Katarzyna Grebieszkow
Wydział Fizyki Politechniki Warszawskiej
Zakład Fizyki Jądrowej
Pracownia Reakcji Ciężkich Jonów

”Fizyka zderzeń ciężkich jonów”

semestr letni 2024/2025

Wykład 2

1. Oddziaływania (wymiana wirtualnego nośnika), prawa zachowania, diagramy Feynmana.
2. Głęboko nieelastyczne rozpraszanie e+N oraz ν+N, produkcja jetów hadronowych, funkcje struktury.

Dygresje:

próżnia pełna jest obiektów wirtualnych !

1. Próżnia

a) próżnia klasyczna to całkowity brak materii

b) mechanika kwantowa pozwala na pozorne złamanie zasady zachowania energii (zgodnie z $\Delta E \Delta t \cong \hbar$, $\Delta E \Delta t \leq \hbar$, $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$). Z nicości może wyłonić się wirtualna cząstka, jeżeli po chwili ponownie zniknie. Proces ten nazywany jest **fluktuacją kwantową** i zachodzi tak szybko, że nie jest dla nas zauważalny. Zgodnie z mechaniką kwantową najdoskonalsza próżnia klasyczna wypełniona jest oceanem wirtualnych cząstek, które stale pojawiają się i znikają.

c) w szczególności mogą tworzyć się **wirtualne pary cząstka – antycząstka**

2. Cząstki:

a) **rzeczywiste** – mogą się swobodnie propagować nawet na makroskopowych odległościach

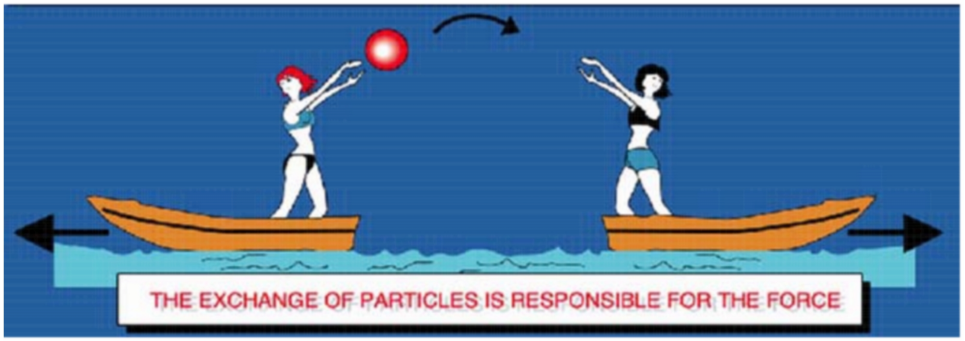
b) **wirtualne** – istnieją tylko w krótkich chwilach danych przez zasadę nieoznaczoności; są to cząstki dla których $E^2 \neq p^2 + m^2$ (c=1) czyli cząstki „poza powłoką masy” (np. elektrony mogą mieć zerową, ujemną lub bardzo dużą energię)

c) cząstka rzeczywista zawsze otoczona jest przez chmurę obiektów wirtualnych (nie da się jej izolować)

Obraz oddziaływań na odległość:

W fizyce klasycznej – oddziaływania między ładunkami opisywane za pomocą potencjałów i pól wytwarzanych przez jedną cząstkę i działających na drugą

W mechanice kwantowej – oddziaływania między obiektami przenosi kwant pola (oddziaływania przez wymianę) np. łyżwiarze rzucający do siebie piłkę oddalają się od siebie



Ani kwanty ani pole nie jest bezpośrednio obserwowane → wielkością mierzalną jest jedynie siła działająca na ładunki!

1. Przekaz pędu między ładunkami jest wynikiem wymiany cząstki
2. Tempo przekazu pędu określa siłę działającą na ładunki

Kwanty niosą pęd i energię (ΔE)

prawa zachowania wymagają żeby proces zachodził w czasie krótszym niż Δt

$\mathbf{\Delta E \Delta t} \cong \hbar$

o takich “ulotnych” kwantach mówimy **wirtualne**

Kwanty wirtualne mogą pokonać drogę $\mathbf{\Delta r \approx c\, \Delta t}$

przekaz pędu oznaczmy q $\qquad q\,r \cong \hbar$ (j.w.)

Siła między dwoma ładunkami:

$F = dq/dt \cong -\hbar/r^2\, dr/dt = -\hbar c/r^2$

$F \sim 1/r^2$ (prawo Coulomba, oddziaływania grawitacyjne)

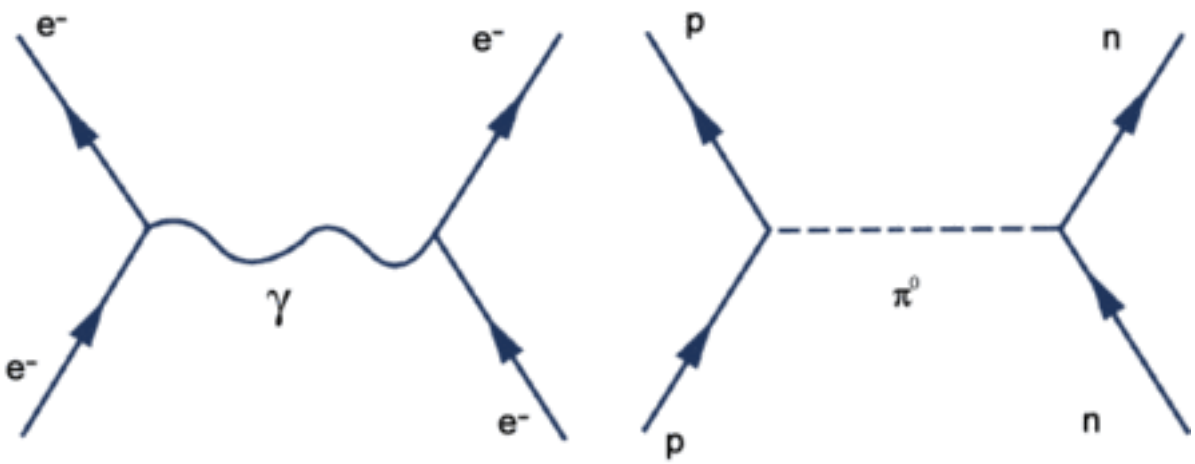
Kwantowy obraz oddziaływań EM to ciągła wymiana (emisja i absorpcja) fotonów wirtualnych przez ładunki

Pomysł jest trochę stary...

Teoria Yukawy (1935) – wyjaśnienie krótkozasięgowego charakteru oddziaływań między nukleonami w jądrze $\rightarrow$ kwantowa wymiana cząstek obdarzonych masą

przewidywania – cząstka o spinie 0 i masie około 100 MeV

późniejsze odkrycie pionów (m = 140 MeV)

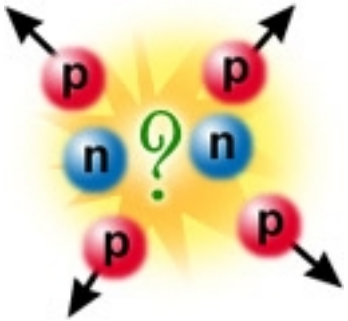


γ ,π – cząstki wirtualne (wymieniane cząstki)

tzw. diagram Feynmana

Obecnie jednak wiemy, że to nie piony a jedynie gluony i fotony odpowiadają za charakter oddziaływań między nukleonami w jądrze

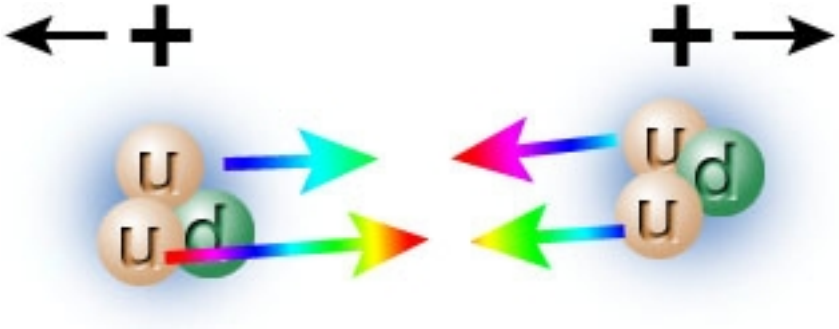
dlaczego jądro atomowe się nie rozpada? →



Rys. PA

oddziaływania silne są znacznie silniejsze
od elektromagnetycznych

protony w jądrze utrzymują
resztkowe oddziaływania silne
(***residual strong interactions***)



Rys. PA

całkowita energia: $E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4$

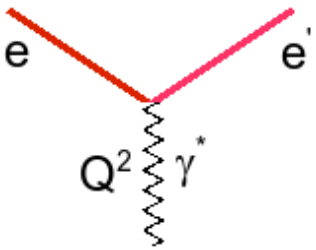
gdy $c \equiv 1$

$E^2 = \vec{p}^2 + m^2$

wielkości p_x, p_y, p_z, E to współrzędne czterowektora energii-pędu

$p^2 = \vec{p}^2 - E^2 = -m^2$ jest niezmmiennikiem relatywistycznym (Lorentza)

taka sama wartość w układzie LAB i CMS



wprowadzamy przekaz czteropędu w reakcji (q):

$q = p - p'$

p oraz p' oznaczają czteropędy w stanie początkowym i końcowym

$q^2 > 0$ jest przestrzennopodobny np. w rozpraszaniu

$q^2 < 0$ jest czasowopodobny np. kwadrat masy dla cząstki swobodnej

UWAGA! znak q^2 to jedynie kwestia konwencji! Może być odwrotnie!

czasami wprowadza się $Q^2 = -q^2$

duże Q^2 - małe odległości

małe Q^2 - duże odległości

Transformacja Lorentza (przypomnienie)

E, p_x, p_y, p_z to wartości zmierzone w układzie laboratoryjnym (LAB)

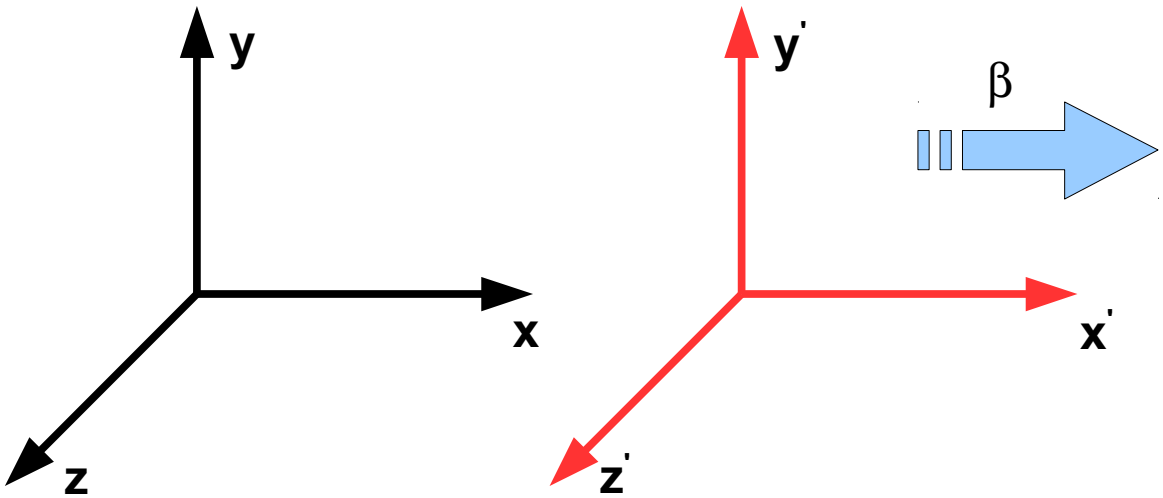
A w innym układzie, poruszającym się z prędkością **βc** wzdłuż osi 'x':

$$p_x' = \gamma(p_x - \beta E)$$
$$p_y' = p_y$$
$$p_z' = p_z$$
$$E' = \gamma(E - \beta p_x)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

wszystko co jest na osi y i z
(w tym przykładzie!)
jest niezmiennikiem transformacji Lorentza



Oddziaływania fundamentalne (Mc^2 = 1 GeV)

	grawitacyjne	*elektromagnetyczne*	*słabe*	*silne*
		elektrosłabe		
kwant pola	grawiton	foton	$W^{+/-}$, Z	gluon
J^P (spin parzystość)	2^+	1^-	1^- 1^+	1^-
masa [GeV]	0	0	80.4, 91.2	0
zasięg	∞	∞	10^{-18} m	$\leq 10^{-15}$ m *)
źródło	masa	ładunek elektryczny (e) $\alpha = e^2 / 4\pi$ $(\varepsilon_0 = \mu_0 = \hbar = c = 1)$	"ładunek słaby" (g)	"ładunek kolorowy" (g_s) $\alpha_s = g_s^2 / 4\pi$ $(\varepsilon_0 = \mu_0 = \hbar = c = 1)$
stała sprzężenia	$G_N M^2 / 4\pi\hbar c$ $= 5 \cdot 10^{-40}$	$\alpha = e^2 / 4\pi\varepsilon_0 \hbar c$ $= 1/137$	$G(Mc^2)^2 / (\hbar c)^3$ $= 1.17 \cdot 10^{-5}$	$\alpha_s \leq 1$
typowy przekrój czynny [m^2]		10^{-33}	10^{-39}	10^{-30}
typ. czas życia [s]		10^{-20}	10^{-10} **)	10^{-23}
działa na	wszystko	kwarki, naładowane leptony, bozony W	kwarki i leptony	kwarki i gluony

G lub G_F – stała sprzężenia Fermiego

QED (*quantum electrodynamics*) – elektrodynamika kwantowa
QCD (*quantum chromodynamics*) – chromodynamika kwantowa (opis. odział. silne)

*) oddziaływania silne między dwoma kwarkami można przedstawić jako naciągniętą strunę z kolorem; dla odległości powyżej ~1 fm (10^{-15} m) struna pęka tworząc dodatkową parę kwarków (wykład 7)
**) wyjątki to np. rozpad swobodnego neutronu (878 s) czy rozpady rezonansów W i Z (rzędu $10^{-24/25}$ s)

Oddziaływania – wymiana odpowiednich bozonów pośredniczących

Oddziaływania silne – odpowiadają za wiązanie kwarków w nukleonie (neutronie i protonie) oraz neutronów i protonów w jądrach

Oddziaływania elektromagnetyczne – odpowiadają za prawie wszystkie zjawiska w skalach powyżej jądrowej (atomy, cząsteczki, siły międzycząsteczkowe)

Oddziaływania słabe – np. procesy rozpadów jądrowych (rozpad β)

dążymy do UNIFIKACJI wszystkich oddziaływań
w chwili obecnej elektromagnetyczne + słabe = elektrosłabe
przy bardzo dużych energiach będą one równie silne!
przy niskich energiach ich siła znacznie się różni

Względna siła czterech oddziaływań (rzędy wielkości sił działających między dwoma protonami w bezpośrednim kontakcie):

silne:	1	(silne są 100 razy silniejsze od EM!)
elektromagnetyczne:	10^{-2}	
słabe:	10^{-7}	
grawitacyjne:	10^{-39}	

grawitacja jest b. słaba – podnosząc przedmiot z ziemi pokonujemy siłę grawitacji całej naszej planety !

D. H. Perkins

Oddziaływania silne – ciągła wymiana gluonów; gluonów jest 8 (oktet gluonów) z SU(3): 3 x 3 kombinacje kolorowe → oktet i singlet

$3 \otimes 3 = 8 \oplus 1$ → z SU(3): 3 x 3 kombinacje kolorowe → oktet i singlet

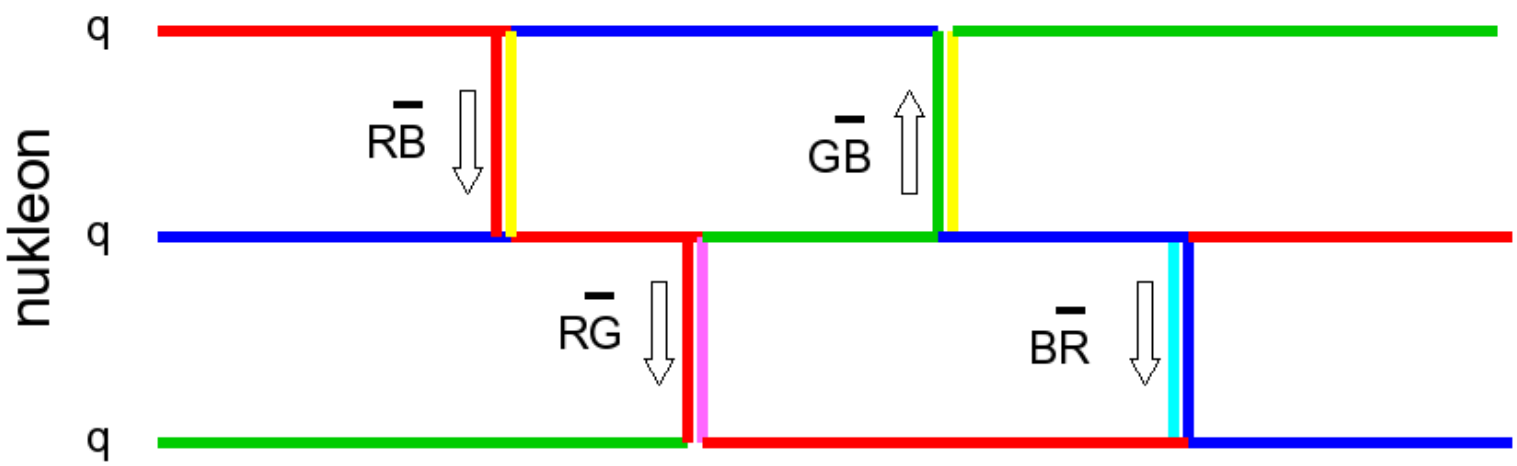
oktet gluonów $\bar{B}R$, $\bar{B}G$, $\bar{R}B$, $\bar{R}G$, $\bar{G}B$, $\bar{G}R$,
oraz $(1/\sqrt{2})(R\bar{R} - G\bar{G})$, $(1/\sqrt{6})(R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B})$

singlet $(1/\sqrt{3})(R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B})$ nie niesie żadnego koloru

Uwaga: powyższa lista to uproszczony obrazek, wygodny np. do śledzenia przypływu koloru w diagramach Feynmana. Fizyczne gluony są superpozycjami stanów jak w przykładzie(!) po prawej

$$(r\bar{b} + b\bar{r})/\sqrt{2} \qquad -i(r\bar{b} - b\bar{r})/\sqrt{2}$$
$$(r\bar{g} + g\bar{r})/\sqrt{2} \qquad -i(r\bar{g} - g\bar{r})/\sqrt{2}$$
$$(b\bar{g} + g\bar{b})/\sqrt{2} \qquad -i(b\bar{g} - g\bar{b})/\sqrt{2}$$
$$(r\bar{r} - b\bar{b})/\sqrt{2} \qquad (r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})/\sqrt{6}$$

