barionów i antybarionów (zero netto barionów)

Prawy rysunek:
otwarte kółka – hipotetyczne(!) lub prawie hip. punkty osiągane tuż po zderzeniu
zamknięte punkty – punkty freeze-outu chem.
końce krzywych – punkty freeze-outu termicznego

Przy okazji – **najbardziej interesujący region jest pokryty akurat przez SPS (przekroczenie granicy oraz punkt krytyczny), badania również przy RHIC (Beam Energy Scan)**



Rys. STAR; zob. też https://quark.phy.bnl.gov/~swagato/USQCD
oraz G. Odyniec, J. Phys. Conf. Ser. 455 (2013) 012037

$\sqrt{s_{NN}}\uparrow$ $\mu_B\downarrow \Rightarrow$ punktu krytycznego (CP) należy szukać powyżej energii uwolnienia

$\sqrt{s_{NN}}$ (CP) > $\sqrt{s_{NN}}$ (OD) ≅ 7.6 GeV

na podstawie wyników NA49 (zob. wykład 10)

Żółte obszary – **punkty wczesnej fazy**; ich temperatura np. z widma pędowego produkowanych fotonów „bezpośrednich”
→ wykład 10

Czarne punkty – **wymrożenie chemiczne**; temperatura, chemiczny potencjał barionowy z dopasowań krotności różnych cząstek lub stosunków krotności cząstek w ramach modeli gazu hadronowego (np. F. Becattini, J. Manninen, M. Gaździcki, Phys. Rev. C 73 (2006) 044905)

→ wykład 9

Końcówki żółtych krzywych – **wymrożenie termiczne/kinetyczne**; temperatura oraz prędkość poprzecznej ekspansji źródła z dopasowań pędów poprzecznych/mas poprzecznych w ramach modeli Blast-Wave (np. E. Schnedermann, J. Sollfrank, U. Heinz, Phys. Rev. C 48 (1993) 2462–2475)

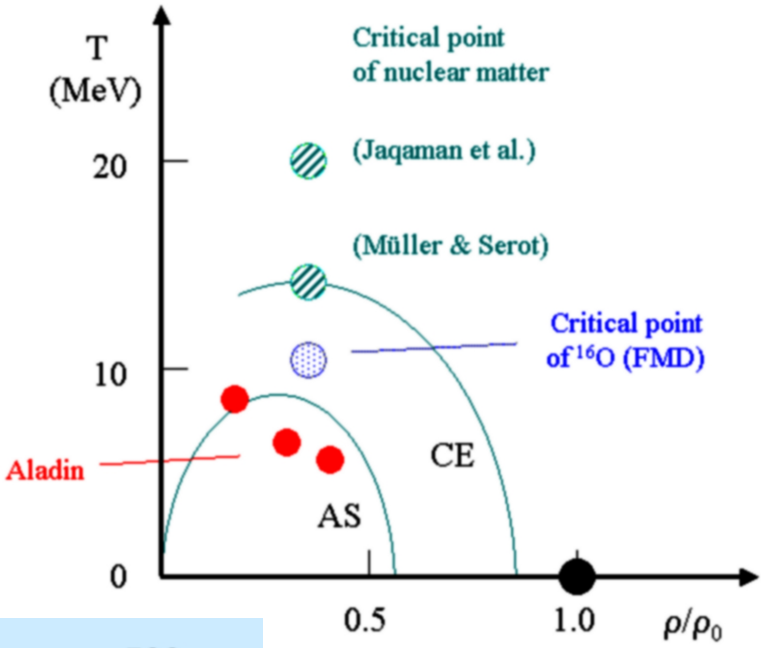
→ wykład 9

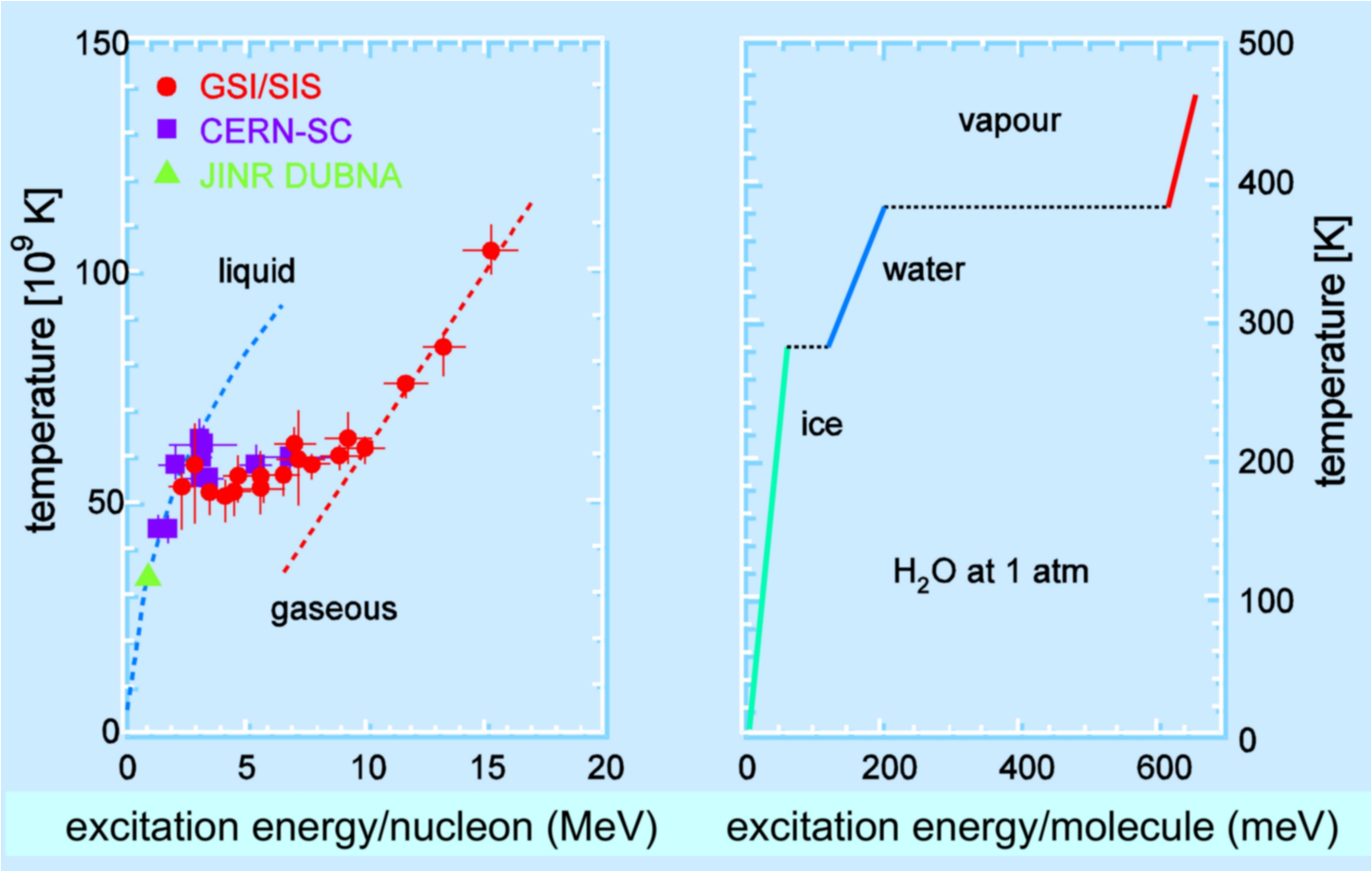
Energia uwolnienia (OD, *onset of deconfinement*) – **najniższa** (graniczna) **energia wystarczająca do utworzenia układu partonowego**; energia zderzenia dla której wczesna faza znajduje się na linii przejścia fazowego

Dla zainteresowanych:

p. kryt. $T_c \approx 7.5$ MeV **nuclear liquid-gas transition** (materia jądrowa w postaci cieczy → gaz hadronowy)

Znalezienie przejścia jądrowego ciecz-gaz to wyniki eksperymentów jądrowych przy niskich energiach (m.in. ALADiN)

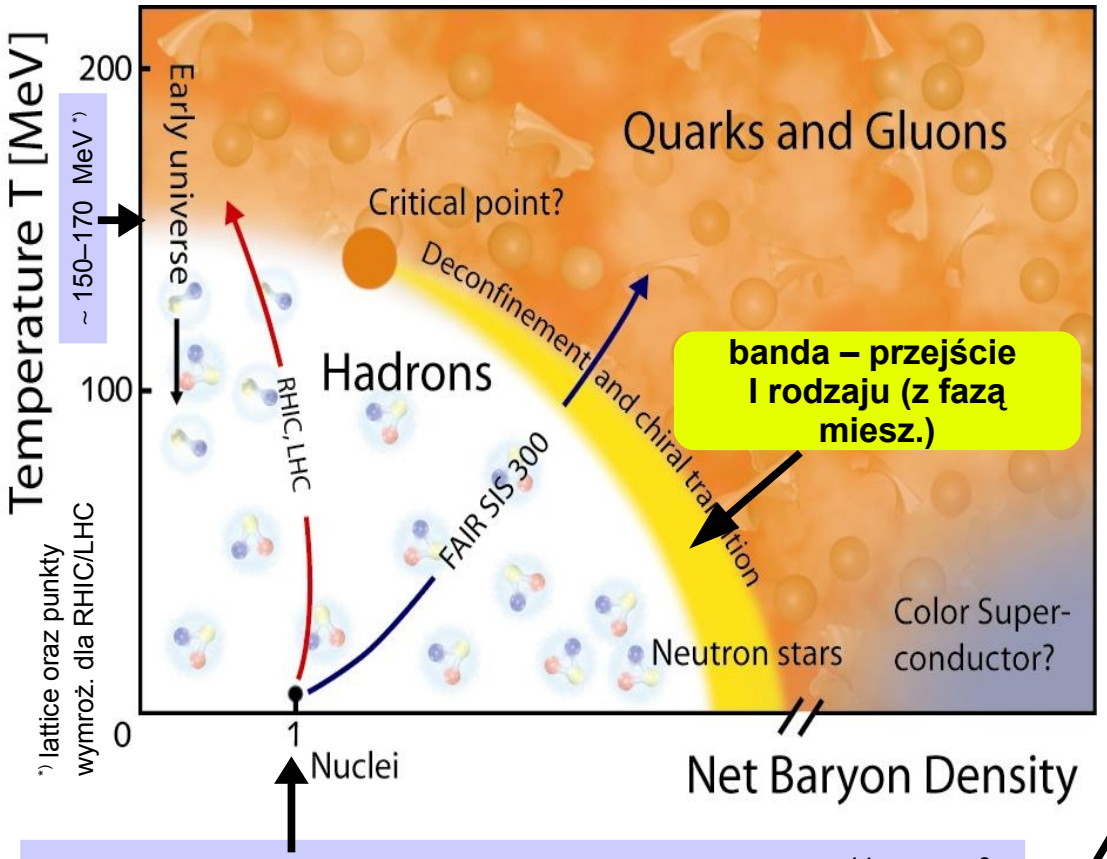




Zob. również pracę przeglądową arXiv:1510.00442

Rys. z wykładu Wolfgang Trautmann (XII 2008)

Po diagramie fazowym można poruszać się nie tylko zmieniając energię ale też liczbę masową zderzanych jąder lub/i centralność (zob. wykład 9)



banda – przejście I rodzaju (z fazą miesz.)

materia jądrowa (płyn) gęstość ρ_0 rzędu 10^{14} g/cm^3

1 GeV = $1.2 \cdot 10^{13}$ K

T ≈ 173 MeV ≈ $2 \cdot 10^{12}$ K ≈ 130 000·T[jądro Słońca]

W zderzeniach ciężkich jonów (SPS, RHIC, LHC):

osiągane temperatury QGP ≃230 MeV (SPS) do 600–700 MeV (LHC) po zderzeniu oraz ≃150–170 MeV po ochłodzeniu (w momencie wymrożenia chemicznego) ⇒ **100 tysięcy do miliona razy goręcej niż we wnętrzu Słońca !!!**
rzędu $10^{12\text{-}13}$ K

osiągane gęstości energii w QGP przynajmniej 20 razy (dla LHC rzędu 100 x) gęściej niż jądro atomowe
(uwaga: w sensie gęstości energii a nie gęstości barionowej!)

Przypomnienie: odkrywanie QGP to proces poszlakowy: zaraz po zderzeniu powstaje (lub nie) QGP → rozszerzanie się i stygnięcie → łączenie kwarków w hadrony (π, K, Λ, …).
Badanie cząstek w stanie końcowym → informacja o stanie początkowym

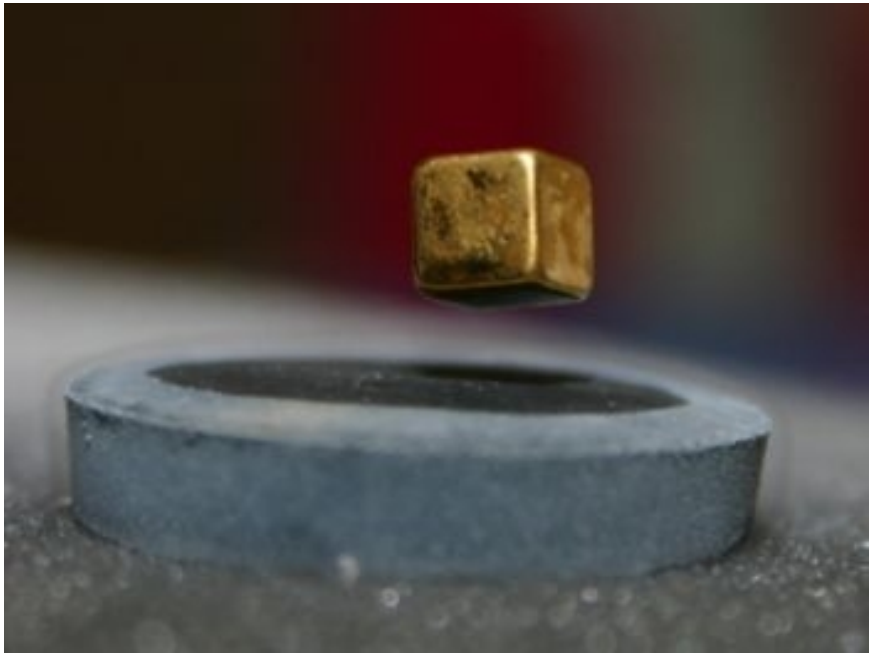
Kolorowy nadprzewodnik (*color supercoductor*)

Nadprzewodnictwo (niskotemperaturowe) – cecha przewodnika elektrycznego, polegająca na tym, że w pewnych warunkach ma on zerową rezystancję.

Inne ważne zjawiskami zachodzące w nadprzewodnikach:

1. wypychanie pola magnetycznego (efekt Meissnera)
2. kwantowanie strumienia magnetycznego przechodzącego przez nadprzewodzącą pętlę

Większość przewodników wykazuje nadprzewodnictwo dopiero w temperaturze bliskiej zera absolutnego czyli 0 K (-273.15°C)



Namagnesowany przedmiot lewituje nad nadprzewodnikiem schłodzonym do -200 °C

Podstawy fizyczne zjawiska – modelem opisującym nadprzewodnictwo jest **teoria BSC** (Johna Bardeena, Leona Coopera i Roberta Shrieffera, Nobel 1972)

W skrócie: nośniki ładunków w przewodnikach (fermiony) mogą łączyć się w pary (**pary Coopera**). Takie pary **są bozonami** a więc podlegają kondensacji Bosego-Einsteina. **Skondensowane pary potrafią bezoporowo poruszać się we wnętrzu nadprzewodnika**

Kondensat Bosego-Einsteina – efekt kwantowy (dla bozonów); zachodzi w temperaturach niższych od temperatury krytycznej. **W nieskończenie małej objętości przestrzeni pędów może znajdować się skończona (niezerowa) liczba cząstek.** Efektem kondensacji jest kolektywne zachowanie wszystkich cząstek biorących w niej udział (wszystkie zachowują się jak jedna cząstka)

Para Coopera jest to układ dwóch fermionów (np. elektronów) oddziałujących ze sobą poprzez drgania sieci krystalicznej – fonony.

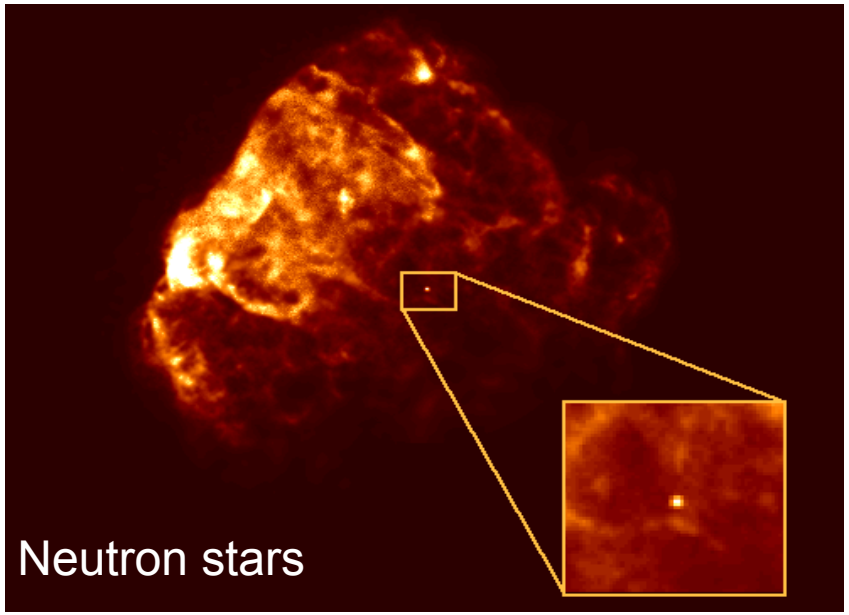
- Fermiony tworzące parę Coopera mają połówkowe spiny (skierowane w przeciwnych kierunkach), ale
- wypadkowy spin układu jest całkowity, czyli **para Coopera jest bozonem**.
- BSC: **prąd elektryczny w nadprzewodnikach jest przenoszony nie przez pojedyncze elektrony, lecz pary Coopera, czyli cząstki o ładunku 2e**

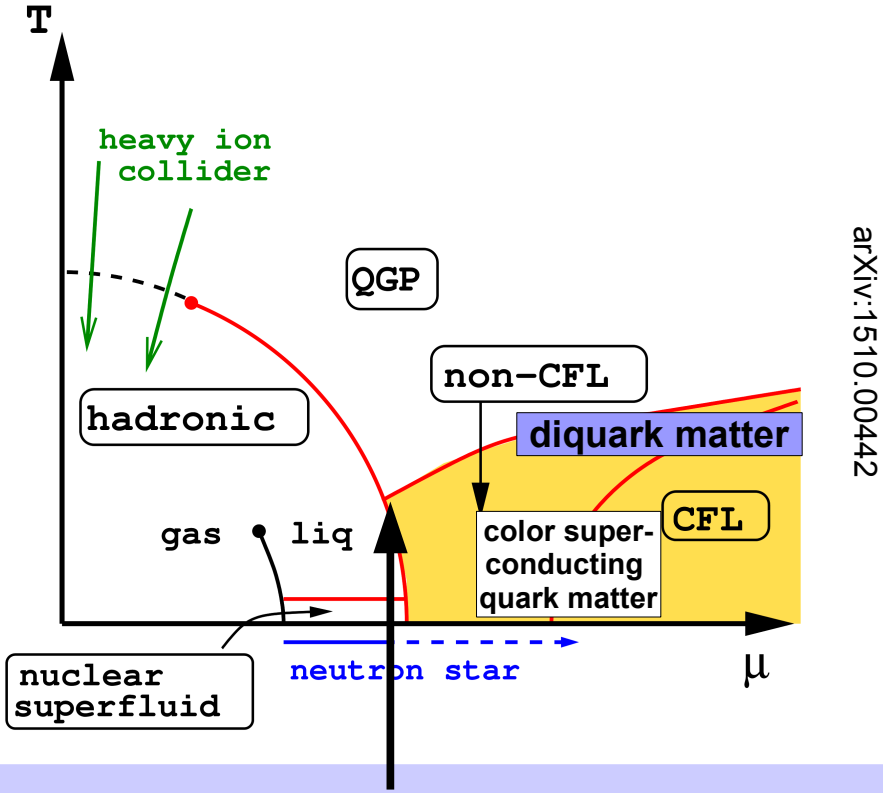
Fonon – kwazicząstka, kwant energii drgań sieci krystalicznej o bozonowych własnościach (drgania cieplne sieci krystalicznej). W mechanice kwantowej mogą być opisywane korpuskularnie – są bozonowymi wzbudzeniami układu fermionów
https://pl.wikipedia.org/wiki/Fonon

Cewki nadprzewodzące, w których mogą płynąć duże prądy, można wykorzystać do wytwarzania bardzo silnych pól magnetycznych $\Rightarrow$ akceleratory

Kolorowe nadprzewodnictwo – spekuluje się, że istnieje dla materii kwarkowej o dużej gęstości barionowej i w niezbyt wysokiej T (tj. dobrze poniżej 10^{12} K). Kwarki korelują się w pary Coopera (***Cooper pairs of QCD***); te dikwarki następnie kondensują (kondensat kwarkowych par Coopera) i tworzą kolorowy nadprzewodnik. Pary Coopera powstałe z kwarków mają niezerowy ładunek kolorowy i elektryczny

Jedyne miejsce we Wszechświecie gdzie gęstość barionowa jest bardzo duża ale temperatura „mała” to jądra gwiazd neutronowych (zwykłe gwiazdy lub supernowe po eksplozji i kolapsie grawitacyjnym)





arXiv:1510.00442

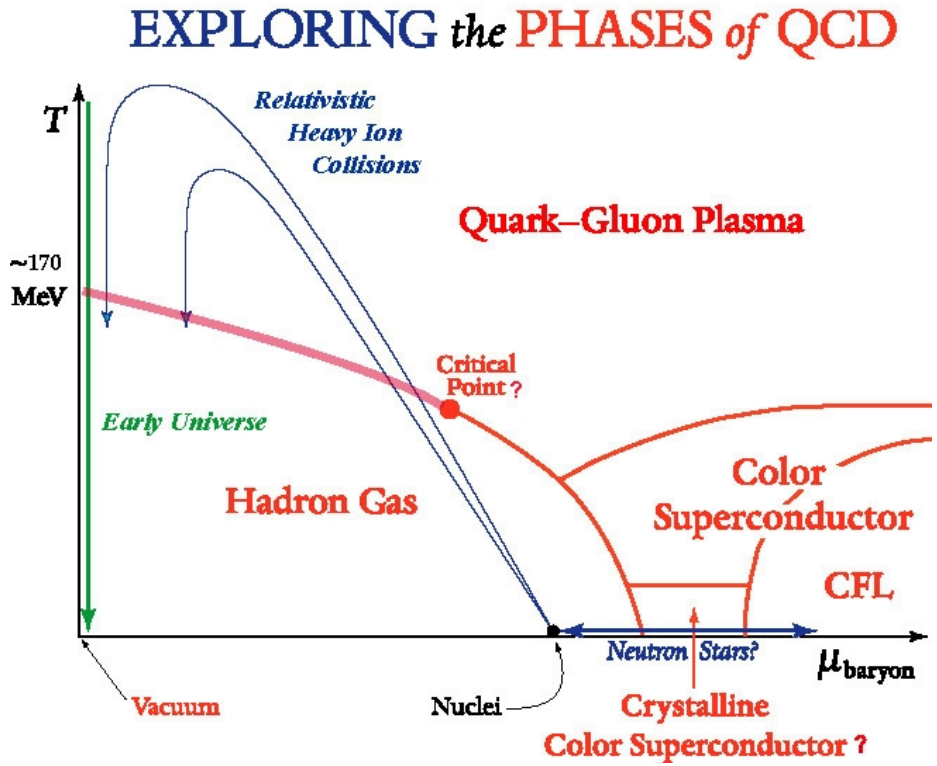
punkt potrójny (*triple point*) = gaz hadronowy + QGP + kolorowy nadprzewodnik

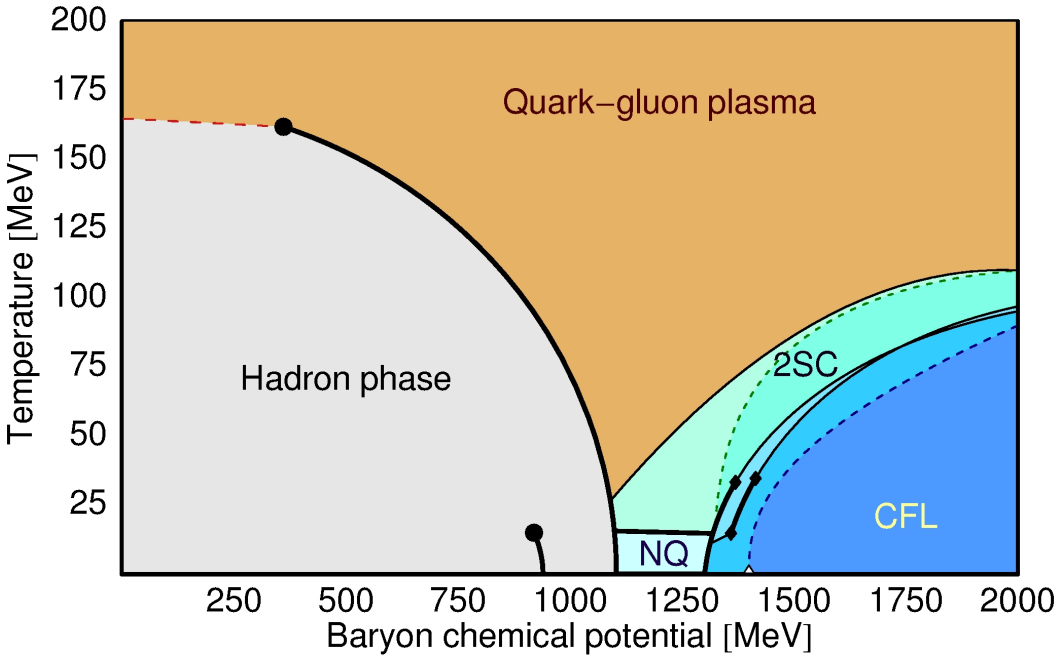
„Zimna” ale gęsta materia kwarkowa powinna być kolorowym nadprzewodnikiem!

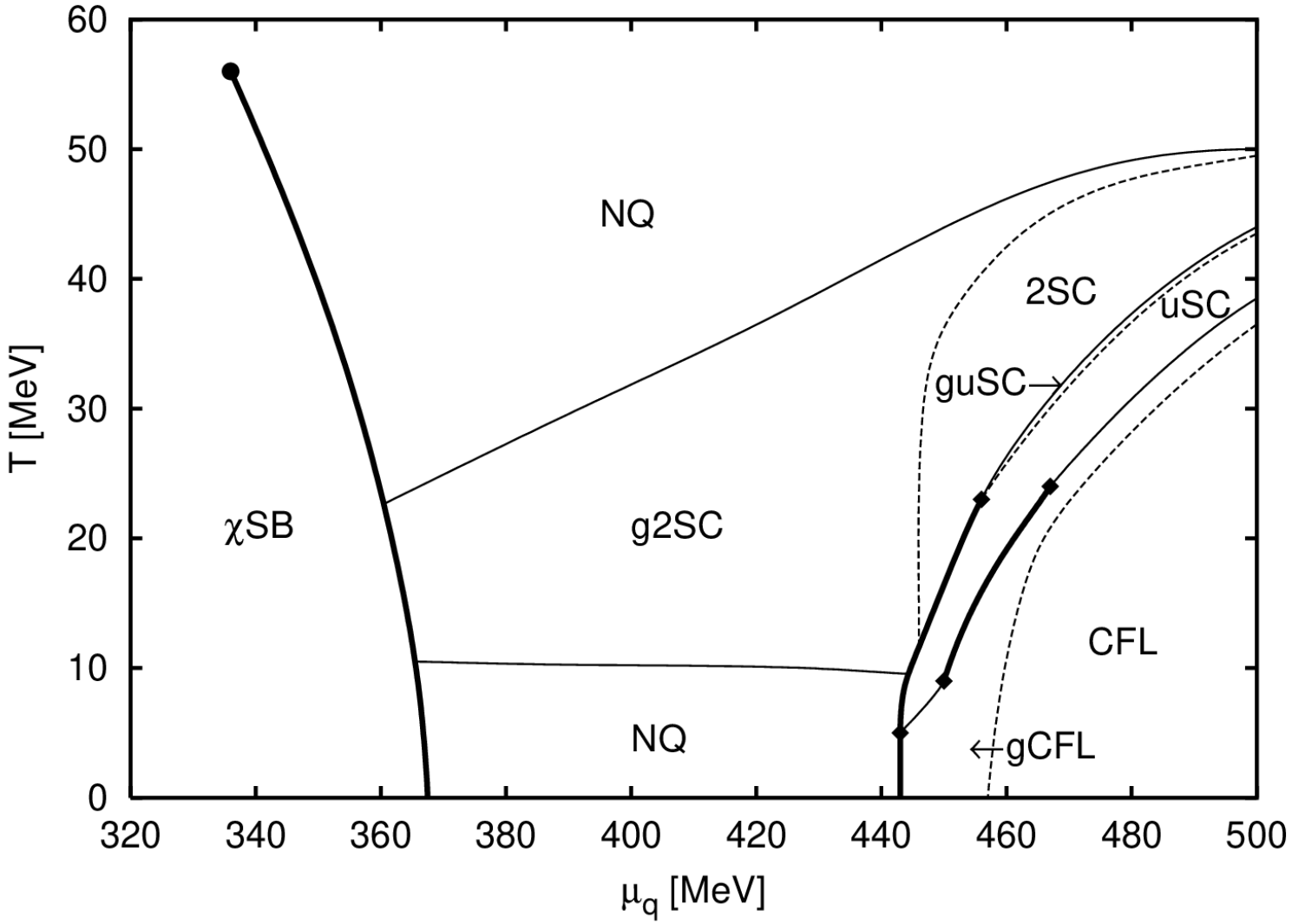
Ale analizy dla dużych gęstości barionowych to na razie bardziej spekulacje niż dokładne wyniki

W przeciwieństwie do zwykłego nadprzewodnictwa (elektrony) powinno być dużo rodzajów nadprzewodnictwa kolorowego → możliwość wielu kombinacji bo: różne zapachy, kolory kwarków

- Przy bardzo wysokich gęstościach – preferowaną fazą jest faza ***colour-flavour-locked* (CFL)** z równą liczbą kwarków u, d i s
- Przy przejściowych gęstościach (np. w gwiazdach neutronowych) – ***unlocked colour superconducting phases*** m.in. faza krystaliczna (***crystalline phase***) w której pary Coopera spontanicznie kondensują tworząc struktury sześcianu (***face-centred-cubic pattern – FCC pattern***). Inną fazą typu "unlocked" jest ***single-flavour phase***







J. Schaffner-Bielich
QM 2008

Rys. rownież w
arXiv:0801.4256

μ_q około 500 MeV odpowiada około 10 x gęstość normalnej materii jądrowej

χSB – region spontanicznie łamanej symetrii chiralnej
NQ – materia kwarkowa
pogrubione ciągłe linie – przejście I rodzaju
cienkie linie – przejście II rodzaju

phases of color superconducting quark matter in β equilibrium: normal (unpaired) quark matter (NQ), two-flavor color superconducting phase (2SC), gapless 2SC phase, color-flavor locked phase (CFL), gapless CFL phase, metallic CFL phase

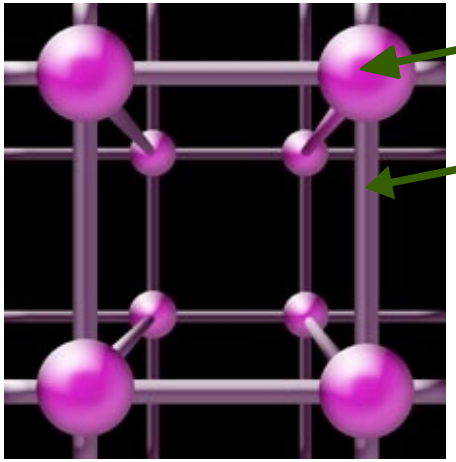
Wracamy do **gorącej** materii bo taka interesuje nas bardziej niż zimna
(da się ją uzyskać w laboratorium – SPS, RHIC, LHC)

Lattice QCD (LQCD) – pomaga badać QCD w obszarach nieperturbacyjnych (czyli przy dużych odległościach, małych przekazach pędu, dużej stałej sprzężenia)

Rachunki na sieciach (*lattice calculations*)
QCD opisuje oddziaływania kwarków i gluonów i przewiduje np. masy stanów związanych (hadronów). Ze względu na charakter potencjału oddziaływania silnego (**analityczne lub perturbacyjne rachunki QCD pQCD nie zawsze są możliwe – możliwe tylko dla dużych przekazów pędu**) jest to robione poprzez **numeryczne symulacje na sieci czasoprzestrzennych punktów**
4D space-time (potrzeba do tego najszybszych komputerów na świecie!)



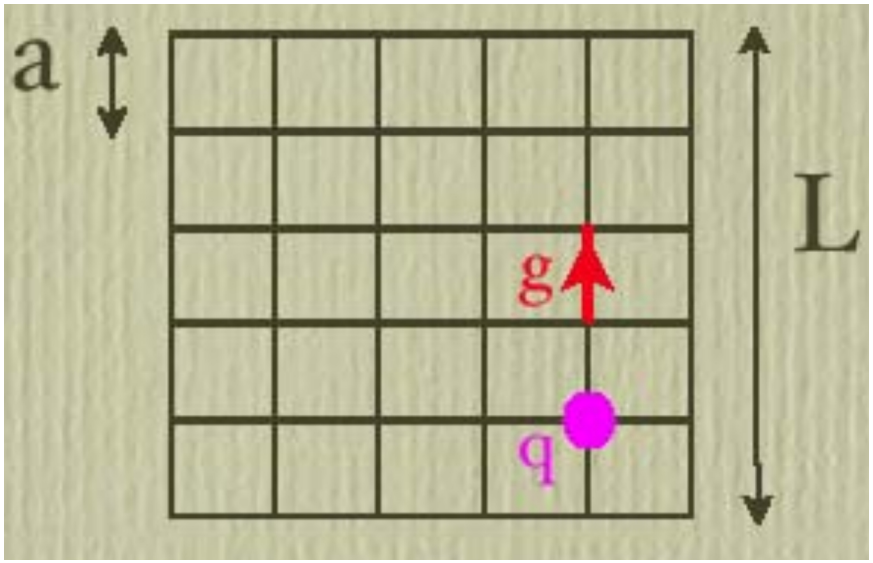
ten rysunek prawie wszyscy pokazują, więc nie ma co walczyć z tradycją ;-)

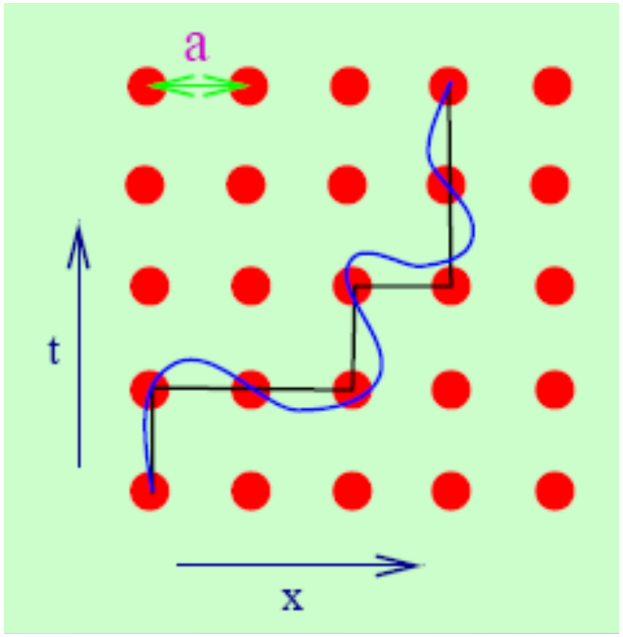


Lattice formulation of QCD:
space continuum → discrete points

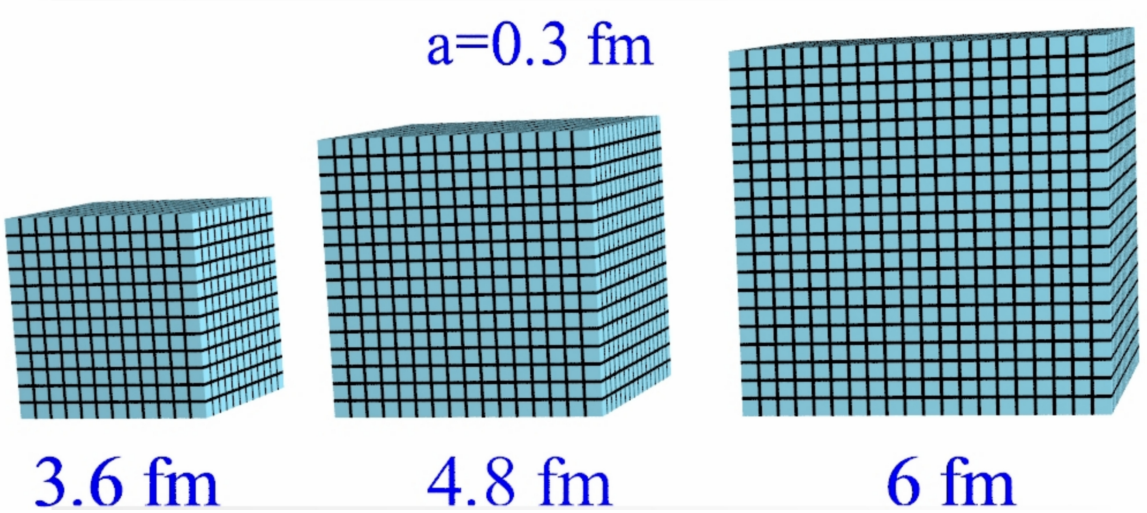
- **lattice QCD** – numeryczne obliczenia zakładające **przybliżenie przestrzeni dyskretnej**
- kwarki (pola kwarków) umieszczane są w węzłach sieci
- kwarki mogą „propagować się” skokowo między oczkami sieci
- gluony (pola gluonów) – wiązanie między kwarkami (węzłami)
- potrzebna znajomość potencjału kwarkowego

- **numeryczne obliczenia – startują od Lagrangianu QCD; pozwalają symulować i śledzić oddziaływania między kwarkami**
- obliczenia na sieciach pozwalają na opis silnie oddziałującej materii w kategoriach zmiennych termodynamicznych (T, gęstość energii, potencjały chemiczne) → trzeba założyć równowagę termiczną
- obliczenia na sieciach – sprawdzają czy teoria naprawdę pozwala na formację stanu gdzie kwarki i gluony są efektywnie wolne ⇒
- szacują temperaturę przejścia i gęstość energii