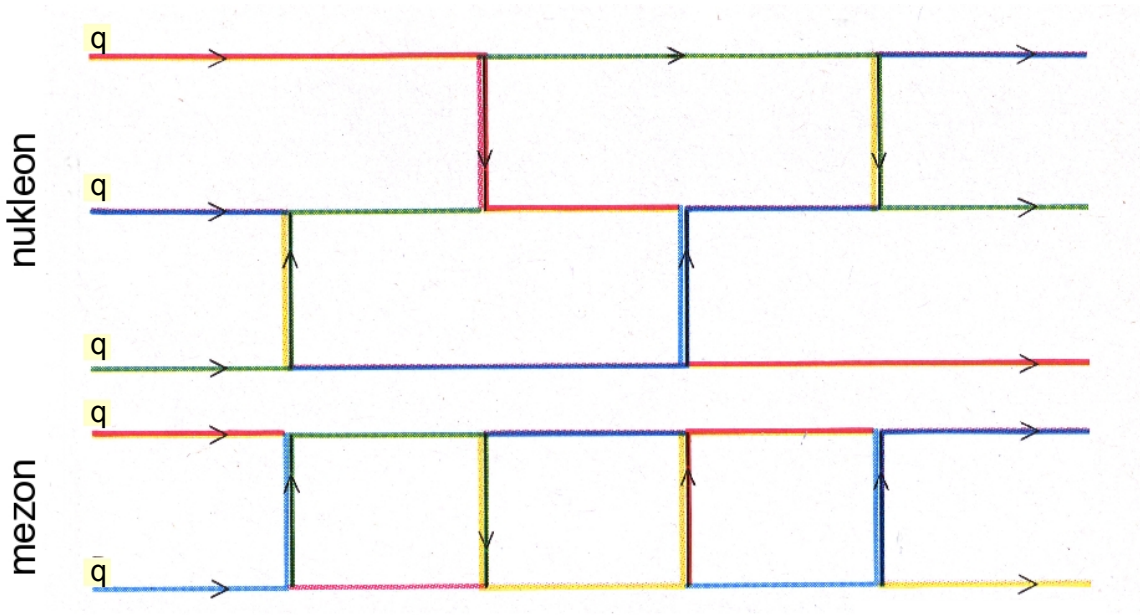
Przykład co utrzymuje hadron w całości (bardzo uproszczony schemat)**:**



Rys. AKW

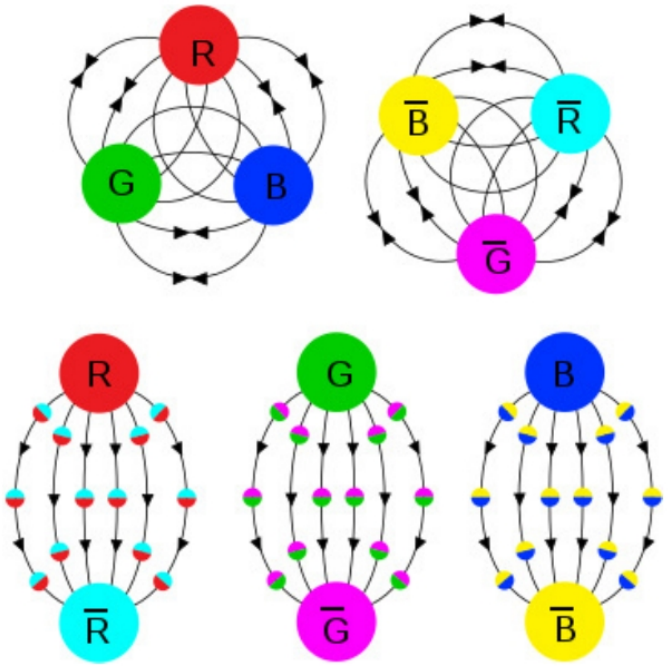
Wymiana gluonów w barionie i mezonie

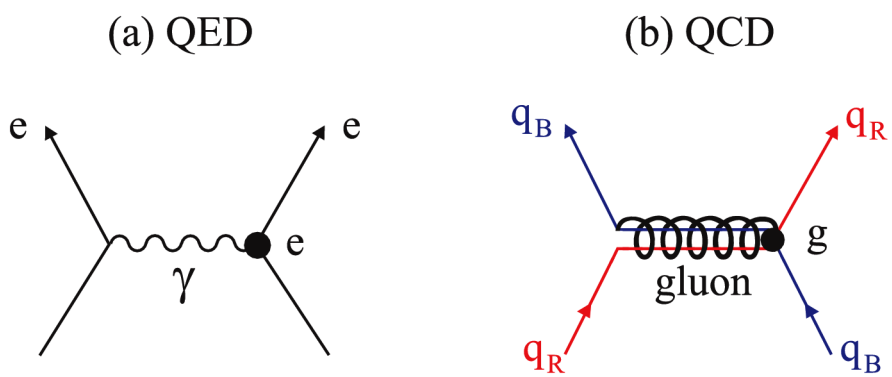
(bardzo uproszczony schemat) Rys. AKW



Struktura kwarków walencyjnych w hadronie

(górny-lewy: barion, górny-prawy: antybarion, dolne: mezon) Rys. arXiv:1804.03875



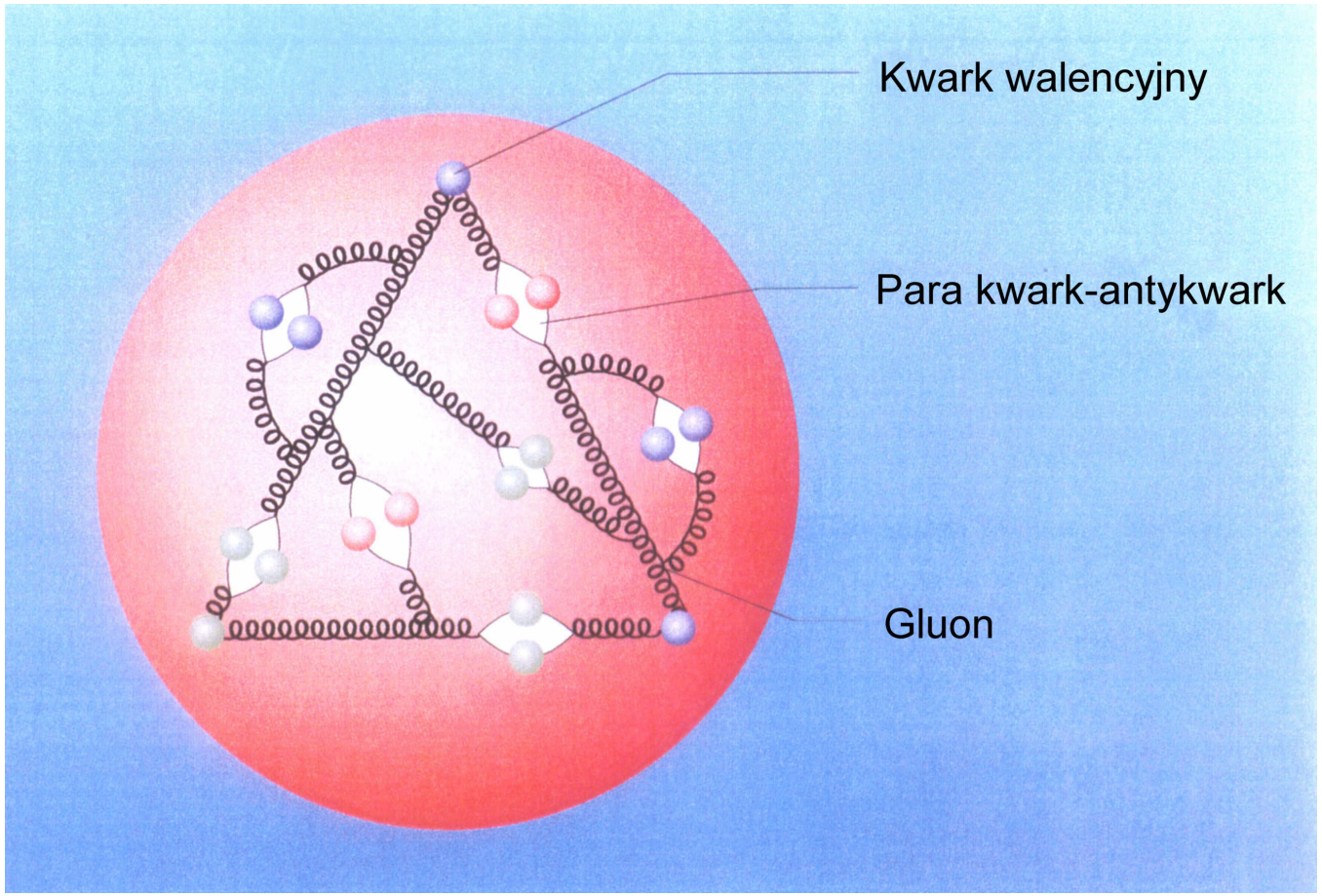


Rys. arXiv:0802.0161

W QED foton jest elektrycznie obojętny (nie niesie ładunku elektrycznego) podczas gdy w QCD gluon ma kolor (a ściślej i kolor i antykolor). Na rys. z lewej gluon ma kolor (R anty-B)

Hadron (np. nukleon) zawiera:

1. Kwarki walencyjne – niosą informację o wszystkich liczbach kwantowych hadronu
2. Kwarki „morza” – pary kwark-antykwark z fluktuacji gluonu
3. Całe mnóstwo gluonów – jako, że gluon nie tylko przenosi kolor ale sam też posiada ładunek kolorowy $\Rightarrow$ możliwe jest samo-oddziaływanie czyli sprzęganie się ze sobą gluonów $\Rightarrow$ duża ilość gluonów

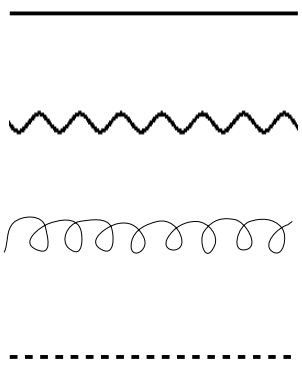


Diagramy Feynmana – zaproponowany przez Richarda Feynmana sposób graficznego zapisu pewnych równań fizycznych

Pomagają wyobrazić sobie jak cząstki materii wymieniają między sobą nośniki oddziaływań

Pomagają liczyć przekroje czynne na oddziaływanie

Najczęściej stosowane oznaczenia (ale nie jedyne):



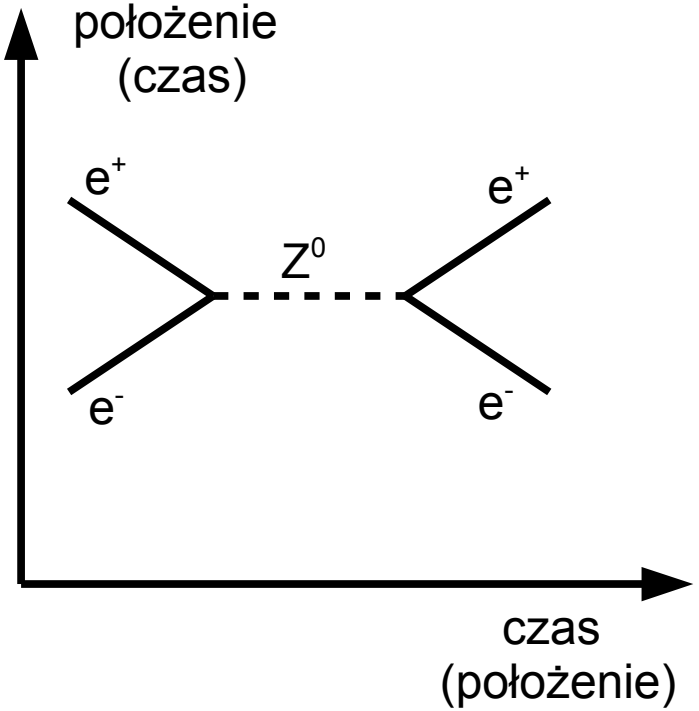
kwark, lepton, neutrino

foton (bozon W, bozon Z)

gluon

bozony W, Z

gwiazdka przy nośniku oznacza obiekt wirtualny (też nie zawsze jest zaznaczona)



Strzałki na liniach wskazują kierunek ewolucji w czasie

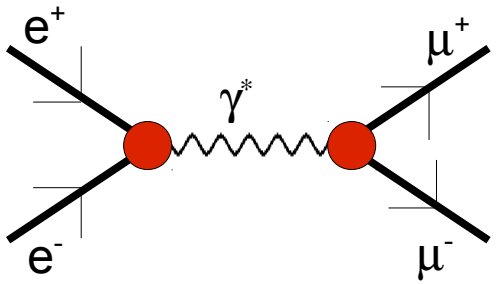
Linie fermionowe i bozonowe spotykają się **w wierzchołkach** w których **energia, ładunek, pęd, liczby leptonowe, barionowe są zachowane**

Linie wybiegające poza diagram lub wchodzące z zewnątrz – cząstki rzeczywiste, swobodne

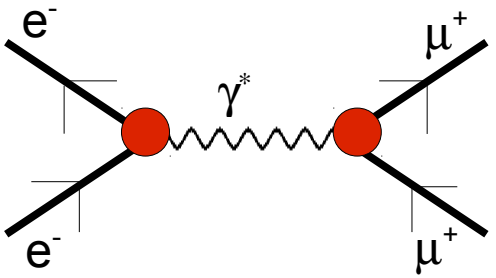
Linie łączące wierzchołki – odpowiadają cząstkom wirtualnym (kwadrat czteropędu cząstek wirtualnych jest różny od masy spoczynkowej rzeczywistej, swobodnej cząstki)

Stałe sprzężenia pojawiają się w wierzchołkach (o tym później). Siłę oddziaływania określa wartość stałej sprzężenia

Cząstka wchodząca do wierzchołka może być zastąpiona antycząstką wychodzącą (przekrój czynny pozostanie bez zmian)

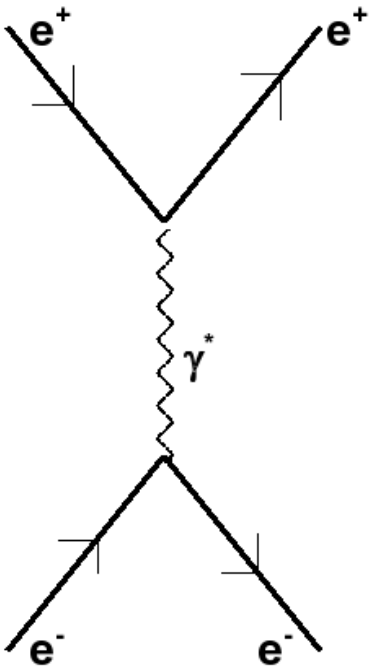


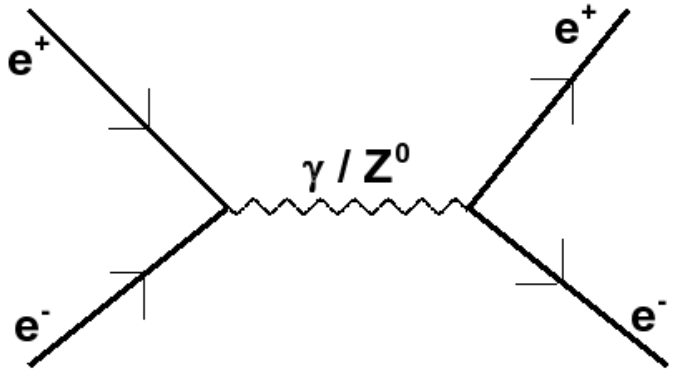
anihilacja i następnie produkcja



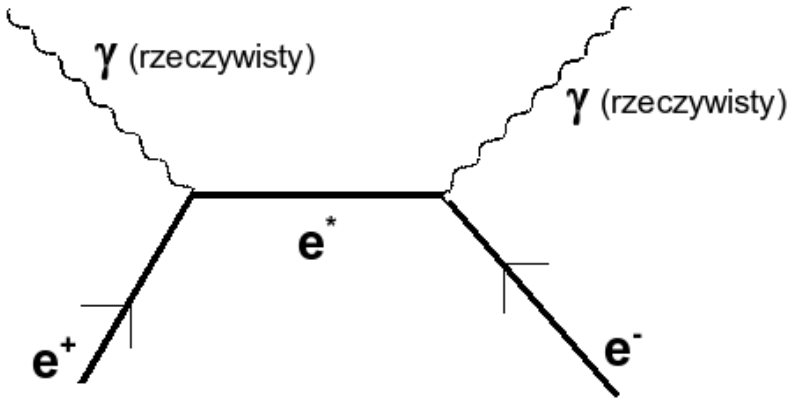
rozpraszanie

Przykłady diagramów Feynmana



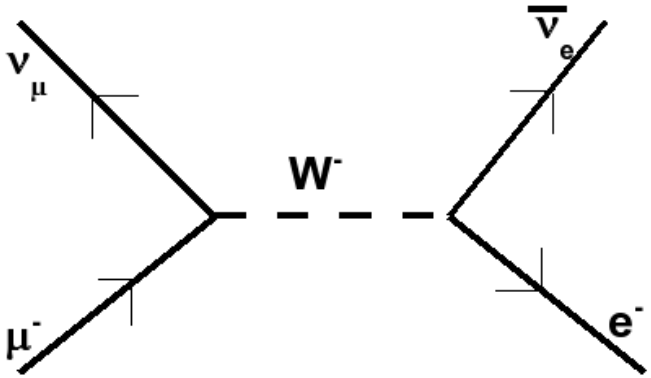


to może być oddziaływanie elektromagnetyczne lub słabe **anihilacja elektronu i pozytonu w foton (wirtualny) i następnie produkcja pary elektron i pozyton** przy dużych energiach możliwa produkcja pary mionów, taonów, kwarków i/lub utworzenie (rzeczywistej!) masy Z



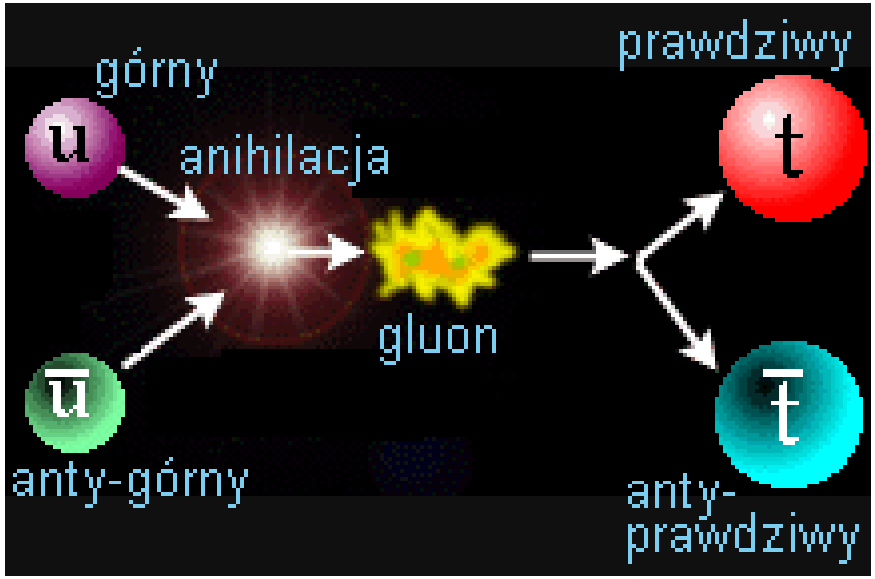
anihilacja **elektronu i pozytonu w dwa fotony (rzeczywiste!)**
$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$

powyżej: **rozpraszanie elektronu na pozytonie** (oddziaływanie elektromagnetyczne poprzez wymianę fotonu wirtualnego) przykład oddziaływania przejawiającego się jako siła

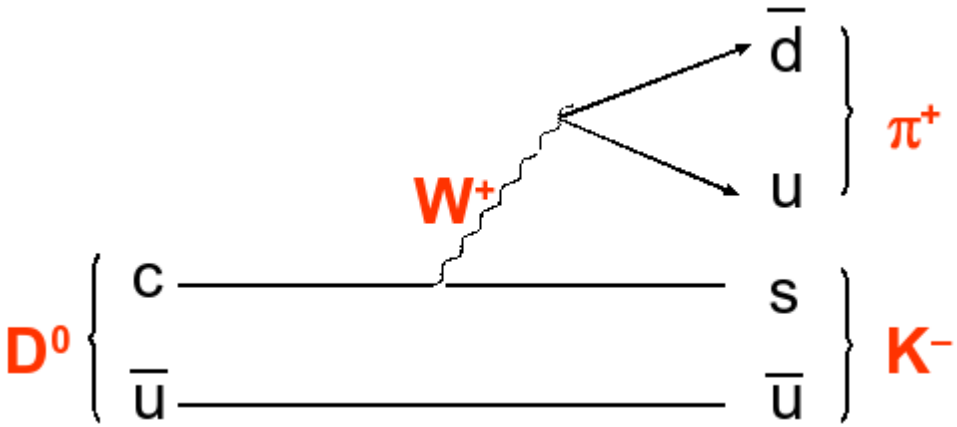


oddziaływanie słabe – **rozpad mionu**

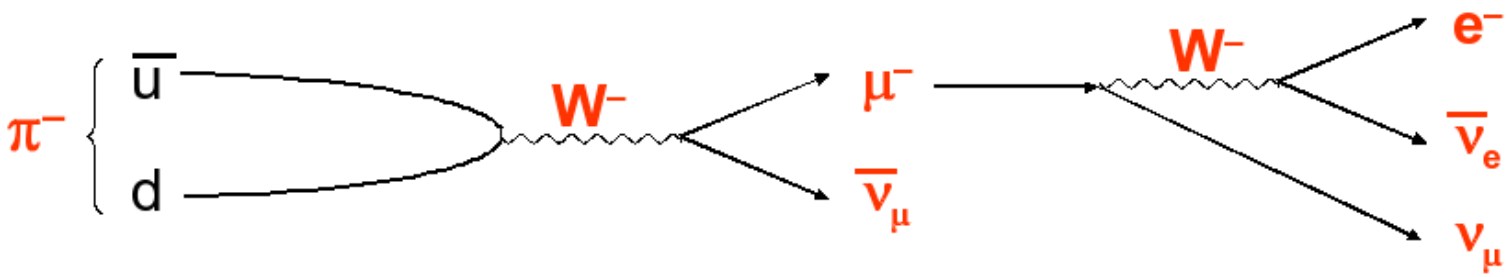
$$\mu^- \rightarrow \nu_\mu W^- \rightarrow \nu_\mu e^- \bar{\nu}_e$$

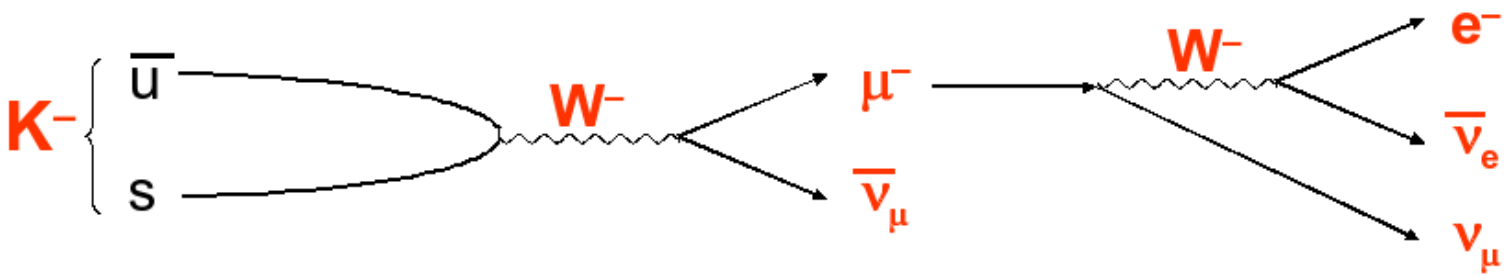


Przykład **anihilacji ale przez oddziaływania silne** (wymiana gluonu) Rys. PA



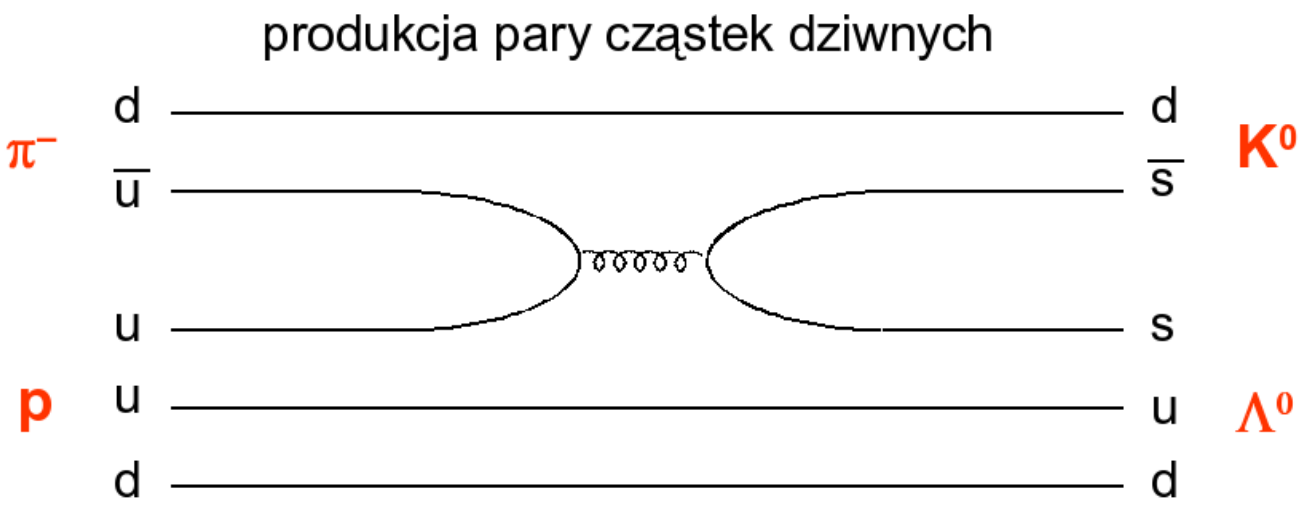
Rozpad mezonu D – oddziaływania słabe Rys. AKW





rozpady pionu i kaonu – oddziaływania słabe

Rys. AKW



przykład oddziaływania silnego
Rys. AKW

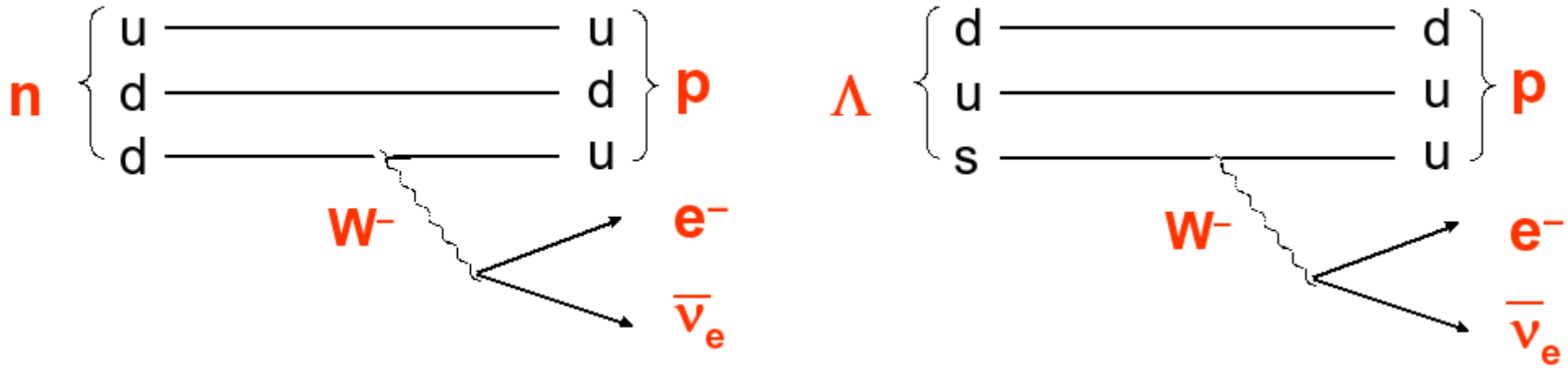
Oddziaływania w fizyce wysokich energii (np. rozpady) mogą zachodzić jako:
1. Procesy elektromagnetyczne
2. Procesy słabe
3. Procesy silne

w 1. i 3. obowiązuje zasada zachowania dziwności, powabu, piękna, prawdy czyli np. dziwność przed = dziwność po ($\Delta S = 0$, etc.) $\rightarrow$ zasady zachowania w dalszej części wykładu

Procesy słabe mogą łamać ww. zasady tj. np. cząstka zawierająca kwark 's' może się rozpadać na cząstkę niedziwną

Skupimy się teraz na chwilę TYLKO na oddziaływaniach słabych

Rozpad znany w fizyce jądrowej jako β^- (na lewo) i rozpad lambda (prawy).
Rozpad neutronu jest dużo bardziej prawdopodobny (20 x) (***"cabibbo favoured"***) niż rozpad lambda (***"cabibbo suppressed"***) mimo większej masy lambda → związek z elementami tzw. macierzy CKM Nicola Cabibbo, Phys. Rev. Lett. 10, 531 (1963)
Rys. AKW



Obserwacja doświadczalna: w rozpadach słabych kwarków dużo większe jest prawdopodobieństwo rozpadu kwarka na kwark tej samej generacji, trochę mniejsze na kwark sąsiedniej generacji a najmniejsze na przejścia o dwie generacje.

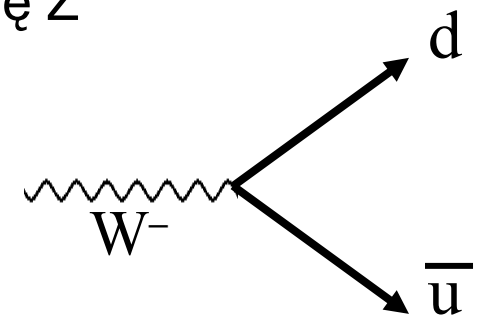
Mogłoby to oznaczać konieczność wprowadzenia różnych stałych sprzężenia dla różnych typów procesów słabych

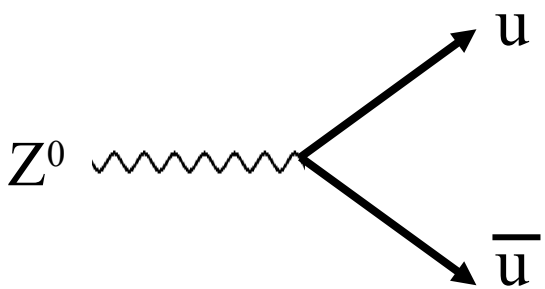
Szczególnie trudne do zrozumienia było tłumienie rozpadu K^+ przez prądy neutralne w stosunku do rozpadu przez prądy naładowane

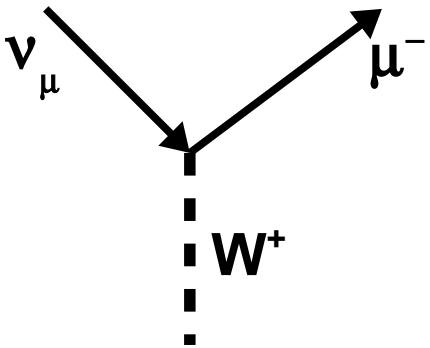
$$\frac{\Gamma(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})}{\Gamma(K^+ \to \pi^0 \mu^+ \nu_\mu} \sim 10^{-5}$$

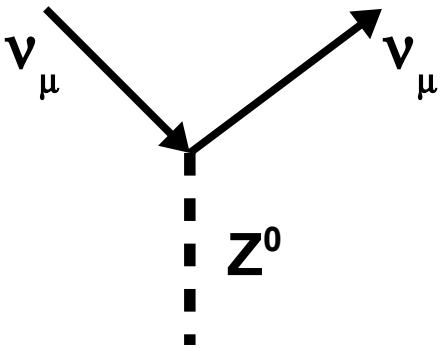
Dygresja:
Reakcja przez prądy naładowane (*CC – Charged Currents*) – to reakcja z wymianą naładowanego bozonu W^+ lub W^-

Reakcja przez prądy neutralne (*NC – Neutral Currents*) – to reakcja poprzez wymianę Z^0









Wracamy do problemu **dlaczego rozpady mieszające dublety kwarkowe są rzadsze niż te z przejściami wewnątrz dubletów**
→ **wyjściem było zaproponowanie macierzy CKM**
(pierwotnie macierz była 2 x 2, dotyczyła tylko kwarków d i s (macierz Cabbibo)

Macierz Cabibbo-Kobayashiego-Maskawy (CKM)

Makoto Kobayashi i Toshihide Maskawa, Prog. Theor. Physics 49, 652 (1973)

„macierz masy” - **d', s' b'** to stany „mieszane” a **d, s, b** to stany „czyste”
macierz CKM mówi o prawdopodobieństwie przejścia między poszczególnymi zapachami kwarków

Rys. AKW

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

$d \rightarrow c$	„Cabibbo suppressed”
$c \rightarrow s$	„Cabibbo favoured”

Macierz CKM – macierz mieszania kwarków w Modelu Standardowym fizyki cząstek elementarnych (macierz łącząca stany własne kwarków ze względu na oddziaływania słabe ze stanami własnymi masy). Zawiera informacje o sile oddziaływania słabego zmieniającego zapach

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Elementy macierzy V_{ij} są w ogólności zespolone. **Fizycznie $|V_{ij}|^2$ jest miarą prawdopodobieństwa przejścia kwarka *i* w *j* w wyniku oddziaływania słabego**

Uwaga! Mieszanie się zapachów dotyczy tylko kwarków d, s, b.
Uważa się, że pozostałe kwarki u, c, t są stanami czystymi (nie wymieszanymi)

Ciekawostka: w momencie wprowadzania macierzy CKM
kwarki c, b i t NIE były odkryte!!!
(odkrycie odpowiednio w 1974, 1977 i kwark top w 1995)
– stąd nagroda Nobla w 2008 za przewidywania
istnienia przynajmniej trzech rodzin kwarków

Wartości elementów macierzy CKM – z PDG 2024
w rozpadach słabych najbardziej prawdopodobne przejścia – między kwarkami tej samej generacji (u-d, c-s, t-b) czyli elementy macierzy na diagonali

$$|V_{\mathrm{CKM}}| = \begin{pmatrix} 0.97435 \pm 0.00016 & 0.22501 \pm 0.00068 & 0.003732^{+0.000090}_{-0.000085} \\ 0.22487 \pm 0.00068 & 0.97349 \pm 0.00016 & 0.04183^{+0.00079}_{-0.00069} \\ 0.00858^{+0.00019}_{-0.00017} & 0.04111^{+0.00077}_{-0.00068} & 0.999118^{+0.000029}_{-0.000034} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Macierz CKM dotyczy <u>sektora słabego Modelu Standardowego</u> (oddz. słabe)

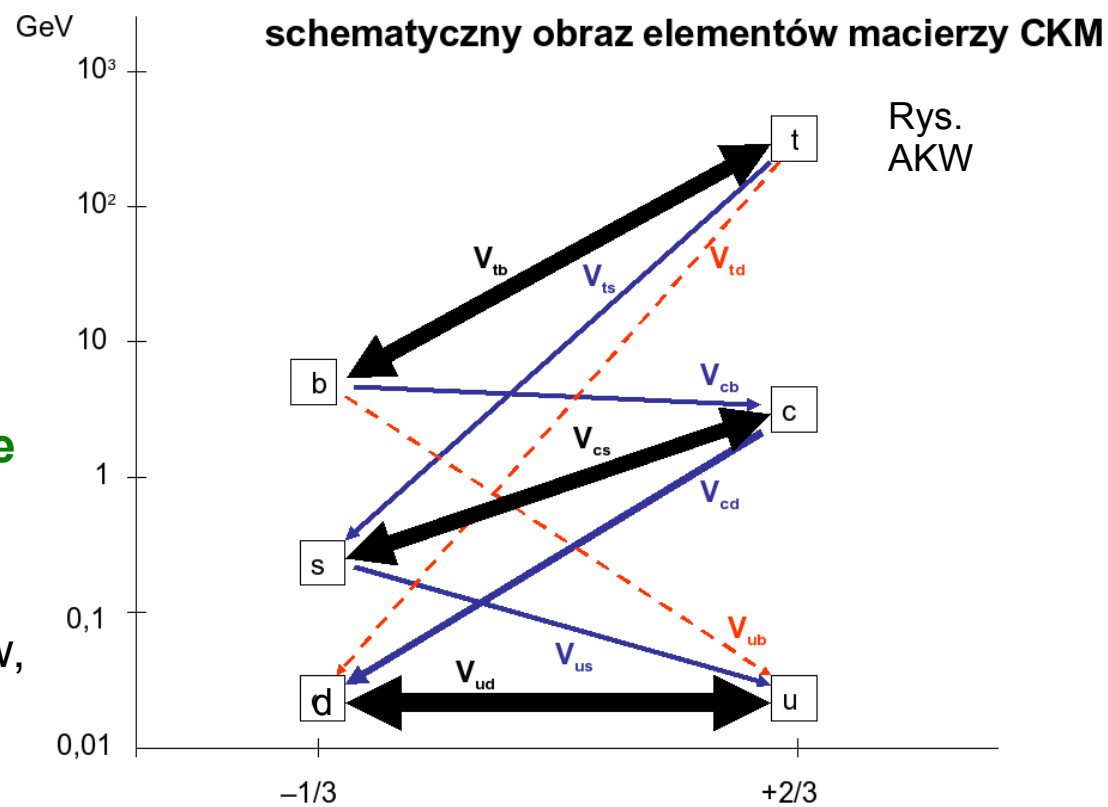
Przejścia w pionie (bez zmiany ładunku czyli przez Z^0) np t→c, c→u, praktycznie nie istnieją tzn. <u>nie są obserwowane</u>

Wyznaczanie elementów macierzy CKM

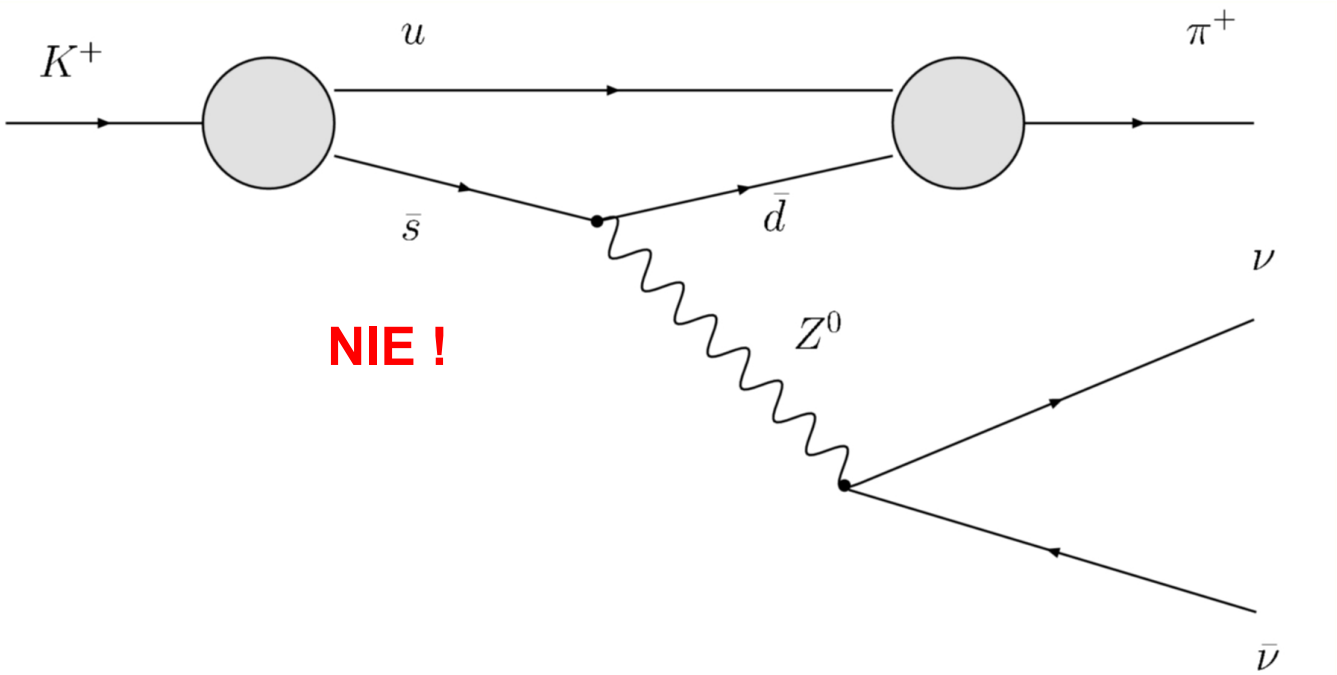
→ z doświadczenia czyli badanie rozpadów, stosunków rozgałęzień, np:

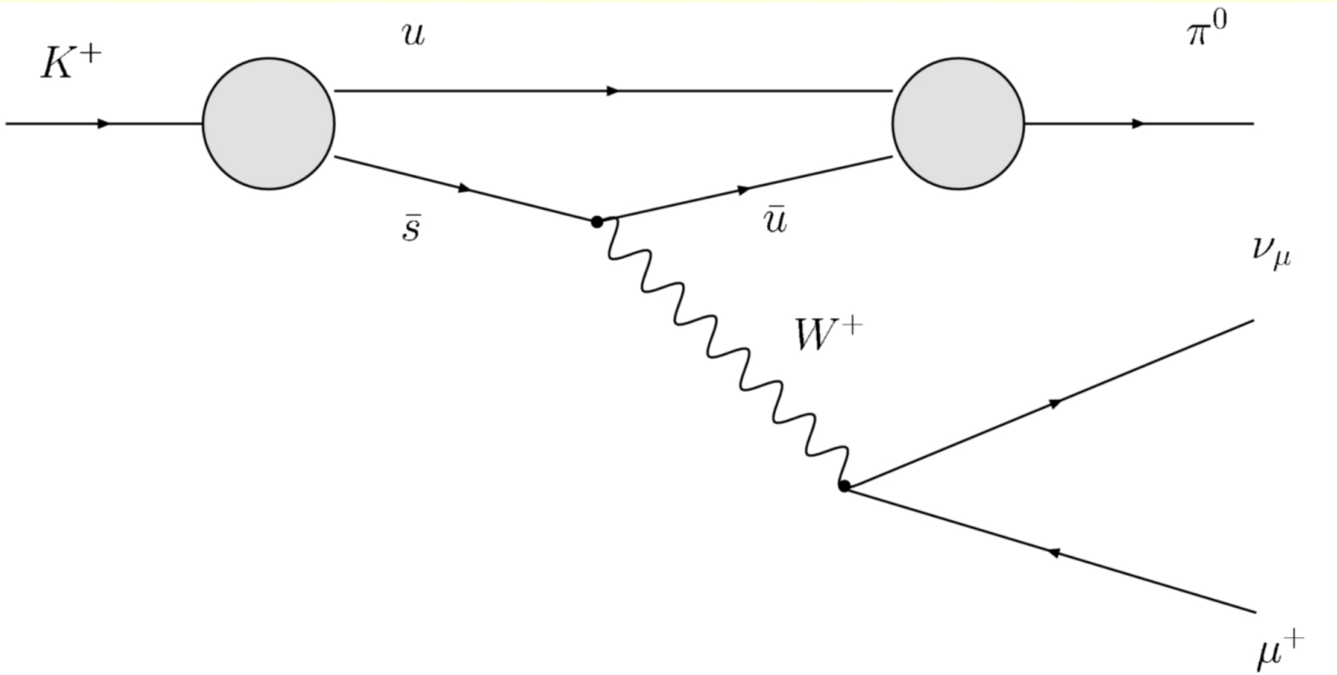
rozpad semileptonowy kwarka b

$$\Gamma(b \to c\, l\, \nu) = \frac{G_F^2 m_b^5}{192\pi^3} |V_{cb}|^2\, dQ$$



Rys. AKW





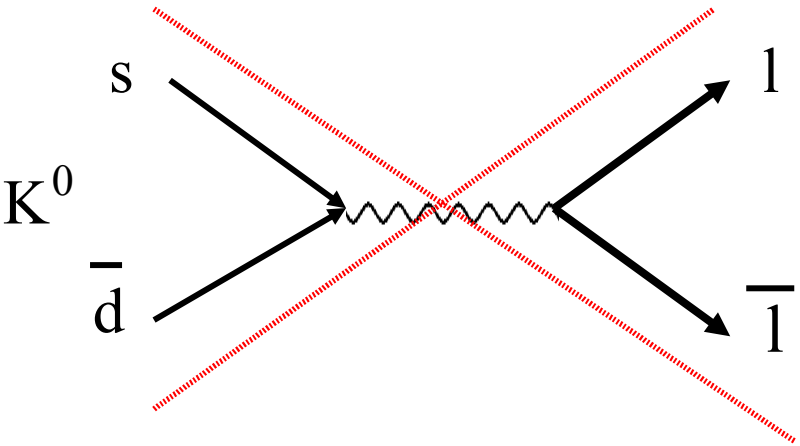
$$\frac{\Gamma(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})}{\Gamma(K^+ \to \pi^0 \mu^+ \nu_\mu} \sim 10^{-5}$$

W tym modelu <u>nie</u> istnieją reakcje poprzez prądy neutralne (wymiana Z^0; powyżej) które mogłyby zmienić zapach kwarka (FCNC)

... tj. reakcje możliwe ale na poziomie diagramów drugiego rzędu np. tzw. diagramy pudełkowe

FCNC – *Flavour Changing Neutral Currents*

W poniższym diagramie Feynmana rozpad musiałby być przez prądy neutralne...



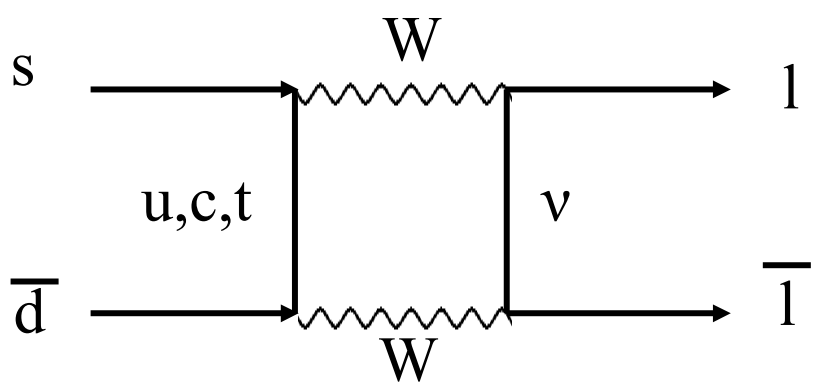
PDG 2024

$$K_S^0 \to \mu^+\mu^- \qquad \Gamma_i/\Gamma_{tot} < 2.1 \times 10^{-10}$$

$$K_L^0 \to \mu^+\mu^- \qquad \Gamma_i/\Gamma_{tot} = (6.84 \pm 0.11) \times 10^{-9}$$

$$K_L^0 \to e^+e^- \qquad \Gamma_i/\Gamma_{tot} = (9^{+6}_{-4}) \times 10^{-12}$$

...ale takich rozpadów praktycznie się nie obserwuje – tj. obserwuje się bardzo rzadko, bo takie rozpady są możliwe w procesach drugiego rzędu (więcej wierzchołków ⇒ więcej stałych sprzężenia w wierzchołkach ⇒ mniejszy przekrój czynny)



Rys. AKW

Macierz **CKM** (macierz masy) **opisująca mieszanie się kwarków odpowiada za odkryte** już dawno temu **oscylacje dziwności (przechodzenie K^0 w anty-K^0 i odwrotnie)**.
Z kolei **oscylacje dziwności to obserwowany dowód na łamanie symetrii CP** (za kilka slajdów), tak więc **macierz masy CKM tłumaczy mechanizm łamania CP w oddziaływaniach słabych** (m.in. rozpady kaonów)

Rezultat tych rozważań
– Nobel z Fizyki (2008) za badania przyczyniające się do opracowania Modelu Standardowego

Uwaga: **łamanie symetrii CP jest najprawdopodobniej odpowiedzialne za zaniknięcie antymaterii we Wszechświecie** (ale nadal problemy z <u>ilościowym</u> wyjaśnieniem w ramach Modelu Standardowego)

Physics

The Nobel Prize in Physics 2008

"for the discovery of the mechanism of spontaneous broken symmetry in subatomic physics"

"for the discovery of the origin of the broken symmetry which predicts the existence of at least three families of quarks in nature"

Photo: SCANPIX

Yoichiro Nambu

1/2 of the prize

Photo: Universtity of Chicago

Makoto Kobayashi

1/4 of the prize

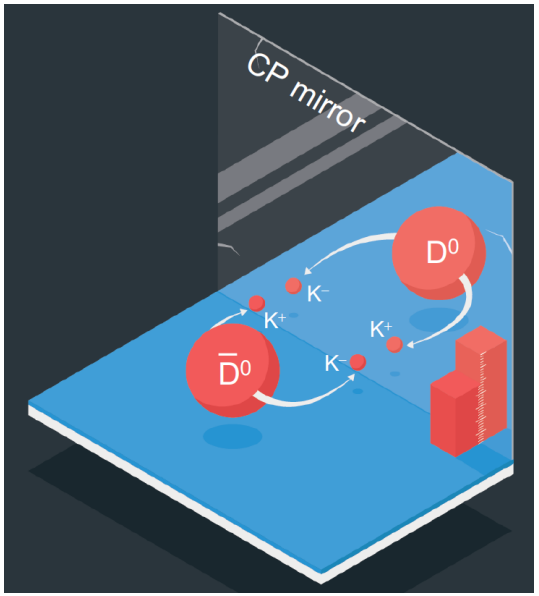
Photo: Kyoto University

Toshihide Maskawa

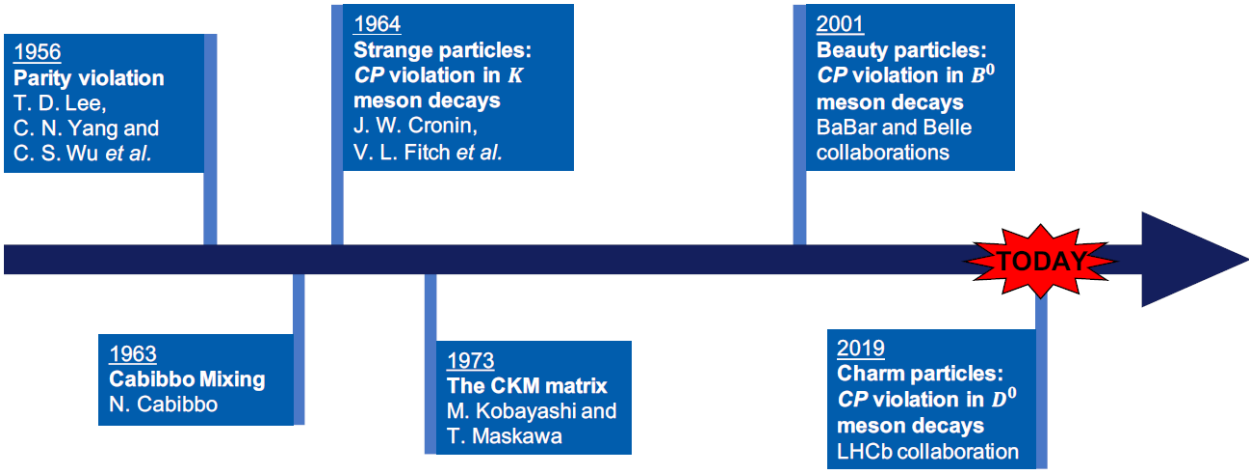
1/4 of the prize

- **Symetria CP oznacza że cząstka oddziałuje (np. rozpada się) identycznie jak jej antycząstka (te same przekroje).** Fakt, że w obserwowanym Wszechświecie jest zdecydowanie więcej materii niż antymaterii sugerowałoby istnienie łamania CP

- Przed 2001 rokiem jedynym zjawiskiem, w którym obserwowano **łamanie CP** były słabe oddziaływania **mezonów K^0** zawierających kwark 's'
- Ostatnimi laty pojawia się sporo doniesień o **łamaniu CP w rozp. mezonów B^0 oraz B_s^0** (np. LHCb: PRL 108 (2012) 201601, PRL 110 (2013) 221601, JHEP 03 (2018) 059, JHEP 2003 (2020) 147, JHEP 01 (2025) 061; przeglądowe: arXiv:1310.0025, 1510.01923, 1709.00383)
- 2019 rok: pierwsze obserwacje **łamania CP w rozpadach mezonów D** (kwarki 'c') → LHCb, PRL 122 (2019) 211803. Jako że w kanałach rozpadu na K^+K^- lub $\pi^+\pi^-$ nie da się odróżnić D^0 od anty-D^0 używa się np. tagowania rodzaju mezonu D poprzez rozpady: $D^{*+} \to \pi^+ D^0$ oraz $D^{*-} \to \pi^-$ anty-D^0. Zob. też pracę przeglądową arXiv:2107.05305. Z kolei pierwsze wyniki CMS dotyczące asymetrii D^0/anty-$D^0 \to K^0_S K^0_S$ pokazane są w pracy CMS, EPJC 84 (2024) 12, 1264
- 2025 rok: **łamanie CP w rozpadach barionów** (Λ_b^0/anty-Λ_b^0) → zob. LHCb, arXiv:2503.16954



https://lhcb-public.web.cern.ch/lhcb-public



Ciekawostka: rozpady D^0 oraz anty-D^0 mierzone w tych samych kanałach (K^+K^- lub $\pi^+\pi^-$) ale D^0 oraz anty-D^0 pochodzą z semileptonowych rozpadów b-hadronów ($B \to D\,\mu\,X$; gdzie ładunek mionu identyfikuje zapach D^0/anty-D^0 w momencie produkcji) nie pokazują łamania CP → zob. LHCb, PRD 101 (2020) 012005

W ogólności zespolona macierz typu 3 × 3 ma 18 wolnych parametrów rzeczywistych. Macierz CKM musi być jednak unitarna ($V^+V = 1$), co narzuca ograniczenia na wartości współczynników i wprowadza zależności między nimi.

Macierz CKM (tłumacząca mechanizm łamania CP w oddziaływaniach słabych) **może być w różny sposób parametryzowana**. W najbardziej ogólnej postaci, macierz CKM ma cztery wolne parametry: trzy „kąty mieszania" i jedną fazę, odpowiedzialną za łamanie CP.

1. **Parametryzacja standardowa** (1984 rok) zaproponowana przez Ling-Lie Chau i Wai-Yee Keunga, promowana przez PDG. Parametry CKM są (obok mas kwarków, W i Z) wolnymi parametrami Modelu Standardowego i muszą być wyznaczone doświadczalnie.

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

$\delta \approx 69^0$

where $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, and δ is the phase responsible for all CP-violating phenomena in flavor-changing processes in the SM.

2. **Parametryzacja Wolfensteina**

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

Łamanie CP jest dozwolone tylko wtedy gdy η jest różne od zera

$$\sin\theta_{12} = \lambda, \quad \sin\theta_{23} = A\lambda^2, \quad \sin\theta_{13}e^{i\delta} = A\lambda^3(\rho + i\eta)$$

Ciekawostka: podobnie jak macierz CKM dla kwarków **wprowadzono macierz mieszania dla różnych typów neutrin.** Początkowo była to również macierz 2 x 2 i miała służyć wyjaśnieniu deficytu neutrin słonecznych.

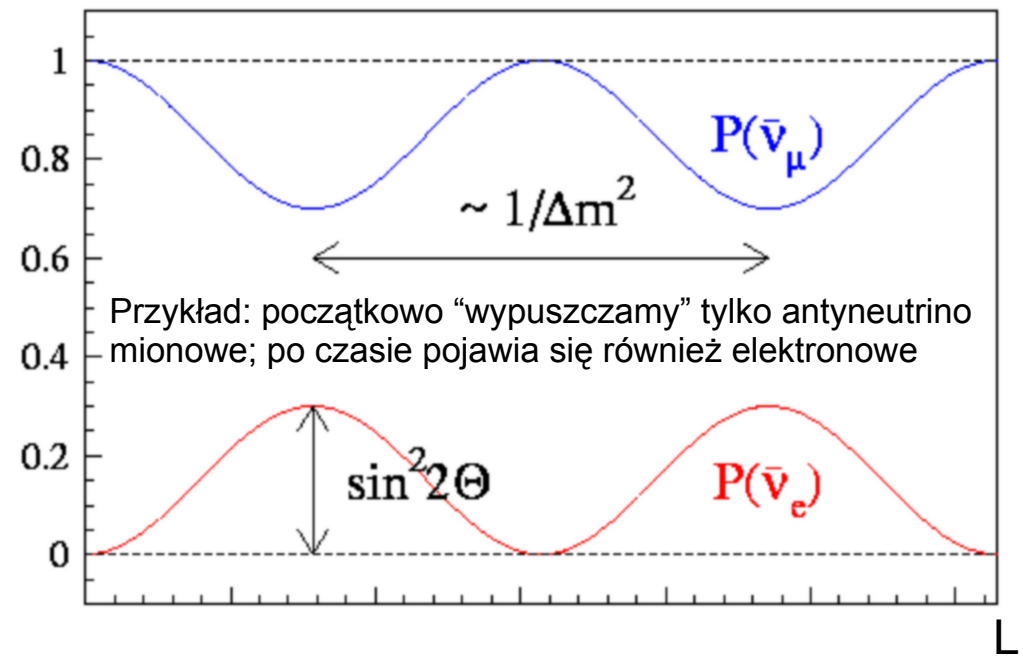
$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta \\ -\sin\Theta & \cos\Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

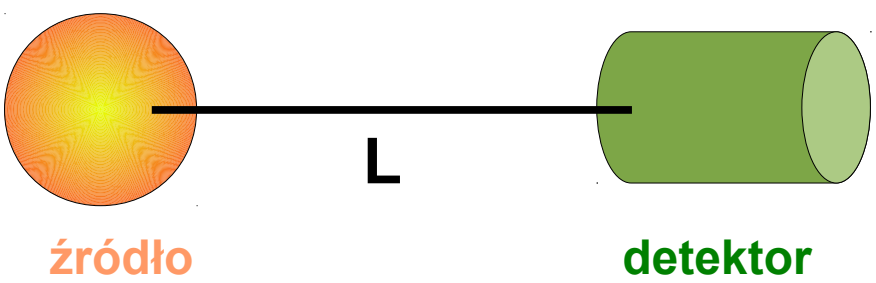
$$P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) = \sin^2(2\Theta)\sin^2(1.27 \times \Delta m^2 \times L/E_\nu)$$

$\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$ [eV^2]

L = Distance to Source [m]

E_ν = Neutrino Energy [MeV]





później macierz 2 x 2 została rozszerzona na 3 rodzaje neutrin: **Macierz mieszania Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) U_{PMNS}**

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

V_{mixing} (macierz)

- If neutrinos are massive particles, then it is possible that the **mass eigenstates** and the **weak eigenstates** are not the same:

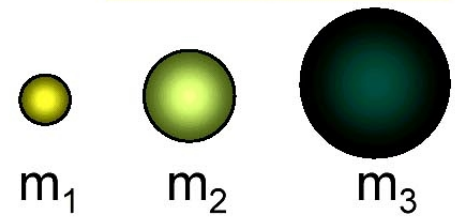
$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

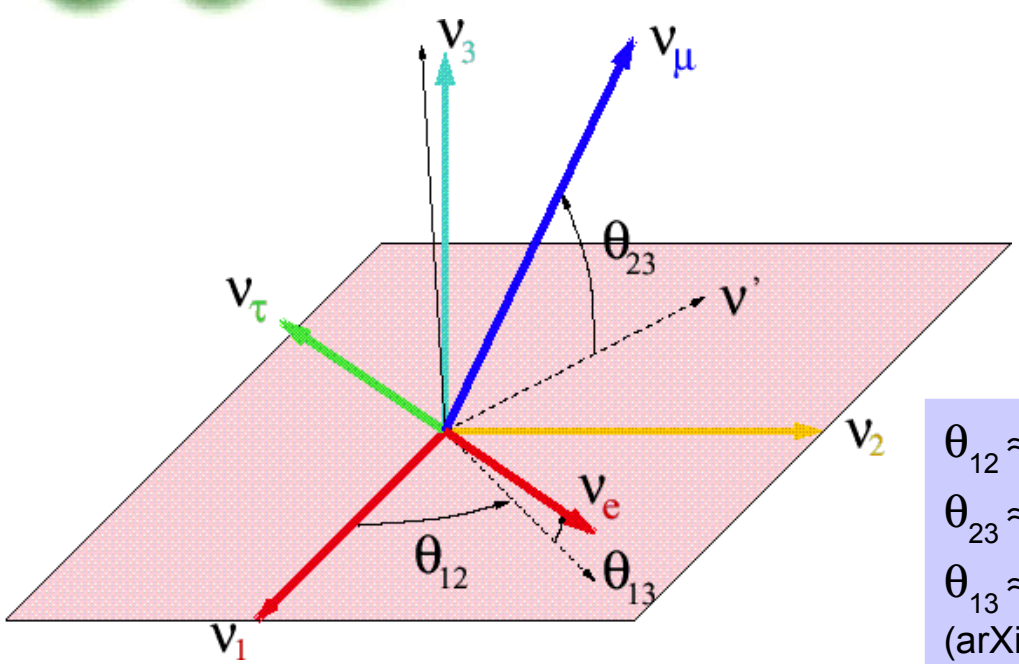
Oscylacje neutrin pokazały, że neutrina o określonych zapachach (mionowe, taonowe, elektronowe) NIE są stanami kwantowymi o dobrze zdefiniowanej masie