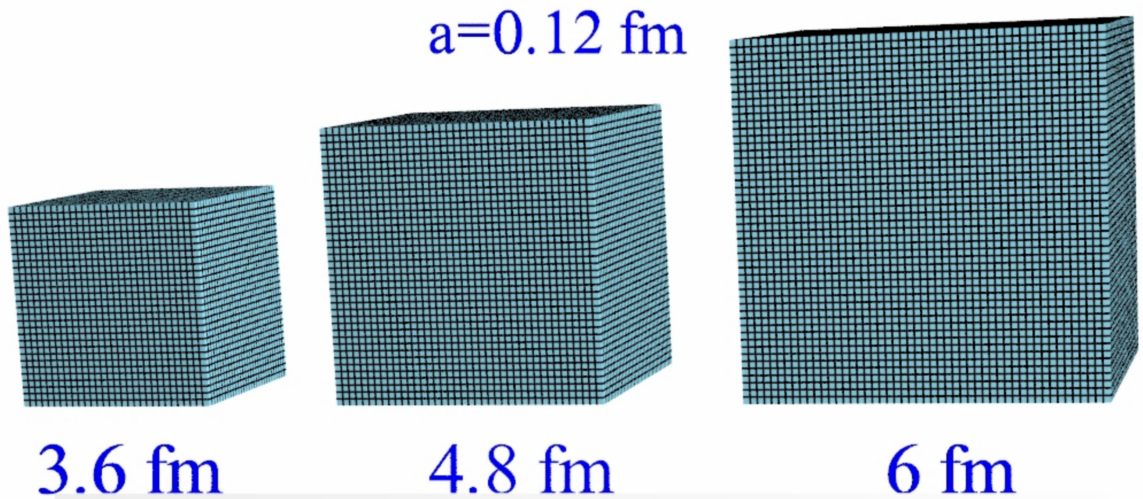




- Objętość obszaru rachunków $L^3 \approx (\text{kilka fm})^3$ ($L \approx 2$–3 fm)
- Typowy rozmiar oczka sieci $a \approx 0.05$–0.3 fm
- Ogromna liczba punktów do rachunków ⇒ dlatego potrzebne najszybsze komputery na świecie
- Wynik fizyczny: po wykonaniu rachunku robi się przejście $a \to 0$, $L \to \infty$ (tj. wyniki są ekstrapolowane do limitu kontinuum)
- Komputery o przynajmniej kilkaset **T**flops mocy obliczeniowej (typowy komputer osobisty ma max. kilkaset **G**flops); przykład: superkomputer LUMI w Finlandii (m.in. do lattice QCD) – maksymalnie 550 **P**flops (550 milionów miliardów) obliczeń na sekundę



Rys. Z. Fodor



Uwagi techniczne:

$N_{t/\tau}$ (tzw. t*emporal extension*) = 4 $\Rightarrow$ a ~ 0.3 fm (*coarse lattice spacing*)

$N_{t/\tau}$ = 6 $\Rightarrow$ a ~ 0.2 fm (*finer lattice spacing*)

$N_{t/\tau}$ = 8 $\Rightarrow$ a ~ 0.15 fm, $N_{t/\tau}$ = 10 $\Rightarrow$ a ~ 0.12 fm (*finer lattice spacing*)

szczegóły np. w Z. Fodor, S. D. Katz, arXiv:0908.3341

Zaczyna się od Lagrangianu QCD:

$$\mathcal{L} \;=\; -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_a \;-\; \sum_f \bar{\psi}^f_\alpha (i\gamma^\mu\partial_\mu + m_f - g\gamma^\mu A_\mu)^{\alpha\beta}\psi^f_\beta \;,$$

pola kwarków $\psi, \bar{\psi}$ umieszcza się w węzłach sieci; pola gluonów na połączeniach

with

$$F^a_{\mu\nu} \;=\; (\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu - g f^a_{bc} A^b_\mu A^c_\nu) \;.$$

Here A^a_μ denotes the gluon field of color a (a=1,2,...,8) and ψ^f_α the quark field of color α (α=1,2,3) and flavor f; the input ('bare') quark masses are given by m_f, and g is a dimensionless coupling. With the dynamics thus determined, the corresponding thermodynamics is obtained from the partition function, which is most suitably expressed as a functional path integral,

$$Z(T,V) = \int dA\; d\psi\; d\bar{\psi}\; \exp\left(-\int_V d^3x \int_0^{1/T} d\tau\; \mathcal{L}(A,\psi,\bar{\psi})\right)$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad i = 1,2,3$$

σ – Pauli matrices

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

$$\epsilon = \left(\frac{T^2}{V}\right)\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial T}\right)_V$$

gdy obliczenia dla $\mu_B \neq 0$

$$Z(T,V) \rightarrow Z(T,V,\mu_q)$$

$$\mu_B = 3\,\mu_q$$

Przy użyciu funkcji partycji Z(T,V) oblicza się obserwable termodynamiczne takie jak gęstość energii (ozn. ϵ, ε), ciśnienie

$$P = T\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial V}\right)_T$$

$$F = -T \ln Z$$

F - energia Helmholtza

$$S = \frac{\partial (T \ln Z)}{\partial T}$$

$$\epsilon \equiv \frac{E}{V} = \frac{T^2}{V}\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial T}\right)_{V,\mu_q} + \mu_q \frac{N}{V}$$

$$p = T\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial V}\right)_{T,\mu_q}$$

$$\chi_B = \frac{T}{V}\left(\frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \mu_B^2}\right)_{V,T}$$

dla zainteresowanych np.:
arXiv:0803.1611, 0903.2778 (stąd wzór)
arXiv:0710.3366, 1207.5999

Wyniki obliczeń na sieciach: do 2001 roku istniały tylko takie przy założonym barionowym potencjale chemicznym $\mu_B = 0$ (dla niezerowych wartości obliczenia są bardzo skomplikowane – numeryczne problemy)

Obliczenia lattice Monte Carlo pokazały, że mamy do czynienia z dwoma fazami w sieciach QCD – można je identyfikować z fazą hadronową i plazmą kwarkowo-gluonową

Uwaga: rezultaty obliczeń na sieciach (m.in. rząd przejścia fazowego) SILNIE zależą od liczby zapachów kwarków oraz od ich mas założonych w obliczeniach

Wyniki obliczeń na sieciach (2002/03) dla $\mu_B = 0$ (również zerowa gęstość barionowa):

temperatura przejścia między QGP a gazem hadronowym wynosiła

$T_c \approx 150 – 175$ MeV (w zależności od efektywnej liczby zapachów kwarków przyjętej w obliczeniach)

F. Karsch, Nucl. Phys. A698, 199 (2002)
K. Kanaya, Nucl. Phys. A715, 233 (2003)

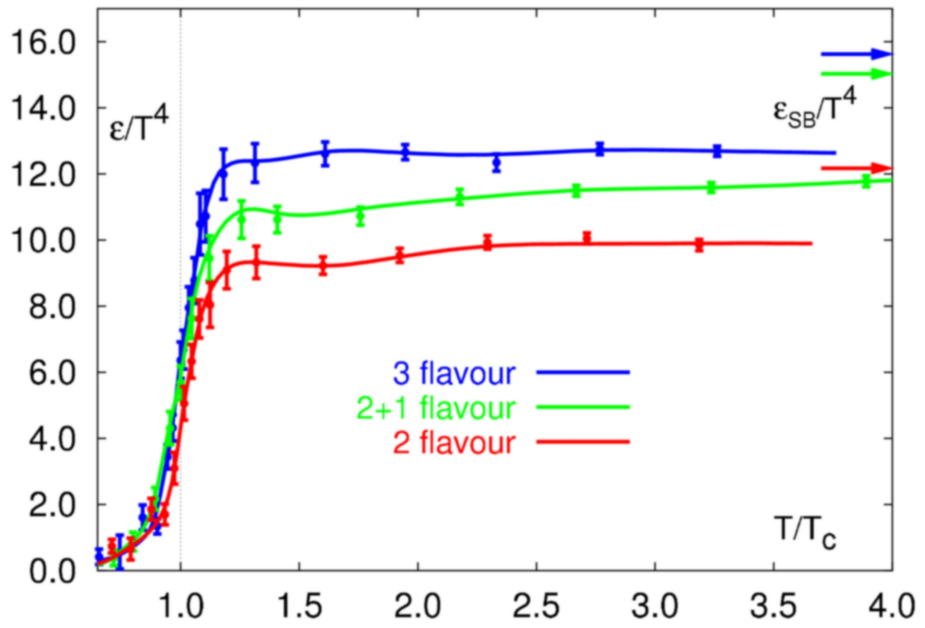
Temperatura odpowiada gęstości energii poprzez **równanie stanu (EOS)** i w szczególności **dla $T = T_c$** krytyczna gęstość energii może być oszacowana jako

$\varepsilon_c \cong (6 \pm 2) T_c^4$

Dlatego dla $T_c \approx 150 – 175$ MeV gęstość energii $\varepsilon_c \leq 1$ GeV/fm^3

(np. dla $T_c = 160$ MeV, $\varepsilon_c = 0.51 \pm 0.17$ GeV/fm^3

lattice QCD: gwałtowne zmiany w gęstości energii



← **EOS**

Podejście ***termodynamiczne*** (**+ rach. na sieciach dla $\mu_B = 0$**) dały przewidywania:

$T_c \cong 150 – 175$ MeV $\Leftrightarrow \varepsilon_c \leq 1$ GeV/fm^3

temperatury i gęstości energii tego rzędu są osiągane przy użyciu współczesnych akceleratorów ciężkich jonów !

ε/T^4 ~ # stopni swobody

Przypomnienie z wykładu 7:
ε/T^4 ~ # stopni swobody

Gęstość energii gazu doskonałego (w równowadze) cząstek z n_{dof} stopniami swobody jest dana:

$$\varepsilon = n_{dof} \ \pi^2/30 \ T^4$$

Dramatyczny wzrost ε/T^4 przy T_c (patrz m.in. poprzednia strona) może być interpretowany jako skutek zmiany n_{dof} z 3 (w gazie pionów) do 37 w fazie uwolnienia (oszacowania dla 2 zapachów kwarków), gdzie aktywują się stopnie swobody związane z kolorem, zapachem

dla gazu pionów:
$n_{dof} = 3$ (bo π^+, π^-, π^0)

dla gazu kwarków (2 zapachy) i gluonów:
$n_{dof} = n_g + 7/8\ (n_q + n_{anty_q}) = N_g(8) \times N_{polaryzacja}(2) + 7/8 \times 2 \times N_{zapach}(2) \times N_{kolor}(3) \times N_{spin}(2) = 16 + 21 = 37$

czynnik 7/8 – z różnicy między statystyką BE (gluony) i FD (kwarki)

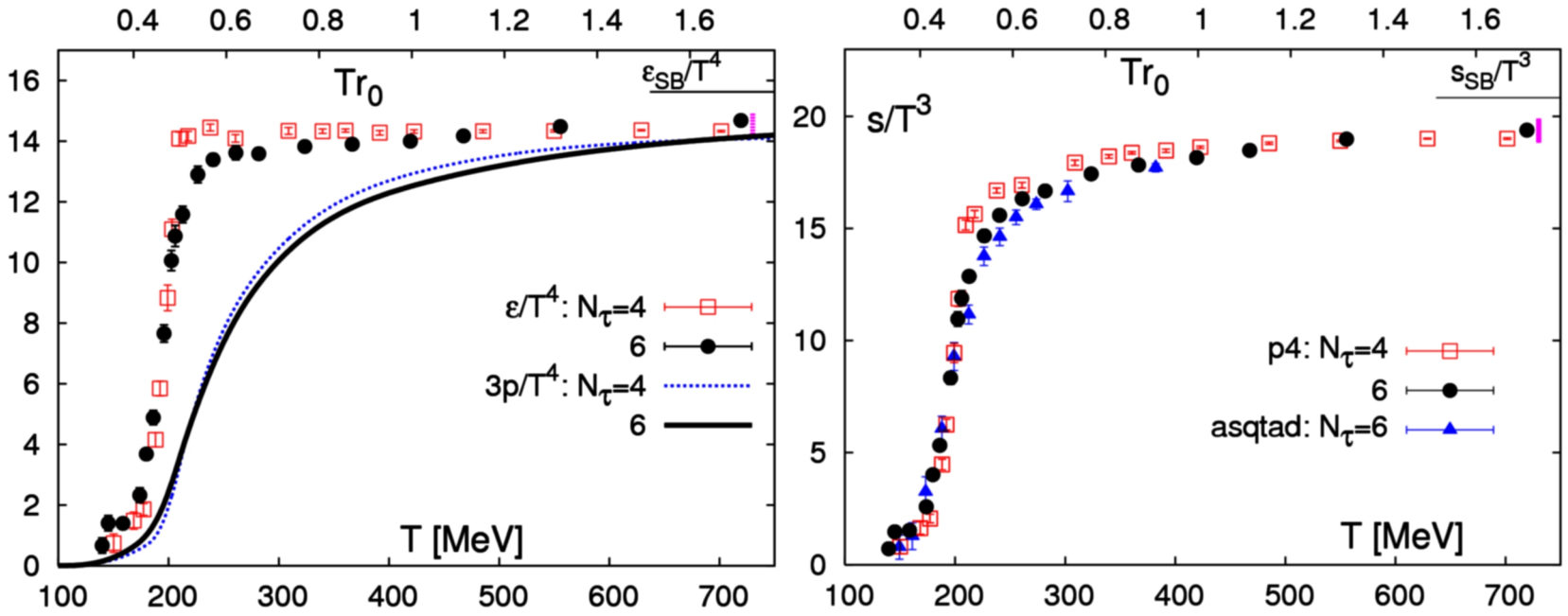
arXiv:1012.4038

Obliczenia na sieciach F. Karsh, Nucl. Phys. A698, 199 (2002) oraz K. Kanaya, Nucl. Phys. A715, 233 (2003) sugerowały temperaturę krytyczną przejścia fazowego **przy $\mu_B = 0$** równą $T_c \approx 150$ – 175 MeV ale **pojawiły się później nowe prace gdzie te wartości były nieco wyższe tj. $T_c \approx 170 – 190$ MeV**

→ F. Karsch J.Phys.G31:S633-S640 (2005) (hep-lat/0412038) oraz
S.D. Katz Nucl.Phys.A774:159-168 (2006) (hep-ph/0511166)

lub wręcz $T_c \sim 190$ MeV

→ M. Cheng et al. Phys.Rev.D77:014511 (2008) (arXiv:0710.0354)



Rys. z arXiv:0710.0354

gęstość energii (nagły wzrost przy $T_c \sim 190$ MeV), ciśnienie, gęstość entropii; obliczenia na sieciach dla prawie fizycznych mas kwarków (kwark 's' – fizyczna masa + dwa lekkie kwarki ale 2 razy cięższe niż 'u' i 'd') i dla chemicznego potencjału kwarkowego = 0 (arXiv:0710.0354)

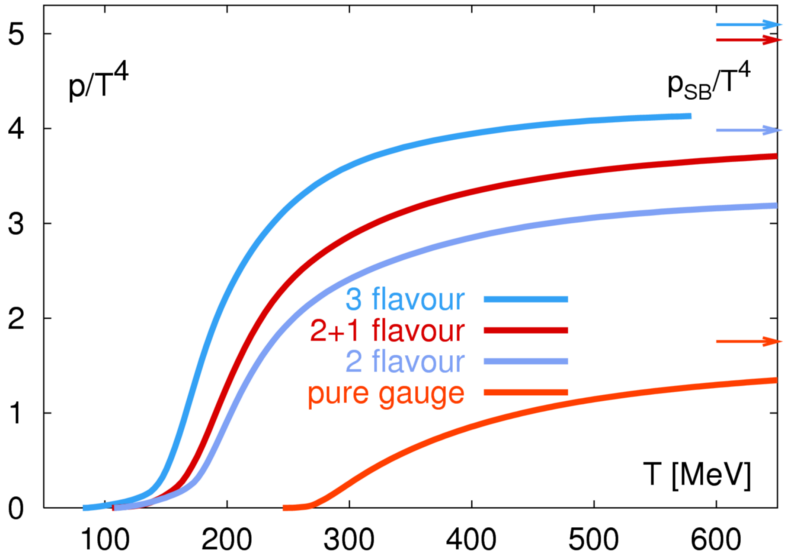
s/T^3 ~ # stopni swobody
liczba stopni swobody rośnie (uwolnienie koloru)
ale brak nieciągłości → przejście typu cross-over

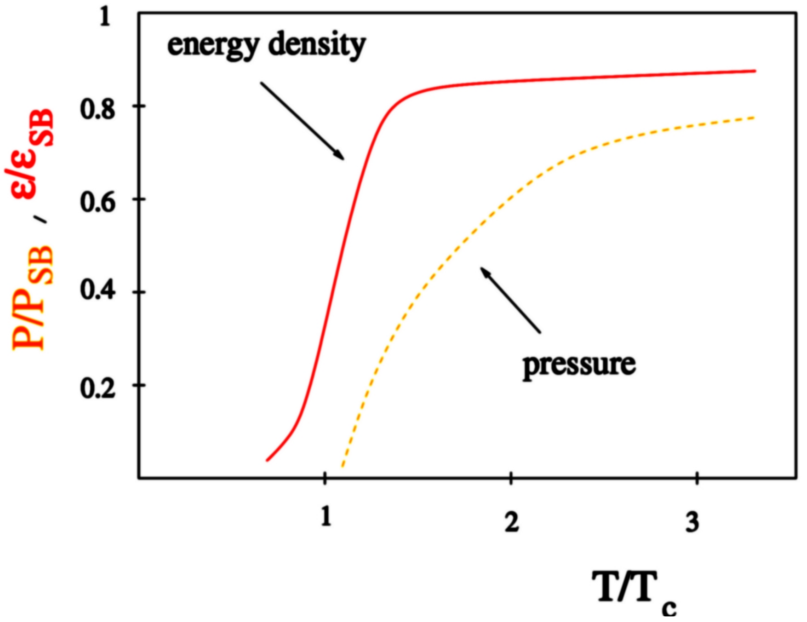
Inny przykład (np. ciśnienie) obliczeń na sieciach dla $\mu_B = 0$

- p/T^4 w funkcji temperatury T lub zredukowanej temperatury(T/T_c)
- obliczenia z różną liczbą zapachów kwarków:
  - 2 → 2 lekkie kwarki (m/T = 0.4)
  - 3 → 3 lekkie kwarki
  - 2+1 → 2 lekkie + 1 ciężki (m/T = 1)
- **2+1 to najbardziej realistyczny przypadek (u d s)**
- przy temperaturze krytycznej p/T^4 zaczyna gwałtownie rosnąć
- strzałki na rysunku – **limit gazu doskonałego (limit Stefana-Boltzmanna).** Tego limitu (w lattice) nie daje się osiągnąć nawet dla $4T_c$!

lattice QCD: wzrost ciśnienia przy przejściu do QGP bardziej powolny niż wzrost ε

Rys. F. Karsch arXiv: 0711.0656, arXiv:0711.0661





Rys. W. Florkowski

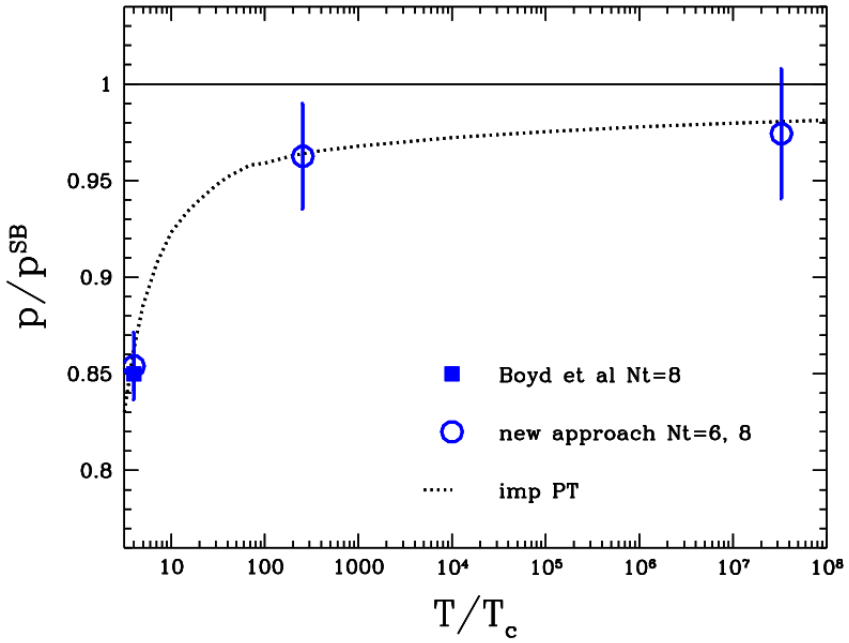
Dla realistycznego przypadku (2+1) **przejście jest typu cross-over** a nie przejście fazowe np. I rodzaju, bo: **nie ma prawdziwych nieciągłości tylko gwałtowne zmiany w małym zakresie temperatur.** Zob. też Aoki, Endrodi, Fodor, Katz, Szabo, Nature 443, 675 (2006).

Dla zainteresowanych:

- **Limit Stefana-Boltzmanna (gaz doskonały)** – w lattice nie daje się osiągnąć nawet dla $4T_c$

ale uwaga:

- większość rysunków z lattice pokazanych w wykładzie kończy się na około $3–5T_c$
- nowsze obliczenia lattice (inna technika liczenia) pokazują że **dla $T >> 4T_c$ limit SB (czyli wQGP) wydaje się być jednak osiągany** (arXiv:0710.4197); zakres obliczeń w pracy to od $4T_c$ do $3x10^7\ T_c$



Endrodi, Fodor, Katz, Szabo,
PoS LATTICE2007 (2007), 228
[arXiv:0710.4197]

Figure 5: The pressure, normalized to its Stefan-Boltzmann value, as a function of the temperature obtained by our new techique. Results with smaller discretization errors ($N_t = 8$, blue circles), seem to fit improved perturbation theory, and also reproduce results obtained by the standard method at lower temperatures. At the highest temperature, $3 \cdot 10^7 \cdot T_C$, the pressure (within its statistical uncertainty) is consistent with the Stefan-Boltzmann limit.

Przykład innych wyników dla wysokich temperatur:

Bazavov, Petreczky, Weber, Phys. Rev. D97 (2018), 014510 [arXiv:1710.05024]

„We find a reasonably good agreement with the weak-coupling calculations at the highest temperatures."

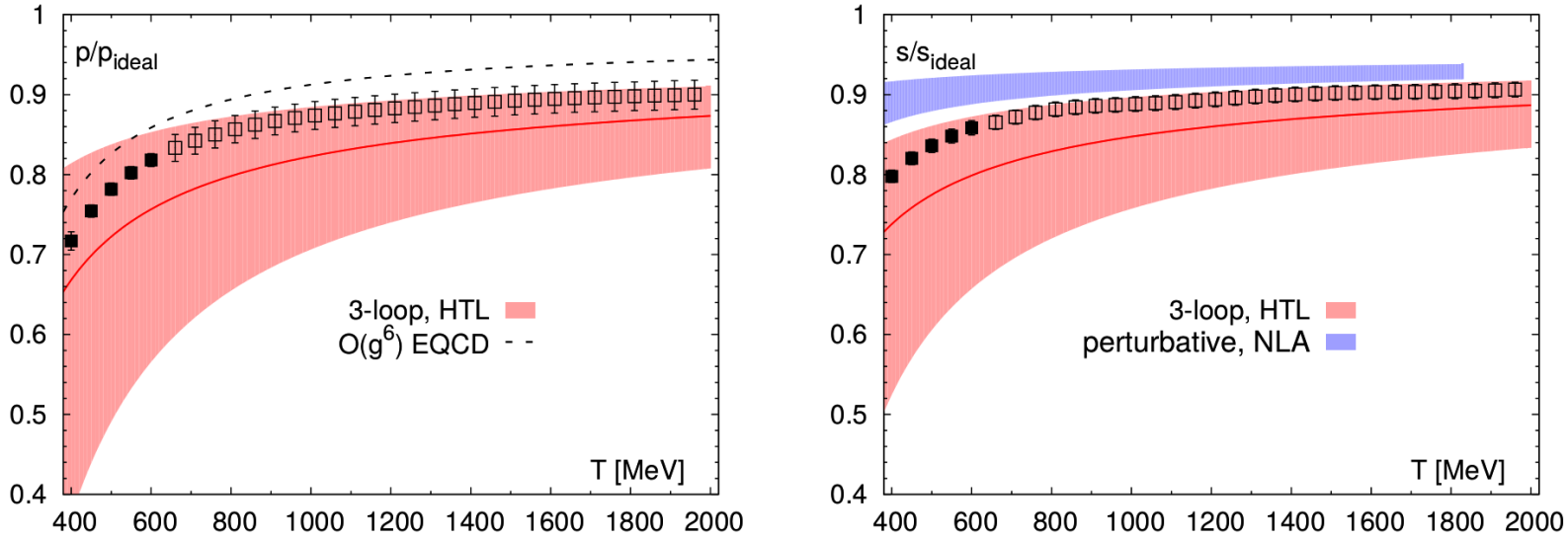
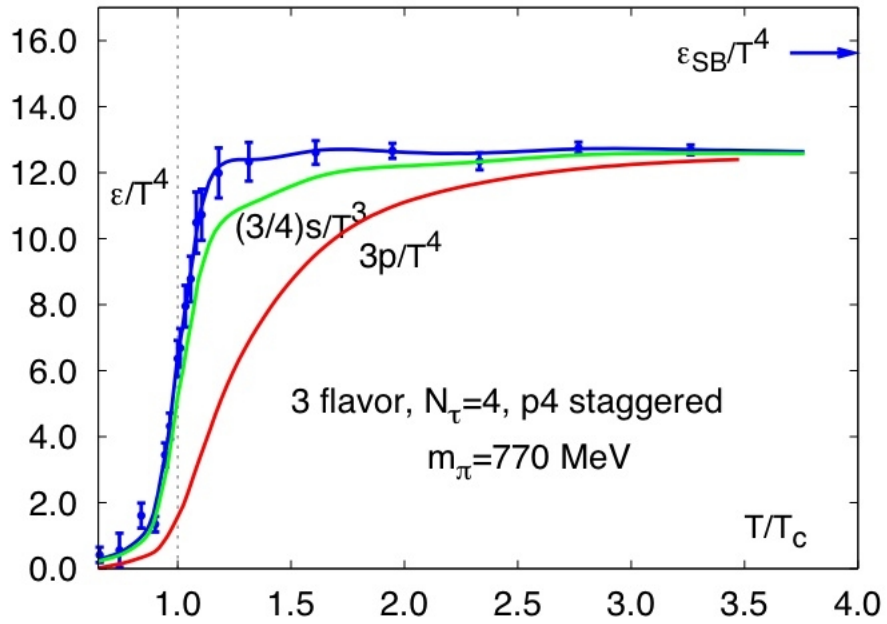


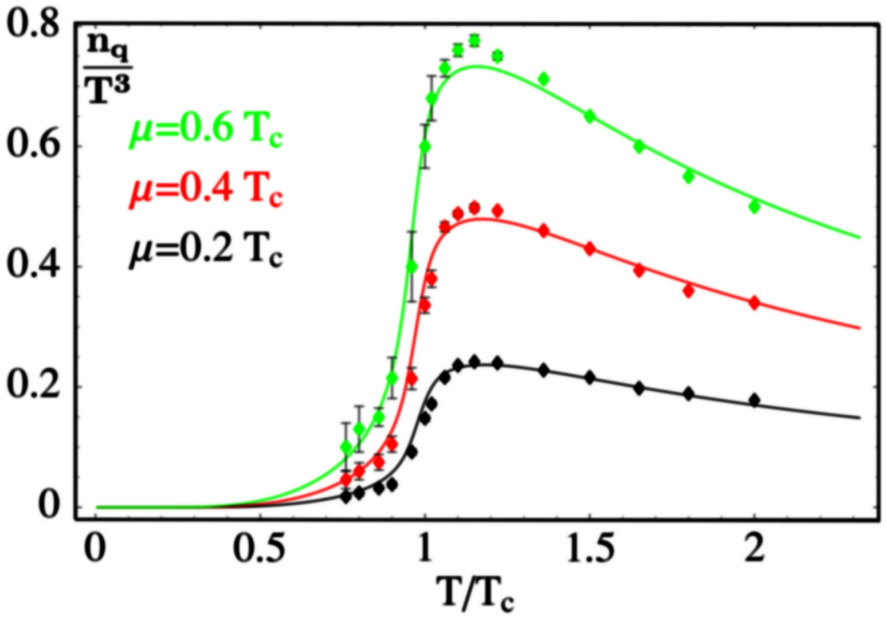
FIG. 8. The pressure (left) and the entropy density (right) in the high temperature region compared with the weak-coupling calculations. The filled symbols correspond to the continuum results obtained from lattice calculations on $N_\tau = 6,\ 8,\ 10$ and 12 lattices. The open symbols correspond to continuum estimate (see text). The errors of the continuum estimate have been enlarged by factor two to indicate additional systematic errors that might be present. The red line and the band correspond to the three-loop HTL perturbation theory [22], the blue band corresponds to the resummed calculation in next-to-leading log approximation (NLA) [23]. The width of the bands correspond to the scale variation from $\mu = \pi T$ to $4\pi T$. Also shown is the weak-coupling result obtained in EQCD [10].

zob. też arXiv:1811.12902



← Porównanie: **gęstość energii, gęstość entropii, ciśnienie** (dla $\mu_B = 0$) jako funkcja zredukowanej temperatury. Wartość $(45/2\pi^2)s/T^4$ może być traktowana jako miara liczby termodynamicznie aktywnych stopni swobody

Rys. arXiv:0710.3366

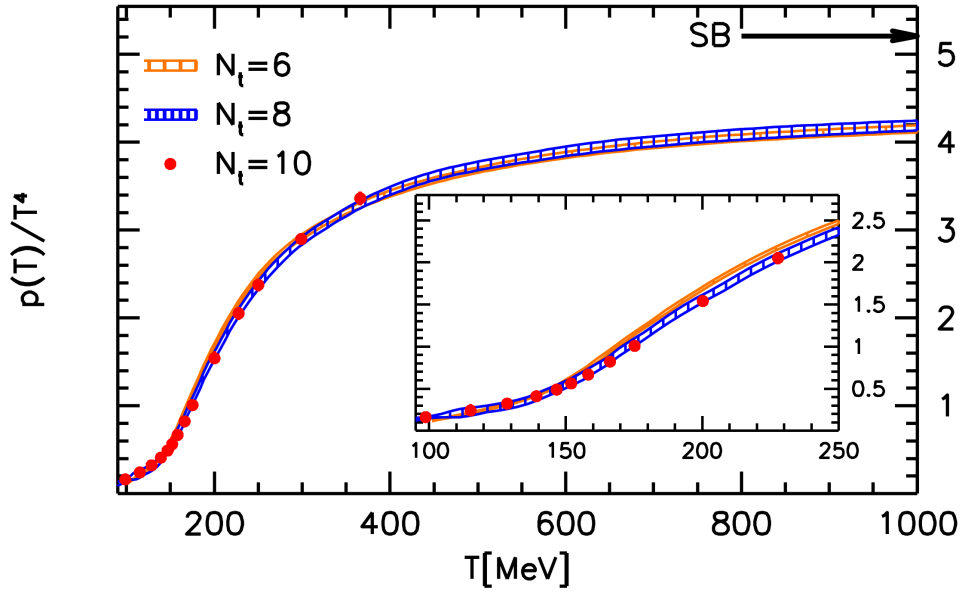


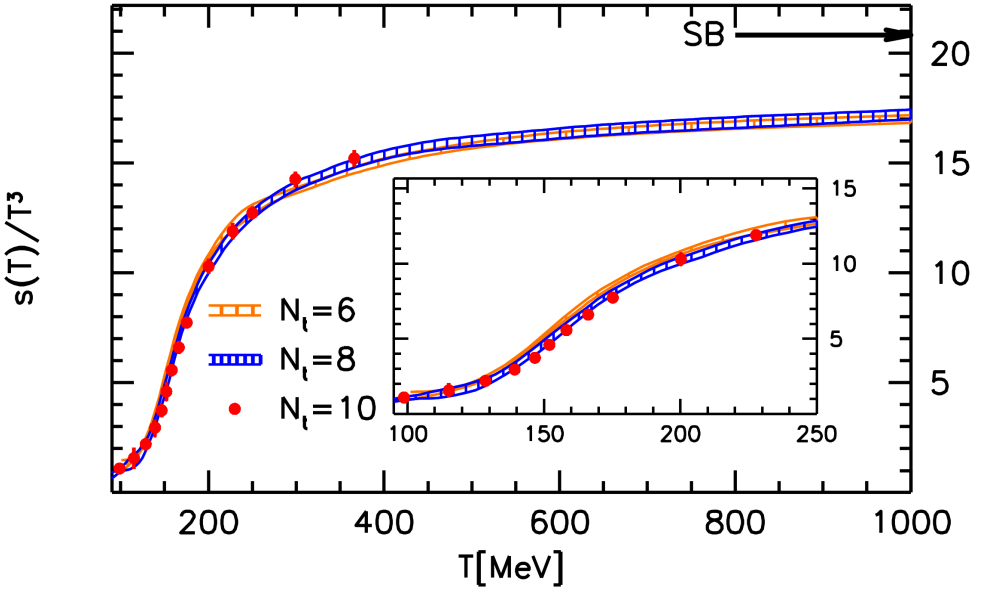
Quark number density

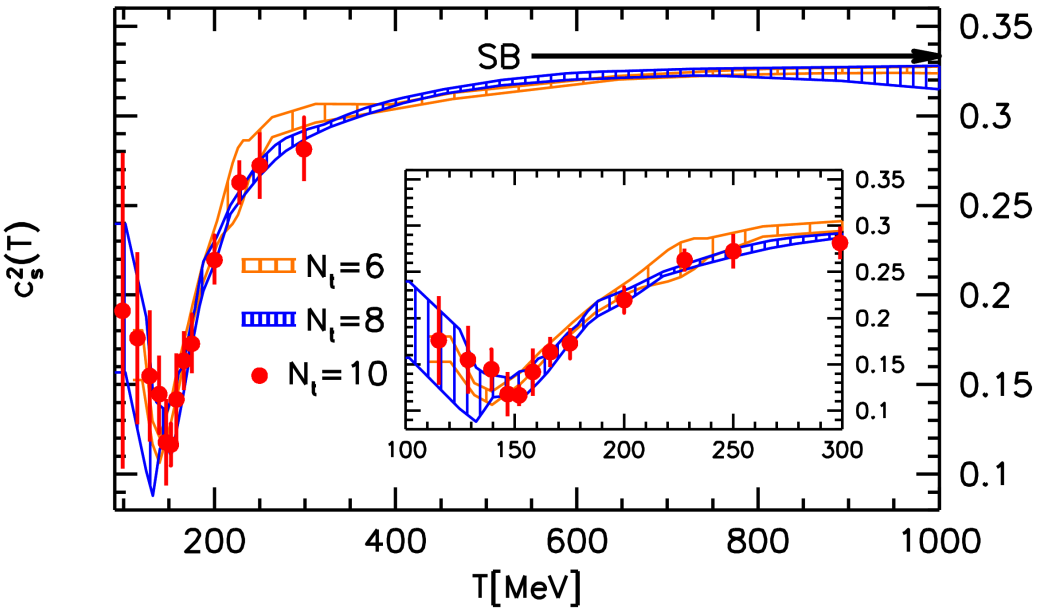
lattice: C.R. Allton et al.

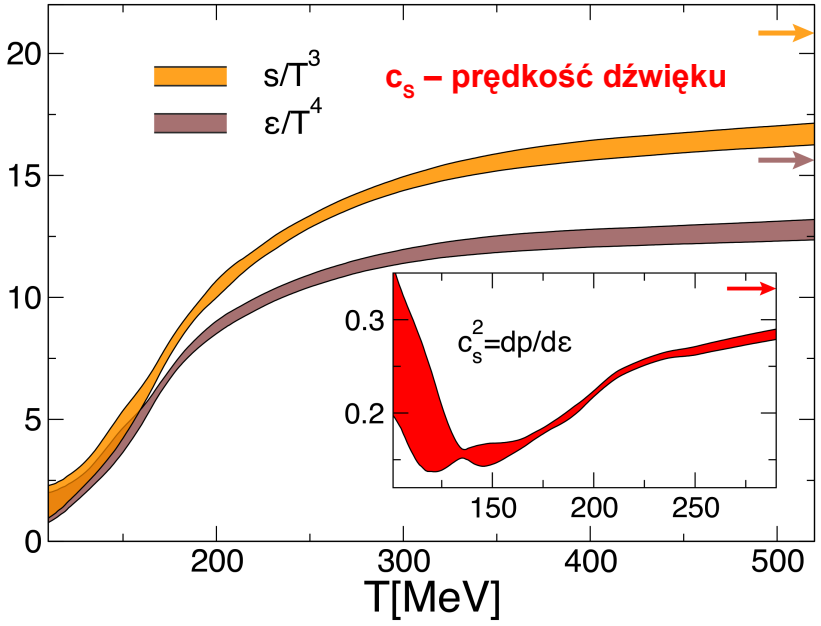
Phys. Rev. D 68 (2003) 014507

← Uwaga: tu już obliczenia dla $\mu_B \neq 0$









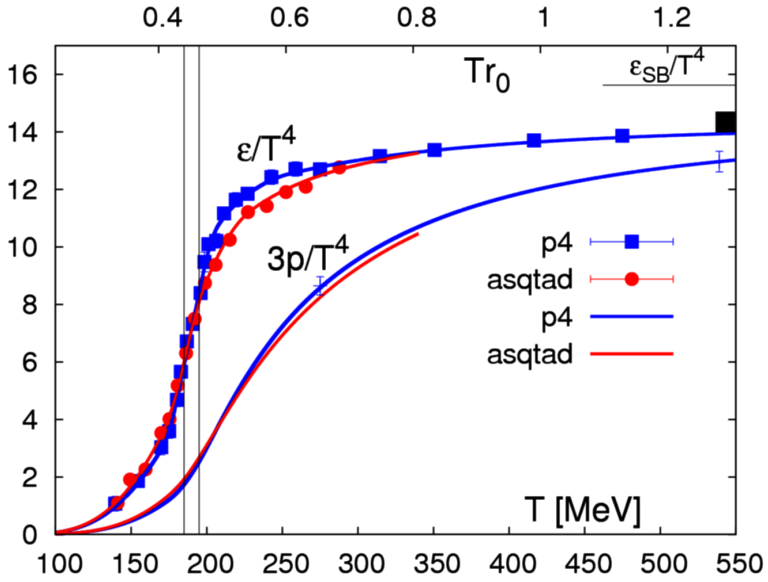
S. Borsanyi, G. Endrodi, Z. Fodor,
A. Jakovac, S. D. Katz, S. Krieg, C. Ratti
and K. K. Szabo, JHEP 1011 (2010) 077
[arXiv:1007.2580]

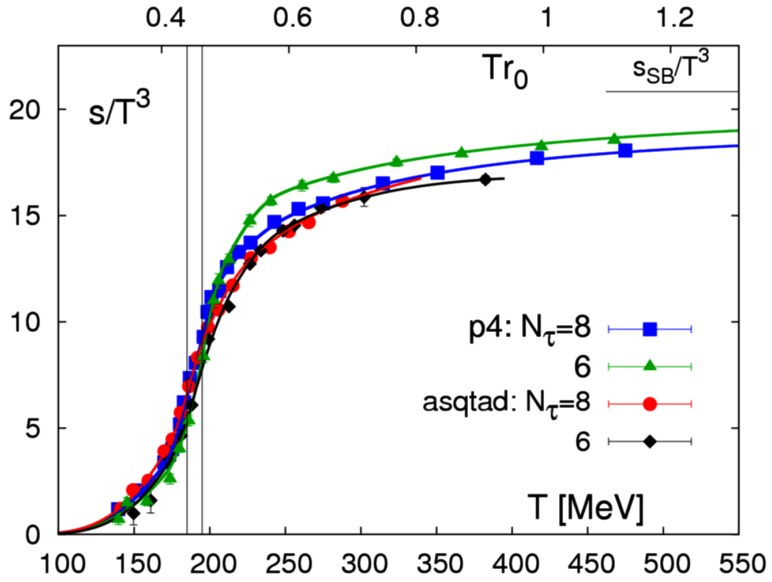
Prawy dolny: nowsze i dokładniejsze obliczenia (drobniejsze sieci, większe N_t), S. Borsanyi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, K. K. Szabo, PL B730, 99 (2014) [arXiv:1309.5258]

Wyniki z roku 2009 A. Bazavov et al. Phys. Rev. D 80 (2009) [arXiv:0903.4379]

Gęstości energii i entropii mają gwałtowny wzrost w **obszarze temperatur 185 – 195 MeV** (zaznaczony jako banda na rys.); ciśnienie rośnie nieco mniej gwałtownie

w tych obliczeniach dla dużych T ε jest ok. 10% poniżej limitu SB, p około 15%





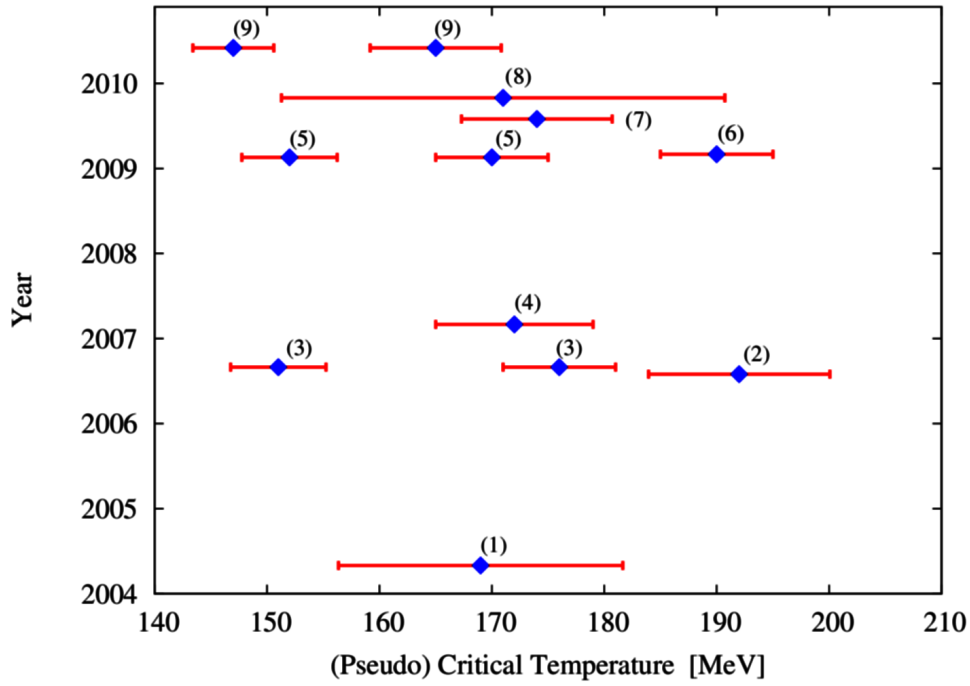
Rok 2011/12 A. Bazavov et al. PR D85, 054503 (2012) (arXiv:1111.1710) $T_c = 154 \pm 9$ MeV

HotQCD Collaboration (zob. arXiv:1107.0765) $T_c \approx 157$ MeV – czyli znowu wracamy do niższych wartości...

- Uwaga: nawet przy ustaleniu wspólnych przybliżeń i parametrów obliczeń na sieciach różne grupy raczej nie podadzą jednej unikalnej wartości T_c dla $\mu_B = 0$ bo przejście nie jest skokiem (przejściem pierwszego rodzaju) tylko gwałtownym (ale ciągłym!) cross-overem ⇒ przemiana następuje w pewnym zakresie temperatur
- Co więcej różne zmienne (gęstość entropii, ciśnienie, podatności, pętla Polyakova, kondensat chiralny, etc. szczegóły np. w Fodor, Katz arXiv:0908.3341, Satz arXiv:1101.3937, Philipsen arXiv:1207.5999) mogą pokazywać nieco różniące się temperatury (zakresy temperatur) T_c na przejście. Wyniki zależą również od gęstości użytych w obliczeniach sieci (parametr a / N_t)

Mimo sporych rozbieżności między autorami różnych prac temperatura przejścia **T_c przy $\mu_B = 0$** zwykle nie przekracza 190–200 MeV

Rys (górny): przykłady wyników obliczeń na sieciach T_c dla $\mu_B = 0$ arXiv:1005.4814



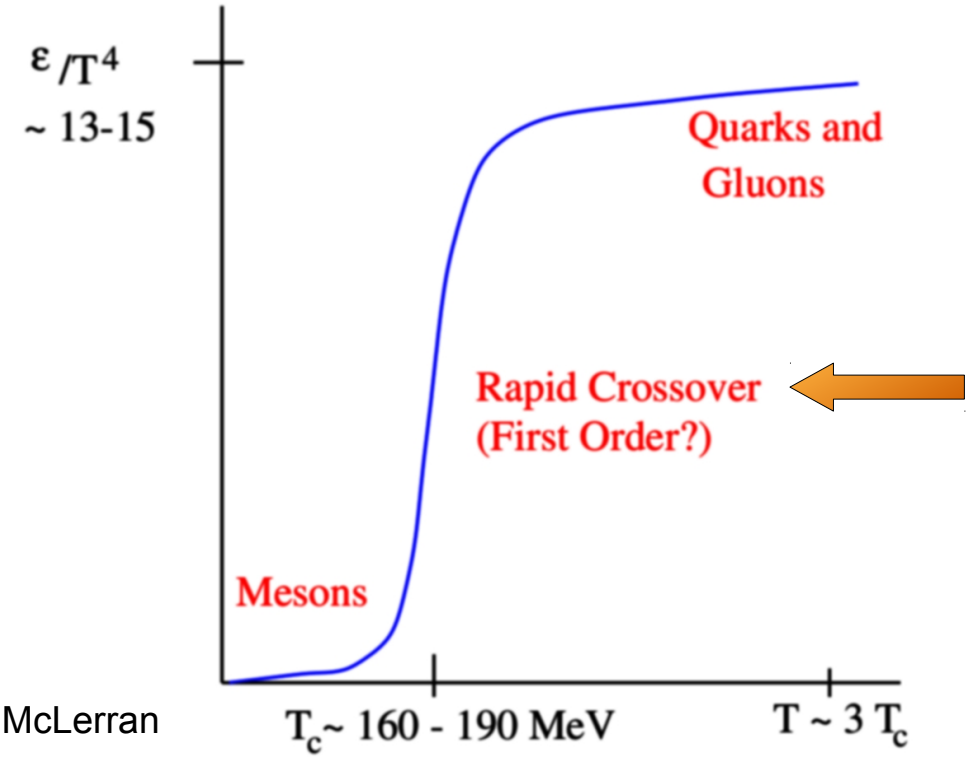
Stan na rok 2012:

Większość źródeł podaje że przy $\mu_B = 0$ (również zerowa gęstość barionowa) mamy jednoczesne uwolnienie i odzyskanie symetrii chiralnej (za kilka slajdów) przy

$T_c \approx 150 - 190$ MeV

W tym obszarze gęstość energii wzrasta o rząd wielkości (przejście od hadronów do kwarków i gluonów)

Gęstość energii ε_c około 700 MeV/fm^3 (zgodnie z lattice przy przejściu – hadronizacji) to około 5 razy więcej niż gęstość energii w centrum jądra ^{208}Pb



Rys. L. McLerran

Własności zrównoważonej QGP przy małych/zerowych gęstościach barionowych mogą być obliczone przy użyciu lattice QCD.

Dla T > rzędu $2T_c$ QGP cechuje się równaniem stanu p(ε) takim jak dla idealnego gazu bezmasowych partonów $p \approx 1/3\ \varepsilon$

z prędkością dźwięku $c_s = \sqrt{(\partial p/\partial \varepsilon)} = \sqrt{(1/3)}$

ale zarówno znormalizowana gęstość energii ε/T^4 jak i ciśnienie p/T^4 pozostają około 10–20% poniżej odpowiednich limitów Boltzmanna dla gazu bezmasowych nieoddziałujących partonów (przynajmniej jeśli chodzi o obszar do $3–5T_c$) (na rys. ozn. jako SB).

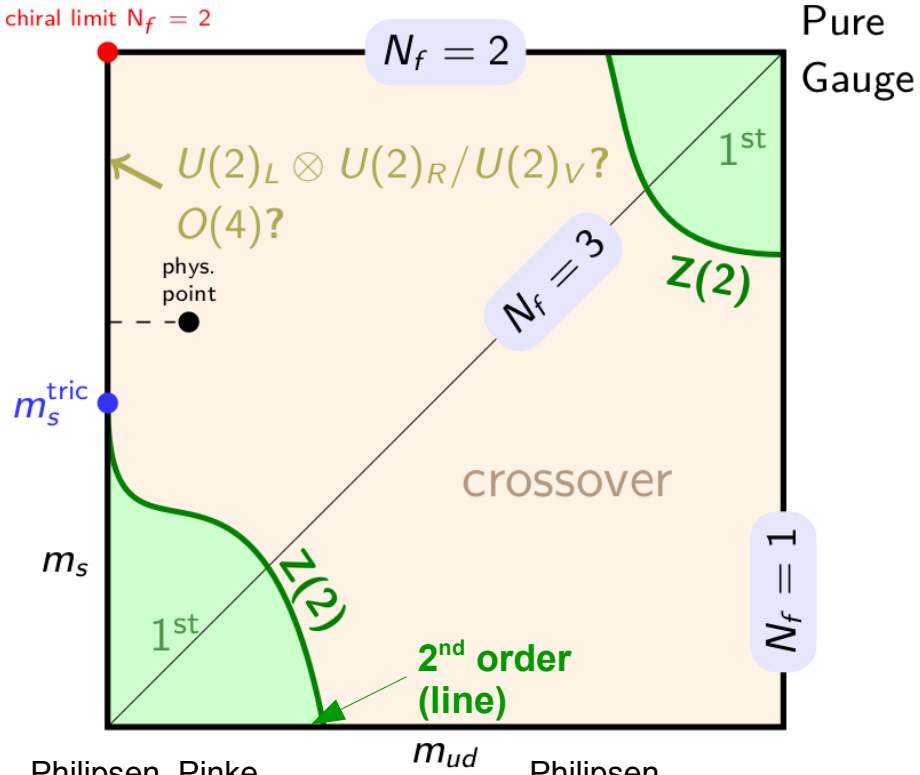
Te obliczenia na sieciach pokazujące w sumie małe odchylenia od limitu gazu doskonałego **początkowo wydawały się potwierdzać ideę sprzed akceleratora RHIC, że QGP jest/będzie „słabo" związanym systemem kwarków i gluonów**, których oddziaływania można traktować perturbacyjnie (mała stała sprzężenia α_s)

Dane (top) RHIC pokazały, że jest jednak inaczej (patrz też koniec tego wykładu i wykład 11): **QGP jest jak idealna ciecz (*strongly coupled plasma*)**. Ta eksperymentalna niespodzianka oparta była o kluczowe obserwable:

1) duży przepływ eliptyczny – QGP może mieć lepkość bliską zeru tak jak idealna ciecz (wykład 11)
2) kolektywny przepływ nawet ciężkich kwarków (c, b)
3) tłumienie jetów (wykład 13)

W związku z tym obecnie odchylenie od limitu SB (do temperatur rzędu $3–5T_c$) w obliczeniach lattice uważa się za istotne i interpretuje jako przejaw silnie związanej plazmy

Lattice QCD pokazały, że c_s^2 spada począwszy od 1/3 przy $T > 2T_c$ o czynnik prawie 10 w okolicy T_c a następnie rośnie do wartości 0.16–0.2 w gazie hadronowym (HG) czyli poniżej T_c



Philipsen, Pinke,
PR D93 (2016), 114507

Philipsen,
arXiv:1912.04827

Obliczenia lattice (LQCD) dla $\mu_B = 0$

Rodzaj (rząd) przejścia fazowego – obliczenia tylko dla $\mu = 0$ ($\mu_B = 0$) czyli

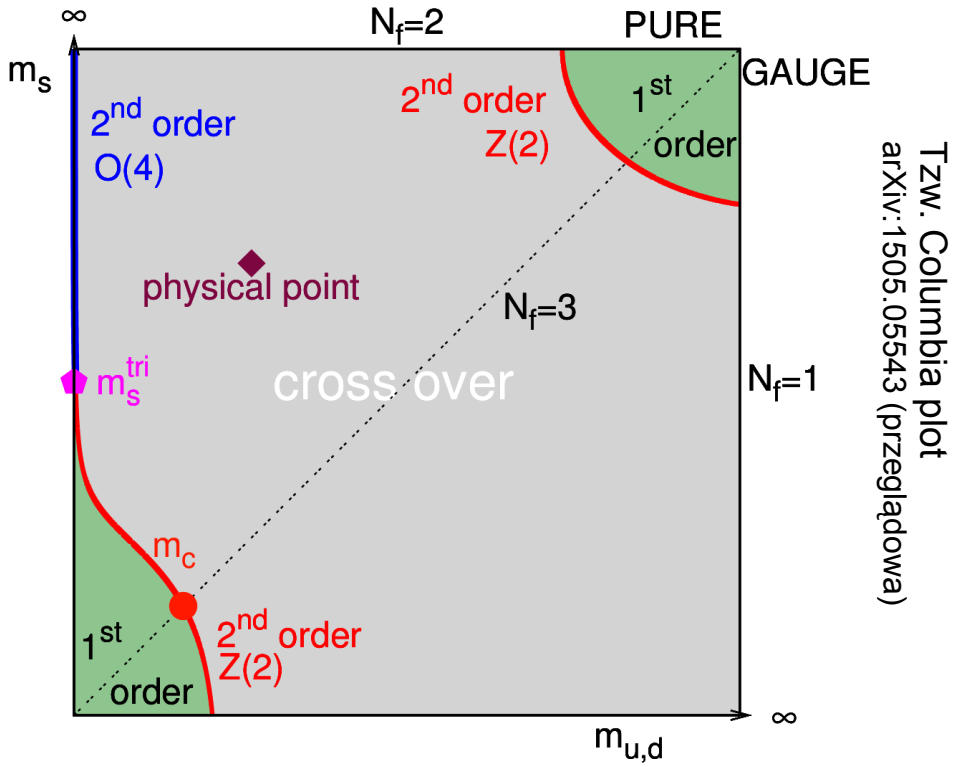
również zerowej gęstości barionowej

Obliczenia na sieciach w zależności od masy kwarka u, d i s i liczby kwarków.

$N_f = 2$ tylko kwarki u i d

$N_f = 3$ kwarki u, d, i s

W tzw. „punkcie fizycznym (2+1)” (fizyczne masy kwarków) **mamy przejście typu cross-over**



Tzw. Columbia plot
arXiv:1505.05543 (przeglądowa)

- Dla małych mas kwarków u, d i s – przejście I rodzaju
- Dla dużych mas kwarków u, d i s – również przejście I rodzaju
- Obszar średnich mas kwarków – cross-over

Obszary I rodzaju i cross-overa są oddzielone zielonymi (górny rys.) lub czerwonymi (prawy rys.) liniami na których jest przejście II rodzaju

Uwaga: zob. też inny plot (z 2021 roku) gdzie przejście II rodzaju jest dla wszystkich m_s

→ JHEP 11 (2021) 141 [arXiv:2107.12739]

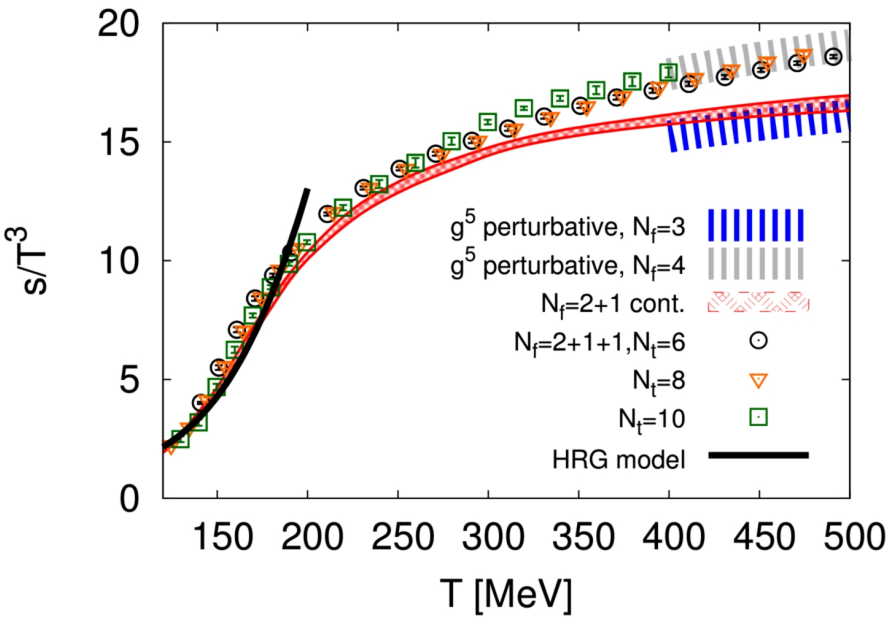
Inne ciekawe wyniki obliczeń pokazywane w ostatnich latach:

1. Obliczenia lattice pokazane na QM 2012 **T_c = 154 ± 8(stat.) ± 1(sys.) MeV** (HotQCD Collab.), **T_c = 155 ± 3(stat.) ± 3(sys.)** Wuppertal-Budapest Collab. (arXiv:1211.6714, 1210.6901)

2. **Coraz mniejsze oczka sieci**; dawnej $N_{t/\tau}$ = 8 były traktowane jako bardzo gęste sieci (pierwsze obliczenia były robione dla 4 lub 6; **$a=1/(N_t T)$**, gdzie T to temperatura) dzisiaj $N_{t/\tau}$ = 16 już powoli przestaje dziwić

3. Pojawiają się również **obliczenia typu 2+1+1** co odpowiadałoby kwarkom (u, d, s, c). Nowe obliczenia modyfikują równanie stanu QCD dla wyższych temperatur (ma znaczenie zwłaszcza dla LHC). Zob. też pracę przegl. lattice arXiv:1804.07810

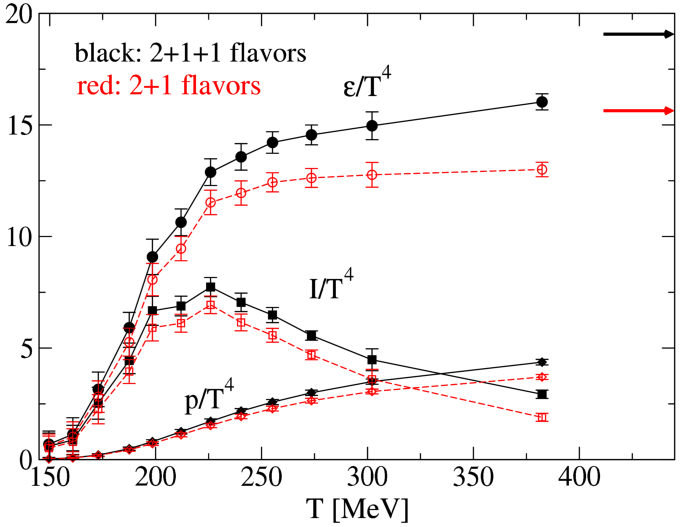
arXiv:1210.6901 (QM12)



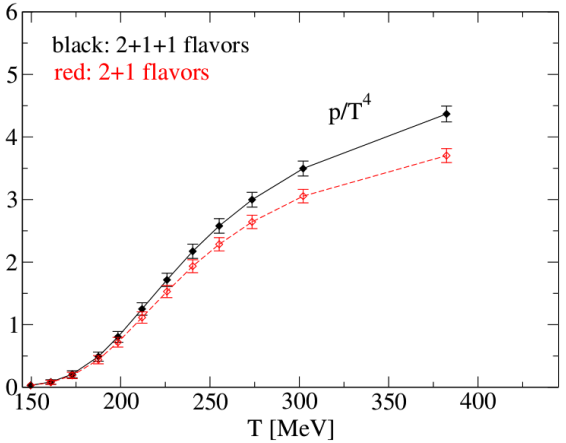
Porównanie obliczenia 2+1+1 (u, d, c, s) z obliczeniami 2+1 (u, d, s)

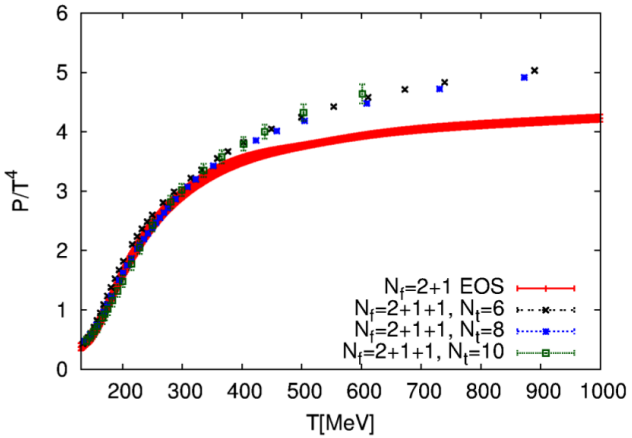
Nowe obliczenia modyfikują równanie stanu QCD dla wyższych temperatur → LHC

arXiv:1403.2102

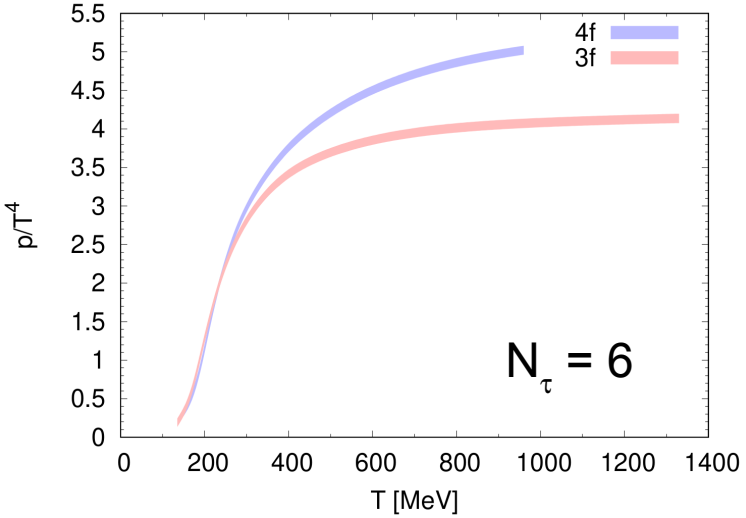


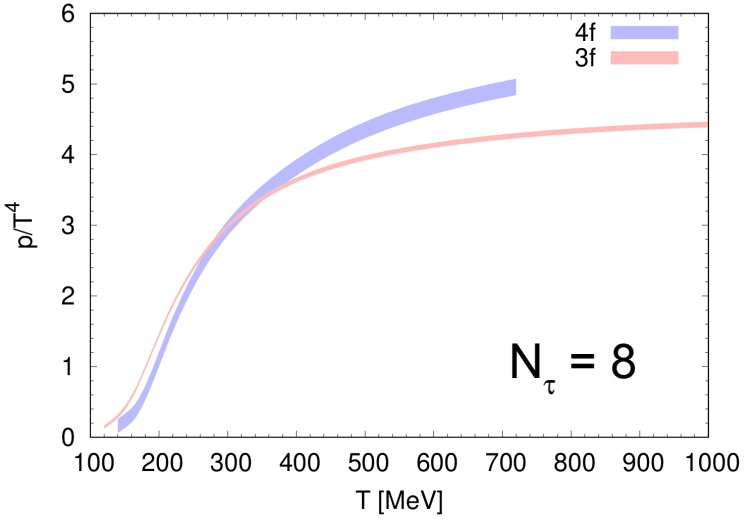
arXiv:1201.1516, 1207.5999





PoS LATTICE2021 (2021) 060 [arXiv:2110.03606]





← znaczący wkład do ciśnienia od kwarków powabnych dla T > 300 MeV

Wyniki najczęściej pokazywane w pracach przeglądowych w **2015–2018**
Żółta banda dla T_c = (154 ± 9) MeV co odpowiada $\varepsilon_c \sim 340$ MeV/fm^3
(145 MeV ≤ T_c ≤ 163 MeV; ε_c = (0.18–0.5) GeV/fm^3) Bazavov et al. [HotQCD Collab.], PRD 90 (2014) 9, 094503

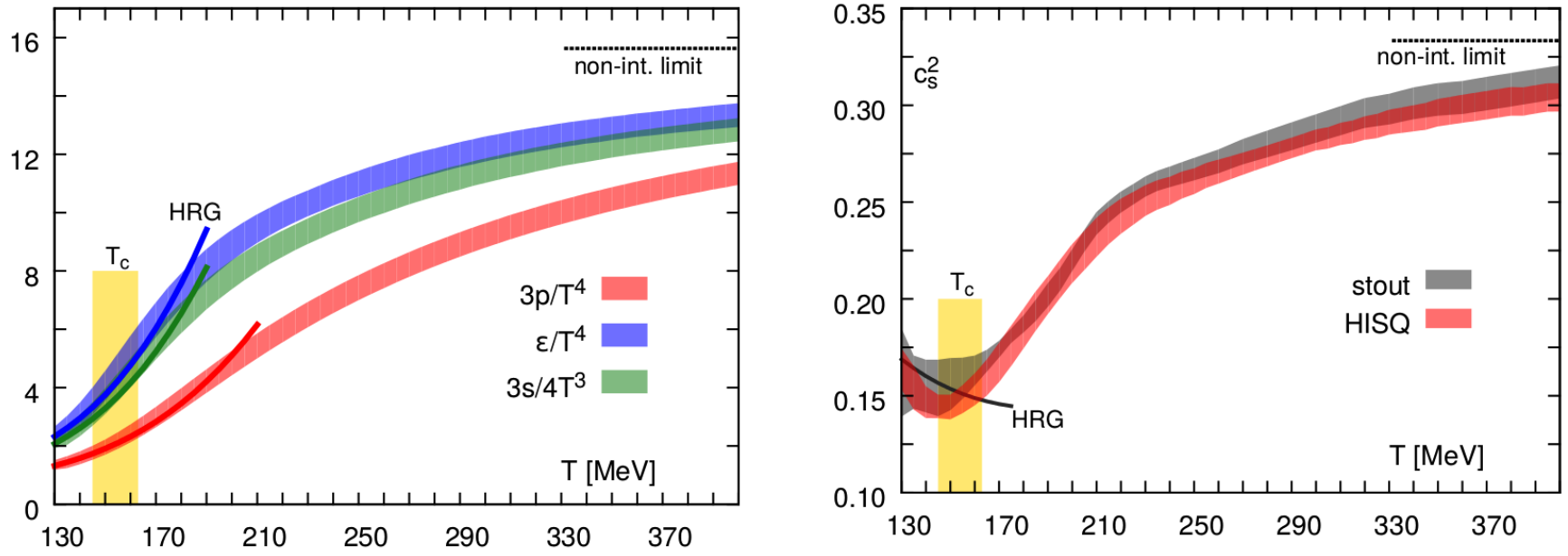


Figure 3: The behavior of the continuum-extrapolated pressure, energy density and entropy (left figure) as well as the speed of sound squared (right figure) in 2+1 flavor QCD, taken from [43]. Quantitatively similar results have been reported also in [44].

Pokazano również EoS z *hadron resonance gas (HRG) model* (linie ciągłe)

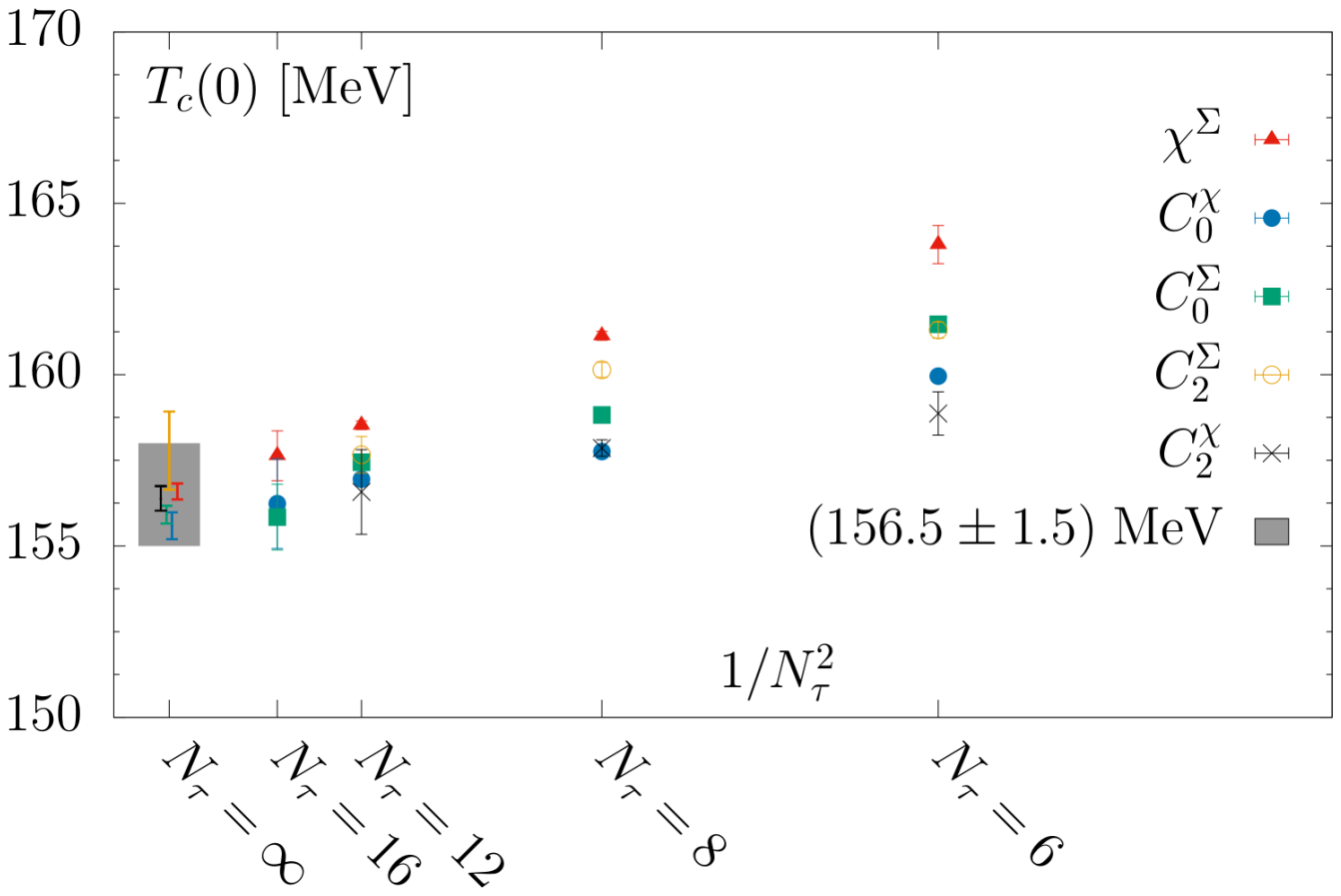
Rys. z teoret. pracy przeglądowej arXiv:1511.01273;
rys. lewy również w pracach przeglądowych arXiv:1510.00442, 1510.05754

[43] A. Bazavov et al. [HotQCD Collaboration], Phys. Rev. D 90 (2014) 9, 094503 [**arXiv:1407.6387** [hep-lat]]
[44] S. Borsanyi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg and K. K. Szabo, Phys. Lett. B 730 (2014) 99 [arXiv:1309.5258 [hep-lat]]

Wyniki kolaboracji HotQCD pokazywane w **2018/2019**

$T_c = 156.5 \pm 1.5$ MeV

A. Bazavov et al. (HotQCD Collaboration), Phys. Lett. B795 (2019) 15-21 [arXiv:1812.08235]
zob. też P. Steinbrecher (for HotQCD Collab.), Nucl. Phys. A982 (2019) 847 [arXiv:1807.05607]



Najnowsze (I)

Obliczenia dla kostki 5 fm^3

$a^2 \propto 1/N_\tau^2$

Ekstrapolacje do limitu continuum $a \to 0$ przeprowadzane przez fitowanie danych dla różnych N_τ liniową funkcją w $1/N_\tau^2$ a następnie ekstrapolowanie do limitu $N_\tau \to \infty$

Najnowsze (II)

Wyniki pokazywane w **2020**

T_c = 158.0 ± 0.6 MeV (**temperatura przejścia** dla $\mu_B = 0$)

ΔT = 15 ± 1 MeV (**szerokość przejścia** dla $\mu_B = 0$)

S. Borsanyi, Z. Fodor, J. N. Guenther, R. Kara, S. D. Katz, P. Parotto, A. Pasztor, C. Ratti, K. K. Szabo, Phys. Rev. Lett. 125 (2020) 5, 052001 [arXiv: 2002.02821]

Co razem z wynikami z poprzedniej strony daje aktualną temperaturę przejścia (crossover) przy $\mu_B = 0$ około **157 MeV**

Zob. też kolejne wstępne wyniki → R. Kara, S. Borsanyi, Z. Fodor, J. N. Guenther, P. Parotto, A. Pasztor, and C. H. Wong, arXiv:2401.01169

Dygresja: symetria chiralna

- **Skrętność (chiralność)** – rzut kierunku spinu na kierunek wektora pędu cząstki. Mogą być stany lewo- i prawo-skrętne

uwaga: masywna cząstka zawsze może zmienić skrętność



dla zainteresowanych wzory symetrii np. w arXiv:0810.4762, arXiv:1804.03875

- **Symetria chiralna** (***chiral symmetry***) $SU(3)_L$ x $SU(3)_R$ (3 oznacza tu zapach) – **jedna z symetrii Lagrangianu QCD (L_{QCD}); ma związek ze skrętnością fermionów (kwarków).** Symetria L_{QCD} jest dla limitu zerowych mas kwarków u, d, s $\Rightarrow$ limit chiralny jest gdy $m_u \to 0$, $m_d \to 0$, $m_s \to 0$ (bardzo często rozważania odnośnie symetrii chiralnej ogranicza się sektora QCD opisującego tylko kwarki u i d, wtedy rozważamy symetrię $SU(2)_L$ x $SU(2)_R$ gdzie 2 oznacza liczbę zapachów)

- **Symetria chiralna Lagrangianu QCD jest dla zerowych mas kwarków** bo wtedy w Lagrangianie zanika człon związany z masą fermionów m_f

(Dla $m_q = 0$ L_{QCD} jest chiralnie symetryczny)

- **W „normalnych" warunkach (T = 0) symetria chiralna jest łamana** (***broken symmetry***), kwarki „ubierają się" w gluony (chmura gluonowo-kwarkowa) i tworzą tzw. kwarki konstytuentne $\mathbf{m_q \neq 0}$ (z nich są zbudowane hadrony). Obserwowane regularności (multiplety) w spektrach hadronów są właśnie z powodu łamania symetrii

- W gorącym medium (T duża) to „ubranie” kwarków rozpuszcza się i $m_q \rightarrow 0$. Tak więc w przypadku uwolnienia kwarków (przejścia do QGP) oczekuje się (częściowego) przywrócenia symetrii chiralnej co jest równoważne z przywróceniem masom kwarków ich „gołych” (*bare*) wartości **m(u, d) ≈ 310 MeV → kilka MeV; m(s) ~ 500 MeV → ~ 100 MeV**

- Dlaczego **częściowe przywrócenie symetrii chiralnej** (***partial restoration of chiral symmetry***)?? Symetria jest ścisła tylko dla bezmasowych cząstek dlatego tutaj jej przywrócenie jest nazywane częściowym

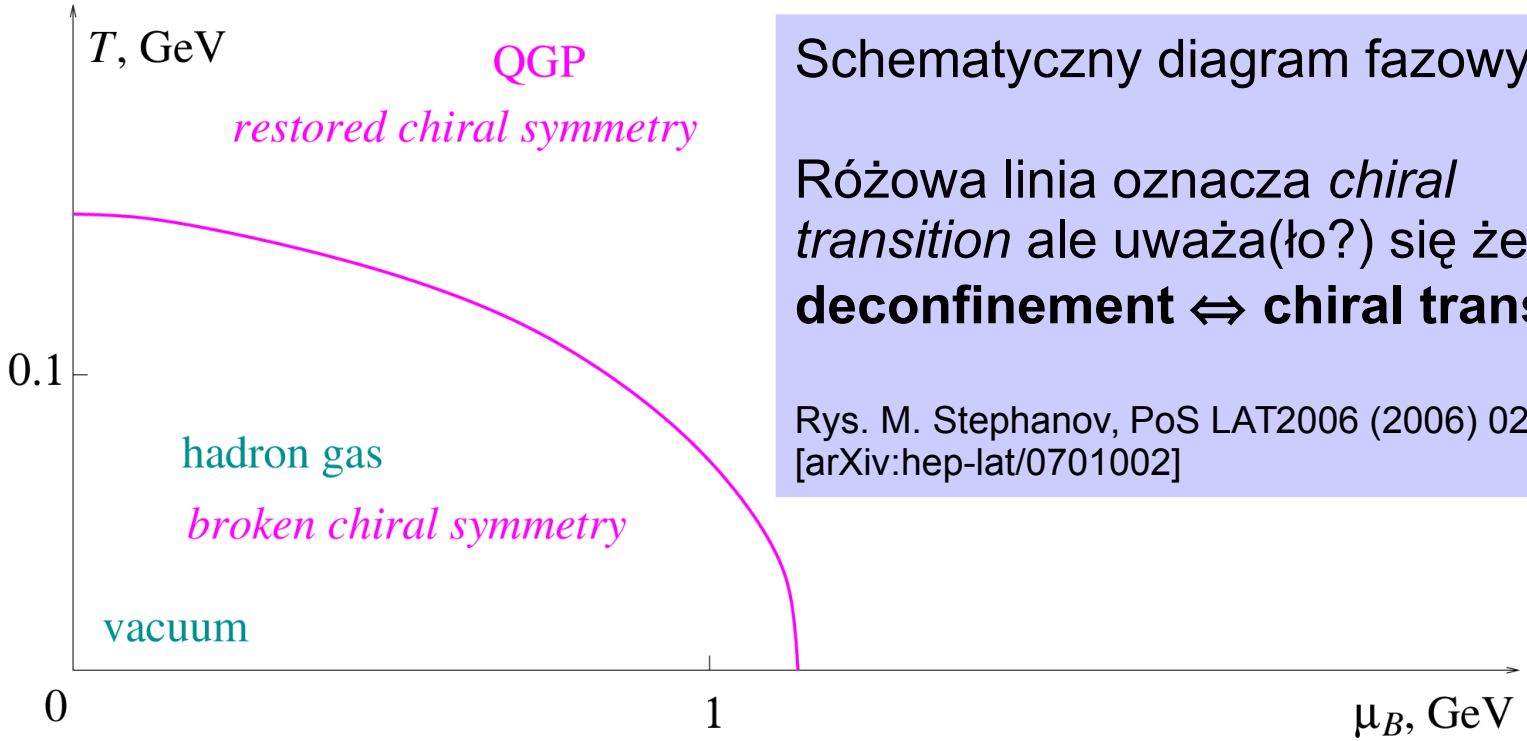
- Dlaczego interesuje nas to przywrócenie symetrii chiralnej: **przewiduje się, że np. masy i szerokości hadronów (np. rezonans ρ) są zmodyfikowane z powodu przejścia do symetrii chiralnej.** W związku z tym bada się rozkłady masy niezmienniczej dileptonów (np. maksimum w okolicy rezonansu ρ) w zderzeniach gdzie powstaje gęsta materia jądrowa (QGP). Własności hadronów w gęstym medium (*in-medium properties, in-medium modifications*) są ważne w badaniu roli symetrii chiralnej w QCD i w **ustalaniu pochodzenia mas hadronów** (co poza „gołą” masą kwarków generuje masę całego hadronu)