Weak eigenstates „flavor eigenstates"

3 independent parameters + 1 complex phase

Mass eigenstates





$\theta_{12} \approx 33.8^0 \pm 0.8^0$

$\theta_{23} \approx 49.7^0 \pm 1^0$

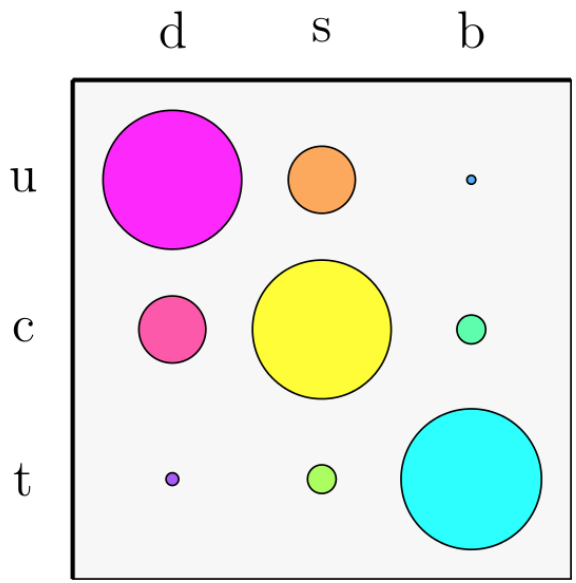
$\theta_{13} \approx 8.6^0 \pm 0.1^0$

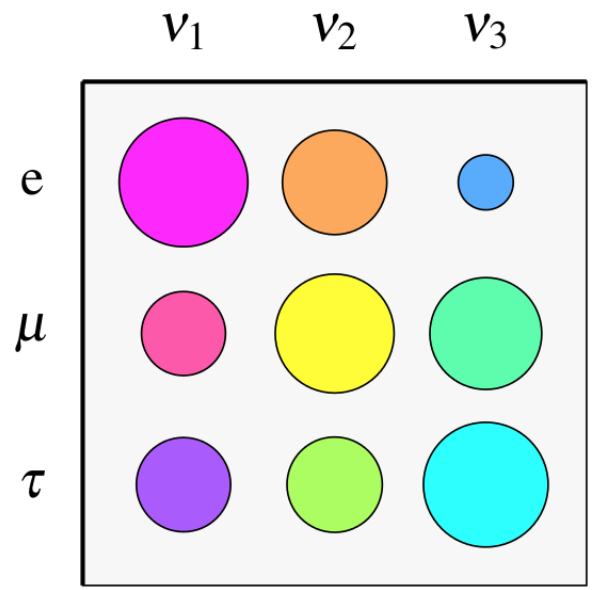
(arXiv:1910.11775)

Uwaga: neutrina mogą oscylować tylko wtedy gdy mają masę (przynajmniej jedno)!

Model Standardowy zakłada, że neutrina są bezmasowe ⇒ odkryte oscylacje neutrin <u>nie</u> są uwzględnione w MS

Kwarki V_{CKM} U_{PMNS} **Neutrina**





Dlaczego tak różne?

Rys. z arXiv:1802.05781

$|\nu_{flavor}\rangle = \mathbf{U}\,|\nu_{mass}\rangle$

Ciekawostka: w przypadku mieszania kwarków (macierz CKM) istotne co do wielkości są głównie elementy na diagonali, w macierzy mieszania neutrin elementy są porównywalne

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.82 \pm 0.01 & 0.54 \pm 0.02 & -0.15 \pm 0.03 \\ -0.35 \pm 0.06 & 0.70 \pm 0.06 & 0.62 \pm 0.06 \\ 0.44 \pm 0.06 & -0.45 \pm 0.06 & 0.77 \pm 0.06 \end{bmatrix}$$

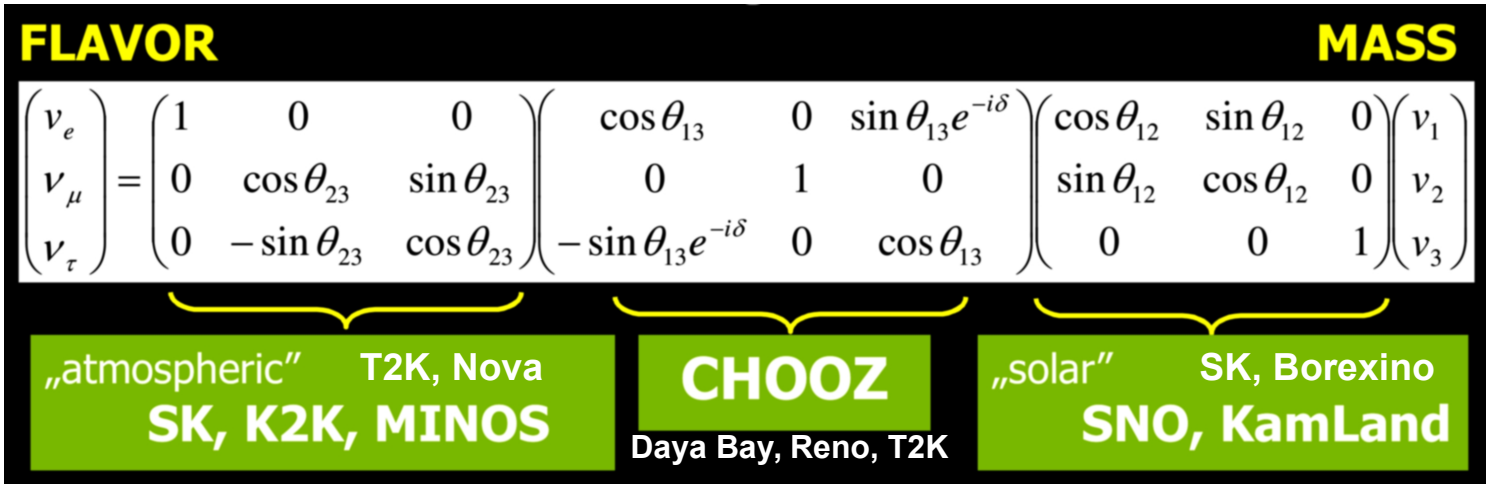
Wartości z https://indico.cern.ch/event/716460/attachments/1649068/2703250/CERNSummerStudents2018-Wingerter-5.pdf

Mieszanie i oscylacje neutrin

Przejścia obserwowane dla neutrin słonecznych: $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu\tau}$

Przejścia obserwowane dla neutrin atmosferycznych $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$

W eksperymentach atmosferycznych nigdy nie zaobserwowano $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$



Macierz PMNS jest parametryzowana przez 3 kąty mieszania oraz przez fazę δ ($1.19 \pm 0.22\ \pi$ rad – PDG 2024) odpowiadającą za wielkość łamania CP w sektorze neutrin

Oscylacje są charakteryzowane trzema kątami mieszania i dwoma różnicami mas (w kwadratach), bo najczęściej (nie zawsze!) przyjmujemy:

$\Delta m^2_{32} \approx \Delta m^2_{31} \approx \Delta m^2_{atm}$

(zob. arXiv:1211.1609, PDG)

$\Delta m^2_{12} \equiv m^2_2 - m^2_1 \qquad \Delta m^2_{32} \equiv m^2_3 - m^2_2$

$\sin^2(\theta_{12}) = 0.307 \pm 0.013$ PDG 2024

$\Delta m^2_{21} = (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5}\ eV^2$

$\sin^2(\theta_{23})$ (inverted order) $= 0.553^{+0.016}_{-0.024}$

$\sin^2(\theta_{23})$ (normal order) $= 0.558^{+0.015}_{-0.021}$

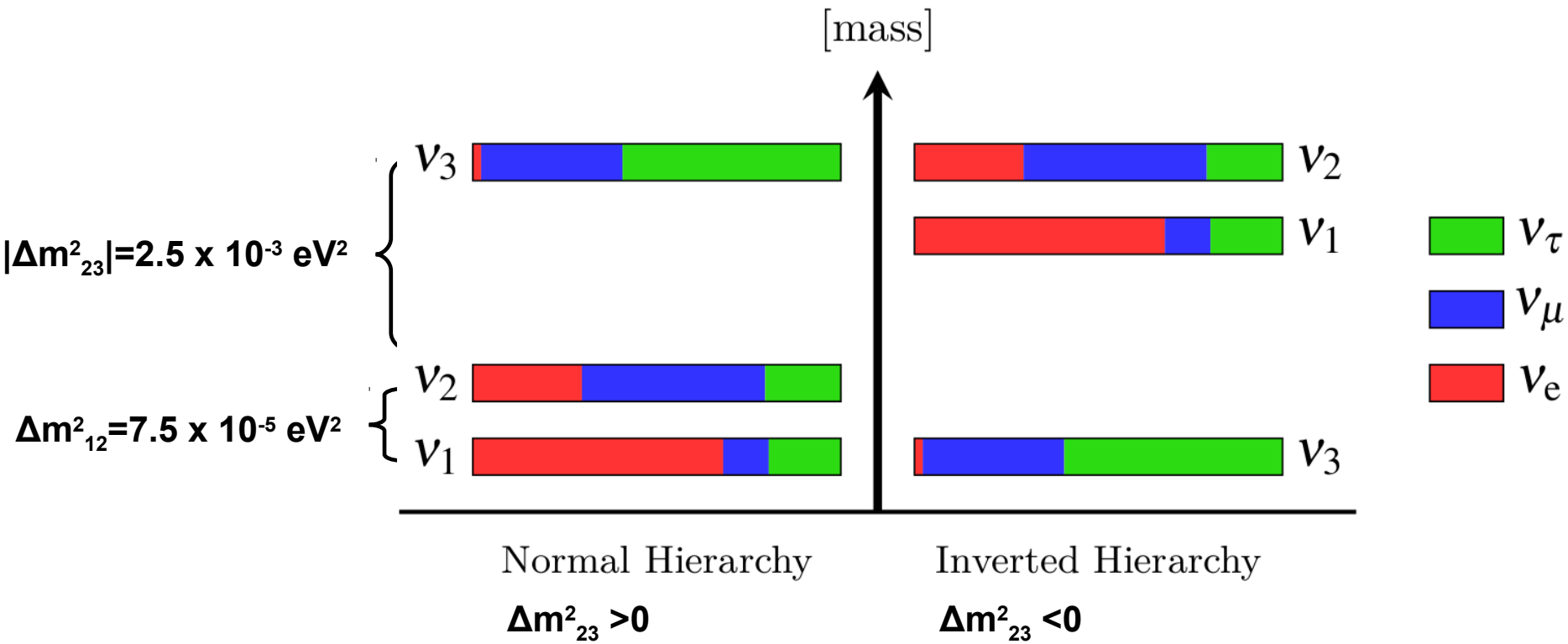
Δm^2_{32} (inverted order) $= (-2.529 \pm 0.029) \times 10^{-3}\ eV^2$

Δm^2_{32} (normal order) $= (2.455 \pm 0.028) \times 10^{-3}\ eV^2$

$\sin^2(\theta_{13}) = (2.19 \pm 0.07) \times 10^{-2}$

Pomiar θ_{13} jest b. ważny bo tylko jego niezerowa wartość daje możliwość łamania CP w sektorze neutrin

Masy neutrin, hierarchia mas



Rys. z arXiv:1802.05781
+ PDG 2020

Przykład oscylacji w próżni (arXiv:1112.0445)

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \approx \sin^2(2\theta_{13})\sin^2(\theta_{23})\sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{23} L}{4 E_\nu}\right)$$

Neutrina są drugimi po fotonach najliczniejszymi cząstkami w widzialnym Wszechświecie

Przeglądowa, duża praca na temat neutrin: arXiv:2111.07586; zob. też arXiv:2301.02935

The Nobel Prize in Physics 2015
Takaaki Kajita, Arthur B. McDonald

Share this: ? 1.3K

The Nobel Prize in Physics 2015

Photo © Takaaki Kajita

Takaaki Kajita

Prize share: 1/2

Photo: K. MacFarlane. Queen's University /SNOLAB

Arthur B. McDonald

Prize share: 1/2

The Nobel Prize in Physics 2015 was awarded jointly to Takaaki Kajita and Arthur B. McDonald *"for the discovery of neutrino oscillations, which shows that neutrinos have mass"*

In 1998, Kajita's team discovered that neutrinos created when cosmic rays slam into the Earth's atmosphere changed flavours on their way to the Super-Kamiokande detector under Mount Kamioka in Japan. Then, on the other side of the world in 2001, McDonald's team saw that neutrinos from the sun, detected by the Sudbury Neutrino Observatory in Canada, also switched identities.

The finding implied that neutrinos must have mass, a discovery that meant the so-called standard model of physics could not be complete in its explanation of the fundamental building blocks of the universe.

Scientists now know that the neutrino mass is more than a million times less than that of the electron. But because the particles are so abundant, the combined weight of neutrinos is estimated to be roughly equal to the combined weight of all the visible stars in the universe.

In the process of analysing neutrinos coming from the sun, McDonald's team were able to verify processes going on in its core. That work could have practical applications in developing nuclear fusion.

Prof Jon Butterworth, head of the physics and astronomy department at University College London, said the work had "solved the longstanding solar neutrino problem, which was one of the things we were taught as students as being a weird anomaly which wasn't understood - not enough neutrinos coming from the sun.

https://www.theguardian.com/science/2015/oct/06/kajita-and-mcdonald-win-nobel-physics-prize-for-work-on-neutrinos

Łamanie CP w oscylacjach neutrin

T2K, Nature 580, 339–344 (2020) „Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations”
https://www.nature.com/articles/s41586-020-2177-0
https://www.nature.com/articles/d41586-020-01022-3

Obserwowane łamanie CP w sektorze kwarków jest zbyt słabe, żeby ilościowo wyjaśnić obecną przewagę materii nad antymaterią we Wszechświecie → stąd badania łamania CP w sektorze leptonów

Zob. hipoteza **leptogenezy**, w której asymetria leptonowa mogła zostać przekształcona w asymetrię barionową; w niektórych rozszerzeniach SM zakłada się istnienie bardzo masywnych **neutrin sterylnych** (oddziałują tylko grawitacyjnie, mogą mieszać się ze zwykłymi, są również kandydatami na ciemną materię)

Abstract

The charge-conjugation and parity-reversal (CP) symmetry of fundamental particles is a symmetry between matter and antimatter. Violation of this CP symmetry was first observed in 1964[1], and CP violation in the weak interactions of quarks was soon established[2]. Sakharov proposed[3] that CP violation is necessary to explain the observed imbalance of matter and antimatter abundance in the Universe. However, CP violation in quarks is too small to support this explanation. So far, CP violation has not been observed in non-quark elementary particle systems. It has been shown that CP violation in leptons could generate the matter–antimatter disparity through a process called leptogenesis[4]. Leptonic mixing, which appears in the standard model's charged current interactions[5,6], provides a potential source of CP violation through a complex phase δ_{CP}, which is required by some theoretical models of leptogenesis[7,8,9]. This CP violation can be measured in muon neutrino to electron neutrino oscillations and the corresponding antineutrino oscillations, which are experimentally accessible using accelerator-produced beams as established by the Tokai-to-Kamioka (T2K) and NOvA experiments[10,11]. Until now, the value of δ_{CP} has not been substantially constrained by neutrino oscillation experiments. Here we report a measurement using long-baseline neutrino and antineutrino oscillations observed by the T2K experiment that shows a large increase in the neutrino oscillation probability, excluding values of δ_{CP} that result in a large increase in the observed antineutrino oscillation probability at three standard deviations (3σ). The 3σ confidence interval for δ_{CP}, which is cyclic and repeats every 2π, is $[-3.41, -0.03]$ for the so-called normal mass ordering and $[-2.54, -0.32]$ for the inverted mass ordering. Our results indicate CP violation in leptons and our method enables sensitive searches for matter–antimatter asymmetry in neutrino oscillations using accelerator-produced neutrino beams. Future measurements with larger datasets will test whether leptonic CP violation is larger than the CP violation in quarks.

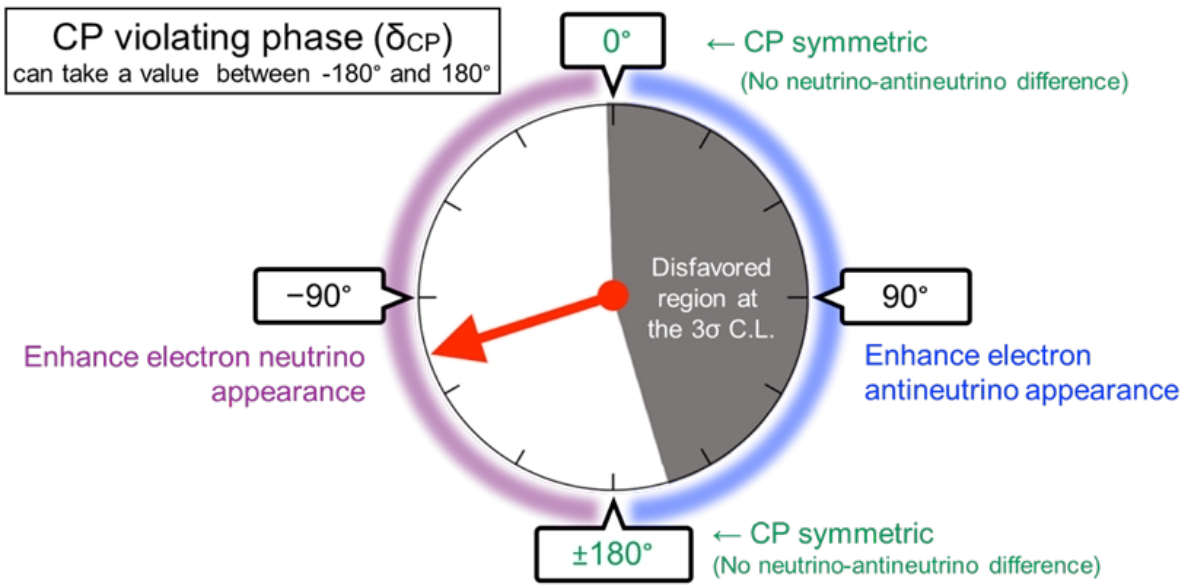
Eksperyment T2K zaobserwował większe prawdopodobieństwo oscylacji neutrina niż antyneutrina. Na drodze 295 km (Tokai → Kamioka) **neutrina miały większe prawdopodobieństwo zmiany zapachu** (mionowe w elektronowe) **niż antyneutrina**

T2K Results Restrict Possible Values of Neutrino CP Phase – Published in Nature, the results are a major step forward in the study of difference between matter and antimatter

https://www.kek.jp/en/newsroom/2020/04/16/0000

The T2K Collaboration has published new results showing the strongest constraint yet on the parameter that governs the breaking of the symmetry between matter and antimatter in neutrino oscillations. Using beams of muon neutrinos and muon antineutrinos, T2K has studied how these particles and antiparticles transition into electron neutrinos and electron antineutrinos, respectively. The parameter governing the matter/antimatter symmetry breaking in neutrino oscillation, called δ_{cp} phase, can take a value from -180º to 180º.

For the first time, T2K has disfavored almost half of the possible values at the 99.7% (3σ) confidence level, and is starting to reveal a basic property of neutrinos that has not been measured until now. This is an important step on the way to knowing whether or not neutrinos and antineutrinos behave differently.