W ogólności mogły**by** być dwa przejścia a przykładowa kolejność:

1. uwolnienie (***deconfinement***) kwarków i gluonów ale ciągle niezerowe masy efektywne
2. przywrócenie symetrii chiralnej (***chiral transition***) czyli przejście do kwarków (prawie)bezmasowych; „rozpuszczenie" chmury gluonowej otaczającej kwarki

Mogłoby być też na odwrót (najpierw *chiral transition* a dla wyższych T *deconfinement*)

Obliczenia aż do roku 2011/12 sugerowały że raczej, a prawie z pewnością przy μ_B bliskim zeru (z lattice), oba przejścia następują w tym samym czasie lub są bardzo blisko siebie czyli prawie momentalnie po uwolnieniu następuje (częściowe) odzyskanie symetrii chiralnej. Późniejsze analizy zaczęły poddawać to w wątpliwość sugerując, że mogą być jednak trochę oddzielone (zob. S. Borsanyi, arXiv:1210.6901)



Schematyczny diagram fazowy

Różowa linia oznacza *chiral transition* ale uważa(ło?) się że linie **deconfinement ⇔ chiral transition**

Rys. M. Stephanov, PoS LAT2006 (2006) 024 [arXiv:hep-lat/0701002]

Dla zainteresowanych: argumenty za oddzieleniem krzywych dla uwolnienia i przejścia chiralnego przedstawione są np. w arXiv:0806.0292, 1006.2596, 1210.6901 a oddzielenie krzywych dla dużych gęstości barionowych i małych temperatur w pracy Eur. Phys. J. C69, 169 (2010)

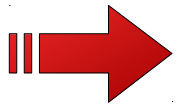
Wiemy już jak wygląda w przybliżeniu diagram fazowy (T, μ_B) i gdzie z grubsza leży granica przejścia fazowego

Teraz: **Jakiego rodzaju jest to przejście fazowe dla $\mu_B \neq 0$?**

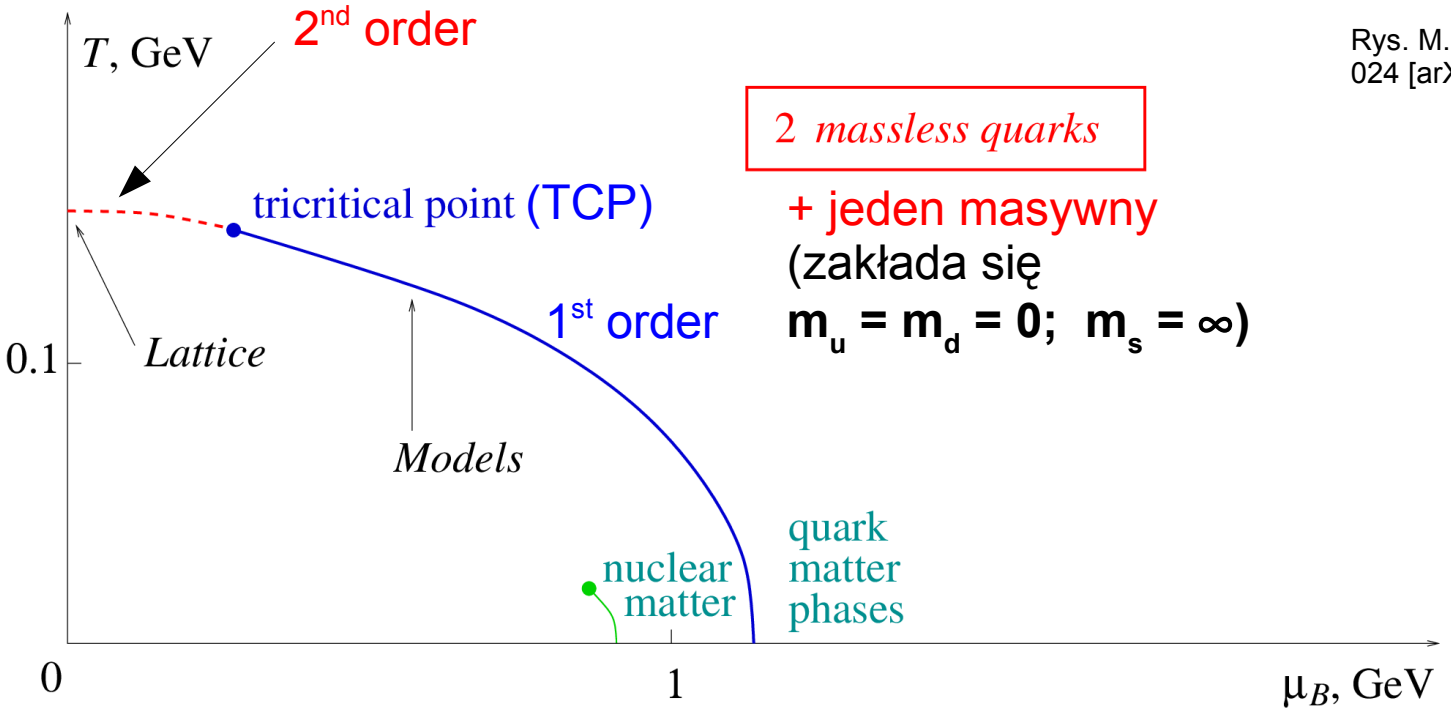
Poprzednie strony pokazywały obliczenia na sieciach dotyczące rzędu przejścia fazowego oraz EOS (gęstość energii vs. T) dla $\mu_B = 0$ ale we współczesnych akceleratorach (SPS, RHIC) $\mu_B \neq 0$. **Dla $\mu_B \neq 0$ obliczenia na sieciach są technicznie dużo bardziej skomplikowane** (zob. np. arXiv:1512.05145, arXiv:2010.15503) i właściwie są jedynie inteligentnymi ale ekstrapolacjami z obszaru $\mu_B = 0$

Dlatego żeby ustalić jak dokładnie wygląda diagram fazowy wykorzystuje się nie tylko sieci ale i modele, dośw. fiz. jądrowej, pQCD (gdzie się da) i wszystko inne co się da

Obliczenia (zarówno w modelach jak i na sieciach) silnie zależą od mas kwarków założonych w obliczeniach (zwłaszcza od masy kwarka s)



Kształt, pozycja granicy gaz hadrony $\leftrightarrow$ QGP, rodzaj przejścia fazowego oraz istnienie / położenie punktu krytycznego zależą ile i jakie masy kwarków zostaną założone w obliczeniach na sieci (duże wahania dają zmiany masy kwarka *s*)



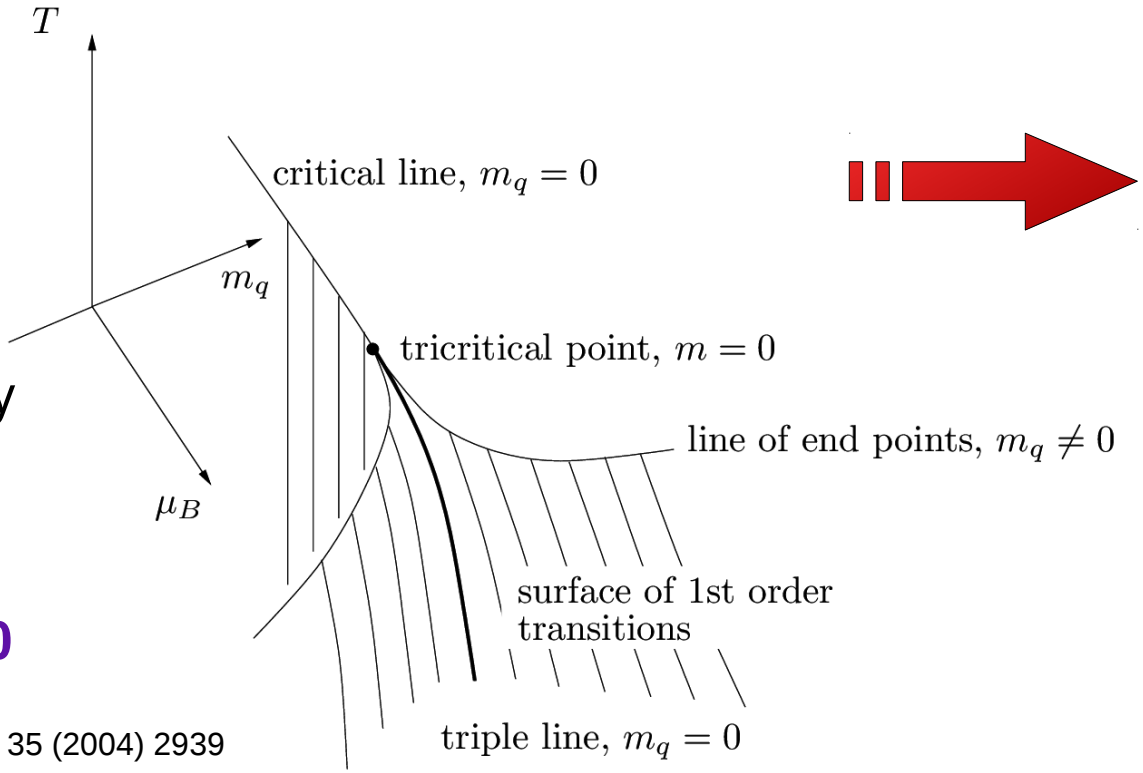
Rys. M. Stephanov, PoS LAT2006 (2006) 024 [arXiv:hep-lat/0701002]

2 massless quarks

+ jeden masywny
(zakłada się
$m_u = m_d = 0;\ m_s = \infty$)

Schemat diagramu fazowego – jako rezultat obliczeń na sieciach i modeli

TCP (*tricritical point*) – separuje przejścia fazowe I i II rodzaju



2-wymiarowy rysunek jest rozszerzony na 3D jeśli dodamy masę kwarka (lekkiego) jako trzecią oś.

Linia przejścia fazowego II rodzaju (dla $m_q = 0$) nie występuje dla $m_q \neq 0$

M. Stephanov, hep-ph/0402115 oraz APPB, 35 (2004) 2939

Obliczenia dla fizycznych mas kwarków u, d, s

$m_s \gg m_{u,d} \neq 0$

CEP, CP, E (***critical end-point***) – koniec przejścia fazowego I rodzaju

Jeśli μ_B spada to przejście I rodzaju (nieb. linia) zamieniane jest na cross-over dla małych μ_B. **W samym punkcie krytycznym – przejście II rodzaju.** Położenia p. kryt. (przykłady obliczeń na sieciach):

$(T^{CP}, \mu_B{}^{CP}) = (162\pm2, 360\pm40)$ MeV (Fodor, Katz, JHEP 0404, 050 (2004))

$(T^{CP}/T_c, \mu_B{}^{CP}/T^{CP}) = (0.94 \pm 0.01, \sim 1.8)$; $N_t = 6$ Gavai, Gupta, PR D78, 114503 (2008)

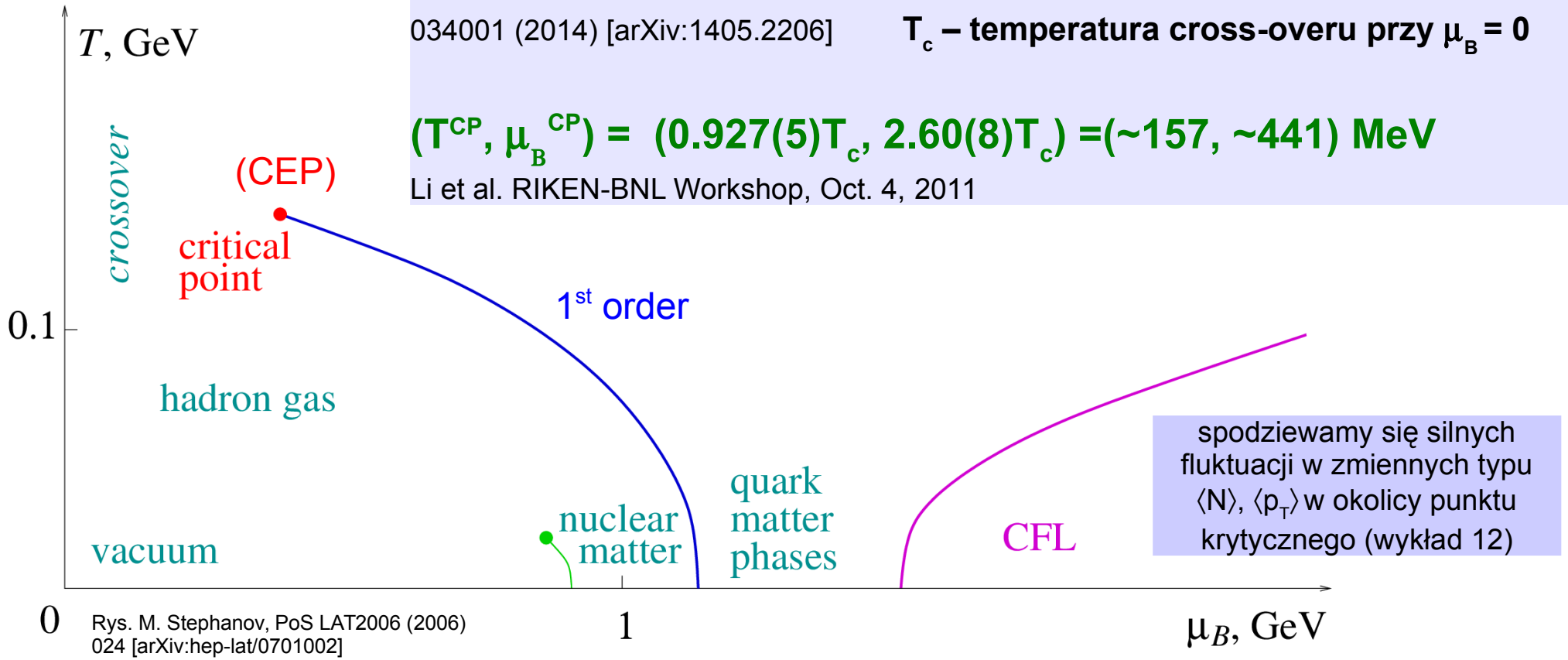
$(T^{CP}/T_c, \mu_B{}^{CP}/T^{CP}) = (\sim 0.96, \sim 1.8)$ $N_t = 8$; $(\mu_B \sim 290$ MeV) Datta, Gavai, Gupta, NP A904-905, 883c (2013) [arXiv:1210.6784]

$(T^{CP}/T_c, \mu_B{}^{CP}/T^{CP}) = (\sim 0.95, \sim 1.5)$ Gupta, Karthik, Majumdar, PR D90, 034001 (2014) [arXiv:1405.2206]

T_c – temperatura cross-overu przy $\mu_B = 0$

$(T^{CP}, \mu_B{}^{CP}) = (0.927(5)T_c, 2.60(8)T_c) = (\sim 157, \sim 441)$ MeV

Li et al. RIKEN-BNL Workshop, Oct. 4, 2011

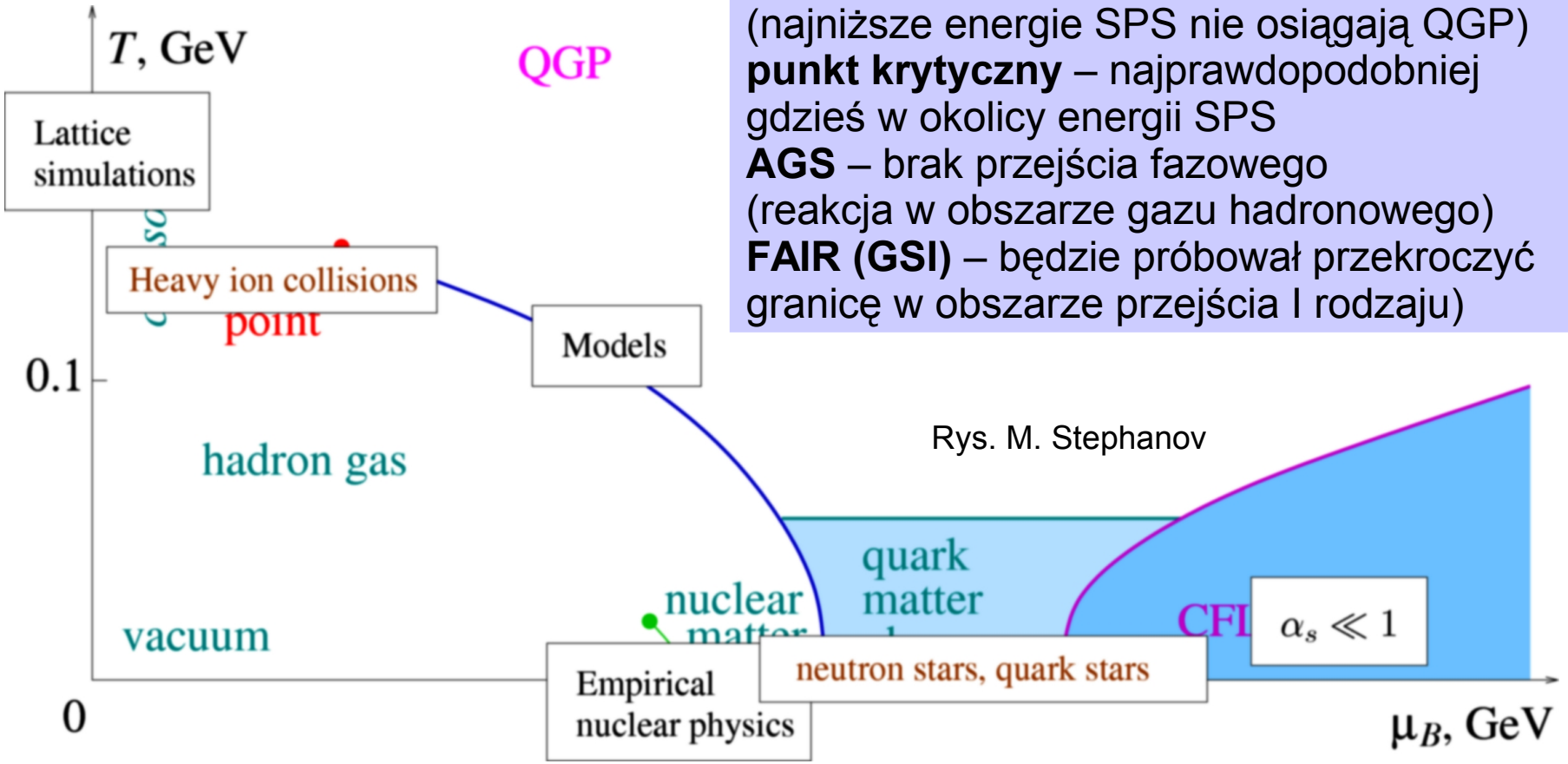


spodziewamy się silnych fluktuacji w zmiennych typu $\langle N \rangle$, $\langle p_T \rangle$ w okolicy punktu krytycznego (wykład 12)

Rys. M. Stephanov, PoS LAT2006 (2006) 024 [arXiv:hep-lat/0701002]

Jak dostępne są do badań poszczególne obszary

najw. energie RHIC, LHC – przejście typu cross-over
pośrednie SPS – przejście fazowe I rodzaju albo cross-over albo brak warunków na QGP (najniższe energie SPS nie osiągają QGP)
punkt krytyczny – najprawdopodobniej gdzieś w okolicy energii SPS
AGS – brak przejścia fazowego (reakcja w obszarze gazu hadronowego)
FAIR (GSI) – będzie próbował przekroczyć granicę w obszarze przejścia I rodzaju)



Rys. M. Stephanov

Punkt krytyczny:
the end-point of the first-order phase transition,
the critical point of the second-order,
the second-order critical end-point,
QCD critical end-point

W miejscu punktu krytycznego jest przejście fazowe II rodzaju

- Lattice QCD – pokazują gładki cross-over dla wysokich T i małych μ_B [np. Nature 443 (2006) 675-678]
- Modele – pokazują silne przejście fazowe (I rodzaju) dla dużych μ_B [np. Phys. Rev. C 79 (2009) 015202]

$\Rightarrow$ Musi istnieć CP, tylko gdzie?

Rysunki na poprzednich stronach (diagramy fazowe) to schematy oparte o obliczenia na sieciach, modele oraz dane empiryczne z eksperymentów jądrowych
Szczegóły w M. Stephanov, Acta Phys. Polon. B35, 2939 (2004), arXiv:hep-ph/0402115, arXiv:hep-lat/0701002

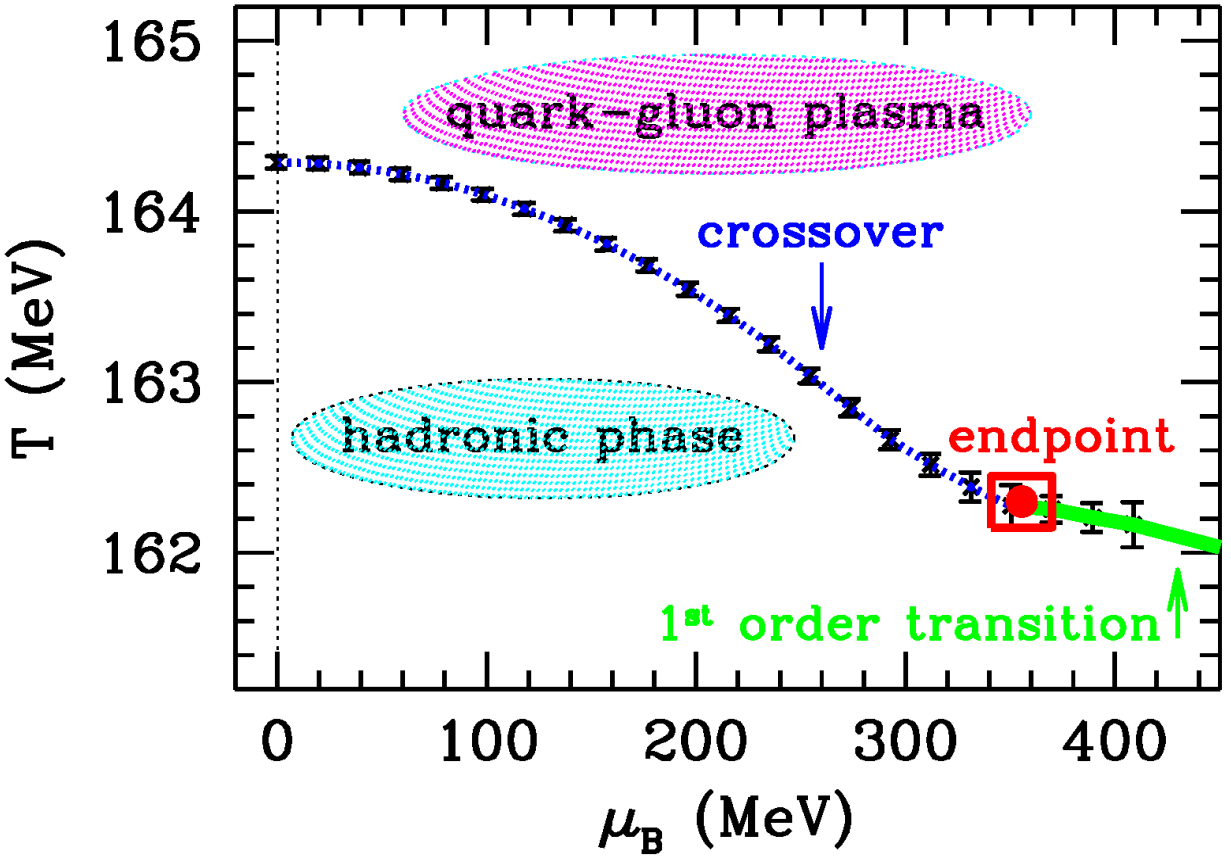
Obok już nie schemat tylko dokładne **wyniki obliczeń na sieciach**

Przykład wyników obliczeń na sieciach
Z. Fodor & S. D. Katz

$$T^{CP} = 162 \pm 2 \text{ MeV}$$
$$\mu_B{}^{CP} = 360 \pm 40 \text{ MeV}$$

Z. Fodor, S. D. Katz,
JHEP 0404, 050 (2004)

ale jako najbardziej prawdopodobny obszar na CP podaje się również
$200 < \mu_B < 500$ MeV (arXiv:0909.0601)
co odpowiada prawie dokładnie energiom SPS i RHIC BES
$6.5 < \sqrt{s_{NN}} < 17.3$ GeV



Przykłady **obliczeń modelowych** na podstawie

1. *Dyson-Schwinger Equations* (DSE)

$(T^{CP}, \mu_B^{CP}) = (115, 504)$ MeV

Fischer, Luecker, Welzbacher,
Phys. Rev. D 90, 034022 (2014) [arXiv:1405.4762]
zob. też arXiv:1410.0124

2. *Dyson-Schwinger Equations* (DSE)

$(T^{CP}, \mu_B^{CP}) = (119, 495)$ MeV

Isserstedt, Buballa, Fischer, Gunkel,
Phys. Rev. D 100, 074011 (2019) [arXiv:1906.11644]

3. *Functional renormalisation group (fRG) approach*

$(T^{CP}, \mu_B^{CP}) = (107, 635)$ MeV

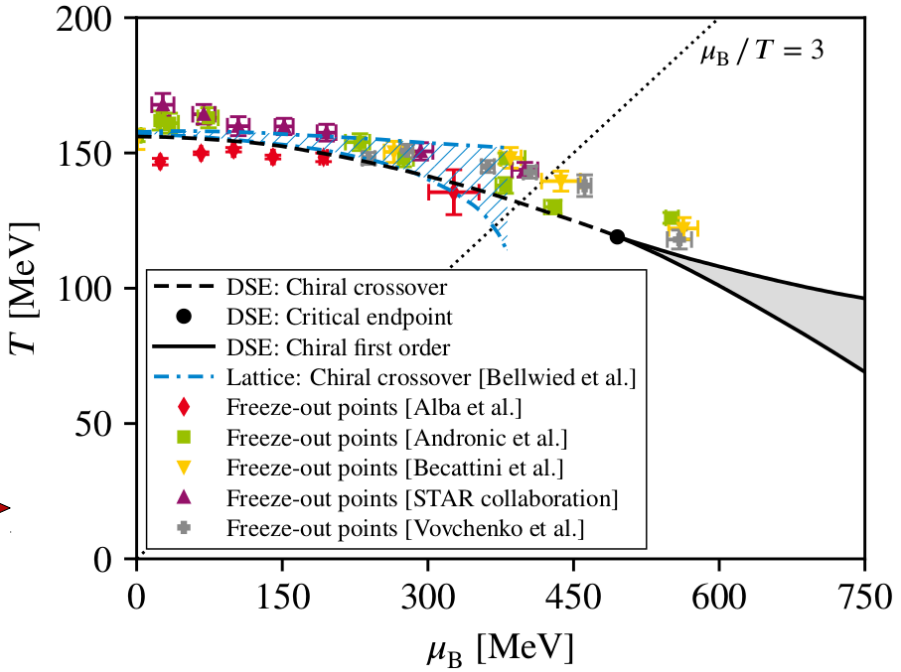
co odpowiada **$\sqrt{s_{NN}}$ około 3.7 GeV**

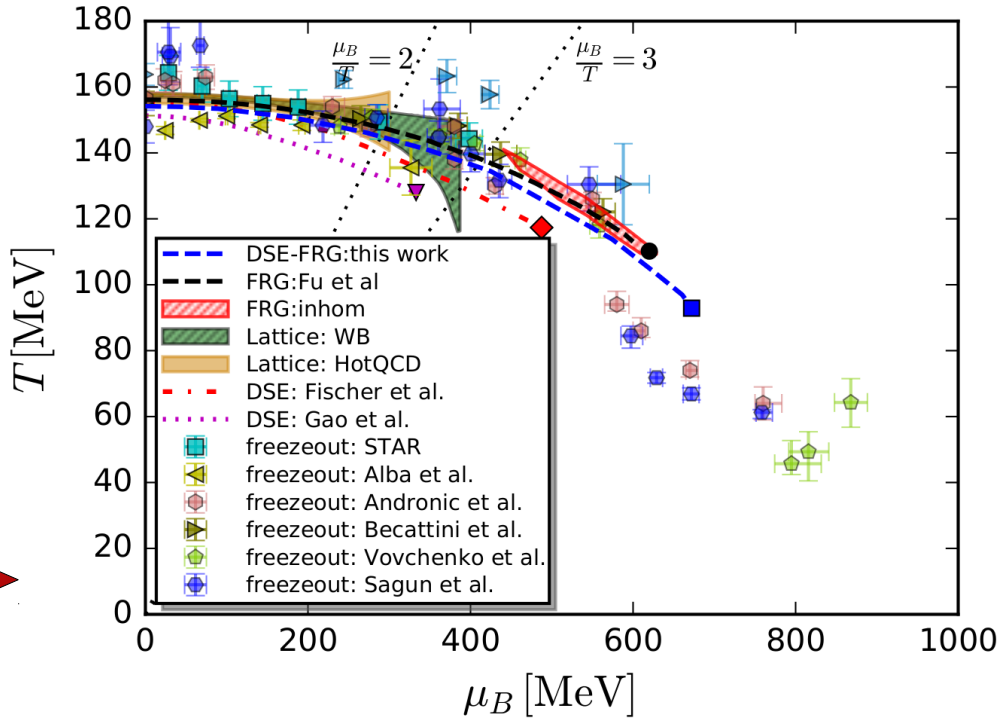
Fu, Pawlowski, Rennecke, Phys. Rev. D 101 (2020) 5, 054032 [arXiv:1909.02991]

4. *Generalised functional approach that combines Dyson-Schwinger equations (DSE) and the functional renormalisation group (fRG)*

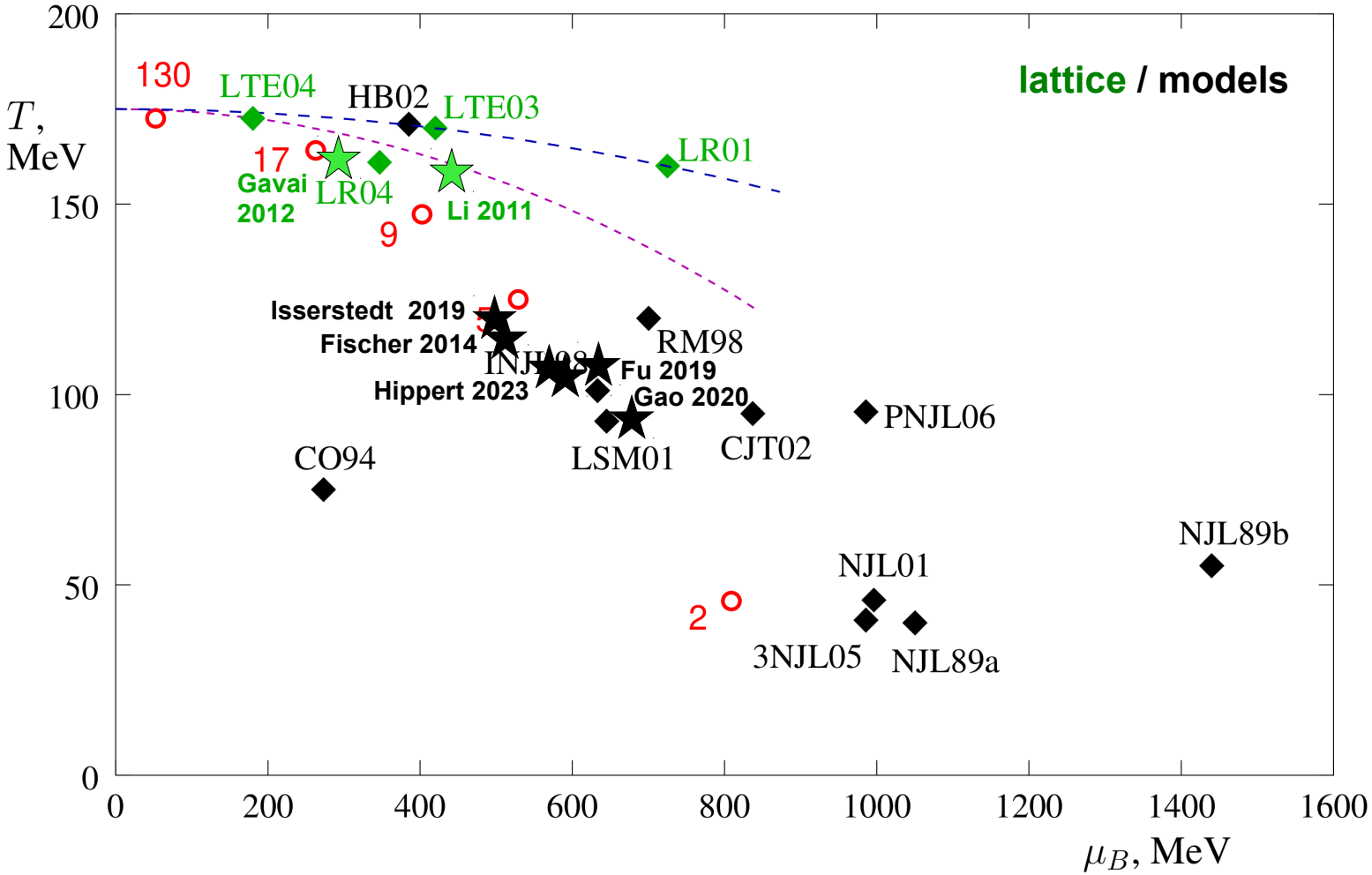
$(T^{CP}, \mu_B^{CP}) = (93, 672)$ MeV

Gao, Pawłowski, Phys. Rev. D 102 (2020) 3, 034027 [arXiv:2002.07500]





Kompilacja (wybranych!) danych dotyczących położenia punktu krytycznego:
Położenie CP silnie zależy od założonej liczby i masy kwarków jak również od rodzaju obliczeń np. **sieci** czy **modele** (np. termodyn.) Wreszcie **zależy od rodzaju zastosowanych w obliczeniach przybliżeń**



Brak spójnych przewidywań teoretycznych dotyczących położenia (a nawet istnienia) CP w płaszczyźnie (T, μ_B)

$\Rightarrow$ potrzebna współpraca teoretyków i eksperymentatorów

M. Stephanov, PoS LAT2006 (2006) 024 + nowsze punkty (dodane „nieco na oko” przez KG)

Kompilacja danych dotyczących położenia punktu krytycznego – cd.

A. Pandav, D. Mallick, B. Mohanty, arXiv:2203.07817 (przeglądowa)

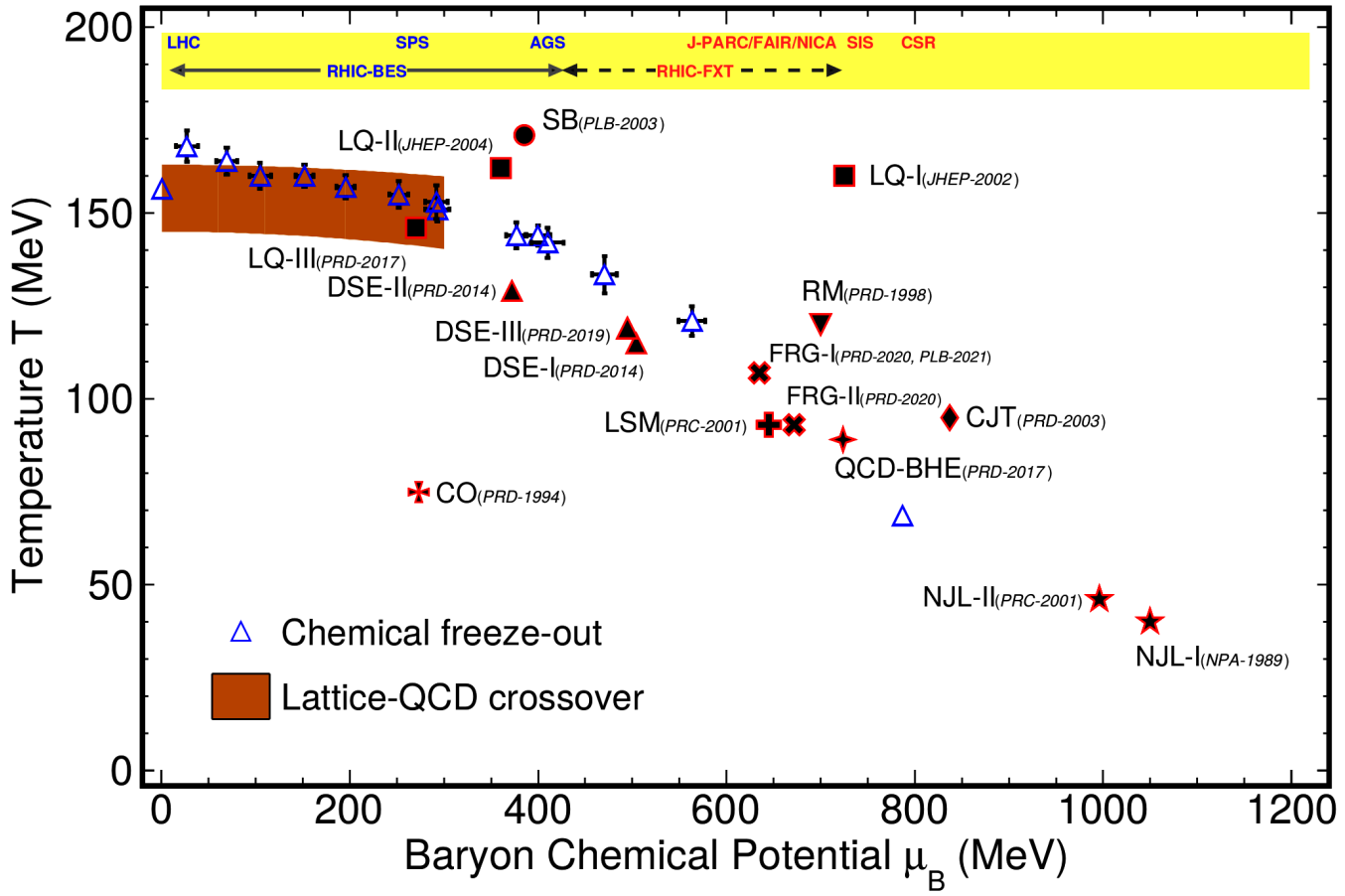
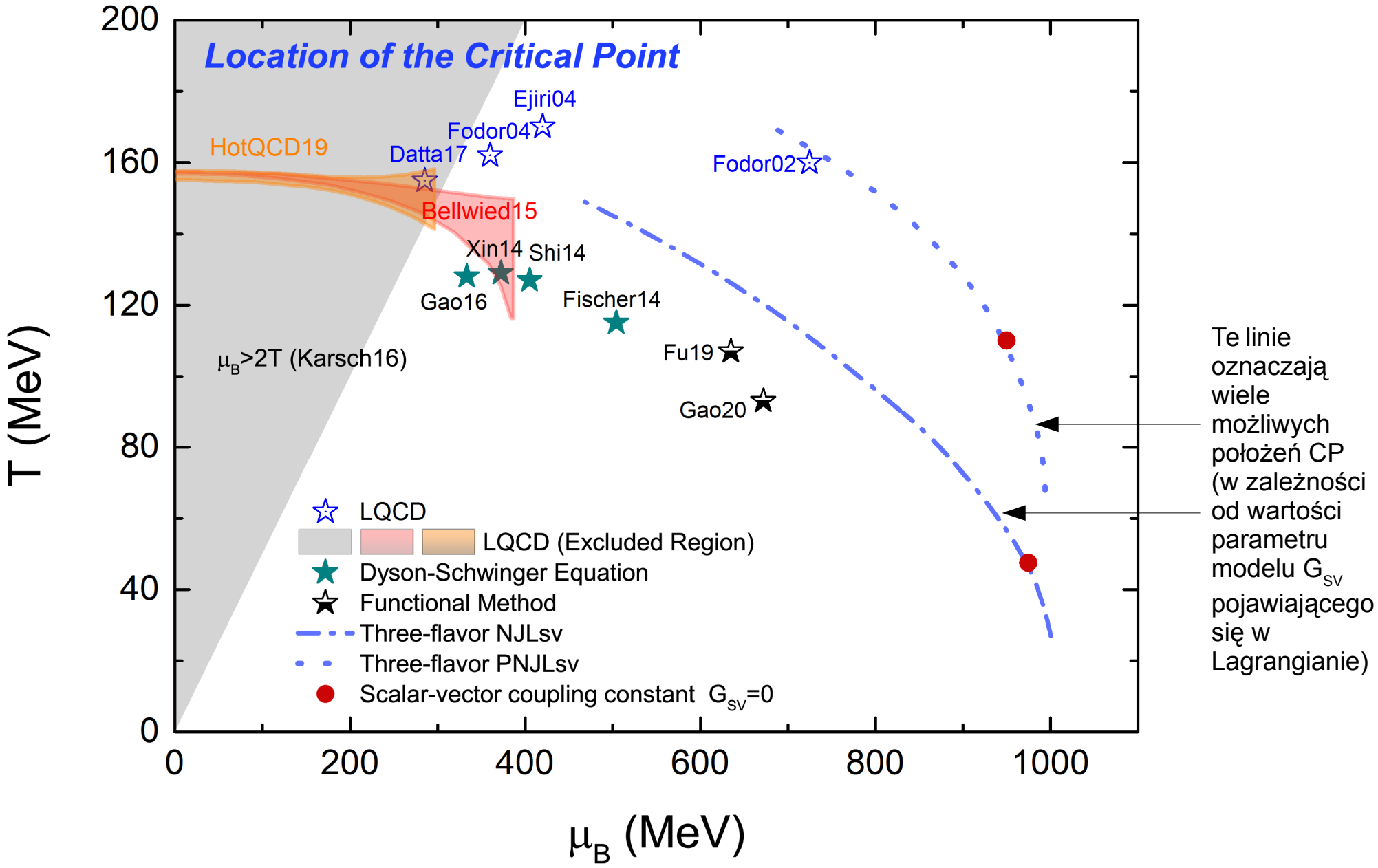


Figure 3: Theoretical predictions on location of critical points from lattice-QCD calculations and QCD-based models. The labels are abbreviated for the models and publications (LQ: Lattice-QCD, DSE: Dyson-Schwinger equations, SB: Statistical Bootstrap Model, RM: Random Matrix Model, FRG: Functional Renormalization Group, LSM: Linear Sigma Model, CJT: Cornwall-Jackiw-Tomboulis effective potential, CO: Composite Operator formalism, and QCD-BHE: QCD from Black Hole Engineering).