The arrow indicates the value most compatible with the data. The gray region is disfavored at 99.7% (3σ) confidence level. Nearly half of the possible values are excluded.

Wyniki na podstawie analizy danych zebranych w latach 2009 – 2018. Bardziej precyzyjne ograniczenia są oczekiwane w przyszłych eksperymentach T2HK (z użyciem detektora Hyper-Kamiokande) oraz DUNE.

Jak mogą się przydać te diagramy Feynmana?
→ Przekroje czynne na oddziaływanie

Amplituda rozpraszania (lub element macierzowy) odpowiadająca procesowi wymiany pojedynczego bozonu to:

$$f(q^2) = \frac{g_0 g}{q^2 + m^2}$$

i już wiadomo dlaczego oddziaływania słabe są „takie słabe”!

$q^2 = \Delta \vec{p}^{\,2} - \Delta E^2$ kwadrat przekazu czteropędu

stałe g_0 i g charakteryzują sprzężenie wymienianego bozonu z cząstką rozpraszającą i cząstką rozpraszaną
m – masa wymienianego bozonu

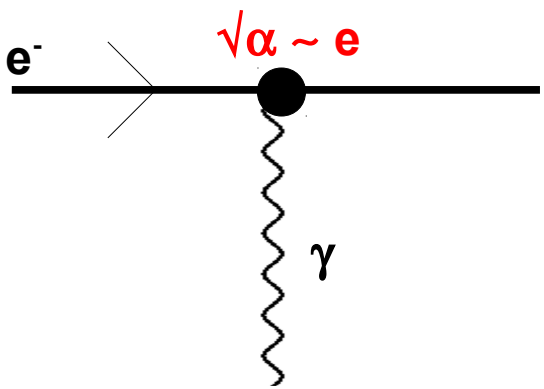
Prawdopodobieństwo zajścia reakcji w jednostce czasu, które następnie określa **szybkość rozpadu cząstki niestabilnej lub przekrój czynny na zderzenie jest proporcjonalne do $|f|^2$**

$$\sigma \sim |f|^2$$

duże $|f|^2$ – duże szybkości rozpadów, przekroje czynne
małe $|f|^2$ – małe szybkości rozpadów, przekroje czynne

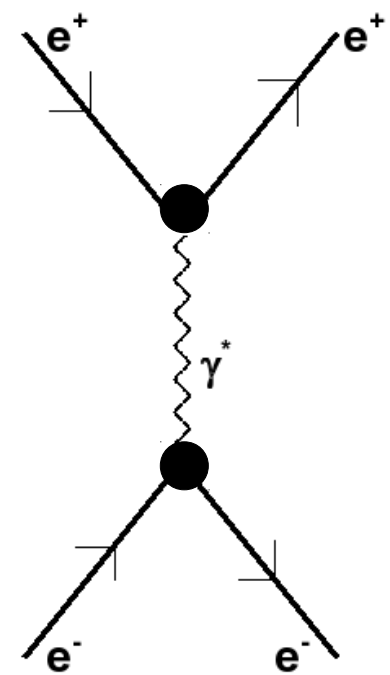
równanie $f(q^2)=\frac{g_0 g}{q^2+m^2}$ jest podstawowym wzorem opisującym oddziaływanie dwóch cząstek przez wymianę pojedynczego bozonu

Oddziaływania elektromagnetyczne:
stała sprzężenia (pojawiająca się w wierzchołkach) określająca siłę oddziaływania cząstek naładowanych i fotonów to: $\alpha = e^2/4\pi\hbar c = 1/137$



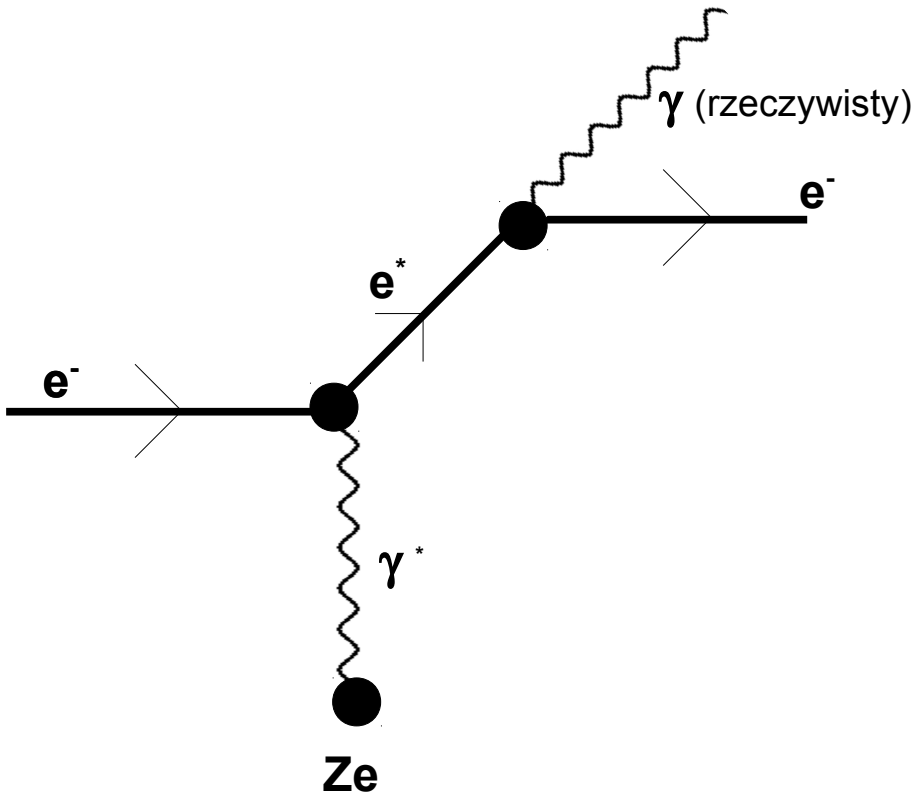
proces absorpcji (emisji) fotonu przez elektron
foton sprzęga się do elektronu z amplitudą $\sqrt{\alpha}$ lub ~e
(w jednostkach $\hbar=c=1$)

zatem $\sigma \sim \alpha$ **(lub e^2)**



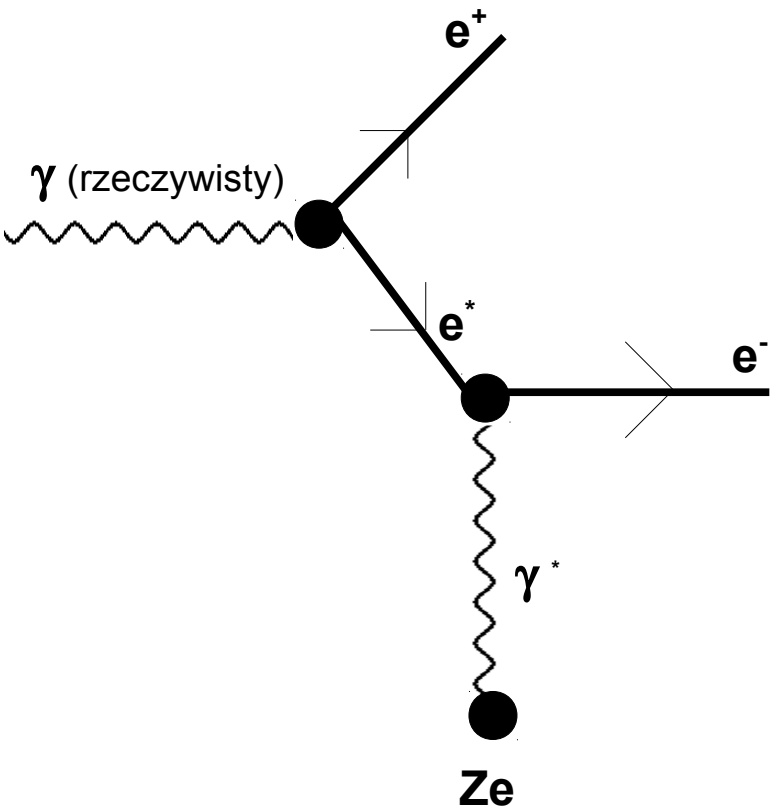
rozpraszanie kulombowskie

$d\sigma/dq^2 \sim \alpha^2/q^4$ (wzór Rutherforda)



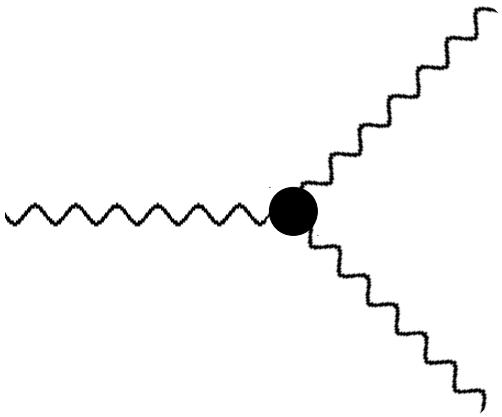
promieniowanie hamowania
(wymiana wirtualnego fotonu z jądrem dla zachowania pędu)
uwaga! w procesie występują także pośrednie WIRTUALNE stany elektronu

$\sigma \sim \alpha^3 Z^2$

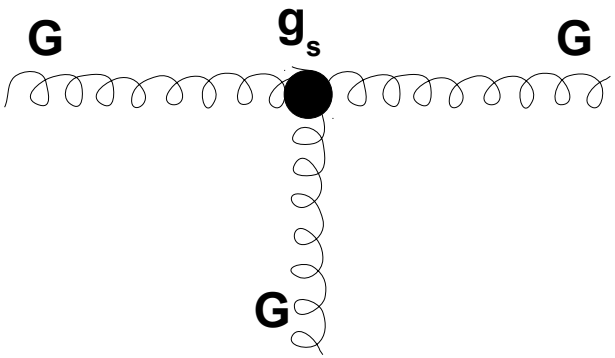


kreacja pary $e^+ e^-$
(wymiana wirtualnego fotonu z jądrem dla zachowania pędu)

$\sigma \sim \alpha^3 Z^2$

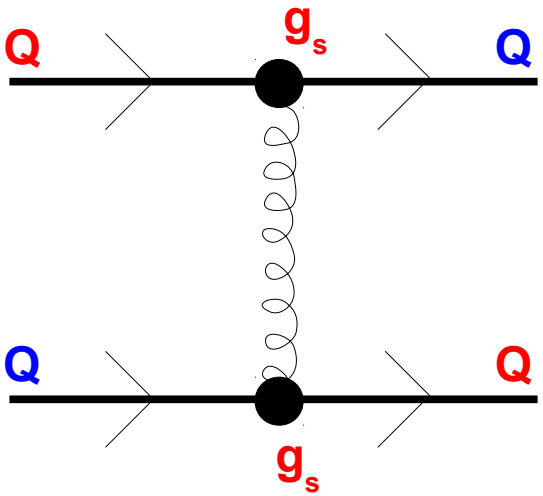


NIE! – w QED foton jest nienaładowany i w wiodącym rzędzie nie ma bezpośrednich oddziaływań foton-foton. Foton może oddziaływać tylko z naładowaną cząstką a nie z innymi fotonami

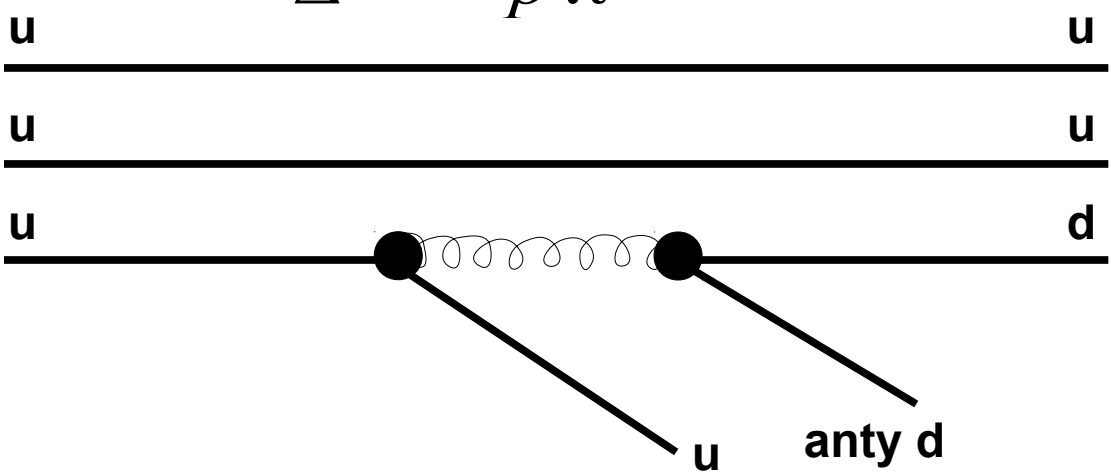


TAK! gluony przenoszą kolor (są nośnikiem ładunku kol.), więc mogą bezpośrednio oddziaływać ze sobą. Gluony oddziałują zarówno z kwarkami jak i z gluonami. W QCD możliwe są takie diagramy.
W QCD teoretycznie możliwe istnienie stanów związanych gluonów (*glueball*) – poszukiwania trwają np. w GSI

inne diagramy
(teraz wymieniamy gluon):



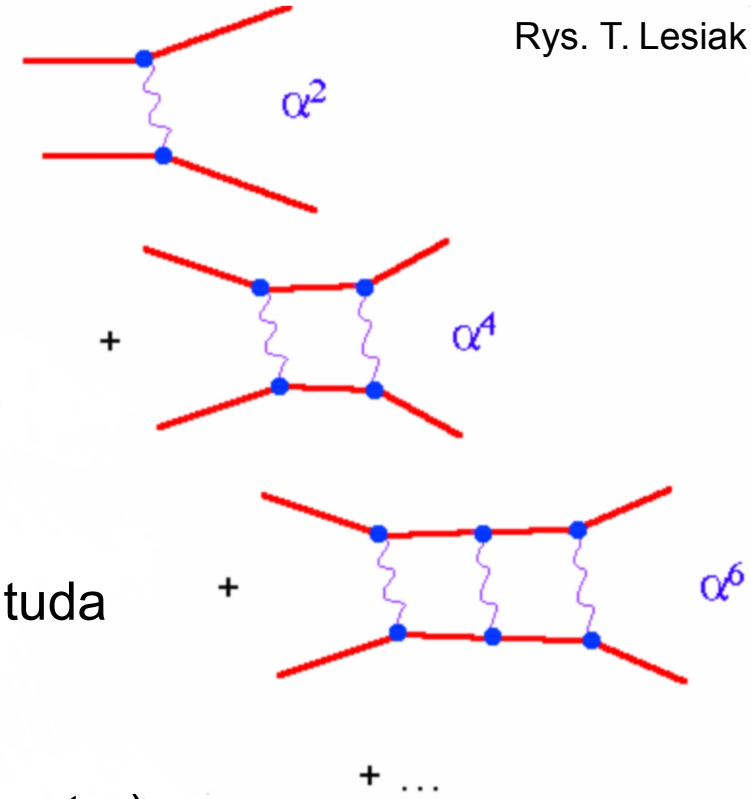
$$\Delta^{++} \rightarrow p\,\pi^{+}$$



Jak korzystać z diagramów Feynmana ilościowo?

Metoda rachunku zaburzeń

Rys. T. Lesiak



1. Rysujemy wszystkie możliwe diagramy Feynmana dla danego procesu i szeregujemy je od najniższego do najwyższego (w praktyce – QED, jeśli α jest małe wystarczy kilka pierwszych rzędów)

2. Dla każdego pojedynczego diagramu wyliczamy zespoloną amplitudę (element macierzowy) $\mathcal{M}_a$. Amplituda jest iloczynem różnych czynników:

a) linia fermionu $\rightarrow$ bi-spinor Diraca

b) linia bozonu pośredniczącego $\propto 1/(m^2 + q^2)$ (propagator)

c) wierzchołek $\propto \alpha$

3. Dodajemy amplitudy dla indywidualnych diagramów $\mathcal{M} = \Sigma\, \mathcal{M}_a$

4. Bierzemy moduł z sumarycznej amplitudy i podnosimy do kwadratu

5. Stosujemy Złotą Regułę Fermiego (do obliczenia prawdopodobieństwa procesu) dla procesu $| i > \rightarrow | f >$ $\quad$ $\mathbf{d\sigma = N\, |\mathcal{M}_{if}|^2\, dQ}$

N – normalizacja stanów kwantowych

dQ – przestrzeń fazowa (gęstość stanów kwantowych; liczba stanów dostępnych dla cząstek stanu końcowego w jednostkowym przedziale np. energii E_f, pędu p_f, etc.)

Zasady zachowania

	Silne	Elektromagnetyczne	Słabe
Energia	+	+	+
Pęd	+	+	+
Moment pędu	+	+	+
Q	+	+	+
B	+	+	+
L_e	+	+	+*
L_μ	+	+	+*
L_τ	+	+	+*
S (dziwność)	+	+	–
C (powab)	+	+	–
b (piękno), t (prawda)	+	+	–
I	+	–	–
I_3	+	+	–
P (parzystość)	+	+	–
C (parzystość)	+	+	–
CP	+	+	–
T (czas)	+	+	–
CPT	+	+	+
G	+	–	–

obowiązuje również w skali makroskopowej

oscylacje

z danych dośw. (makroskopowych)

założenie!

np. Q – nie można eksperymentalnie badać zasady zachowania ładunku w mikroświecie (kwarki!) (przyjmujemy to jedynie jako ekstrapolację z makroświata) ale wszystko zgadza się w diagramach

Rys. AKW

(Nie)Zachowanie ładunku ??

rozpad $e \to \nu_e \gamma$ $\tau > 6.6 \cdot 10^{28}$ lat (PDG 2024)

rozpad $n \to \nu_e \overline{\nu_e} p$ $\Gamma_i/\Gamma < 8 \cdot 10^{-27}$

(Nie)Zachowanie liczby barionowej ??

(Super-Kamiokande 2020)

$p \to e^+ \pi^0$ $\tau/B > 2.4 \cdot 10^{34}$ lat

$p \to \mu^+ \pi^0$ $\tau/B > 1.6 \cdot 10^{34}$ lat

Zasady zachowania – liczby leptonowe (oddział. słabe) Rys. PA

liczba leptonowa musi być zachowana we wszystkich generacjach oddzielnie

	mion		neutrino mionowe		elektron		antyneutrino e^-
równanie:	μ	$\to$	ν_μ	+	e^-	+	$\bar{\nu}_e$
liczba elektronowa:	0	=	0	+	1	+	-1
liczba mionowa:	1	=	1	+	0	+	0
liczba tau:	0	=	0	+	0	+	0

Dziwność, powab, piękno, prawda (S, C, b, t)
$\rightarrow$ **ADDYTYWNE** liczby kwantowe zachowane w oddziaływaniach silnych i elektromagnetycznych a nie zachowane w słabych

Produkcja dziwności w oddziaływaniach silnych to produkcja zawsze parami
- pojawianie się par **(s anty-s)**
w oddziaływaniach silnych produkcja parami: $s\,\bar{s}\,,\, c\,\bar{c}\,,\, b\,\bar{b}\,,\, t\,\bar{t}$

$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$

S: 0 + 0 = +1 + –1

$p + p \rightarrow (s\,\bar{s}) + \ldots$

S: 0 + 0 = 0 + ...