Kompilacja danych dotyczących położenia punktu krytycznego – cd.

K. Sun, C. Ko, S. Cao, F. Li, Phys. Rev. D 103, 014006 (2021) [arXiv:2004.05754]



Te linie oznaczają wiele możliwych położeń CP (w zależności od wartości parametru modelu G_{SV} pojawiającego się w Lagrangianie)

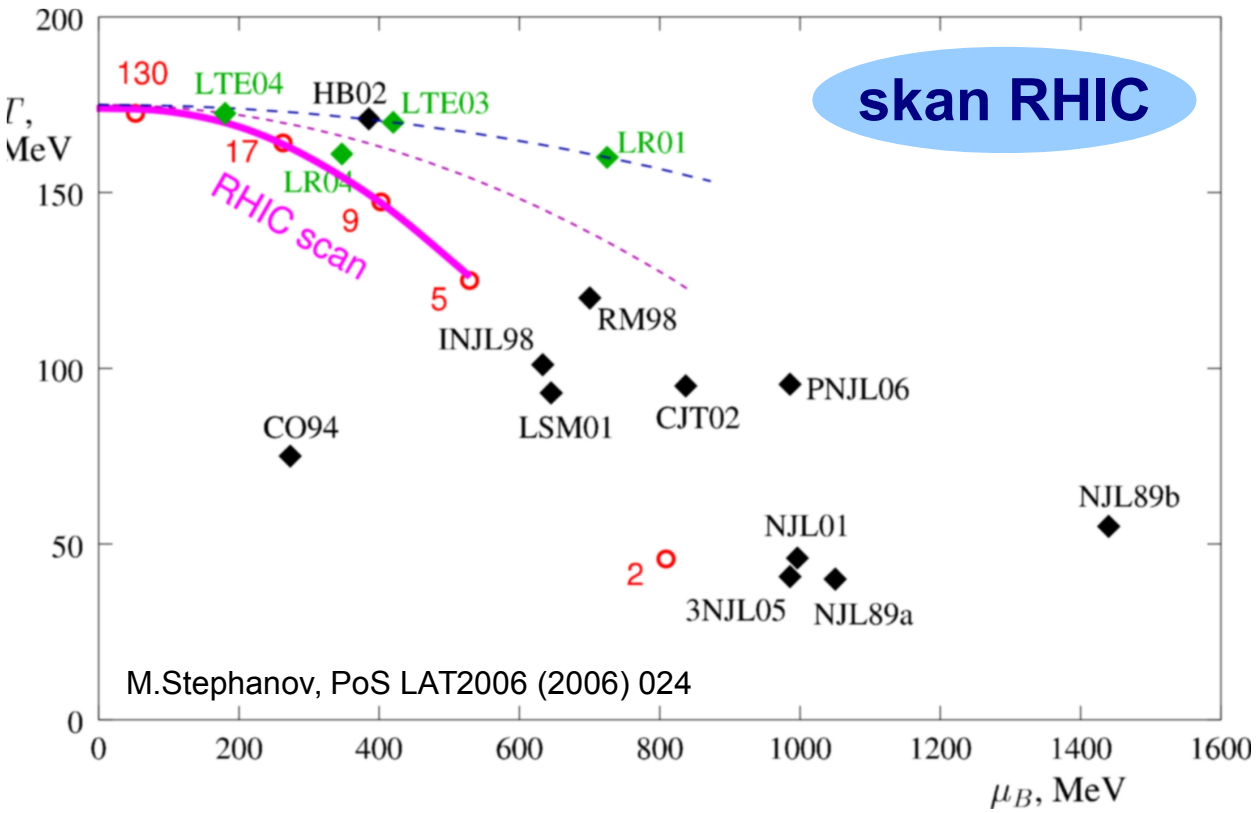
Jak bardzo wyniki obliczeń na sieciach zależą od mas kwarków:

1. Z. Fodor, S. D. Katz, JHEP 0203, 014 (2002)
m_s – wartość fizyczna, m_u, m_d – 4 x cięższe niż w realnym świecie

$T^{CP} \approx 160$ MeV
$\mu_B{}^{CP} \approx 725$ MeV
w tej samej pracy T_c (dla $\mu_B = 0$) ≈ 172 MeV
wartości μ_B zbyt wysokie żeby je badać przy SPS czy top RHIC (przy najwyższych energiach RHIC $\mu_B \leq 50$ MeV, najwyższe energie AGS $\mu_B \approx 550$ MeV)

Późniejsze wyniki:
2. Z. Fodor, S. D. Katz, JHEP 0404, 050 (2004)
realistyczne masy kwarków

$T^{CP} = 162 \pm 2$ MeV
$\mu_B{}^{CP} = 360 \pm 40$ MeV
w tej samej pracy T_c (dla $\mu_B = 0$) $= 164 \pm 2$ MeV
wartość μ_B wciąż zbyt wysoka żeby badać przy najwyższych energiach RHIC, ale dostępna przy SPS oraz RHIC-BES



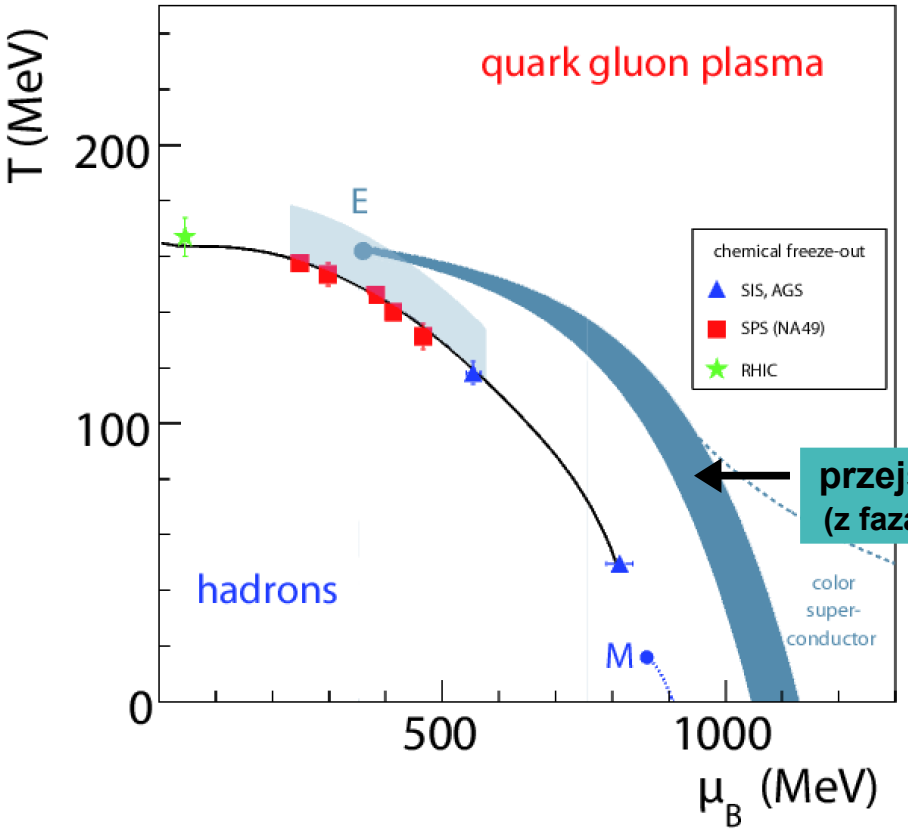
Czerwone – **punkty wymrożenia chemicznego** (już istniejące dane eksp.) z fitu do modelu termicznego (wykład 9) Braun-Munzinger, Redlich, Stachel (numery 130, 17, 7, ... oznaczają $\sqrt{s_{NN}}$)

Różowa ciągła linia – dane RHIC. Skan z energią (BES) trwał od 2010 do 2021 roku; razem ze starszymi danymi (głównie wyższe energie) zebrano 7.7 – 200 GeV (tryb collidera) oraz 3.0 – 7.7 GeV (w modzie fixed target)

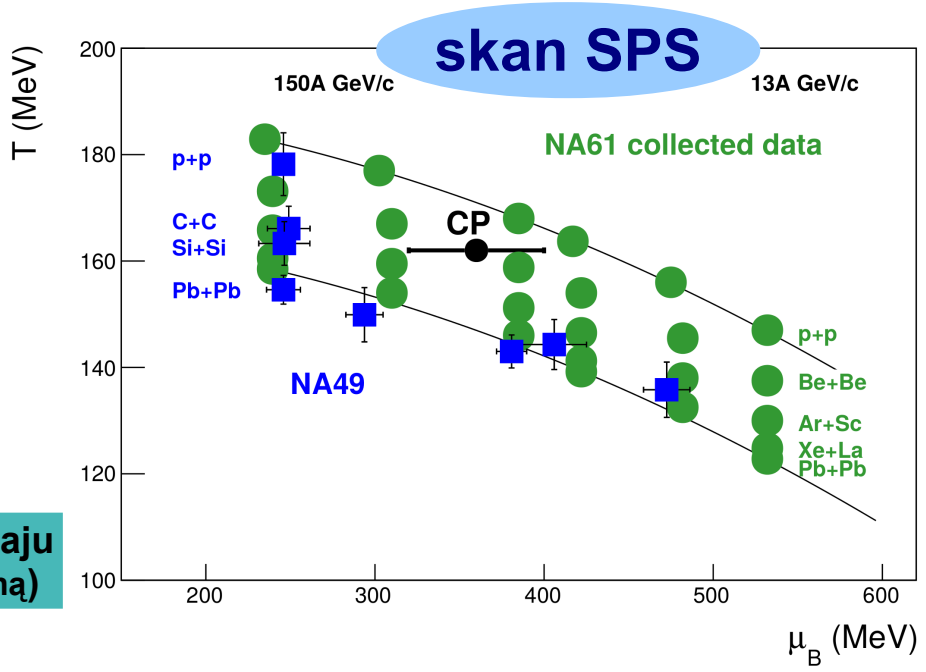
Rozrzut przewidywań dotyczących położenia punktu krytycznego jest przygnębiający... ale

Część z punktów teoretycznych można od razu wyeliminować
(zakładając, że punkty doświadczalne są dobrze wyznaczone!) :

1. bo punkt krytyczny nie powinien leżeć poniżej punktu freeze-outu chemicznego (odrzucamy te poniżej ciągłej różowej linii)
2. różne obliczenia na sieciach dla najbardziej wiarygodnego obszaru ($\mu_B = 0$) podają różne T_c ale prawie wszystkie są zgodne że $T_c < 190$ MeV (jeśli pojawią się modele z punktem krytycznym powyżej 190 MeV to takie też można odrzucić)
3. **Najbardziej prawdopodobne położenie CP** (talk przeglądowy na **QM 2019**, arXiv:2002.11957) to **$T^{CP} < 135 – 140$ MeV oraz $\mu_B{}^{CP} > 300$ MeV**



przejś. I rodzaju
(z fazą mieszaną)



Założenie: punkty wymr. chem. (np. czerwone) reprezentują systemy w równowadze termodynamicznej

Uwaga: CP (E) z definicji powinien leżeć nad wszystkimi punktami wymr. chem. ⇒ niepewności wyznaczenia CP lub/i niepewności oszacowań punktów wymrożenia chemicznego

Uzupełnienie: zgodnie z lattice QCD hadrony w równowadze termodynamicznej (!) nie mogą istnieć w temperaturach powyżej 160–190 MeV (przy $\mu_B = 0$) i ten limit spada dla $\mu_B \neq 0$

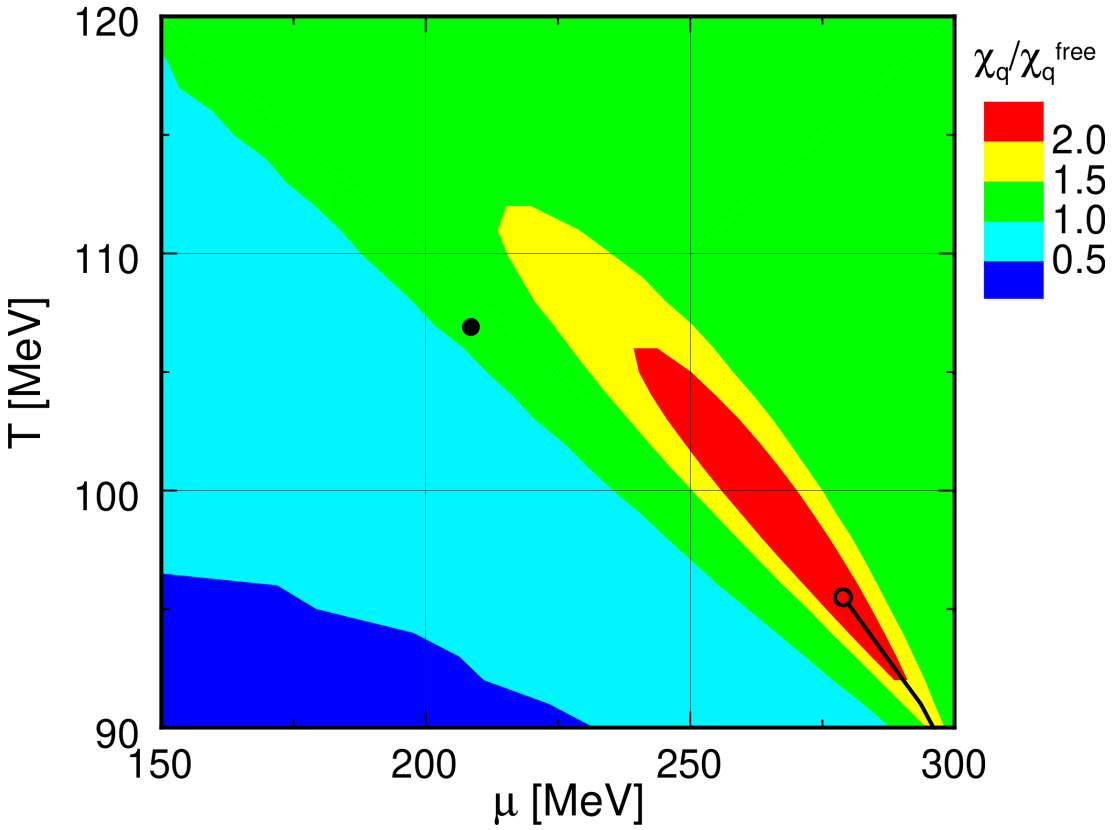
Lewy rysunek – punkty to freeze-out chemiczny (wartości już znalezione przy SIS, AGS, SPS i RHIC)

Prawy rysunek – punkty wymrożeń zmierzone w NA49 (niebieskie) oraz oszacowane dla NA61/SHINE (zielone)

Na rysunkach przyjęto położenie punktu kryt.

$T^{CP} = 162 \pm 2$ MeV

$\mu_B^{CP} = 360 \pm 40$ MeV



μ - kwarkowy potencjał chemiczny $\mu = \mu_B/3$

Czy punkt krytyczny to naprawdę PUNKT ??

A może ma jakiś kształt?

Y. Hatta, T. Ikeda
Phys. Rev. D 67, 014028 (2003)
arXiv:hep-ph/0210284 **(obliczenia modelowe)**

Fakt że „punkt" krytyczny ma pewien rozmiar jest bardzo ważny z punktu widzenia eksperymentów ciężko-jonowych (nie trzeba się idealnie „wstrzelać" w bardzo mały obszar)

Region krytyczny wcale niekoniecznie jest punktem ale może pokazywać bogatą strukturę. **Punkt krytyczny → region krytyczny o ΔT i $\Delta\mu_B$**

Punkt krytyczny jest rozciągnięty w kierunku cross-overa

○ **CEP** – critical end-point (przy obliczeniach dla rzeczywistych masy kwarków)

● **TCP** – tricritical point (przy obliczeniach dla bezmasowych kwarków u i d oraz masowego s)

Uwaga: w tym modelu położenia CEP i TCP mogą być nieco inne niż w obliczeniach na sieciach (Z. Fodor, S. D. Katz) bo wyniki zależą od przybliżeń i założonych mas kwarków ale ważny jest sam fakt że przewiduje się region krytyczny a nie punkt

Wyjaśnienia do rysunku (pop. strona)

Potencjały termodynamiczne – wielkości fizyczne związane z układem termodynamicznym mające wymiar energii (odpowiedniki energii potencjalnej w mechanice). Najbardziej znane to energia wewnętrzna U, energia swobodna Helmholtza A = U -TS, entalpia H = U + pV, energia swobodna Gibbsa G = U+ pV -TS

Barionowy potencjał termodynamiczny nazywany również **potencjałem Landau'a** – jeden z potencjałów termodynamicznych; zdefiniowany jest jako:

$\Omega = U - TS - \sum_{i=u,\,d,\,s} (\mu_i N_i)$

Używa się również kwarkowego potencjału termodynamicznego ozn. np. $\Omega(\mu,T)$

χ_q – *quark number susceptibility* (podatność kwarkowa) – **odpowiedź koncentracji kwarkowej (*quark number density*) na zmianę kwarkowego potencjału chemicznego μ** (jedna z kluczowych zmiennych charakteryzujących zmianę fazy haz gadronowy $\leftrightarrow$ QGP)

$$\chi_q = -\frac{1}{V}\frac{\partial^2 \Omega(\mu, T)}{\partial \mu^2}$$

χ_q^{free} (pop. strona) - wartość dla gazu bezmasowych swobodnych kwarków

albo (arXiv:0811.1835):

$$\chi_q = \frac{\partial^2 n}{\partial \mu^2}$$

n - quark number density

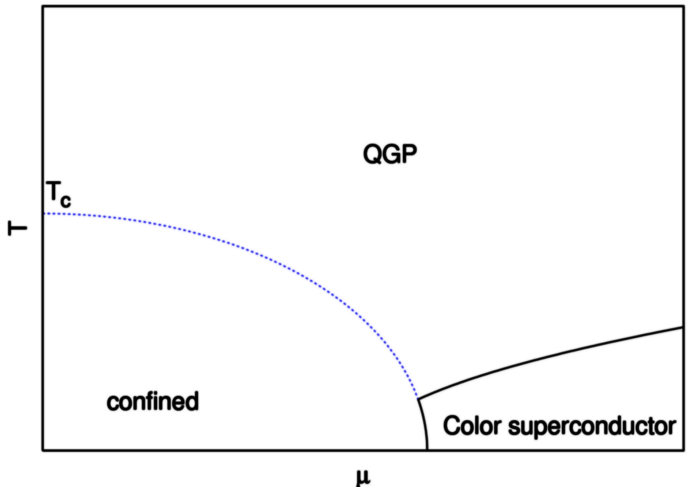
W okolicy punktu krytycznego (CEP) zarówno χ_q jak i χ_B (*baryon number susceptibility*) **powinny mocno wzrosnąć ($\chi_B = 9\chi_q$)**

Alternatywne modele / obliczenia na sieciach (przykłady)

1. Istnieją również prace teoretyczne w których obliczenia pokazują że NIE MA punktu krytycznego

Tak jakościowo różniące się wyniki są m.in. z powodu:
1. różnych mas i liczby kwarków w obliczeniach
2. **zastosowania różnych przybliżeń**

Rys. prawy: obliczenia na sieciach
O. Philipsen, arXiv:0710.1217



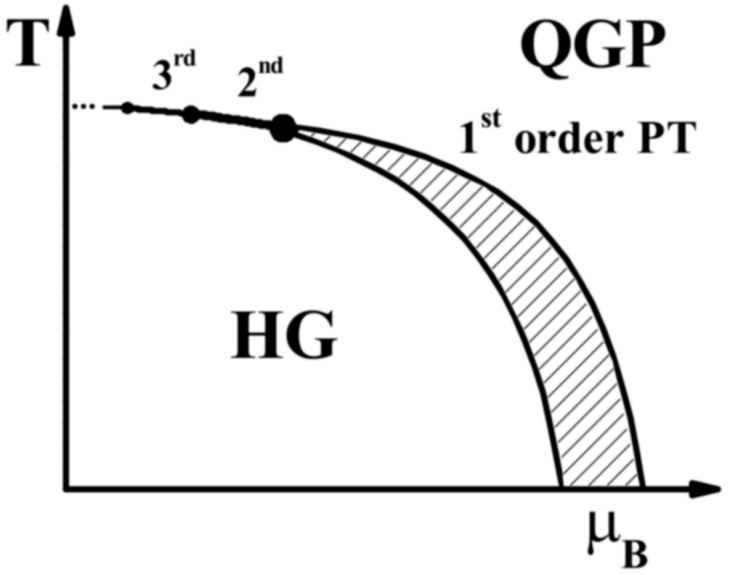
brak przejścia I rodzaju,
brak punktu krytycznego,
przejście tylko typu cross-over

μ – kwarkowy potencjał chemiczny ($\mu_B = 3\mu$)

2. Jeden z modeli opartych zasadniczo na modelu worka (*model of quark-gluon bags*)

ale rodzaj przejścia fazowego zależy od szczegółów worka (spektrum masa-objętość) które zmieniają się wraz z μ_B/T

M. I. Gorenstein, M. Gaździcki, W. Greiner, arXiv:nucl-th/0505050



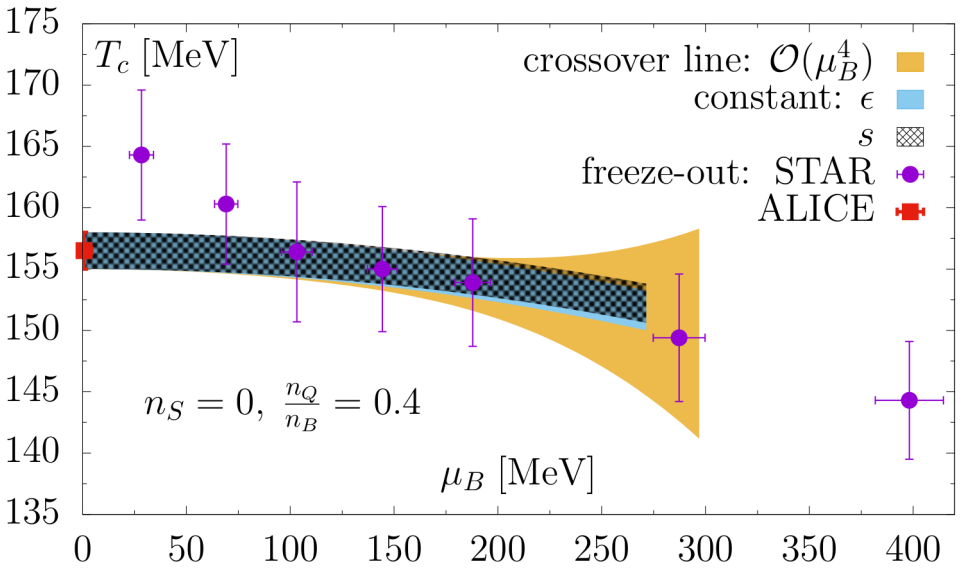
„Kij w mrowisko”

Jedne z późniejszych prac:

1. G. Endrodi, Z. Fodor, S. D. Katz and K. K. Szabo, JHEP 1104 (2011) 001
2. P. de Forcrand and O. Philipsen, JHEP 0701 (2007) 077

mówią, że w obliczeniach na sieciach nie widać punktu krytycznego a w całym obszarze raczej jest cross-over → zob. też omówienie w arXiv:1210.6901

Autorzy wcześniejszych przewidywań (najsłynniejsze położenie CP!) z 2004 roku (Z. Fodor and S. D. Katz, JHEP 0404 (2004) 050) twierdzą m.in. że wcześniejsze obliczenia były robione na grubszych (mniej dokładnych; a ≈ 0.3 fm) sieciach...



2018/19 rok:

A. Bazavov et al. (HotQCD Collab.), Phys. Lett. B795 (2019) 15-21 [arXiv:1812.08235]

Dla μ_B < ok. 300 MeV nie widać zawężenia obszaru cross-overa → **w tym obszarze punktu krytycznego raczej nie ma**

2020 rok:

S. Borsanyi, Z. Fodor, J. N. Guenther, R. Kara, S. D. Katz, P. Parotto, A. Pasztor, C. Ratti, K. K. Szabo, Phys. Rev. Lett. 125 (2020) 5, 052001 [arXiv: 2002.02821]

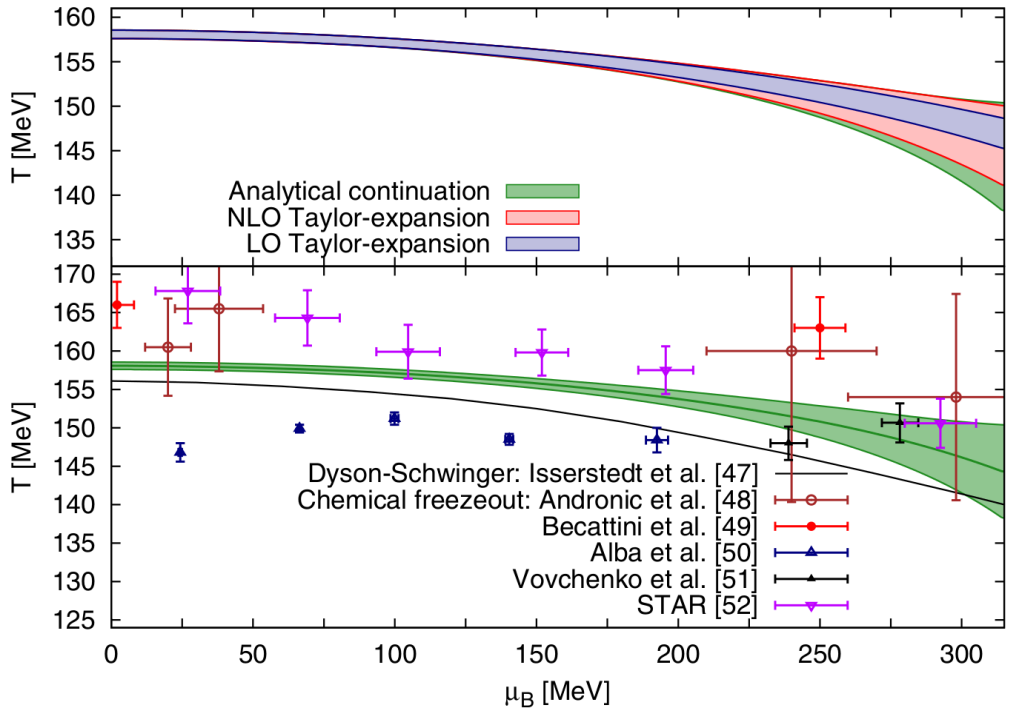
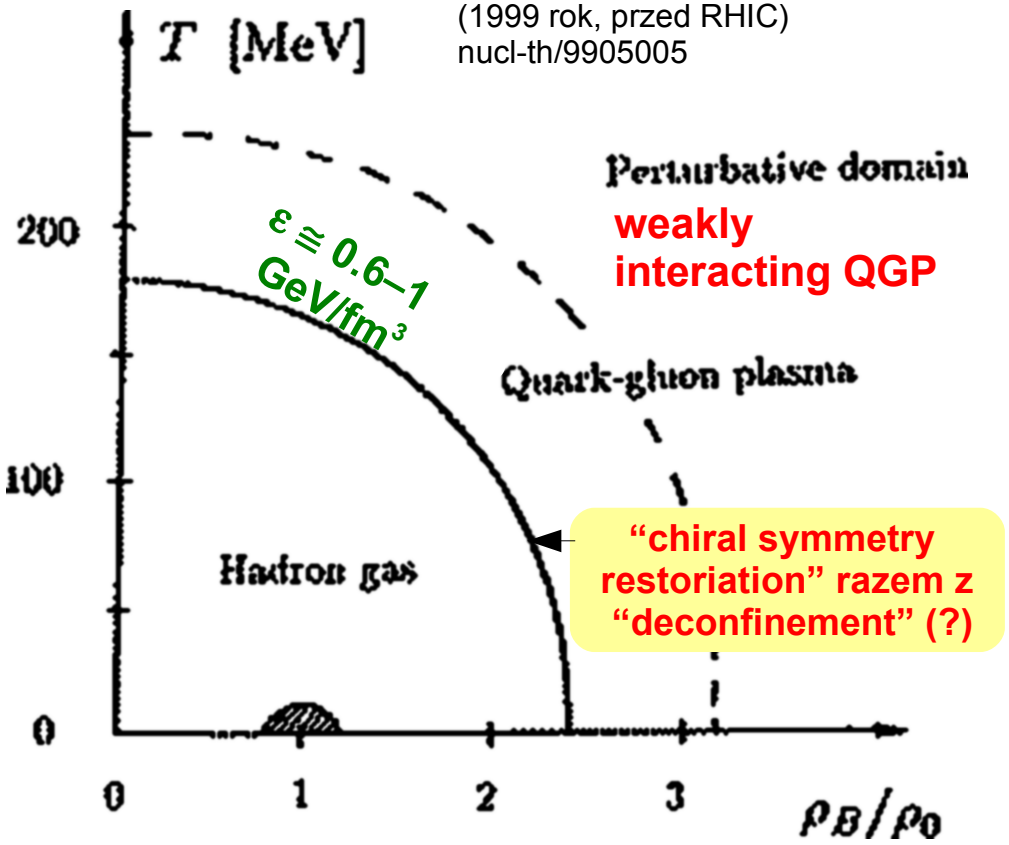


FIG. 3. Top: Transition line extrapolated from lattice simulations at imaginary chemical potential using an analytical continuation with the ansatz used in step iv) of our analysis (green

„Intensywność przejścia fazowego" przy różnych μ_B. Nie widać żeby przejście robiło się silniejsze aż do μ_B ok. 300 MeV → **w tym obszarze punktu krytycznego raczej nie ma**

S. Durr „Recent progress in lattice QCD" arXiv:1301.1914

„QCD thermodynamics at non-zero chemical potential ($\mu > 0$) is in a much less satisfactory state. (…) To date it is not clear whether there is a line of first-order transition (…). At $\mu = 0$ a consensus on the relevant pseudocritical temperatures T_c has been reached, while at $\mu \neq 0$ it is still not clear whether a second-order endpoint exists."



Bardzo ważna uwaga: przejście do QGP (przekroczenie granicy przejścia fazowego – I rodzaj lub inne) wcale nie oznacza, że kwarki i gluony osiągają asymptotyczną swobodę!

Najpierw osiąga się QGP a **być może dopiero dla wyższych T lub gęstości barionowych (duże Q^2 / małe odległości)** zaczyna się (za kreskowaną krzywą; jej położenie jest tutaj umowne!) obszar perturbacyjny (mała stała sprzężenia) czyli **w obszarze perturbacyjnym QGP = gaz idealny**

Tyle wcześniejsze przewidywania a obecnie ...

Z wykładu 7:

Oczekuje się osiągnięcia asymptotycznej swobody (mała stała sprzężenia) dla $T >> \Lambda_{QCD}$ ($\Lambda_{QCD} \cong 200$ MeV). Wtedy plazma kwarkowo-gluonowa jest jak słabo związany gaz bezmasowych kwarków i gluonów

Szczegółowe obliczenia QCD (patrz np. strony 47, 48 tego wykładu) **pokazują że obszar asymptotycznej swobody może być naprawdę osiągany dla limitu wysokich temperatur, czyli $\alpha_s \rightarrow 0$ dla $T \rightarrow \infty$**

Dla wysokich temperatur (czyli np. przy top RHIC) oczekiwaliśmy że QGP = idealny gaz (*weakly coupled gas*) kwarków i gluonów

Wyniki analiz wydają się wskazywać, że mamy do czynienia raczej z SILNIE (mocno) związanym układem, który zachowuje się jak idealna ciecz (np. bliska zeru lepkość) → badania nad przepływem kolektywnym (eliptycznym)

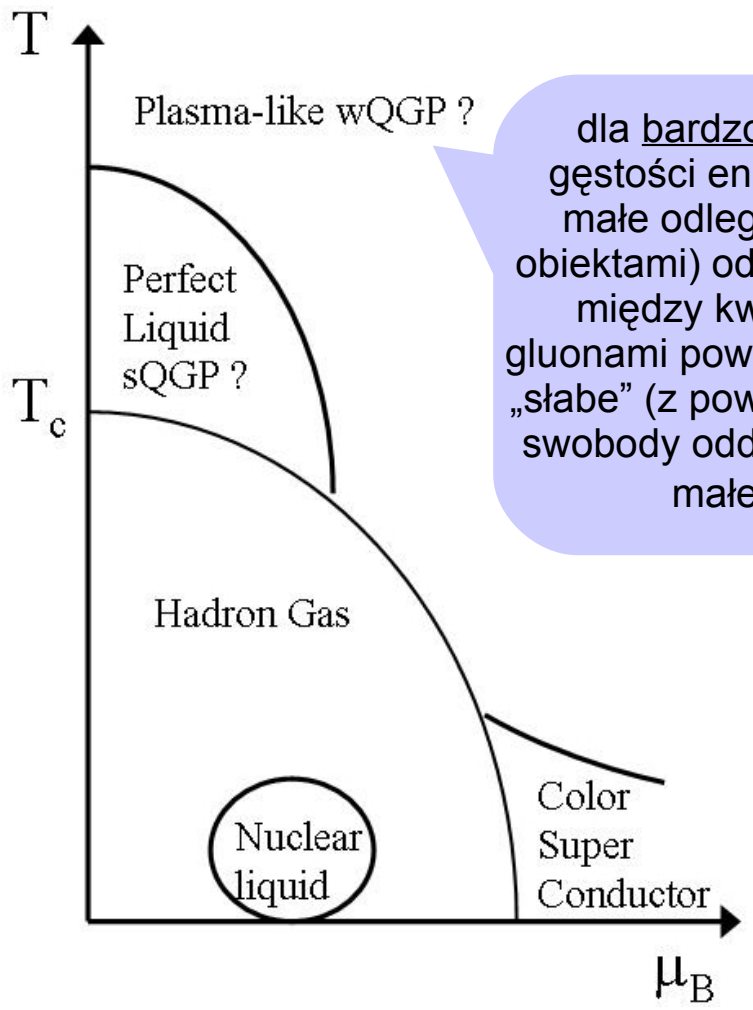
wQGP → sQGP

W RHIC zamiast oczekiwanego
perfect gas → perfect liquid

Dość powszechnie uważa się więc że
obszar asymptotycznej swobody (mała stała sprzężenia) nie został osiągnięty przy RHIC czyli T (QGP) w dalszym ciągu nie jest >> Λ_{QCD}

Na razie nie widać tego również dla LHC (m.in. Pb+Pb przy 2.76 TeV)

Na podstawie wyników z RHIC zaproponowano nawet nowy wygląd diagramu fazowego (arXiv:0710.4101) →



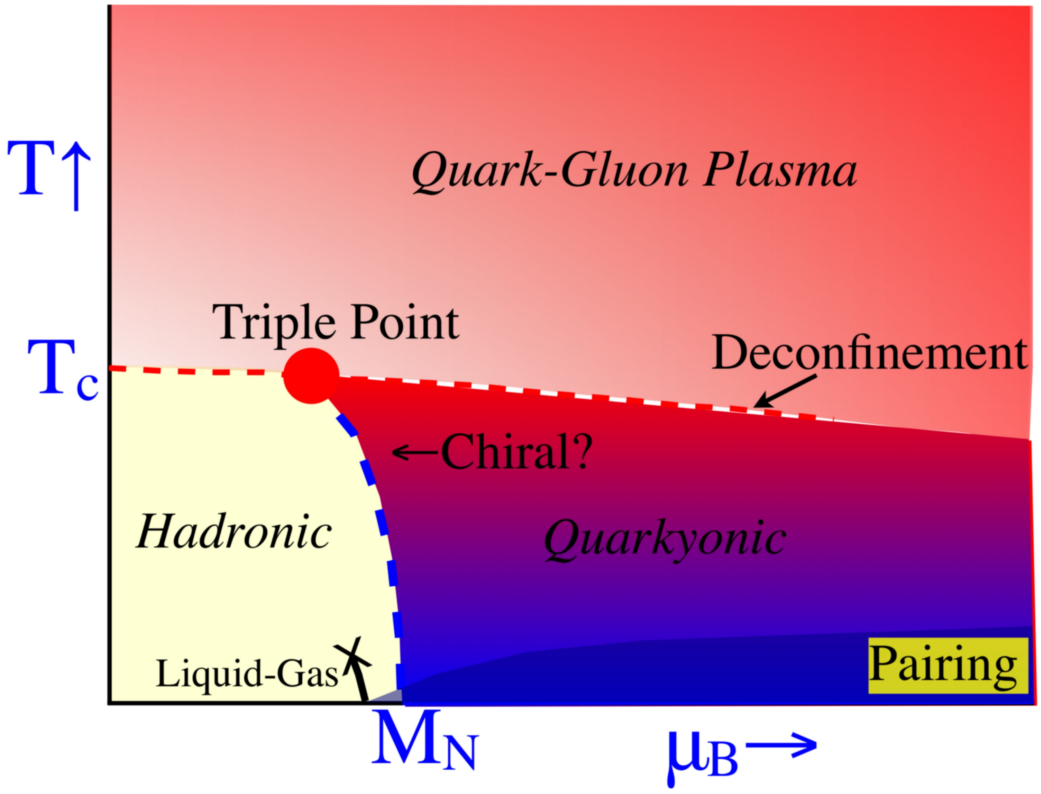
dla bardzo dużych gęstości energii (czyli małe odległ. między obiektami) oddziaływania między kwarkami i gluonami powinny stać się „słabe” (z powodu asymp. swobody oddz. silnych – małe α_s)

Dla zainteresowanych:

Pomysł **Quarkonic Matter** (L. McLerran, R. D. Pisarski, Nucl. Phys. A796, 83 (2007), zob. też późniejsze A. Andronic et al. **arXiv:0911.4806**, L. Glozman arXiv:1004.0452, L. McLerran **arXiv:0907.4489,** L. McLerran **arXiv:0911.2987**)

- faza **uwięzienia**, ale
- **duże gęstości barionowe oraz duże gęstości energii**
- mimo uwięzienia gęstość energii lub równoważnie liczba stopni swobody może być liczona jak dla uwolnionych kwarków L. Mc Lerran, R. D. Pisarski, Nucl. Phys. A796, 83 (2007) (w *quarkonic matter* kwarki mają wkład ale antykwarki nie - arXiv:0911.4806) $\Rightarrow$ liczba stopni swobody jest znacznie większa niż w gazie hadronowym ale mniejsza niż w QGP. Dokładniej (arXiv:0911.2987):
  - w uwięzieniu l. st. sw. = l. st. sw. dla lekkich pionów
  - w QGP(uwolnienie) l. st. sw. = $2(N_c^2 - 1)$ gluonowych i $4N_cN_f$ dla kwarków i antykwarków (N_c – liczba kolorów, N_f – liczba zapachów)
  - w quarkonic matter l. st. sw. = $2N_cN_f$ dla kwarków + l. st. sw. dla lekkich mezonów
- niskie temperatury
- faza **raczej chiralnie symetryczna**

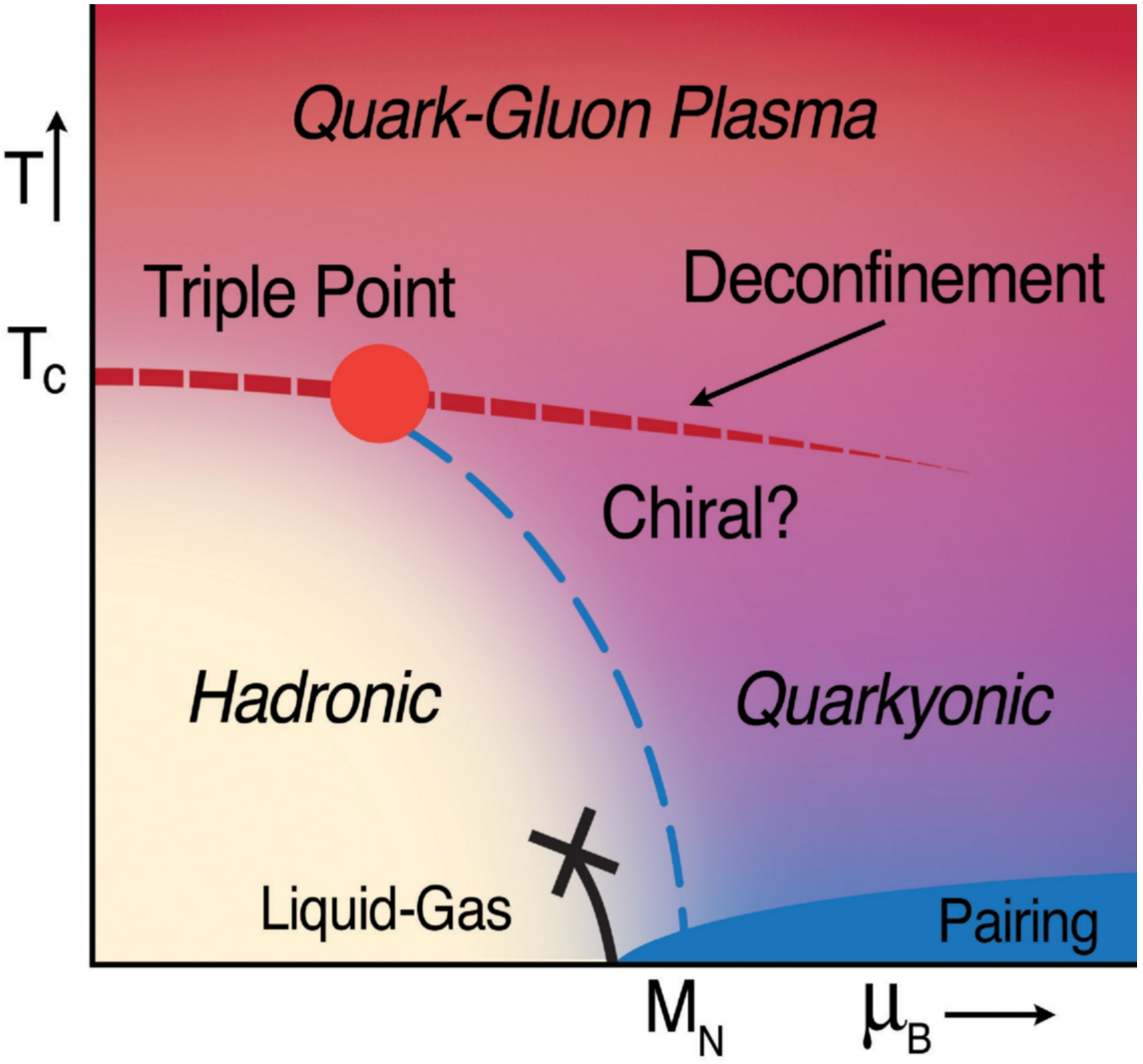
(ale nie jest to w pełni jasne). Późniejsze prace (zob. ref. w arXiv:0907.4489) proponują, że przejście do quarkonic może być związane z odzyskaniem symetrii chiralnej – niebieska linia na rysunku (czyli symetria odzyskana od razu, a nie jak oryginalnie proponowano gdzieś wewnątrz materii quarkonic)



Rys. z arXiv:0907.4489

W pracy A. Andronic et al. arXiv:0911.4806, na podstawie porównań z fitami modelu statystycznego (punkt potrójny tam gdzie mamy saturowanie się T_{chem} – szczegóły w wykładzie 9), szacuje się położenia punktu potrójnego jako

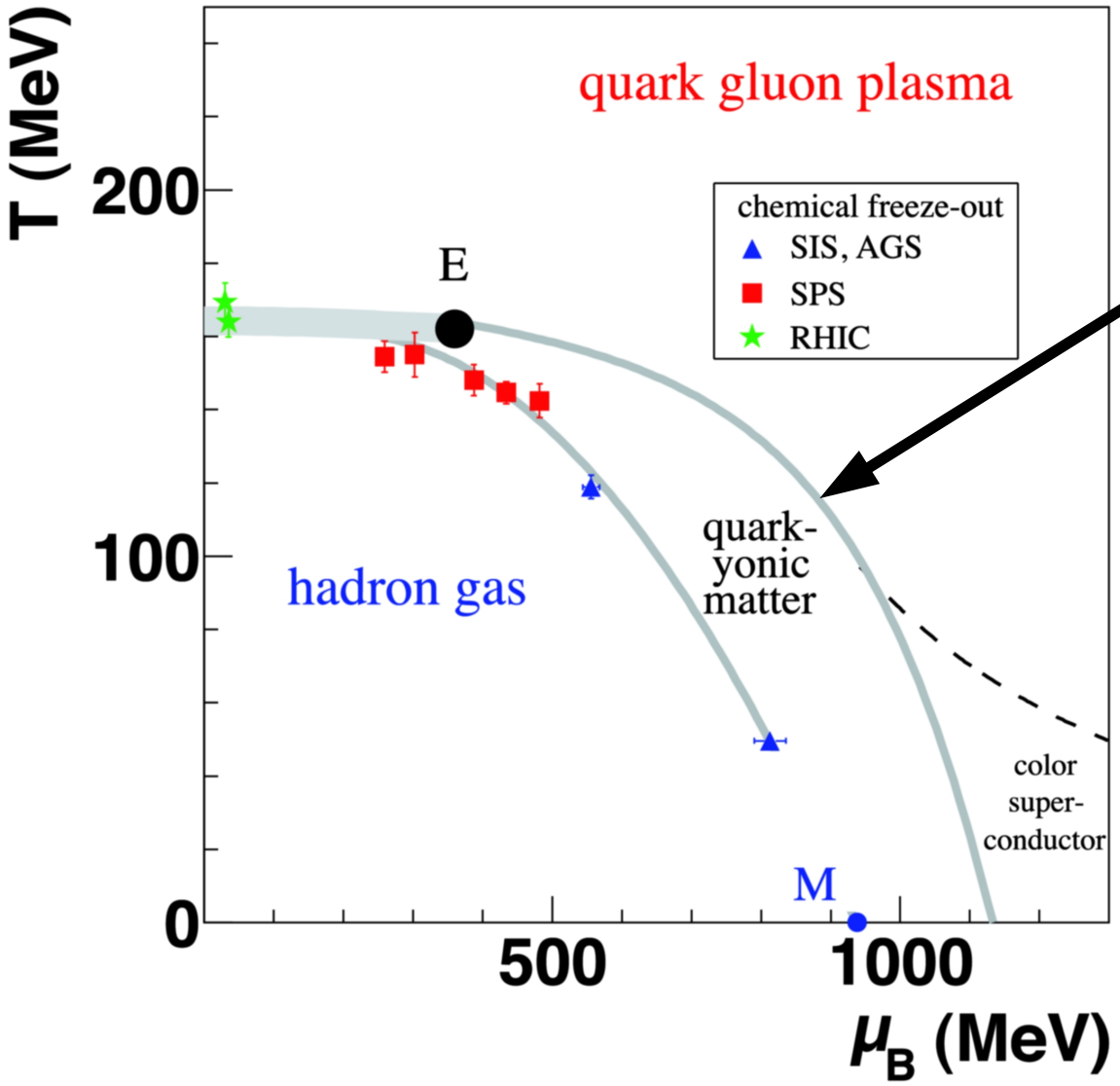
$\mu_B^{\text{triple point}} \approx 350 - 400$ MeV, $T^{\text{triple point}} \approx 150 - 160$ MeV



Quarkonic transition =? chiral symmetry restoration

Quarkonic matter może być osiągany przy AGS (BNL), niskich energiach SPS (CERN) i w przyszłości przy FAIR (GSI)

Rys. z arXiv:0911.4806



linia uwolnienia: dla μ_B <≈ 500 MeV ma $\varepsilon \cong 0.6 - 1$ GeV/fm^3 (rezultat obliczeń na sieciach); powyżej ~ 500 MeV ε większa bo sama **linia wymrożenia chemicznego** (na niej punkty) **ma ε ~ 1 GeV/fm^3**

Autorzy prac: R. Stock, F. Becattini, T. Kollegger, M. Mitrovski, T. Schuster (arXiv:0911.5705) oraz R. Stock (arXiv:0909.0601) sugerują że

punkty wymrożenia chemicznego układają się właśnie na granicy faz gazu hadronowego i quarkonic matter

Dla 'top' RHIC (i LHC) do 'top' SPS linia łącząca punkty wymrożenia chemicznego jest bardzo bliska linii uwolnienia obliczonej na sieciach

Rys. z arXiv:0911.5705

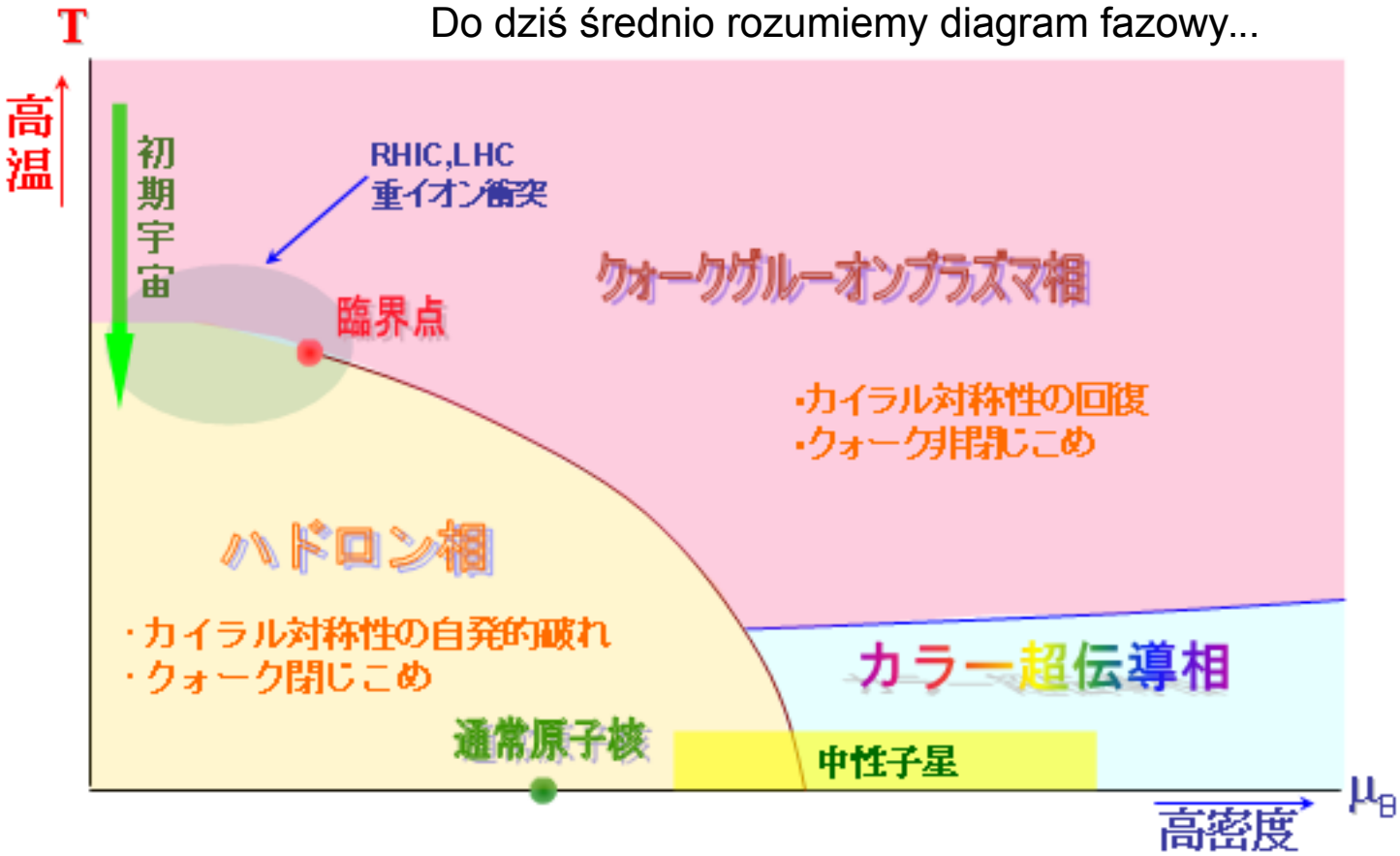
Podsumowanie wykładu 8:

Ogrom prac teoretycznych dotyczących diagramu fazowego QCD (lattice, modele) i brak spójności w ich przewidywaniach powoduje że

niewiele da się powiedzieć o wyglądzie diagramu fazowego

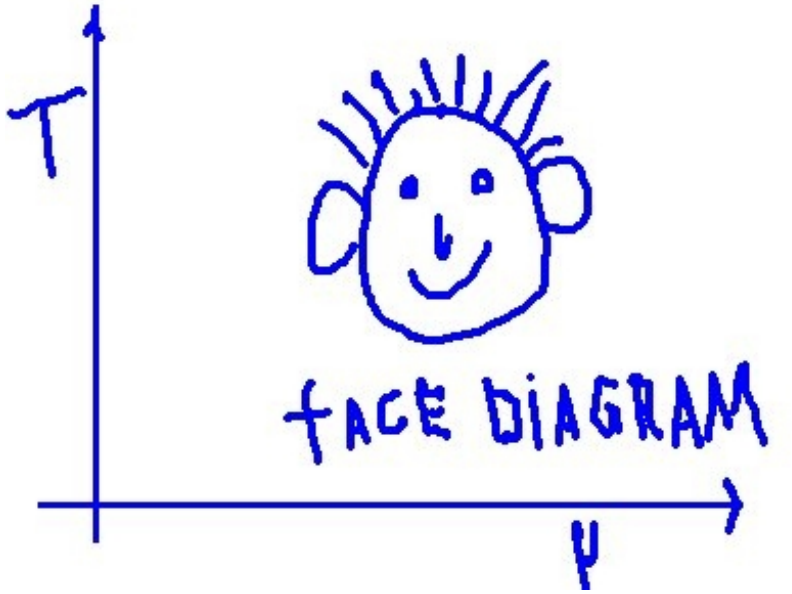
Na dzień dzisiejszy wydaje się że diagram fazowy może wyglądać bardzo różnie... dlatego jest to dziedzina gdzie współpraca teoretyków i eksperymentatorów jest niezbędna

Do dziś średnio rozumiemy diagram fazowy...



Facebook – istniejąca kiedyś grupa “The search for the Critical Point”

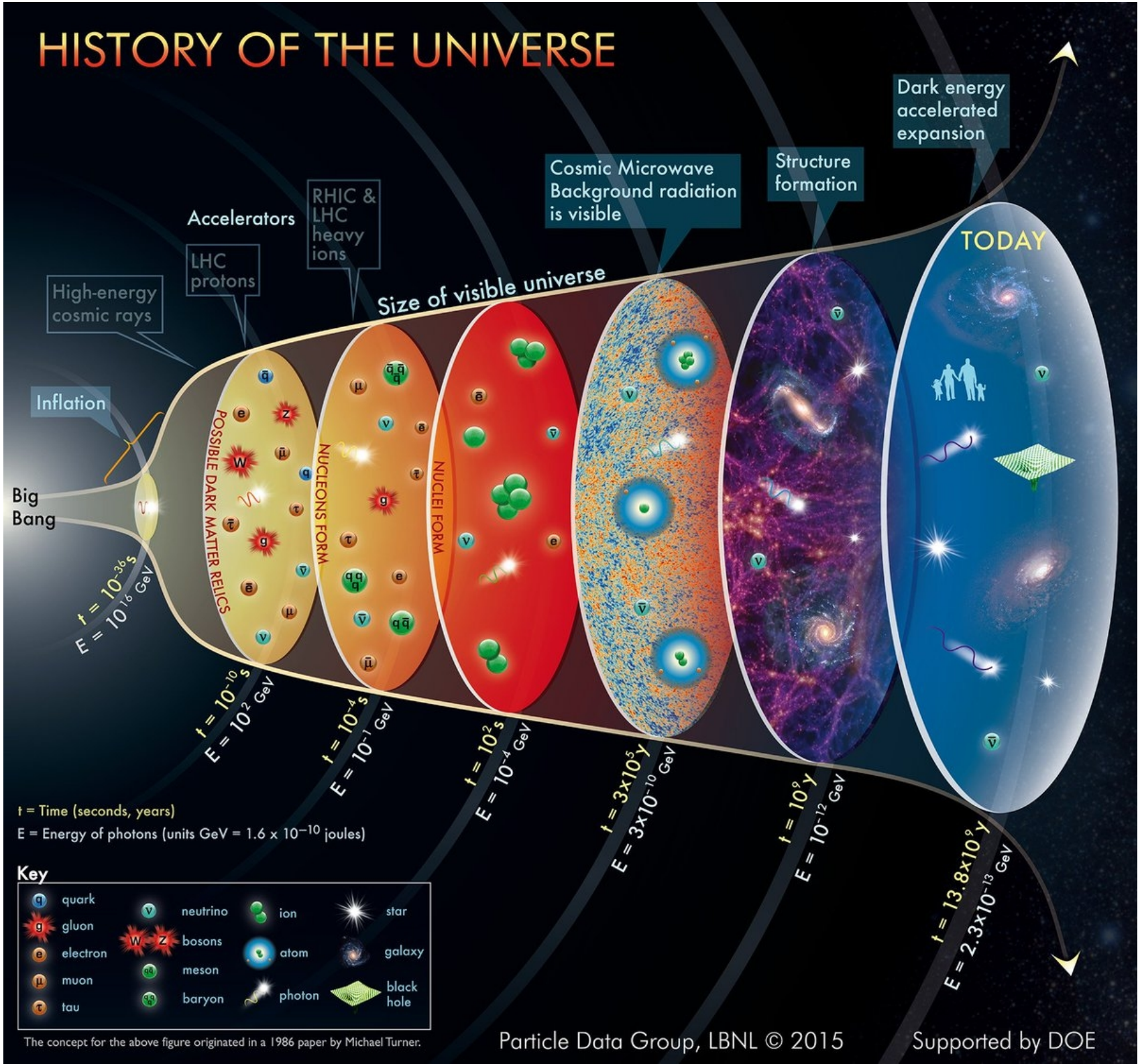




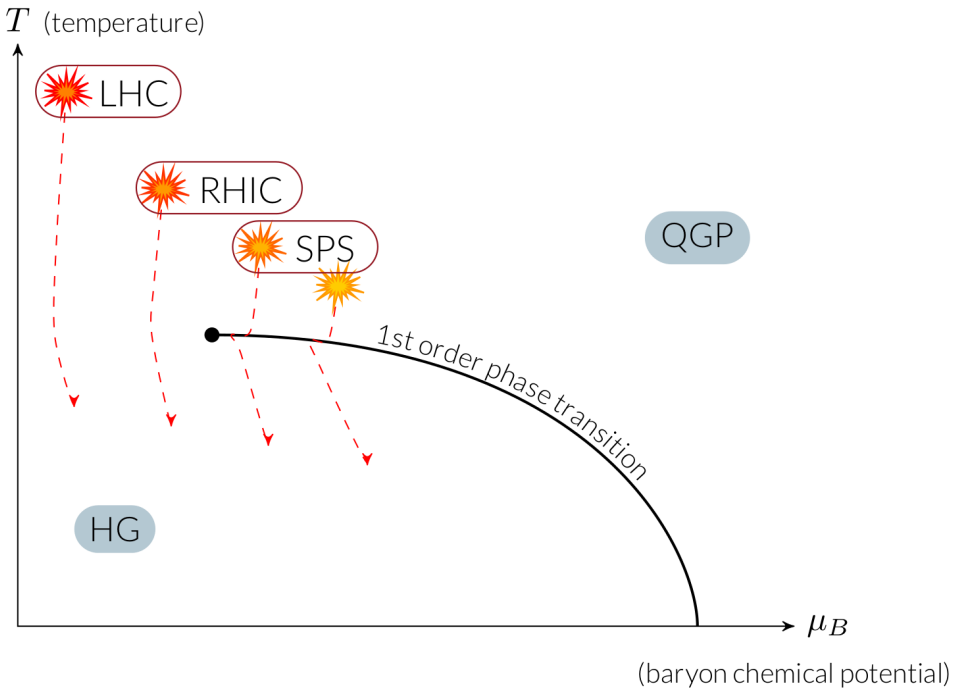
Ten rodzaj diagramu fazowego jest pokazywany jako ciekawostka;
na egzaminie będą wymagane bardziej tradycyjne warianty ;-)

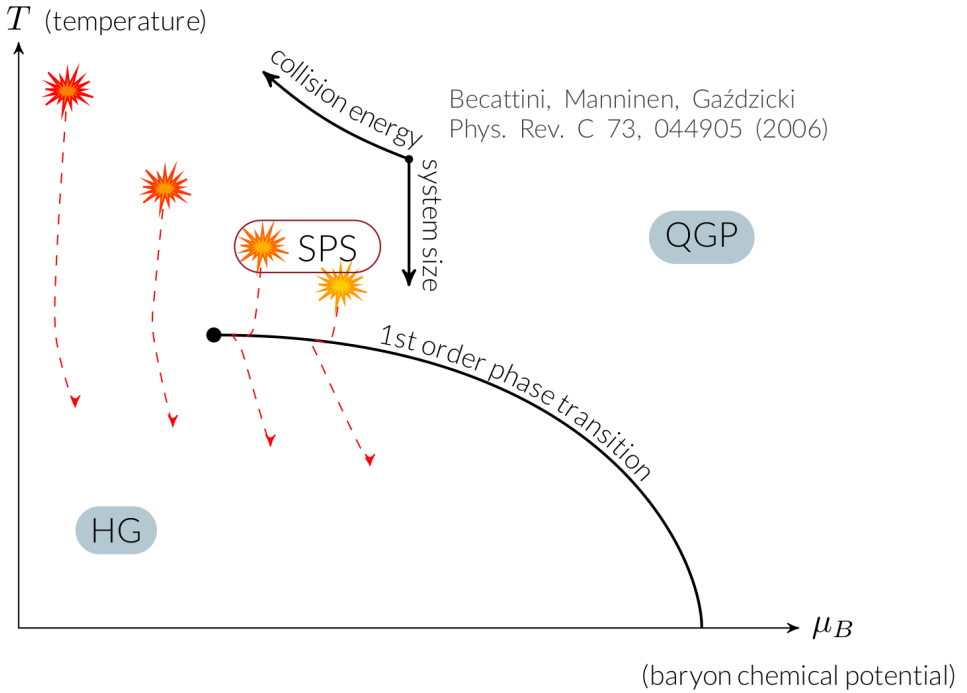


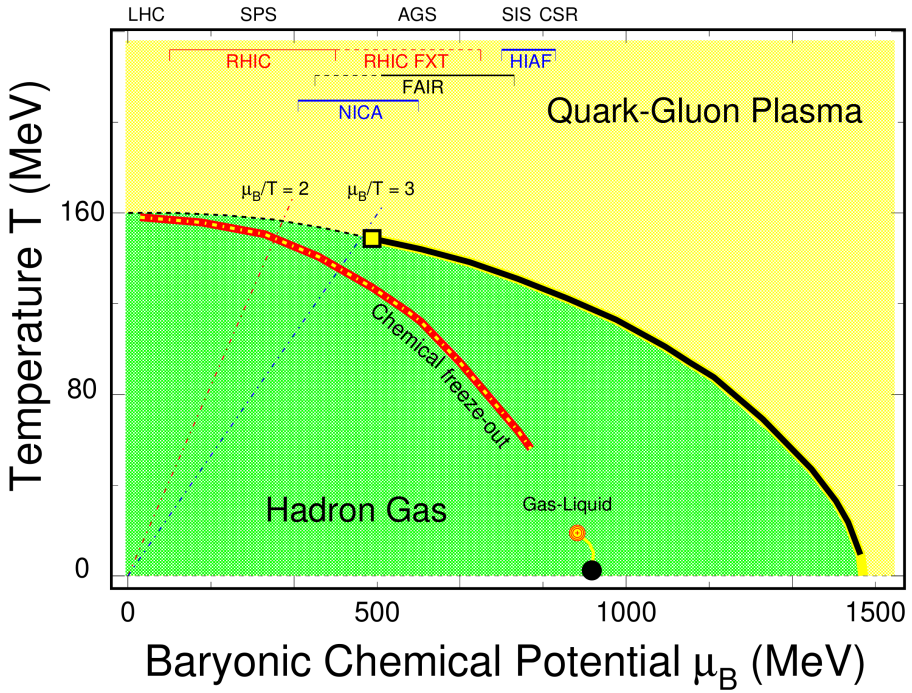
Slajdy dodatkowe
(dla zainteresowanych)


HISTORY OF THE UNIVERSE
Dark energy accelerated expansion
Cosmic Microwave Background radiation is visible
Structure formation
TODAY
Accelerators
RHIC & LHC heavy ions
LHC protons
High-energy cosmic rays
Size of visible universe
Inflation
Big Bang
POSSIBLE DARK MATTER RELICS
NUCLEONS FORM
NUCLEI FORM
t = 10^-36 s
E = 10^16 GeV
t = 10^-10 s
E = 10^2 GeV
t = 10^-4 s
E = 10^-1 GeV
t = 10^2 s
E = 10^-4 GeV
t = 3x10^5 y
E = 3x10^-10 GeV
t = 10^9 y
E = 10^-12 GeV
t = 13.8x10^9 y
E = 2.3x10^-13 GeV
t = Time (seconds, years)
E = Energy of photons (units GeV = 1.6 x 10^-10 joules)
Key
quark
gluon
electron
muon
tau
neutrino
bosons
meson
baryon
ion
atom
photon
star
galaxy
black hole
The concept for the above figure originated in a 1986 paper by Michael Turner.
Particle Data Group, LBNL © 2015
Supported by DOE

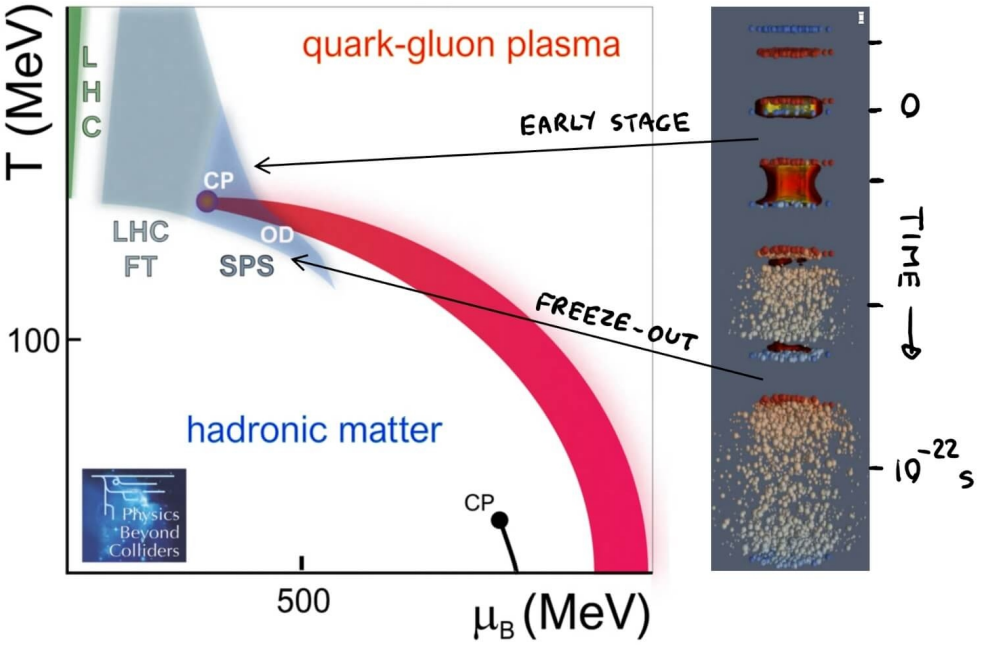
Rys. M. Lewicki



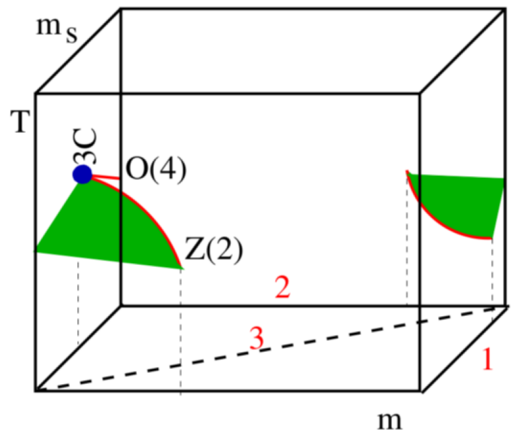




arXiv:2004.00789



arXiv:2004.02255



S. Gupta QM 2008

Figure: Put together using computations from Columbia (1990), Bielefeld (2001), and arguments from Pisarski and Wilczek (1984). Some evidence from the lattice that $U_A(1)$ remains broken Edwards *et al.*(2000), Gavai *et al.*, (2002).

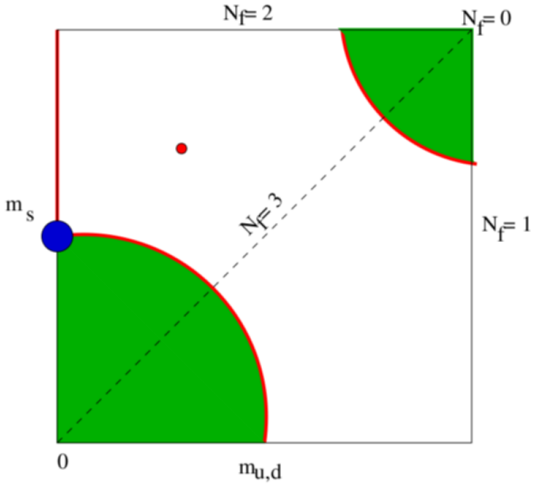


Figure: Project down to the $T = 0$ plane. No longer a phase diagram: each point labels the nature of the phase transition "above" it (not the phase at that point). Call it the flag diagram.

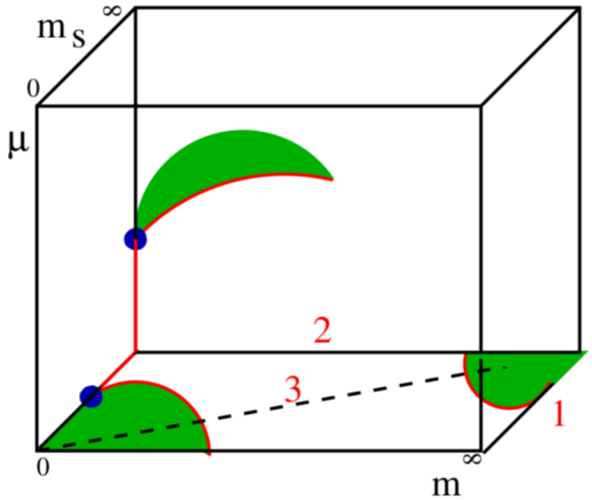


Figure: The plane $\mu = 0$ of this flag diagram is reasonably well explored. The plane of $m_s = \infty$ is reasonably well established.

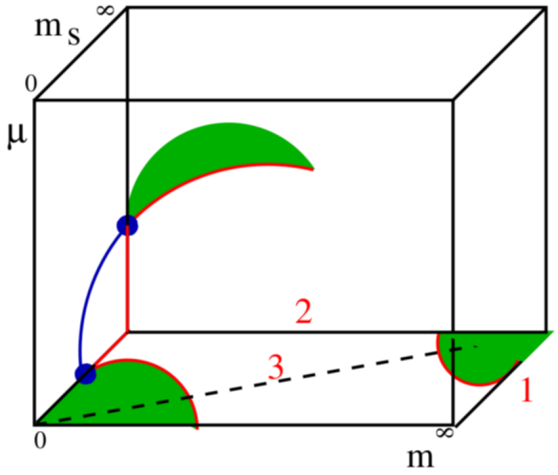
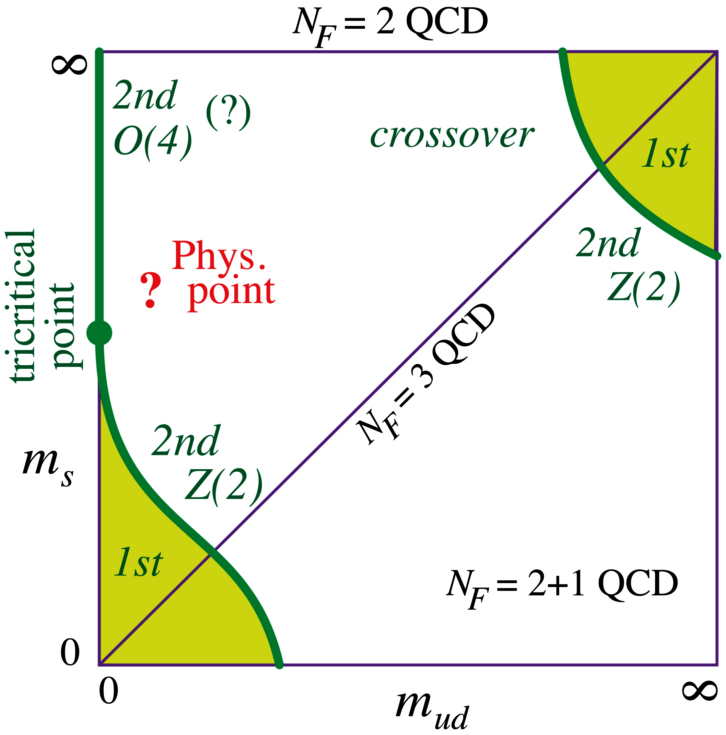
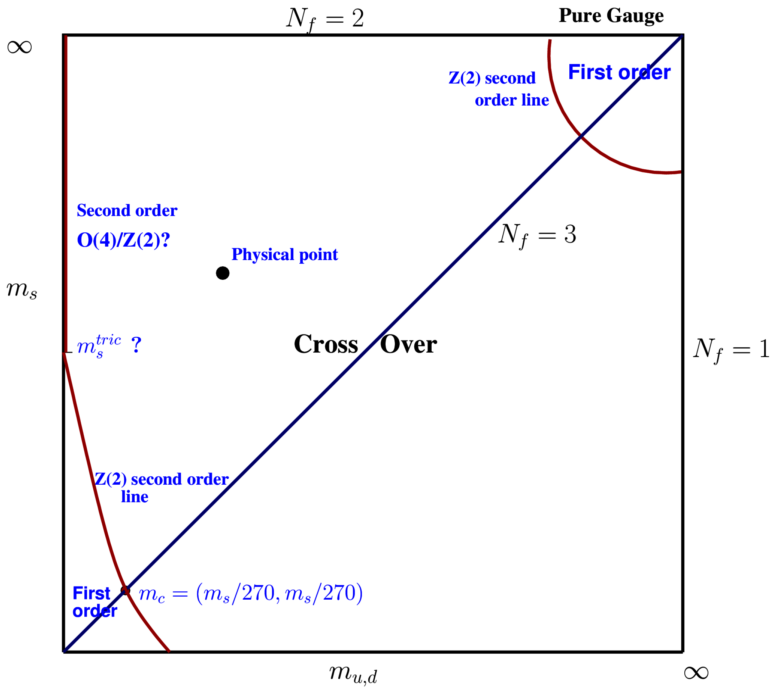


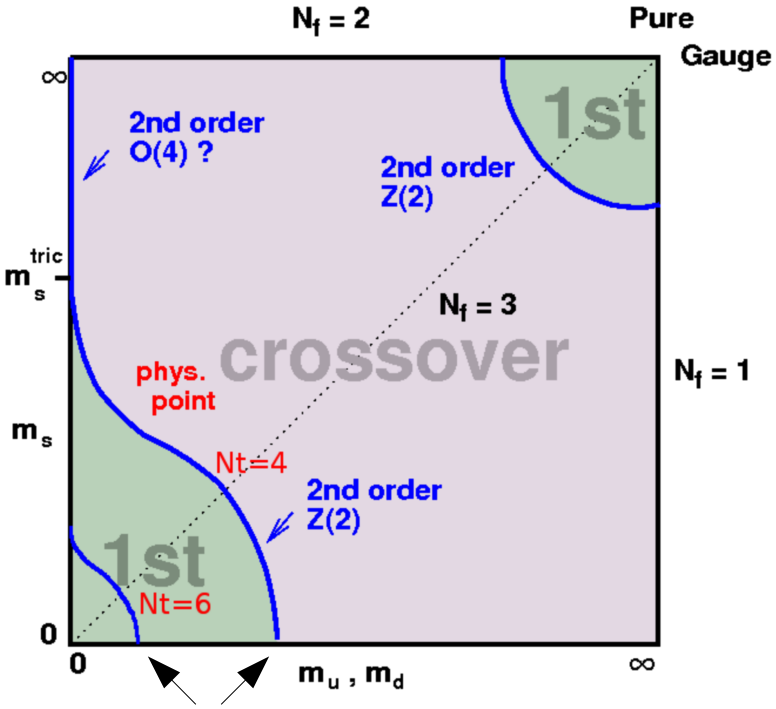
Figure: The two tricritical points are joined by a tri-critical line. This has to lie on the $m = 0$ plane, since there is no $O(4)$ transition unless $m = 0$.