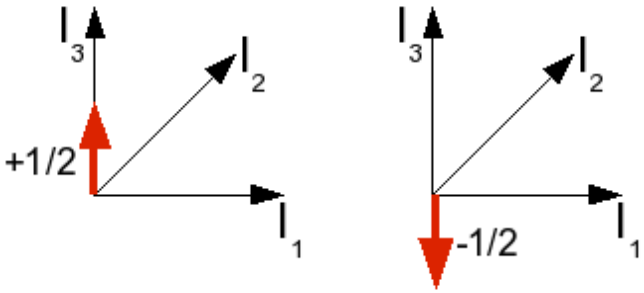
natomiast **rozpad słaby nie zachowuje dziwności**, np:

$K^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+$

S: +1 $\neq$ 0 + 0

Izospin:

W 1932 roku po odkryciu neutronu Heisenberg zasugerował, żeby neutron i proton traktować jako taką samą cząstkę (**nukleon**) → są nierozróżnialne w oddziaływaniach silnych a jedynie w elektromagnetycznych. Przykłady izospinów hadronów:



singlet izospinowy (**I=0**): Ω^-, Λ

dublet izospinowy (I=1/2): p (I_3=1/2), n(I_3=-1/2)

dublet izospinowy (**I=1/2**): K^+ (I_3=1/2), K^0 (I_3=-1/2)

dublet izospinowy (**I=1/2**): antyK^0 (I_3=1/2), K^- (I_3=-1/2)

tryplet izospinowy (**I=1**): π^+ (I_3=+1), π^0 (I_3=0), π^- (I_3=-1)

tryplet izospinowy (**I=1**): Σ^+ (I_3=+1), Σ^0 (I_3=0), Σ^- (I_3=-1)

tryplet izospinowy (**I=1**): ρ^+ (I_3=+1), ρ^0 (I_3=0), ρ^- (I_3=-1)

kwartet izospinowy (**I=3/2**): Δ^{++} (I_3=+3/2), Δ^+ (I_3=+1/2), Δ^0 (I_3=-1/2), Δ^- (I_3=-3/2)

dla fotonu nie definiujemy izospinu bo nie jest hadronem

Oddziaływania silne → zachowują izospin i jego trzecią składową

oddziaływania elektromagnetyczne → nie zachowują izospinu ale zachowują I_3

rozpad EM: $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$

I:	1	$\neq$	0
I_3:	0	=	0

Populacja jednorodna – to taka, w której wszyscy członkowie danego multipletu występują w jednej proporcji. Np. populacja jednorodna pionu: tyle samo π^+, π^0, π^-; populacja jednorodna nukleonu: tyle samo *n* i *p*. Singlety są automatycznie populacjami jednorodnymi

Reguła Szmuszkiewicza (zob. Dokl. Akad. Nauk SSSR 103 (1955) 235; Dokl. Akad. Nauk SSSR 106 (1956) 801; Phys. Rev. 140 (1965) B1045; Am. J. Phys. 50 (1982) 748–753): **wszystkie jednorodne populacje cząstek w oddziaływaniach zachowujących izospin (silne) pozostają zawsze populacjami jednorodnymi**

Na podstawie tej reguły można „na szybko" (bez współczynników Clebscha-Gordana) wnioskować np. o stosunkach rozgałęzień i przekrojach czynnych w oddziaływaniach zachowujących izospin (silne)

rozpad ω na piony

$\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ BR=1

$\omega \to \pi^0\pi^0\pi^0$ BR=0

(przed rozpadem populacja pionów była jednorodna (0) i po rozpadzie taka musi pozostać)

Z reguły Szmuszkiewicza można oczekiwać że w oddział. A+A wyprodukuje się tyle samo π^+ co π^- *) ale to nie będzie prawdą dla K^+ i K^- za to będzie dla K^+ i K^0

rozpad silny mezonu tensorowego f_2^0 na dwa piony

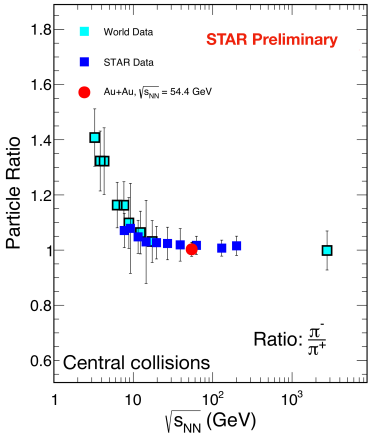
$f_2^0 \to \pi^+\pi^-$ BR=2/3

$f_2^0 \to \pi^0\pi^0$ BR=1/3 ← zachodzi 2 razy rzadziej

rozpad silny mezonu tensorowego f_2^0 na pion i ω

$f_2^0 \to \omega\,\pi^0$ BR = 0

*) eksp. spełnione idealnie w zderzeniach A+A dla lżejszych jąder Z=N (do ^{40}Ca) a dla ciężkich (Pb, Au) z nadwyżką neutronów spełnione dla wyższych energii (od SPS)



arXiv:2212.14204

Symetria ładunkowa: polega na tym, że kierunek osi I_3 jest dowolny (dobór izospinu) a opis przyrody nie może się zmienić

zamieniamy I_3 na $-I_3$

$n \leftrightarrow p$

$K^+ \leftrightarrow K^0$

$\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$

$\Delta^{++} \leftrightarrow \Delta^-$

$\Delta^+ \leftrightarrow \Delta^0$

i nie zmieniają się przekroje czynne, rozkłady kinematyczne, etc.

Fizyka nie zależy od znaku I_3

Jeśli chcemy badać reakcję inkluzywną $\pi^- n \rightarrow \pi^+$ cokolwiek

a łatwiej nam badać $\pi^+ p \rightarrow \pi^-$ cokolwiek to wybieramy tę drugą!!

inne dwie izospinowo sprzężone reakcje:

$\pi^+ \; {}^{12}C \rightarrow p + ...$

$\pi^- \; {}^{12}C \rightarrow n + ...$ ← przekroje czynne identyczne, ale tę z *n* ciężko badać (detekcja *n*)

symetria ładunkowa daje równoważność reakcji:

$\Delta^{++} \rightarrow p \; \pi^+$

$\Delta^- \rightarrow n \; \pi^-$

Uzupełnienie formalizmu Szmuszkiewicza: stosunki rozgałęzienia (i przekroje czynne) muszą być **jednakowe** dla przypadków związanych **symetrią ładunkową**

tak więc **BR** mogą być tylko takie żeby spełniały:
1. regułę Szmuszkiewicza (jednorodność populacji) oraz
2. symetrię ładunkową

$\rho^+ \leftrightarrow \rho^-$ $\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$

Rozpad mezonu a_2

	BR	BR
$a_2^+ \to \rho^+ \pi^0$	1	1/2
$a_2^+ \to \rho^0 \pi^+$	0	1/2
$a_2^0 \to \rho^+ \pi^-$	0	1/2
$a_2^0 \to \rho^0 \pi^0$	0	0
$a_2^0 \to \rho^- \pi^+$	1	1/2
$a_2^- \to \rho^0 \pi^-$	1	1/2
$a_2^- \to \rho^- \pi^0$	0	1/2

tu spełniona tylko reguła Szmuszkiewicza

tylko takie rozwiązanie spełnia regułę Szmuszkiewicza oraz symetrię ładunkową

Rys. AKW

S, C, b, t – ADDYTYWNE liczby kwantowe
izospin – dodaje się jak wektory (np. moment pędu)
C, P, CP, T, CPT, G – MULTIPLIKATYWNE liczby kwantowe

dokładnego omówienia tych ostatnich plan wykładu nie obejmuje $\rightarrow$ zob.
Wykład prof. A. K. Wróblewskiego "Fizyka cząstek elementarnych i wysokich energii" https://www.fuw.edu.pl/~akw/fce.html – rozdział 4)

Skrótowo:
C – parzystość ładunkowa
P – parzystość
CP – parzystość kombinowana
T – operacja odwrócenia czasu
CPT – wszystkie 3 operacje naraz
G – parzystość G

Parzystość P $P\,\psi(\bar{r}) \rightarrow \psi(-\bar{r})$ operator parzystości P ma wartości własne +/- 1

definicja ustalająca: **P(protonu) = +**, na tej podstawie pozostałe parzystości:

P(neutronu) = +
$P(\pi^-)$ = -
$P(\Lambda)$ = +
$P(K^-)$ = -

Parzystość ładunkowa C
operacja C – odpowiada zamianie cząstki na antycząstkę
+/- wartości własne operatora C

$C|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$
$C|\pi^0\rangle = +|\pi^0\rangle$ (bo możliwy rozpad $\pi^0 \to 2\gamma$)
$C|\eta\rangle = +|\eta\rangle$
$C|\omega\rangle = -|\omega\rangle$ (bo możliwy rozpad $\omega \to \pi^0\gamma$)

"C" jest zachowane w oddziaływaniach EM i dlatego **niemożliwy** jest np. rozpad:
$\pi^0 \to 3\gamma$ lub $\eta \to 3\gamma$ ← NIE!

Parzystość C może być zdefiniowana dla cząstek lub układów całkowicie neutralnych ($N = B, Q, S, L_e, L_\mu, ... = 0$)
e^+e^-, p anty-p, n anty-n, $\pi^+\pi^-$, γ, ω...

$C|p\rangle \neq \pm|p\rangle$
ponieważ:
$C|p\rangle = |\text{anty-p}\rangle \neq |p\rangle$

operacja CP – połączenie tych dwóch
CP – zachowane w silnych i elektromagnetycznych a nie zachowane a słabych

Operacje P, C, CP dla układu neutralnych kaonów

$K^0, \bar{K}^0 \rightarrow 2\pi \qquad K^0, \bar{K}^0 \rightarrow 3\pi$

jako że $CP(2\pi) = +1, \; CP(3\pi) = -1$

to $K^0, \bar{K}^0$ nie mogą być stanami wł. CP

$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle$

$P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$

stany K^0 i $\bar{K}^0$ są stanami własnymi operatora P

$C|K^0\rangle = +|\bar{K}^0\rangle$

ale nie są stanami własnymi operatora C (bo dostajemy inne cząstki)

$C|\bar{K}^0\rangle = +|K^0\rangle$

$CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$

$CP|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$

Zob. też slajdy dodatkowe (różne konwencje definicji stanów kaonów)

stany K^0 i $\bar{K}^0$ NIE są stanami własnymi CP

za to stany K_1^0 oraz K_2^0 (niżej) nimi są

(z wartościami własnymi +/-)

$|K^0_1\rangle = (½)^{1/2} [|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle]$

$|K^0_2\rangle = (½)^{1/2} [|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle]$

$CP|K^0_1\rangle = +|K^0_1\rangle$

$CP|K^0_2\rangle = -|K^0_2\rangle$

$|K^0\rangle = (½)^{1/2} [|K^0_1\rangle + |K^0_2\rangle]$

$|\bar{K}^0\rangle = (½)^{1/2} [|K^0_2\rangle - |K^0_1\rangle]$

K^0_S – krótkożyciowy $(\tau = 0.89 \cdot 10^{-10}\ s)$ $\quad K^0_S \approx K^0_1$

K^0_L – długożyciowy $(\tau = 5.12 \cdot 10^{-8}\ s)$ $\quad K^0_L \approx K^0_2$

$\approx$ – dokładność do parametru ε

(parametr łamania CP w oddział. słabych)

najłatwiej obserwować przez rozpady:

$K^0_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$

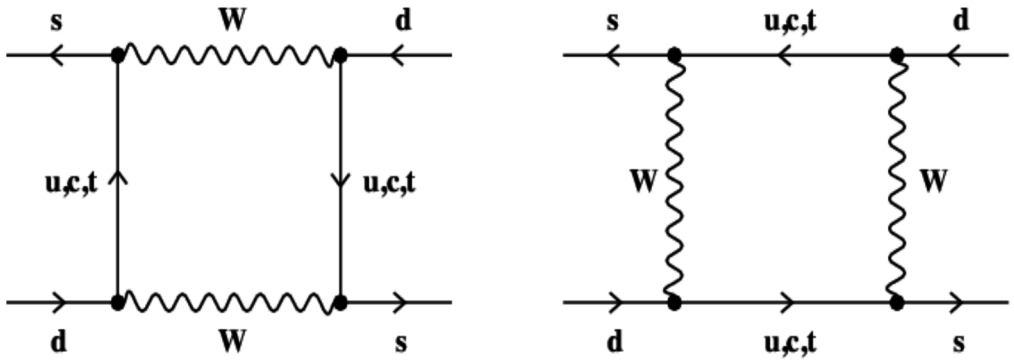
$K^0_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

OSCYLACJE DZIWNOŚCI to zamiany K^0 i $\bar{K}^0$ w siebie nawzajem

konsekwencja faktu, że K^0 i $\bar{K}^0$ nie są stanami o określonej masie i czasie życia tylko mieszanką

Basic theory

Kaons are mesons formed by a strange (or anti-strange) quark and an up or down quark. They have strangeness of ± 1. Both charged kaons (K^+, K^-) and neutral kaons (K_0, $\overline{K}_0$) exist. These neutral kaons are distinguished by their strangeness: $S(K_0)=1$, $S(\overline{K}_0)=-1$. The neutral kaons offer a very interesting subject for studying. During particle - antiparticle oscillation, K_0 -> $\overline{K}_0$, and $\overline{K}_0$ -> K_0.



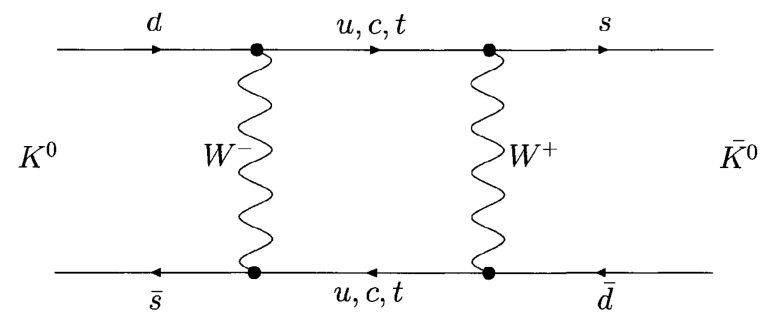
Mieszanie K^0 – anty-K^0 generowane na poziomie pętlowym w Modelu Standardowym, z kwarkami u, c, t w pętli

Therefore, these are not CP eigenstates.

Theoretically, in order to get them, it should be enough to use their linear combinations. (We use Dirac notation to indicate the wave fuction.)

$$|K_1^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0> + |\bar{K}^0>\right),$$

$$|K_2^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0> - |\bar{K}^0>\right),$$



K^0-$\bar{K}^0$ mixing generated at loop level in the Standard Model, with quarks $u_i = u, c, t$ running in the loop

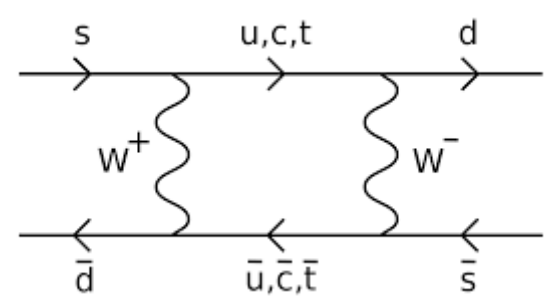
K_1 primarily decays to 2 π which occurs quickly. According to the CP eigenvalue, K_2 primarily decays to 3 &pi which occurs on a slower timescale. In 1964, Cronin and Fitch observed that CP is not conserved in weak interaction in their experiment of a decay of a long lived neutral kaon to 2 π .

This means that the kaons that are CP eigenstates are linear combinations of these two observed in experiments (such as our, for instance) are a mixture of K_2 with a small amount of K_1, which we call K_L.

$$K_L^0 = \frac{K_2 + \epsilon K_1}{\sqrt{1+\epsilon^2}},$$

$$K_S^0 = \frac{K_1 + \epsilon K_2}{\sqrt{1+\epsilon^2}},$$

https://hep.uchicago.edu/cpv/theory.html



Oscylacje dziwności (neutralne kaony)

$$\Psi(t) = \Psi(0)e^{-i\omega t}e^{-t/2\tau} = \Psi_0 e^{-i\frac{E}{\hbar}t}e^{-\frac{\Gamma t}{2\hbar}} = \Psi_0 e^{-imt}e^{-t/2\tau} \qquad \hbar = 1,\ \Gamma/\hbar = 1/\tau$$

Zaczynamy od stanu o ustalonej dziwności:

$$\left|\Psi(t=0)\right\rangle \equiv \left|K^0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K_1^0\right\rangle + \left|K_2^0\right\rangle\right)$$

$$\left|\Psi(t)\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[e^{-im_1 t - t/2\tau_1}\left|K_1^0\right\rangle + e^{-im_2 t - t/2\tau_2}\left|K_2^0\right\rangle\right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K^0\right\rangle - \left|\overline{K^0}\right\rangle\right) \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K^0\right\rangle + \left|\overline{K^0}\right\rangle\right)$$

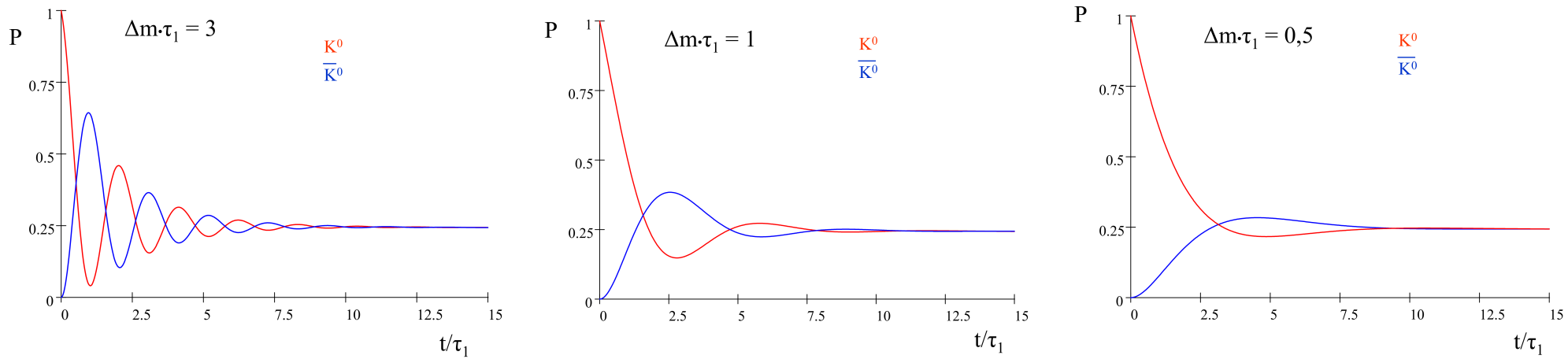
$$\left|\Psi(t)\right\rangle = \frac{1}{2}\left\{\left[e^{-im_1 t - t/2\tau_1} + e^{-im_2 t - t/2\tau_2}\right]\left|K^0\right\rangle + \left[e^{-im_2 t - t/2\tau_2} - e^{-im_1 t - t/2\tau_1}\right]\left|\overline{K}^0\right\rangle\right\}$$

Prawdopodobieństwo obserwacji:

$$P\left(K^0, t\right) = \left|\left\langle K^0 \middle| \Psi(t)\right\rangle\right| = \frac{1}{4}\left(e^{-t/\tau_1} + e^{-t/\tau_2} + 2e^{-\left(\frac{t}{2\tau_1} + \frac{t}{2\tau_2}\right)}\cos(\Delta m \cdot t)\right)$$

$$P\left(\overline{K}^0, t\right) = \frac{1}{4}\left(e^{-t/\tau_1} + e^{-t/\tau_2} - 2e^{-\left(\frac{t}{2\tau_1} + \frac{t}{2\tau_2}\right)}\cos(\Delta m \cdot t)\right)$$

Rys. AKW



Regeneracja składowej krótkożyciowej

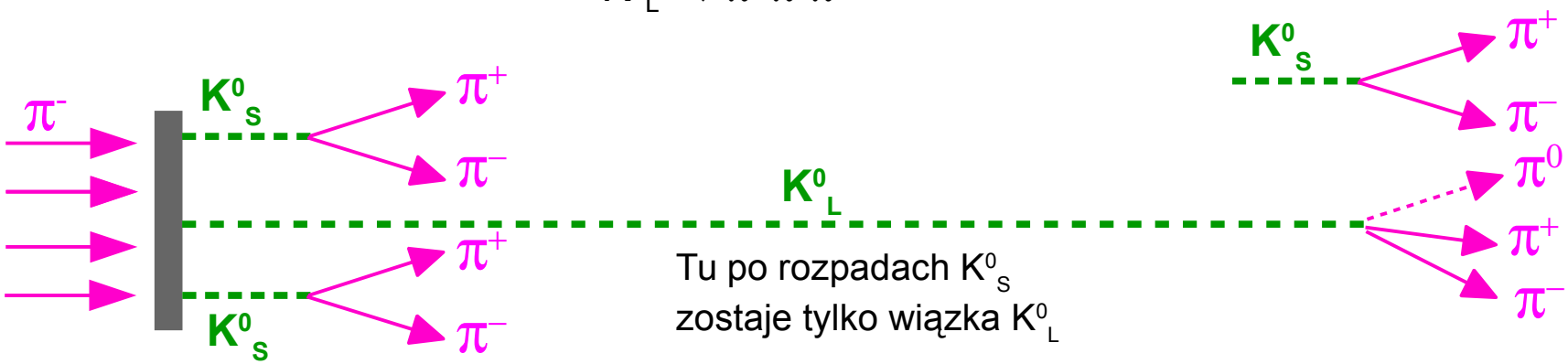
Produkcja wiązki K^0_S oraz K^0_L
w reakcji $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$