K. Kanaya arXiv:1012.4235

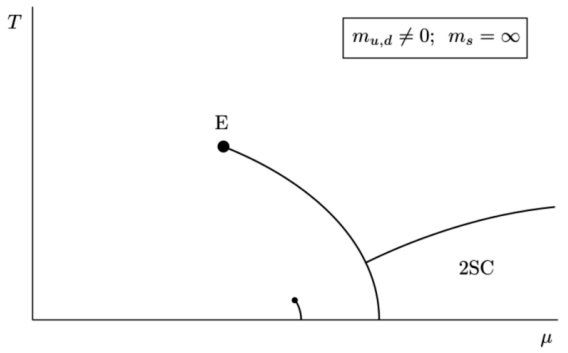


S. Sharma, arXiv:1403.2102



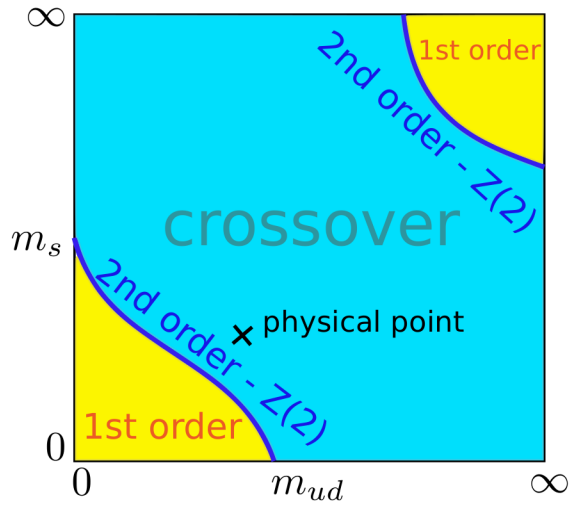
O. Philipsen, arXiv:1111.5370, 1207.5999

jedna **LUB** druga krzywa w zal. czy w obliczeniach przyjęto $N_t = 6$ czy $N_t = 4$



arXiv:1009.4089

Fig. 3.4 Conjectured phase diagram for $N_f = 2$ QCD with finite light quark masses. The physical case $N_f = 2+1$ is believed to qualitatively look the same, based on universality and continuity arguments as well as input from QCD-like models (Rajagopal and Wilczek, 2000).



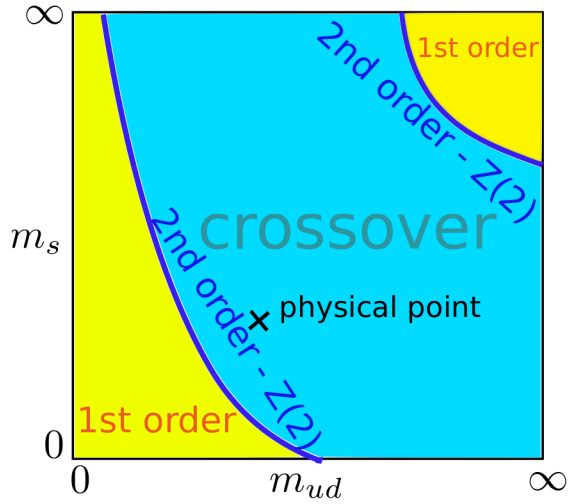
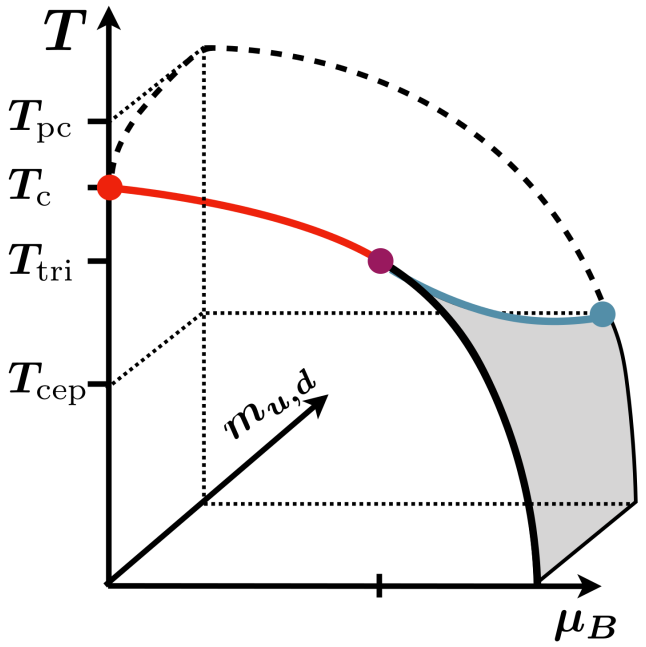


Figure 16: Schematic of two different, possible scenarios for the Columbia plot. It shows the dependence of the transition between hadronic matter and the quark gluon plasma on the quark masses.

J. N. Guenther *„Overview of the QCD phase diagram -Recent progress from the lattice"*

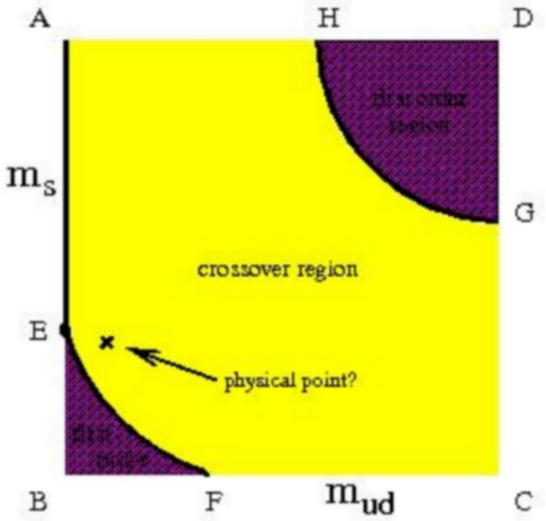
arXiv:2010.15503

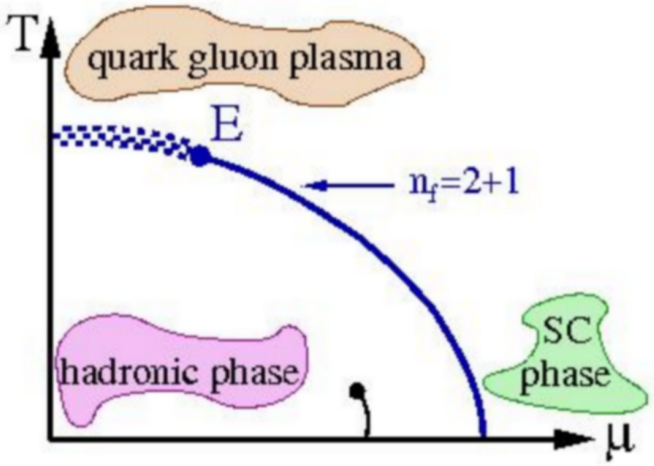
Zob. też F. Cuteri, O. Philipsen, A. Sciarra, arXiv:2107.12739



arXiv:2112.08164,
arXiv:2112.15398

Standard picture of the phase diagram and its uncertainties





- Chiral phase transition (PT)

$n_f = 2$ with $m_q = 0$ at $\mu = 0 \Rightarrow 2^{nd}$ order phase transition

$n_f = 3$ with $m_q = 0$ at $\mu = 0 \Rightarrow 1^{st}$ order phase transition

$n_f = 2 + 1$ with physical m_q at $\mu = 0 \Rightarrow$ cross-over
$n_f = 2 + 1$ with physical m_q at $T = 0 \Rightarrow 1^{st}$ order PT
$\Longrightarrow$ results in the standard picture of the QCD phase diagram

$n_f = 2 + 1$ with physical $m_q \Rightarrow$ critical point (E) at μ,T$\neq$0

Sayantan Sharma,
arXiv:1901.07190

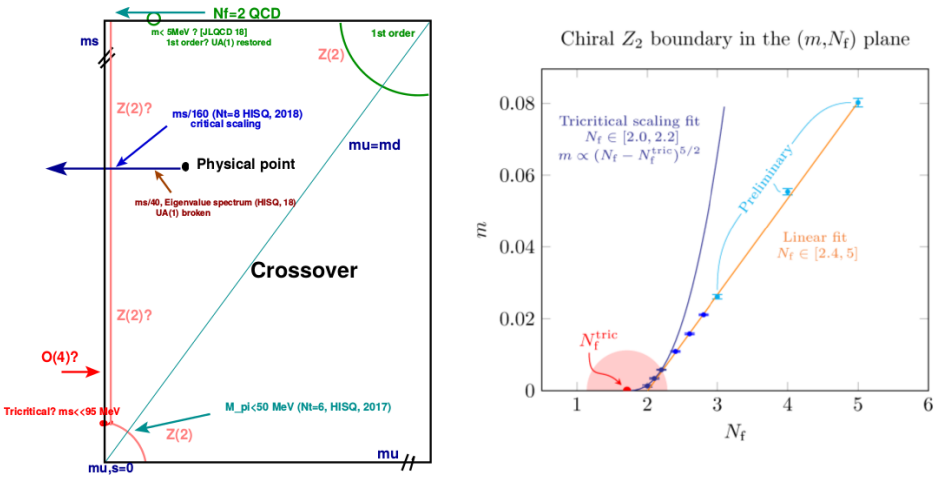


Figure 3: The current status of Columbia plot from lattice studies (left panel). Right panel shows the tricritical scaling fit of quark mass as a function of N_f from Ref. [62].

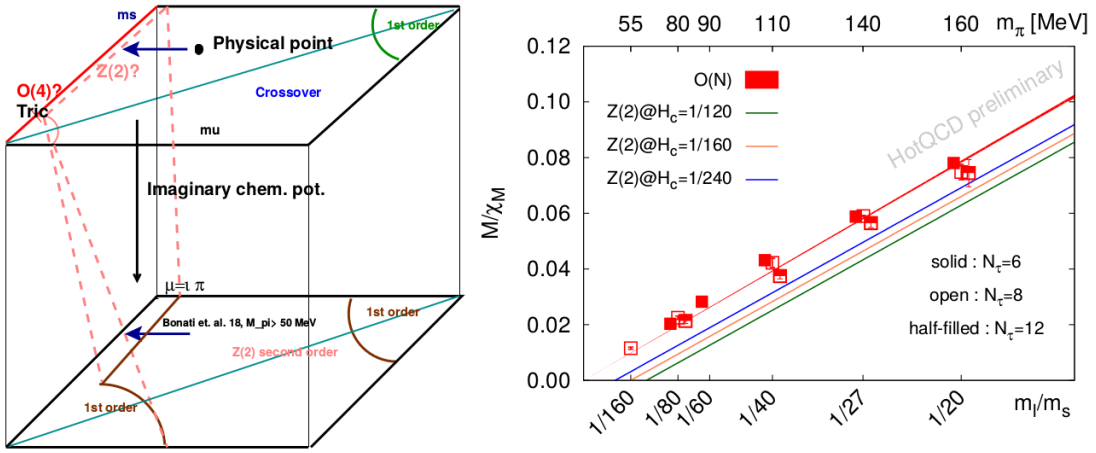
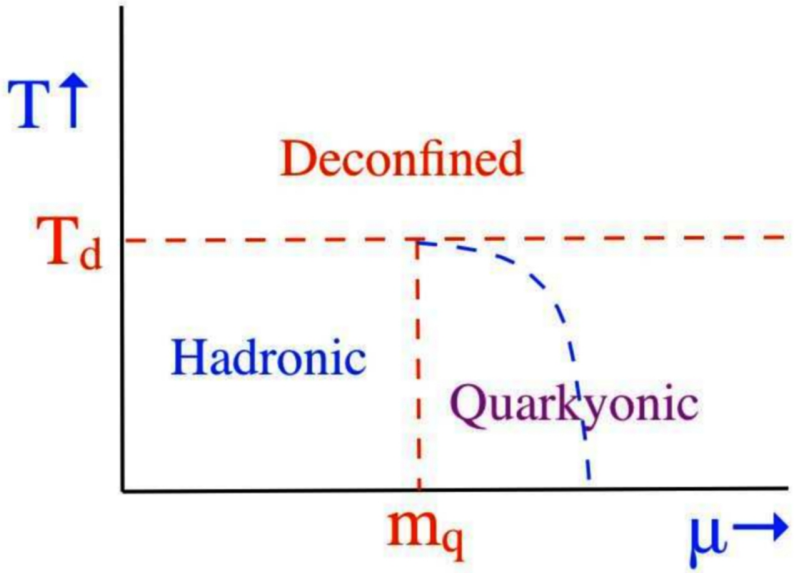
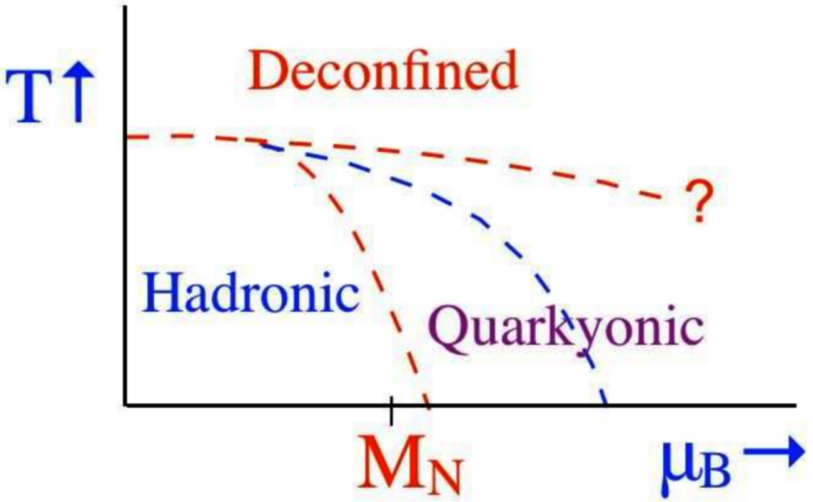


Figure 4: Current status of the Columbia plot with an additional imaginary μ_B axis added (left panel). Right panel shows the scaling of the chiral condensate at $\mu = 0$ as a function of light quark mass from Ref. [61].

QUARKYONIC PHASE = CHIRAL SYMMETRY + CONFINEMENT





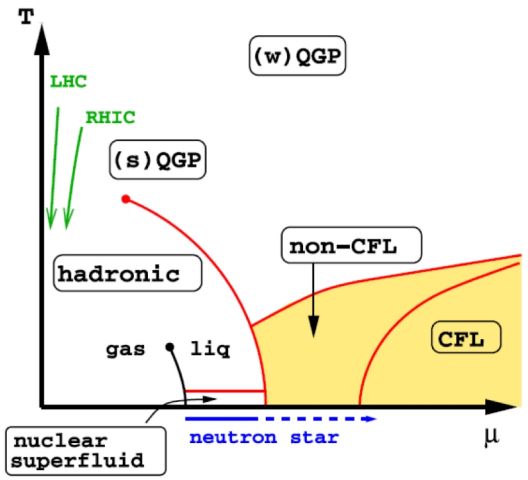
Phase diagram for $N_c \to \infty$ and finite N_f

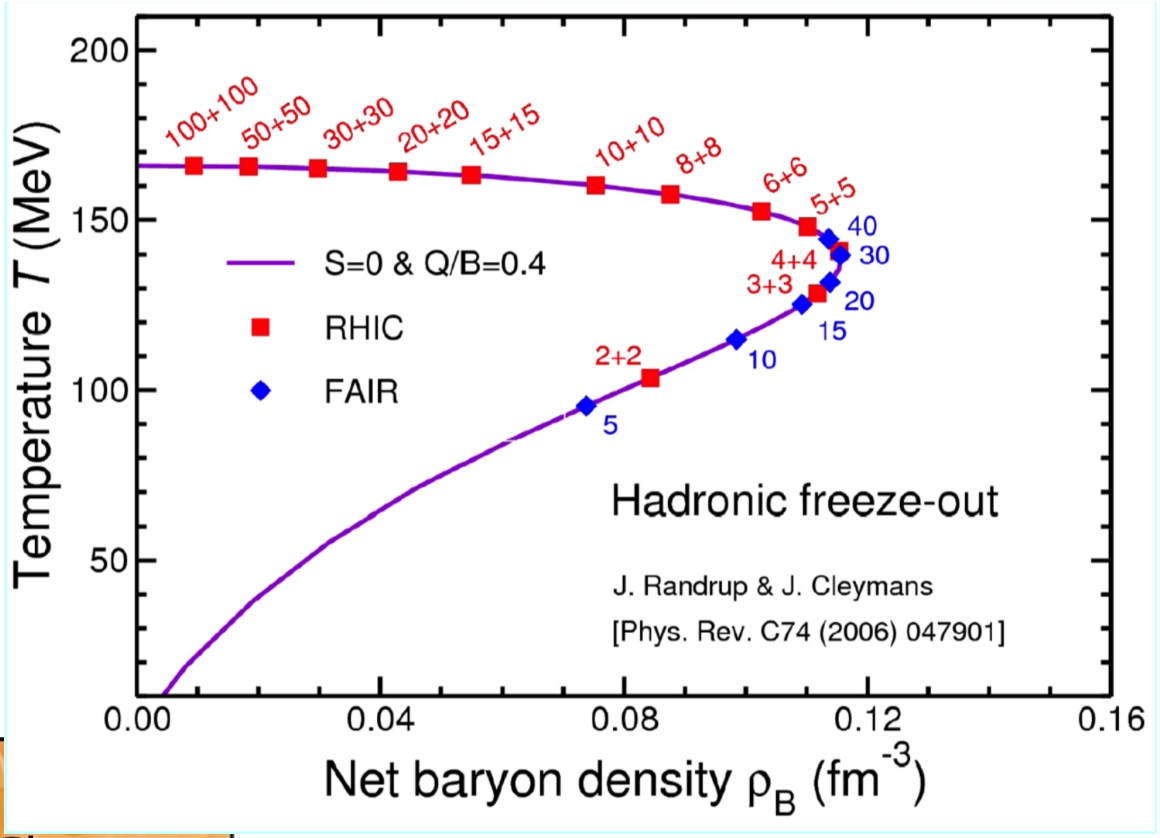
Phase diagram for $N_c \to \infty$ and small N_f/N_c

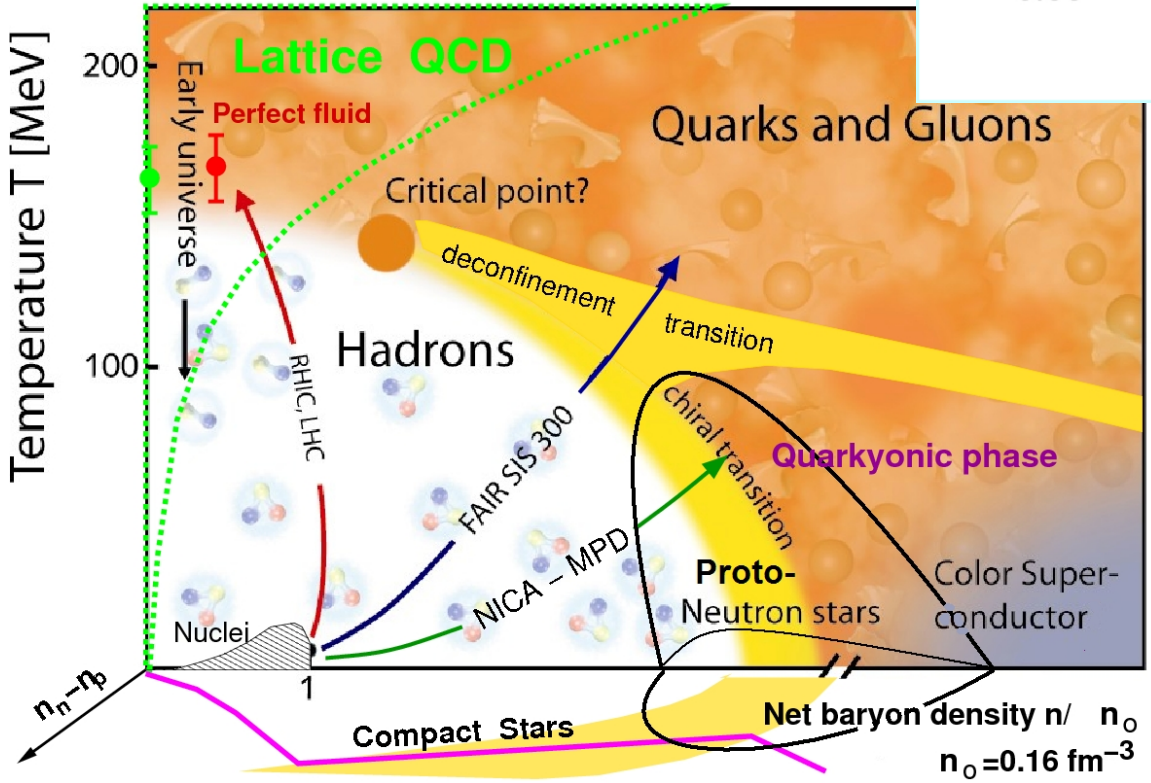
Hidaka, McLerran, Pisarski, Nucl. Phys. A 808 (2008) 117.
McLerran, Pisarski, Nucl. Phys. A 796 (2007) 83.
McLerran, Redlich, Sasaki, Nucl. Phys. A 824 (2009) 86; arXiv:0812.3585

N_c – number of colors
N_f – number of flavors

niebieskie linie (kreskowane) – zgodnie z oryginalną propozycją (2007) tu miało być odzyskanie symetrii chiralnej





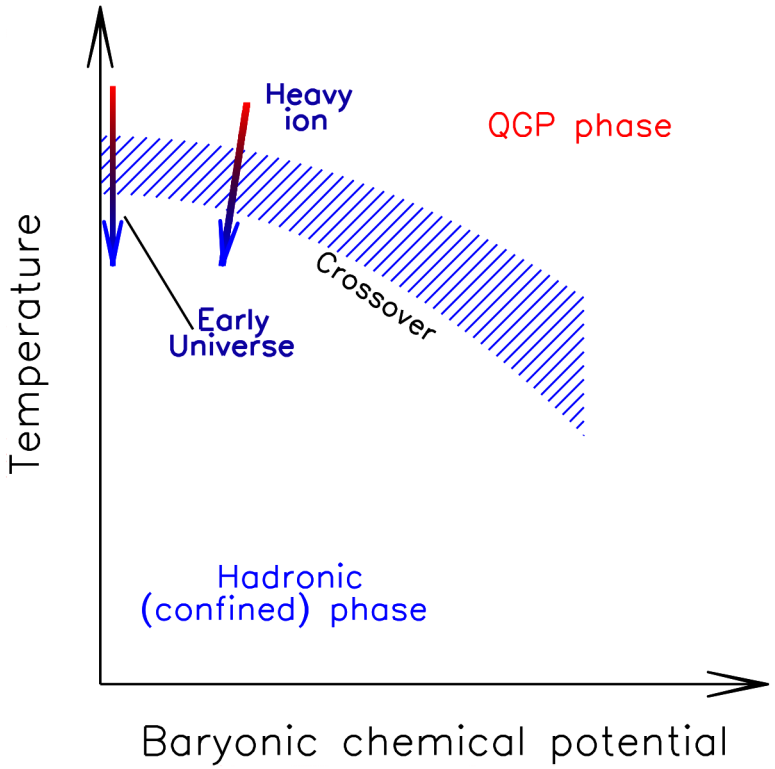


Zob. też C. Hohne, Journal of Physics: Conference Series 420 (2013) 012016

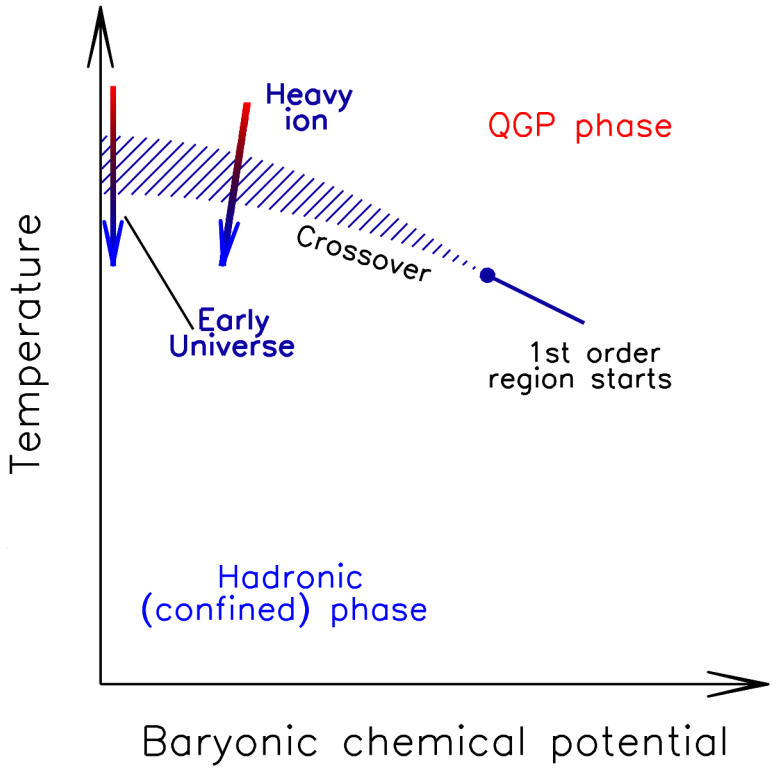
[doi:10.1088/1742-6596/420/1/012016]

Important Issue to Address

JHEP 1104 (2011) 001

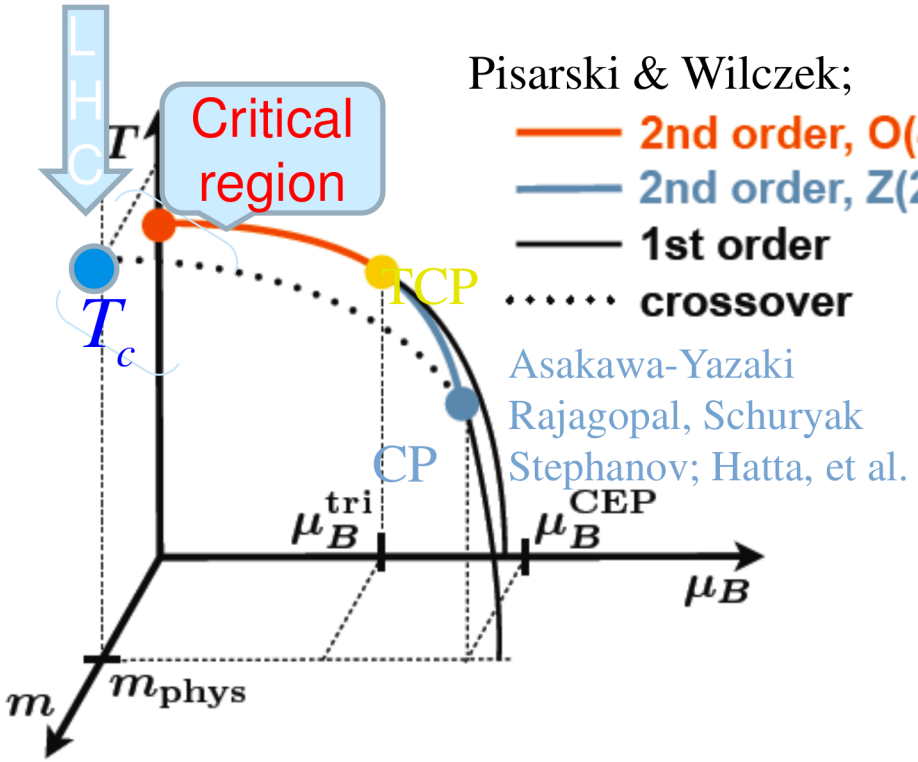


OR



Rys. B. Mohanty, CPOD 2013

Deconfinement and chiral symmetry restoration in QCD



- The QCD chiral transition is crossover Y.Aoki, et al Nature (2006) and appears in the O(4) critical region

O. Kaczmarek et.al. Phys.Rev. D83, 014504 (2011)

- Chiral transition temperature

$$T_c = 155(1)(8)\ \text{MeV}$$

T. Bhattacharya et.al.
Phys. Rev. Lett. 113, 082001 (2014)

- Deconfinement of quarks sets in at the chiral crossover

A.Bazavov, Phys.Rev. D85 (2012) 054503

- The shift of T_c with chemical potential

$$T_c(\mu_B) = T_c(0)[1 - 0.0066 \cdot (\mu_B / T_c)^2]$$

Ch. Schmidt Phys.Rev. D83 (2011) 014504

See also:
Y. Aoki, S. Borsanyi, S. Durr, Z. Fodor, S. D. Katz, *et al.* JHEP, 0906 (2009)

arXiv:1701.04707

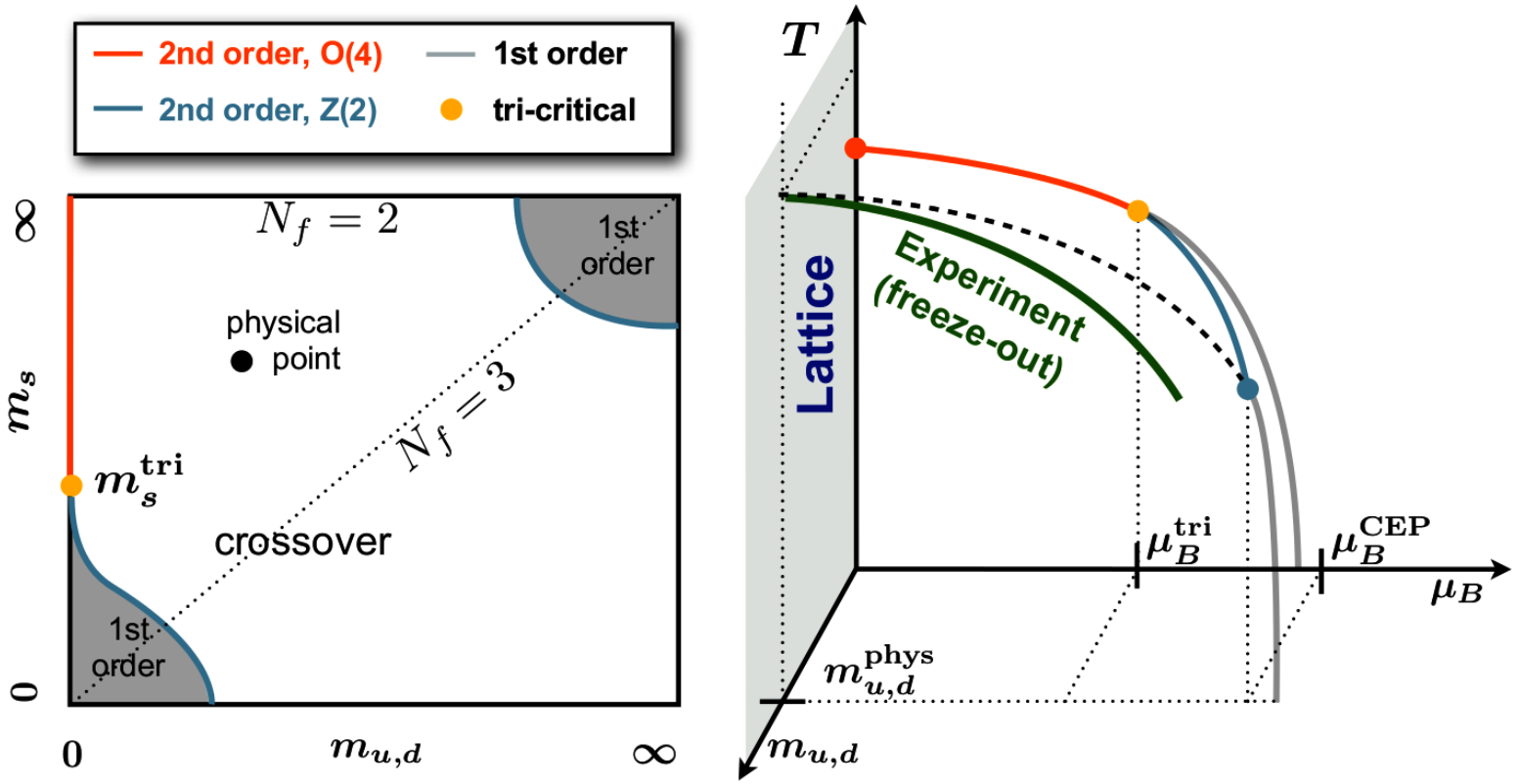


Figure 3. A sketch of the nature of the QCD transition as functions of the two degenerate light (up and down) quarks with masses, $m_{u,d} = m_l$, and a heavier strange quark with mass, m_s, at zero baryon chemical potential (left) and the the expected QCD phase diagram in the (T, μ_B)-plane for (2+1)-flavor QCD at fixed physical strange quark mass, in dependence of $m_{u,d}$ (right). Also shown on the right are the regions of the phase diagram that are accessible to direct lattice calculations and to the experiment.

arXiv:2002.11957

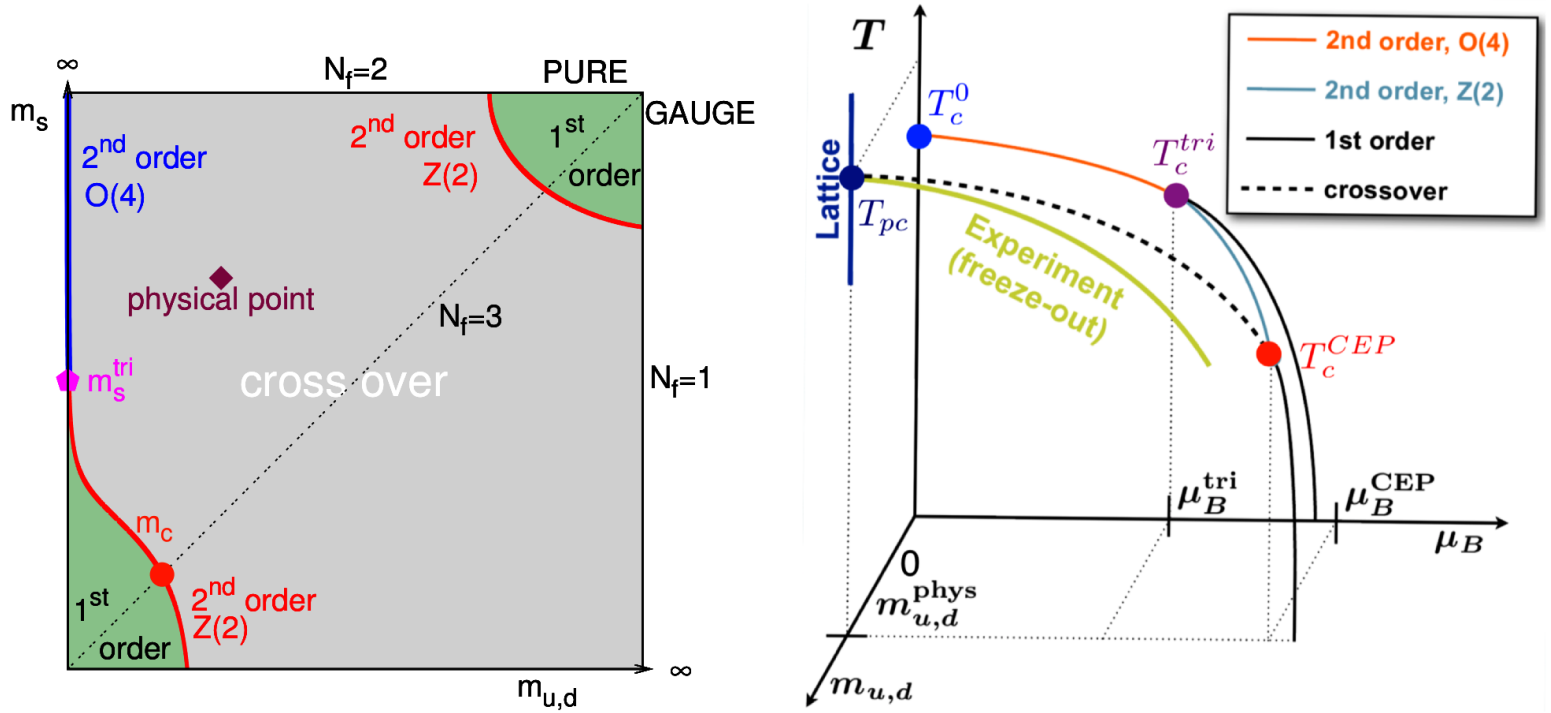


Fig. 1. Left: QCD phase structure in the quark mass plane [4]. Right: QCD phase structure in the 3-D plane of temperature (T), quark mass ($m_{u,d}$) and baryon chemical potential (μ_B).

$T_c^{CEP} < T_c^{tri} < T_c^0$

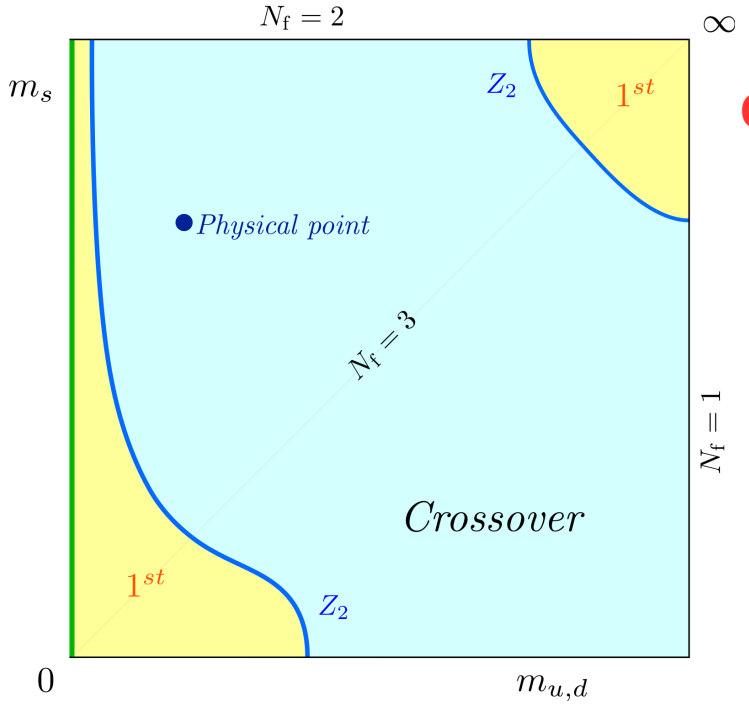
T_c^0 – chiral phase transition temperature

Najbardziej prawdopodobne położenie CP
(talk przeglądowy na **QM 2019**, arXiv:2002.11957) to
T^{CP} (tu ozn. T_c^{CEP}) **< 135 – 140 MeV**
oraz μ_B^{CP} > 300 MeV

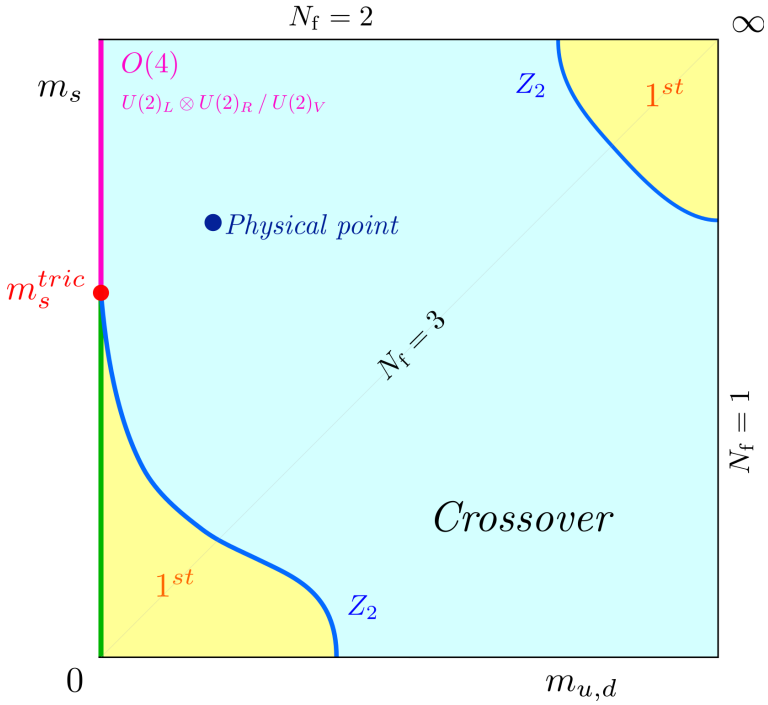
Pseudo-critical temperature
T_{pc} = 156.5 (1.5) MeV

Second order phase transition in the limit of vanishing up and down quark masses, $m_u = m_d = 0$
T_c^0 = 132 – 143 MeV

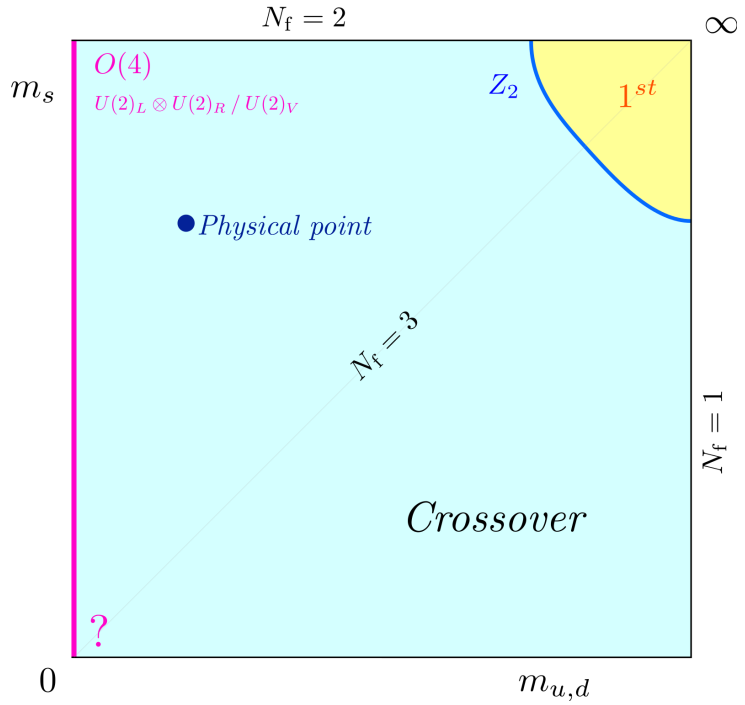
(kompilacja z pracy arXiv:2403.09390)



OLD



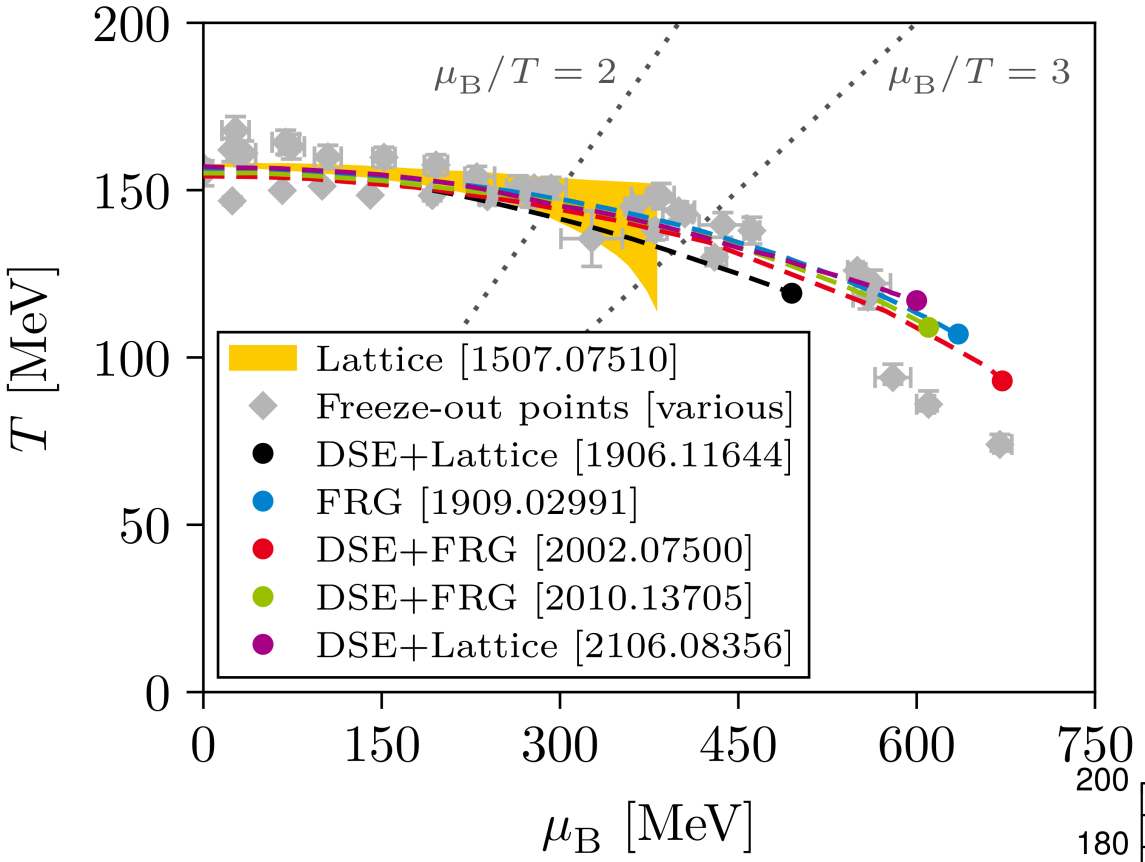
OLD



NEW

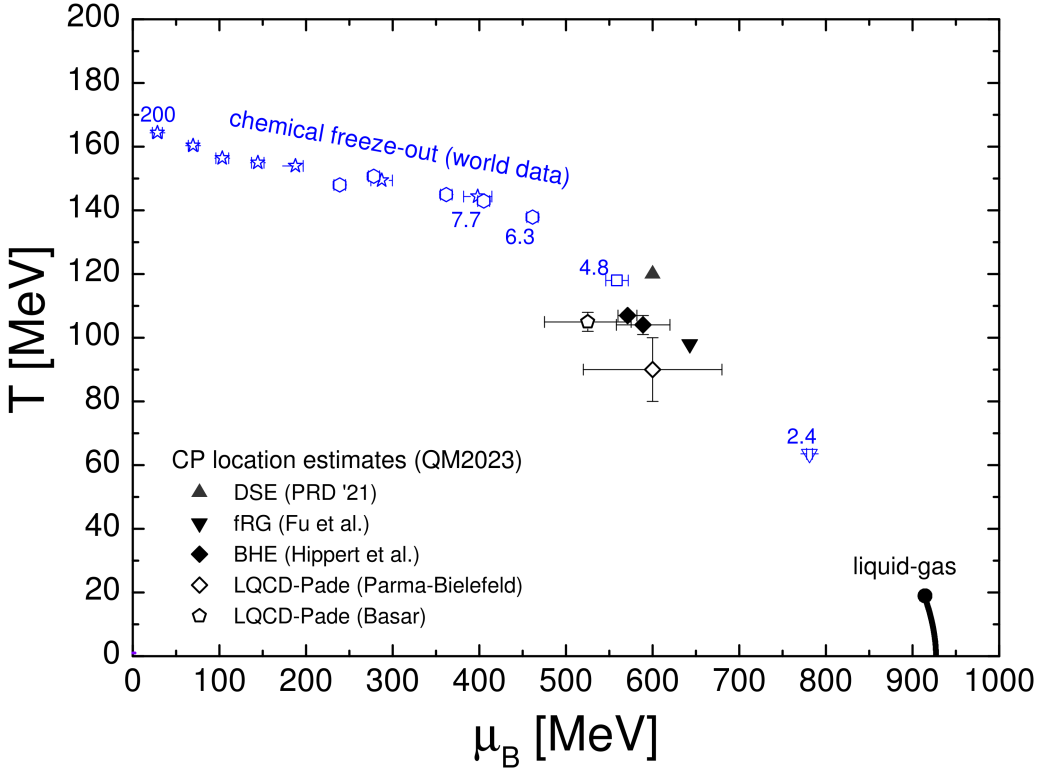
F. Cuteri, O. Philipsen, A. Sciarra
JHEP 11 (2021) 141 [arXiv:2107.12739]

Zob. też arXiv:2112.11107,
arXiv:2212.14461; arXiv:2212.14451



J. Bernhardt et al., Phys. Lett. B 841 (2023) 137908 [arXiv:2208.01981]

Various results for the analytic crossover and the CEP from state-of-the-art functional calculations in comparison to an extrapolation from lattice QCD and experimental freeze-out points



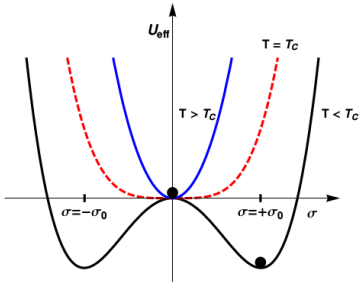
V. Vovchenko, arXiv: 2312.09528 (Quark Matter 2023)

The phase diagram of QCD showing recent CP location predictions (black symbols) and world data on chemical freeze-out points in heavy-ion collisions (blue symbols)

1.5 Chiral symmetry

In the limit of vanishing masses the left- and right-handed quarks become decoupled from each other and QCD becomes invariant under their interchange — left- and right-handed quark currents are separately conserved, each state of the theory should have a degenerate partner of the opposite parity. On the other hand, we know that hadrons have well defined parity, and no such parity partners are observed!

The paradox is resolved by the phenomenon of the **spontaneous breakdown of chiral symmetry**: the chiral symmetry of the interaction is broken by the true ground state of the theory, Nambu (1961) in the context of Nambu–Jona-Lasinio model.



Quark condensate, $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$, is the order parameter of the chiral phase transition, drops to zero above T_c.

The study of phase transitions in statistical mechanics often follows this standard route: identify an order parameter, discuss which symmetry is broken, and compute derivatives of the free energy (e.g. susceptibilities) to see whether and how they diverge in the infinite-volume limit. In QCD there are potentially various global symmetries to consider. For massless quarks it is chiral symmetry,

$$\psi \to e^{i\alpha\gamma_5}\psi, \qquad \bar{\psi} \to \bar{\psi}e^{i\alpha\gamma_5}, \tag{1}$$

with the chiral condensate $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$ as order parameter. However, this symmetry is explicitly broken by the mass term $m\bar{\psi}\psi$ in the QCD lagrangian.

arXiv:2111.10787

1.6 Hot and dense nuclear matter

Heavy-ion collisions are the only way to compress and heat up nuclear matter in laboratory conditions.

The particles inside such a system do not propagate completely freely: their Compton wavelength may be comparable with their mean free path. In this situation, we expect that some of the particle properties (e.g., hadron masses, widths or coupling constants) can be changed. These **in-medium modifications** can lead to the experimentally observed phenomena.

For example, the change of the ρ meson mass and/or width in dense matter can influence the measured dilepton spectrum. Nowadays, one attempts to connect in-medium modifications of hadron properties with the **partial restoration of chiral symmetry**.

Gell-Mann–Oakes-Renner relation,
$f_\pi^2 m_\pi^2 = m_q\langle\bar{\psi}\psi\rangle$.

1.2 Chiral symmetry

The quarks receive a mass through the Higgs mechanism. This is the so-called "current mass", which enters the QCD Lagrangian. This mass is small for the light quark flavors u, d (and s), see Table 1 (top). There is, however, a large discrepancy between the sum of bare (current) masses of the valence quarks inside a hadron and the mass of the hadron that they form (see Table. 1, bottom). Ordinary hadrons, like the proton or the neutron, receive most of their mass through the mechanism of spontaneous breaking of chiral symmetry (SBCS), which converts the light bare quarks into massive constituent quarks (see the lecture by R. Pisarski).

$m_u \approx 2.3\,\text{MeV} \quad m_d \approx 4.8\,\text{MeV} \quad m_s \approx 95\,\text{MeV}$

Particle	**Quark Content**	**Mass** (in MeV)
p	uud	938
n	udd	939
ρ^+	$u\bar{d}$	775
ω	$\frac{u\bar{u}+d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	782
ϕ	$s\bar{s}$	1020

Table 1 Current quark masses (top) and masses of baryons (bottom). One can see that the small quark masses do not add up to the masses of the baryons that they form.

Let us focus now on the mass term of the QCD Lagrangian:

$$\mathcal{L}_m = m_u\bar{u}u + m_d\bar{d}d + m_s\bar{s}s = \begin{pmatrix}\bar{u} & \bar{d} & \bar{s}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} m_u & & \\ & m_d & \\ & & m_s\end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ d \\ s\end{pmatrix} \tag{3}$$

Assuming the light quark masses to be equal ($m_n = m_d = m_s$), the QCD Lagrangian has the *flavor symmetry*, i.e. it is invariant under the transformation:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \\ s\end{pmatrix} \to U\begin{pmatrix} u \\ d \\ s\end{pmatrix}, \tag{4}$$

where U is an arbitrary unitary 3×3-matrix. The flavor transformation (4) mixes the light quark flavors and the entirety of such transformations forms the flavor group $SU(N_F = 3)$. If we neglect the small current masses ($m_n = m_d = m_s = 0$) the QCD Lagrangian is also invariant under the *chiral transformation*:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \\ s\end{pmatrix} \to U^{\gamma_5}\begin{pmatrix} u \\ d \\ s\end{pmatrix} \tag{5}$$

which differs from the flavor symmetry by the γ_5 in the exponent of the flavor matrix U. Expressing γ_5 in terms of the left and right projectors

$$P_{R/L} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \gamma_5\right), \tag{6}$$

we find

$$U^{\gamma_5} = P_R U + P_L U^{-1}. \tag{7}$$

The left and right handed quarks transform oppositely in flavour space under a chiral transformation, while left and right quarks transform in the same way under a flavour transformation.

Obviously chiral symmetry makes no sense for the heavy quark flavors (c,b,t). It is, however, a good approximation for the up and down quarks and a good starting point for the strange quark sector.

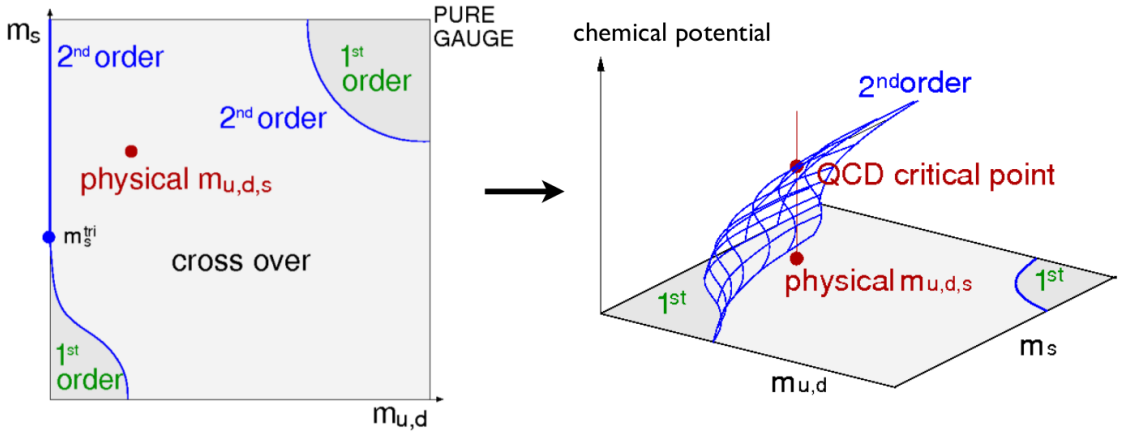
In QCD chiral symmetry is broken in three different ways:

- Explicit breaking by the current quark masses, see eq.(3).
- Spontaneous symmetry breaking (most important in the context of this lecture).
- Anomalous breaking due to quantum effects (see R. Pisarski's lecture).

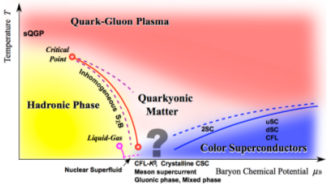
Reinhard, arXiv:1804.03875

QCD phase transitions

Christian S. Fischer,
slajdy z CPOD 2017



Is this happening ??



Search for the CEP

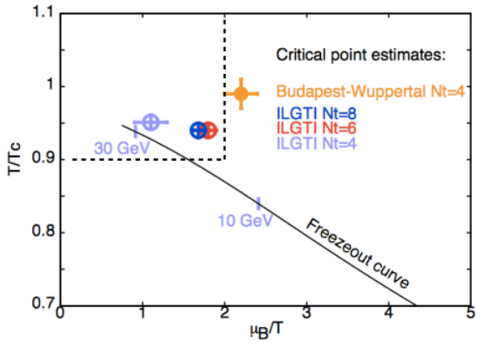
- Taylor expansion (N_f=2):

  Gavai, Gupta, PRD 71 (2005) 114014
  Datta, Gavai and Gupta, NPA 904-905 (2013) 883c
  Bazavov et al., PRD 95 (2017) 054504

  → C. Schmidt, plenary

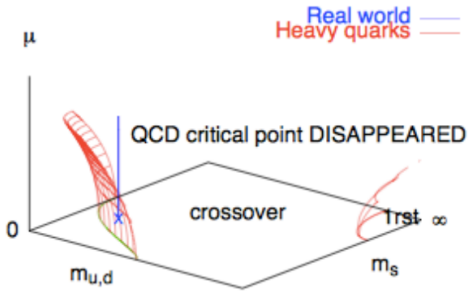
- Reweighting (N_f=2+1):

  Fodor, Katz, JHEP 0404 (2004) 050



- Analytic continuation (N_f=3):

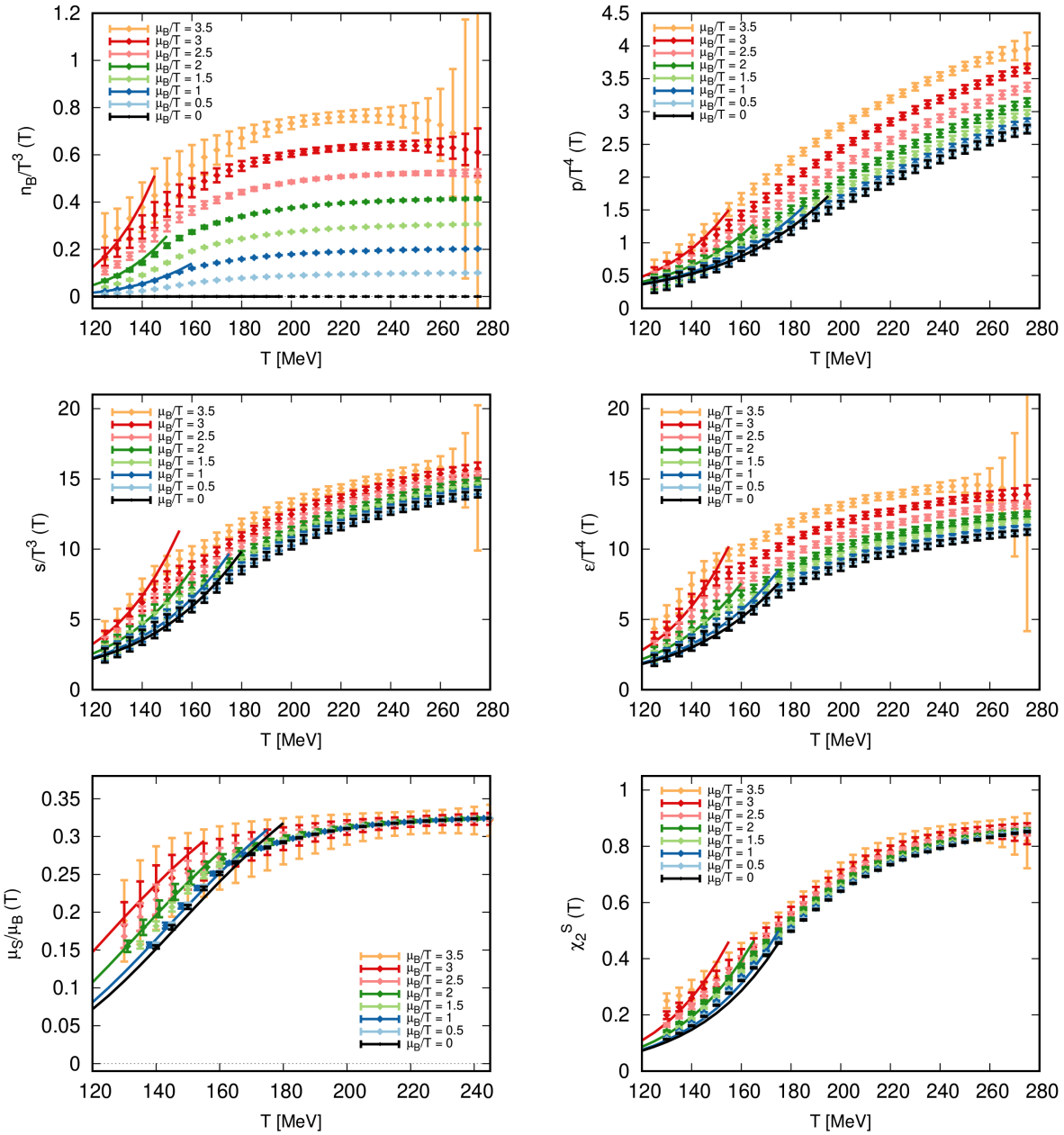
  de Forcrand, Philipsen, JHEP 0811 (2008) 012;
  NPB 642 (2002) 290



A. Bazavov et al., Phys.Rev. D95 (2017), 054504 [arXiv:1701.04325]:

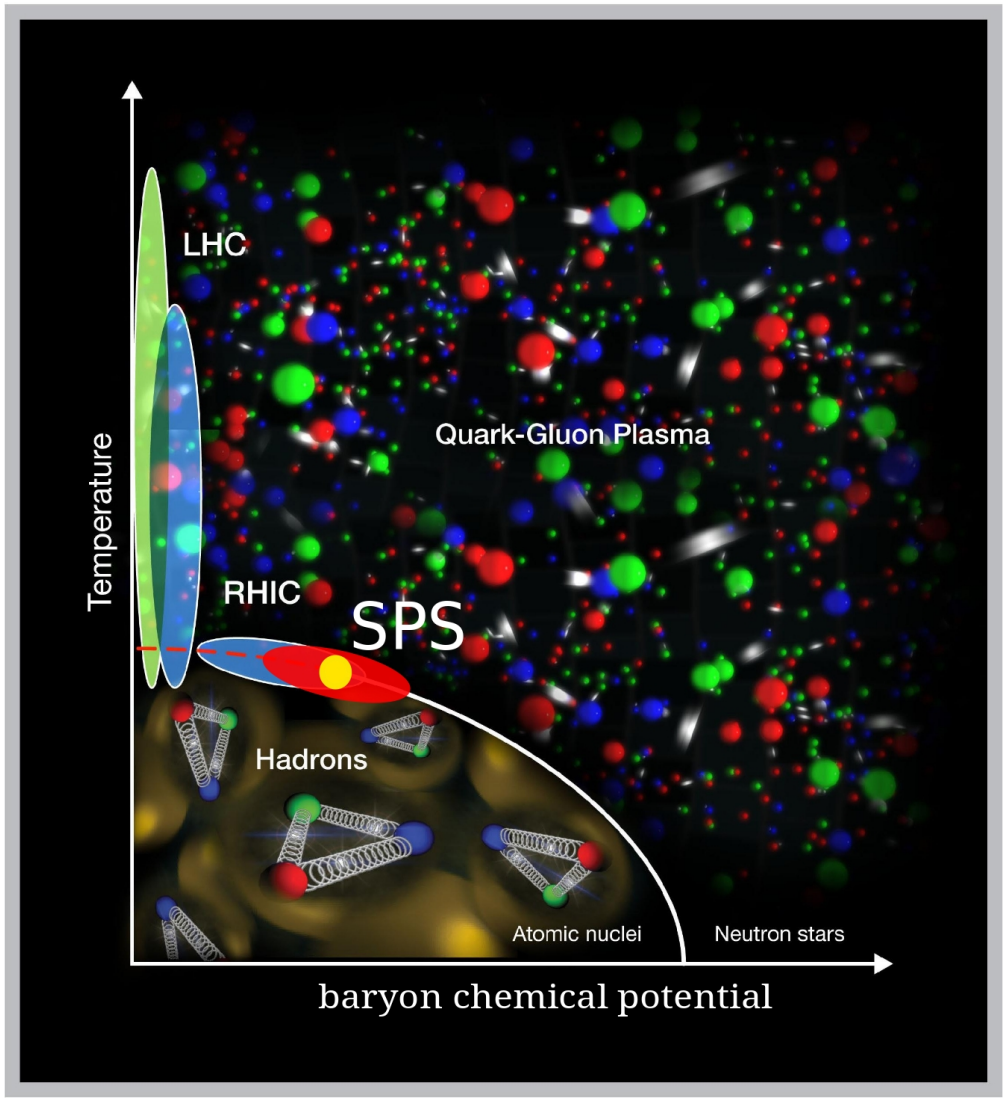
„We argue that results (...) disfavor the existence of a critical point in the QCD phase diagram for $\mu_B/T \leq 2$ and $T/T_c(\mu_B=0) > 0.9$"

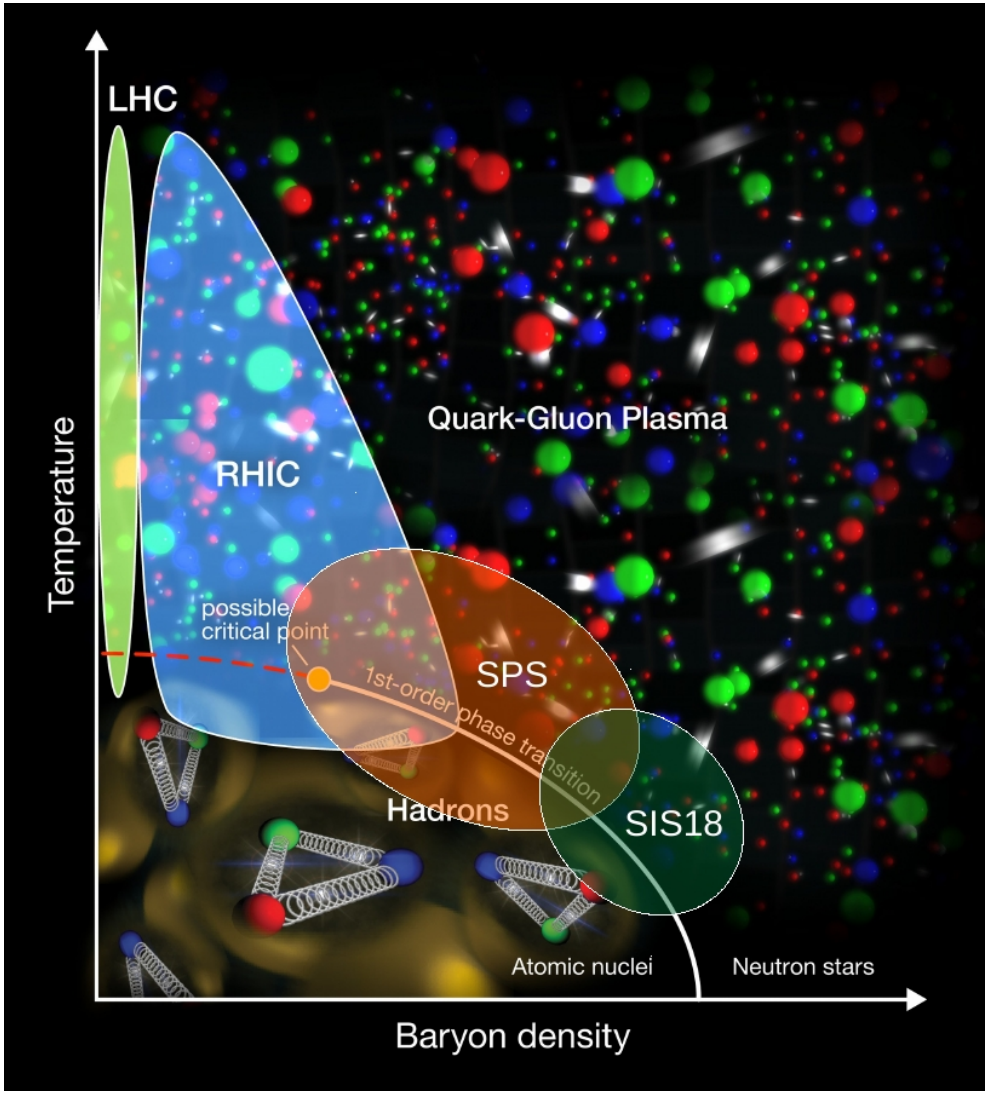
„... we concluded that at temperatures $T > 135$ MeV the presence of a critical point in the QCD phase diagram for $\mu_B \leq 2T$ is unlikely"



Borsanyi, Guenther, Kara, Fodor, Parotto, Pasztor, Ratti, Szabo, arXiv:2202.05574

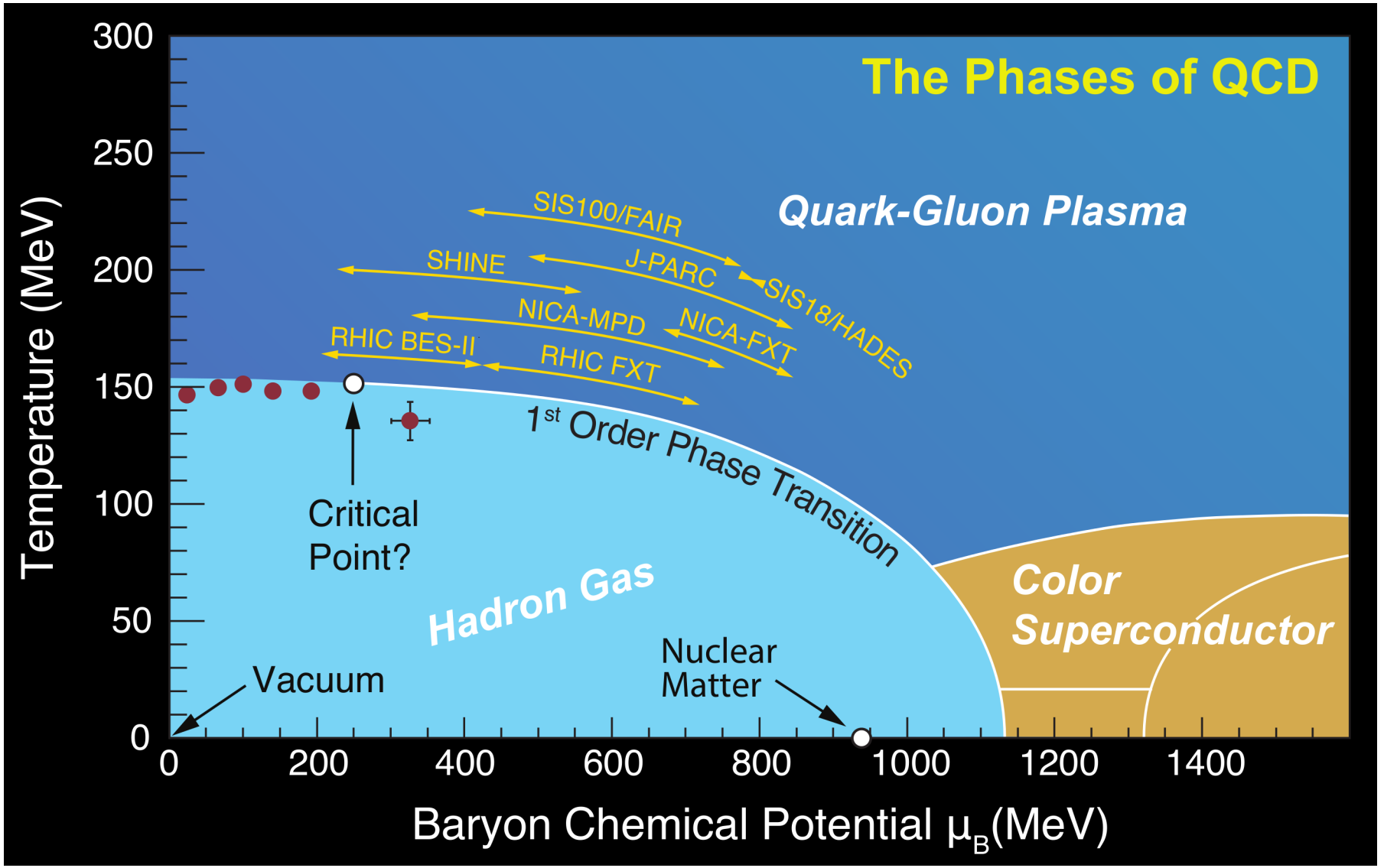
FIG. 8. The dimensionless baryon density (top left panel), pressure (top right panel), entropy (middle left panel), energy density (middle right panel), strangeness chemical potential-to-baryochemical potential ratio (bottom left panel) and strangeness susceptibility (bottom right panel) as functions of temperature at different values of the real chemical potential. The solid lines always show the predictions of the hadron resonance gas model for the corresponding temperature.



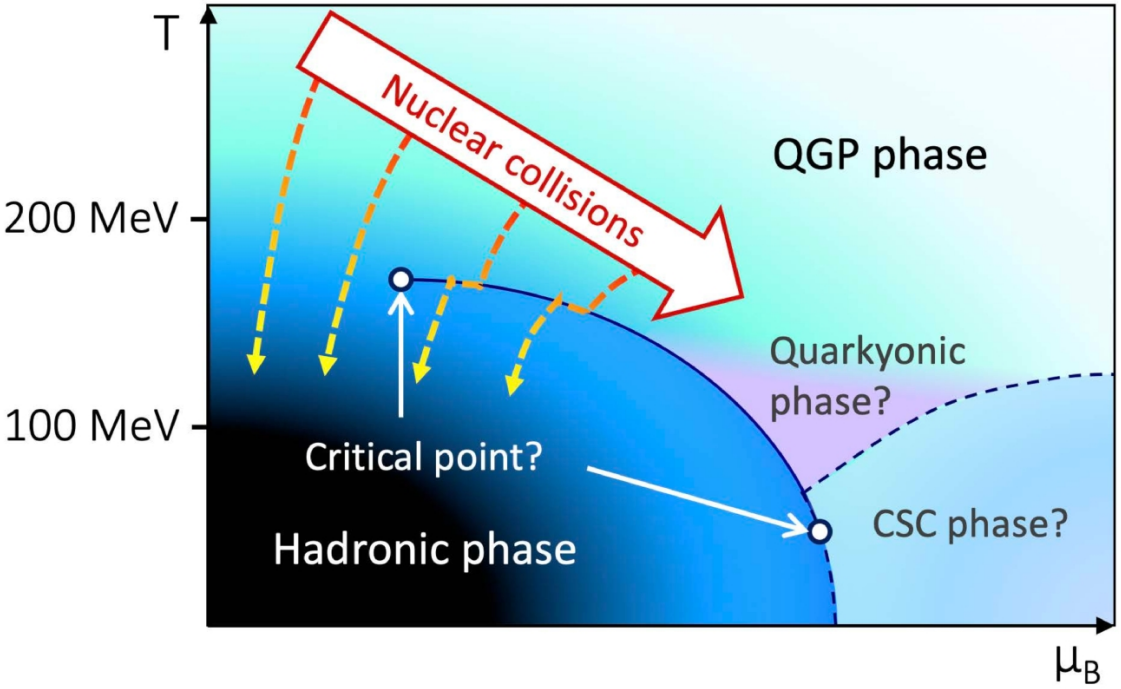


Rys. z arXiv:1506.04794
(zob. też podobny rys. w B. Jacak, B. Muller, Science 337 (2012), 310–314)

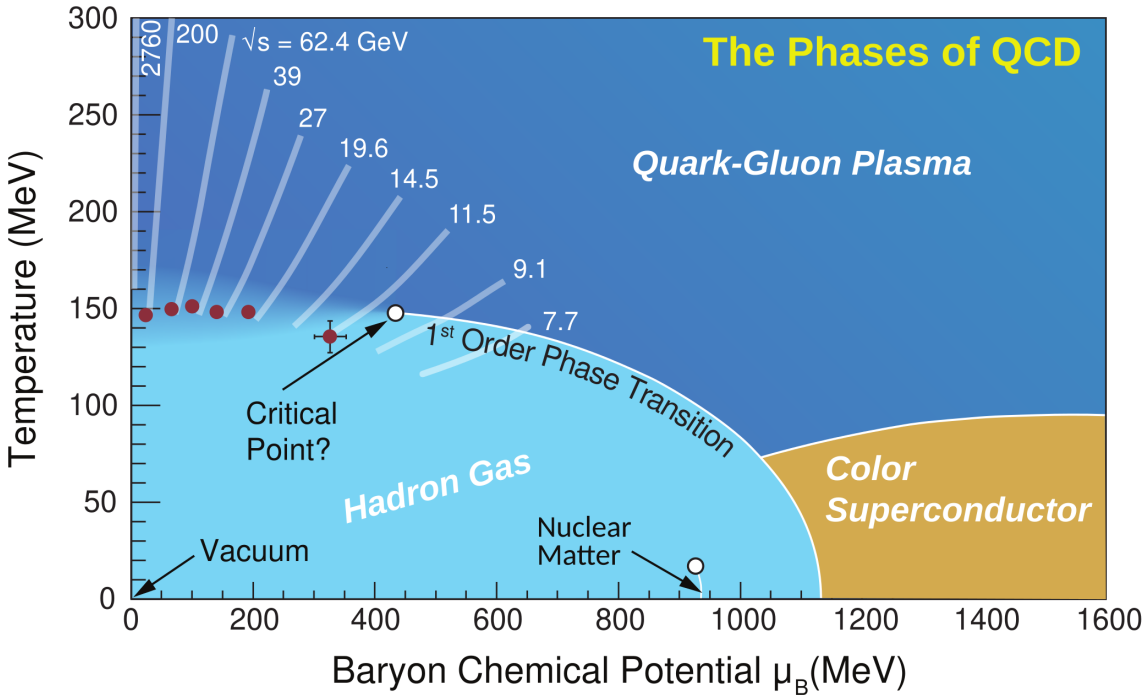
Rys. z Quark Matter 2017 (FB)



Helen Caines, Quark Matter 2017



A. Monnai, B. Schenke, C. Shen, Int. J. Mod. Phys. A 36 (2021) 07, 2130007 [arXiv:2101.11591]



M. Stephanov, arXiv:2403.03255; zob. też L. Du, A. Sorensen, and M. Stephanov, arXiv:2402.10183