K^0_S ($\tau = 0.89 \cdot 10^{-10}$ s $c\tau = 2.7$ cm) $K^0_S \approx K^0_1$

K^0_L ($\tau = 5.12 \cdot 10^{-8}$ s $c\tau = 15.3$ m) $K^0_L \approx K^0_2$

$K^0_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$

$K^0_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$



Tu po rozpadach K^0_S
zostaje tylko wiązka K^0_L

detekcja

detekcja

Operacja T – odwrócenie czasu

Operacja CPT – C, P i T razem

Niezmienniczość względem CPT to założenie! **$|(s)\rangle \equiv CPT\,|(s)\rangle$**

Ale nie ma żadnych danych które wskazywałyby na łamanie CPT

Z niezmienniczości względem CPT wynikają:

1. Równość **mas** dla cząstek i antycząstek
2. Równość **ładunków** dla cząstek i antycząstek
3. Równość **czasów życia** dla cząstek i antycząstek
4. Równość **momentów magnetycznych** dla cząstek i antycząstek

PDG 2024 podaje przykłady:

$(m_{e+} - m_{e-})/m_{śr} < 8 \cdot 10^{-9}$

$(m_{\pi+} - m_{\pi-})/m_{śr} = (2 \pm 5) \cdot 10^{-4}$

$(m_p - m_{anty\text{-}p})/m_p < 7 \cdot 10^{-10}$

$|(m_{K0} - m_{anty\text{-}K0})|/m_{śr} < 6 \cdot 10^{-19}$

Eksperyment BASE w CERN:
$-(q/m)_p / (q/m)_{anty\text{-}p} = 1.000000000003(16)$
Nature 601, 53–57 (2022)

$|q_{e+} + q_{e-}|/e < 4 \cdot 10^{-8}$

$|q_p + q_{anty\text{-}p}|/e < 7 \cdot 10^{-10}$

$\tau_{\mu+}/\tau_{\mu-} = 1.00002 \pm 0.00008$

$(\tau_{\pi+} - \tau_{\pi-})/\tau_{śr} = (6 \pm 7) \cdot 10^{-4}$

$(g_{e+} - g_{e-})/g_{śr} = (-0.5 \pm 2.1) \cdot 10^{-12}$

$(g_{\mu+} - g_{\mu-})/g_{śr} = (-0.11 \pm 0.12) \cdot 10^{-8}$

Ciekawostka dla zainteresowanych: Ostatnie wyniki NA61/SHINE (+ kompilacja wcześniejszych wyników o większych niepewnościach) sugerują **nieoczekiwany duży efekt łamania symetrii izospinowej w produkcji kaonów przy wysokich energiach**

- Oddziaływania silne zachowują w przybliżeniu izospin (I) (w przybliżeniu bo masy kwarków u i d nie są identyczne) i jego trzecią składową (I_3), co m.in. dla zderzeń jąder z N = Z (N – liczba neutronów, Z – liczba protonów) odpowiada równoważności w produkcji nowych par kwarków u–anty-u oraz d–anty-d
- Zgodnie z regułą Smuszkiewicza, dla wszystkich cząstek biorących udział w reakcjach zachowujących izospin, wszyscy członkowie multipletów izospinowych są produkowani w równej liczbie, wtedy i tylko wtedy, gdy populacja początkowa jest jednorodna
- Dlatego też dla stosunku ładunek do liczby barionowej Q/B = 0.5 ($I = I_3 = 0$; $Q \equiv Z$) oraz w przypadku ścisłej symetrii izospinowej oczekujemy związku między krotnościami kaonów:

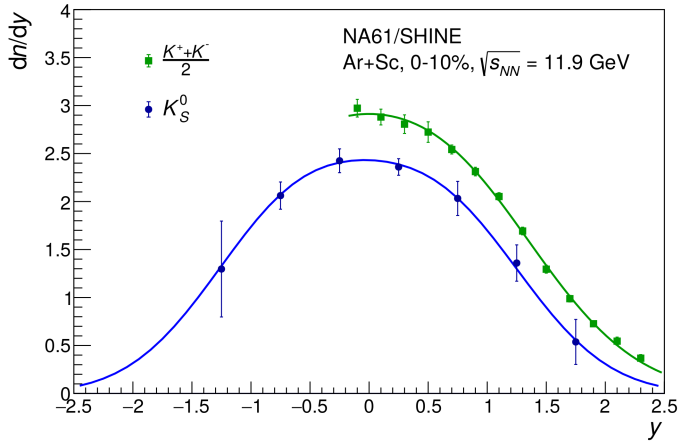
$$K^+(u\bar{s}) = K^0(d\bar{s}) \qquad \text{oraz} \qquad K^-(\bar{u}s) = \bar{K}^0(\bar{d}s)$$

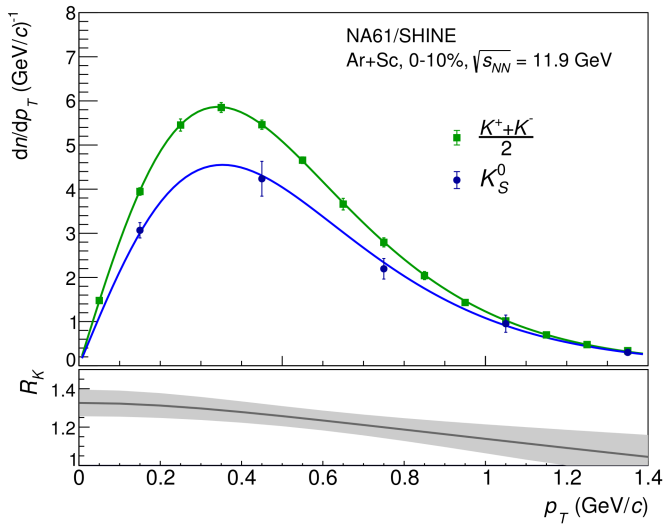
sumując równania: $K^+ + K^- = K^0 + \bar{K}^0$

- K^0 oraz anty-K^0 nie są bezpośrednio mierzone w detektorach ponieważ fizycznymi stanami neutralnymi są K^0_S oraz K^0_L. Zaniedbując bardzo mały efekt łamania CP, produkcja mezonu K^0_S dana jest przez:

$$K^0_S = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{2}$$

- Dlatego oczekujemy zależności między krotnościami: $K^0_S = \frac{K^+ + K^-}{2}$





NA61/SHINE, Nature Commun. 16 (2025) 1, 2849 [arXiv:2312.06572]

Rozkłady pośpieszności i pędu poprzecznego (zob. wykład 3)

$$R_K = \frac{K^+ + K^-}{2\,K^0_S}$$

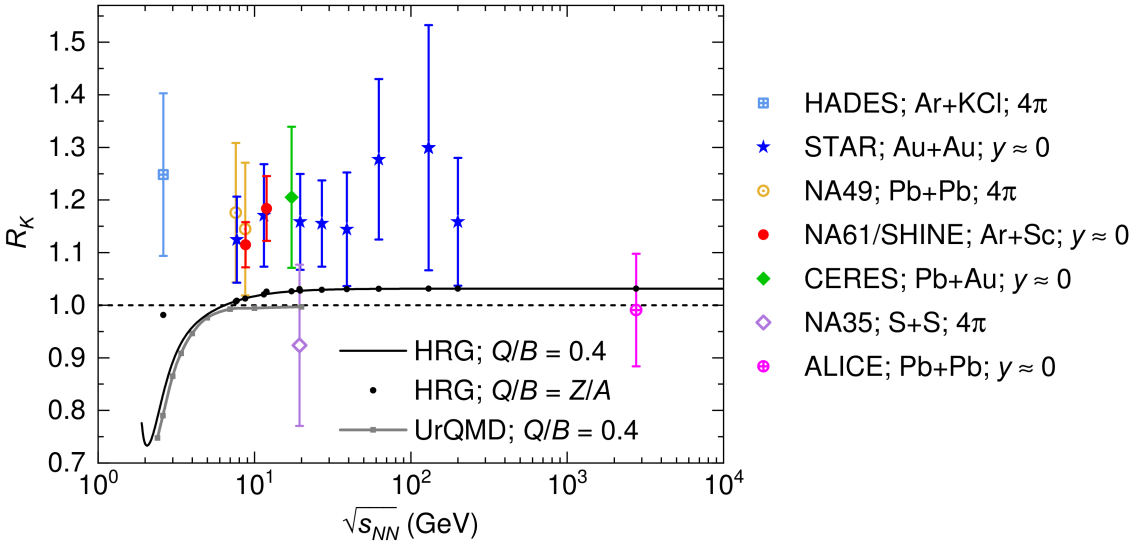
Systematyczny nadmiar produkcji naładowanych kaonów w zderzeniach jądro+jądro ↔ **nadwyżka produkcji kaonów zawierających kwarki u (anty-u) w stosunku do kaonów zawierających kwarki d (anty-d)**

Modele uwzględniające znane (małe) efekty prowadzące do $R_K \neq 1$ nie są w stanie odtworzyć wyników eksperymentalnych

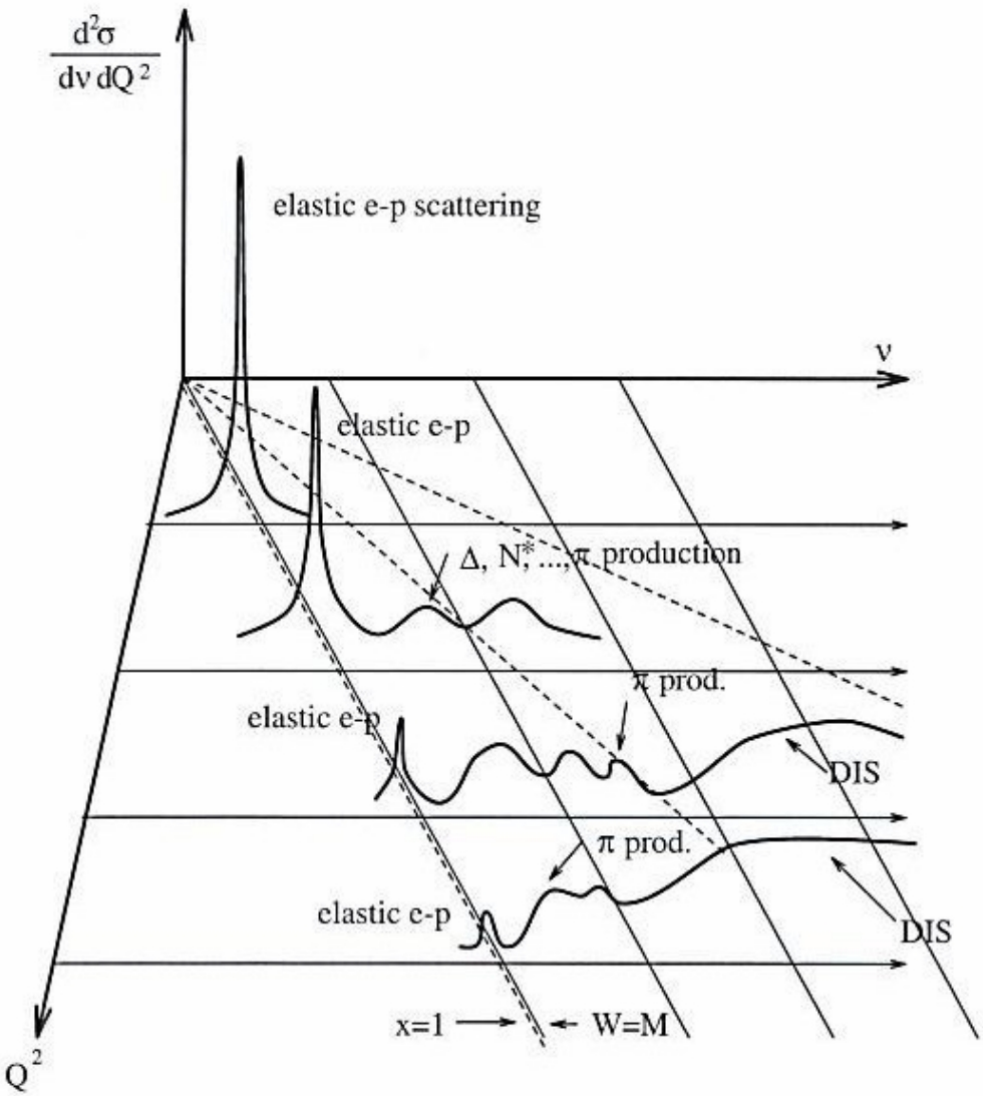
Dalsze analizy planowane m.in. dla $^{16}O+^{16}O$ i $^{24}Mg+^{24}Mg$ (systemy o N = Z)

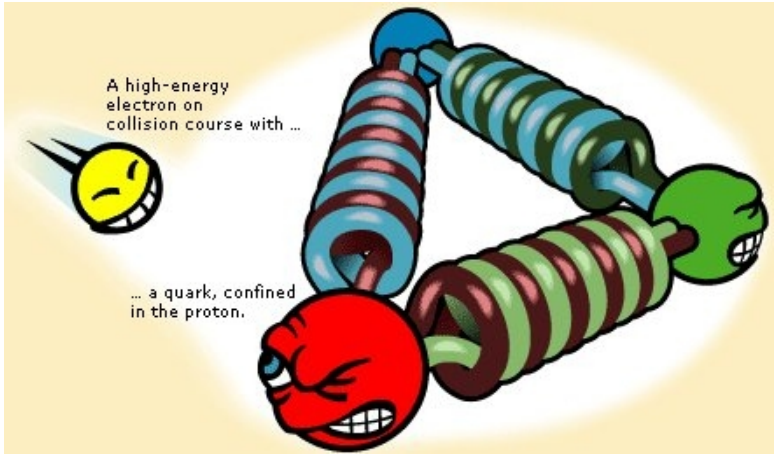
Zob. też prace teoretyczne: T. Reichert et al., arXiv:2503.10493; F. Giacosa, M. Rohrmoser, arXiv:2504.02113

NA61/SHINE, Nature Commun. 16 (2025) 1, 2849 oraz nowy punkt NA61/SHINE (Ar+Sc, 8.8 GeV) pokazany na Quark Matter 2025 (Y. Balkova & T. Susa; K. Grebieszkow)



Głęboko nieelastyczne rozpraszanie e+N oraz ν+N, funkcje struktury, produkcja jetów hadronowych



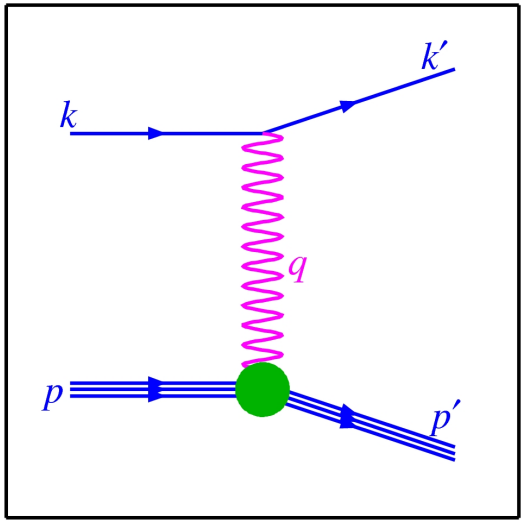


https://www.physik.uni-bielefeld.de/~yorks/www/teaching.html

- Przy niskich energiach **oddziaływanie elastyczne** np. elektronu z protonem – proton wciąż traktowany jako jedna całość
- Przy wysokich energiach większe prawdopodobieństwo tzw. **DIS** (***deep inelastic scattering***)

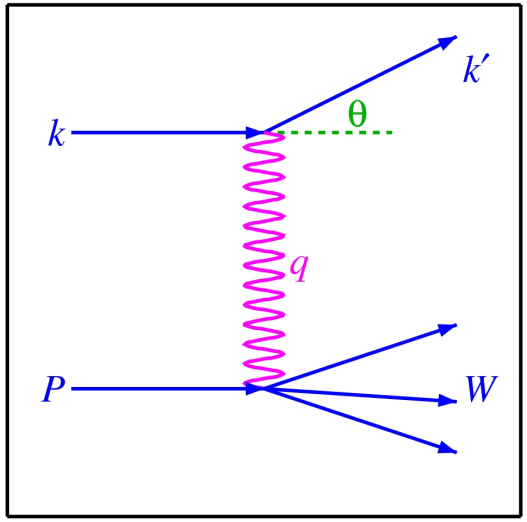
DIS (*deep inelastic scattering*) –
głęboko nieelastyczne rozpraszanie e+p daje się obserwować poprzez produkcję chmury dowolnych obiektów (hadronów) – W

Electron-Proton Elastic Scattering



ep → ep (elastyczne)

Kinematics of Lepton-Nucleon Scattering



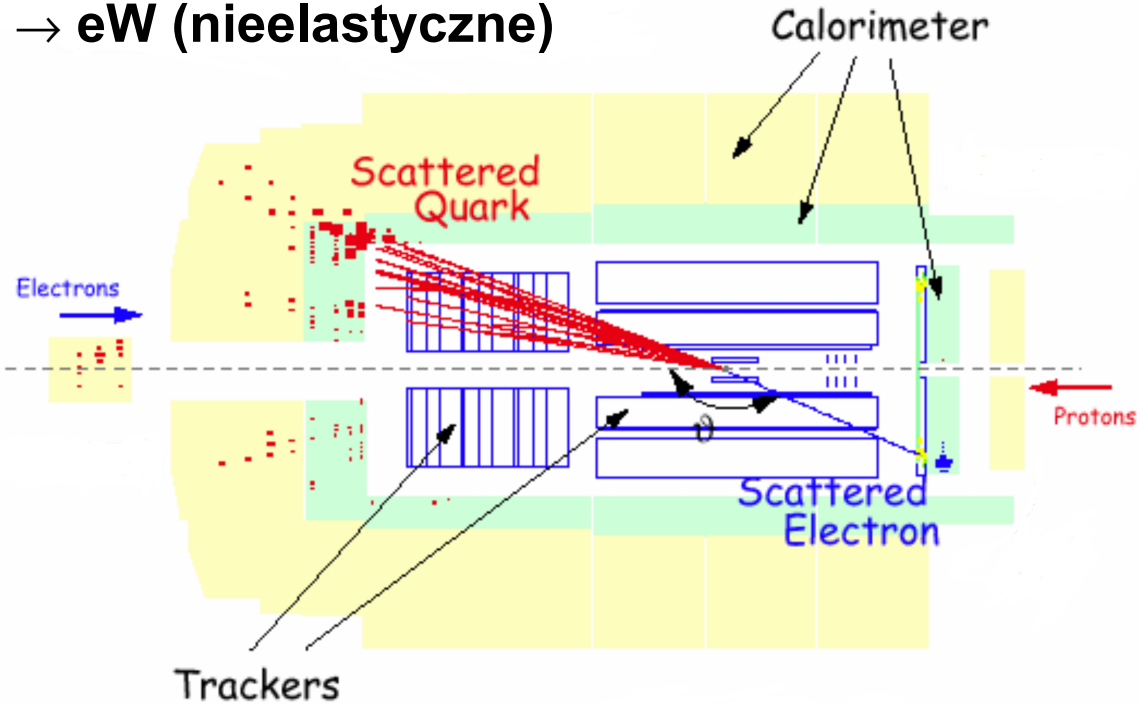
Rys. ZEUS

“Jet”

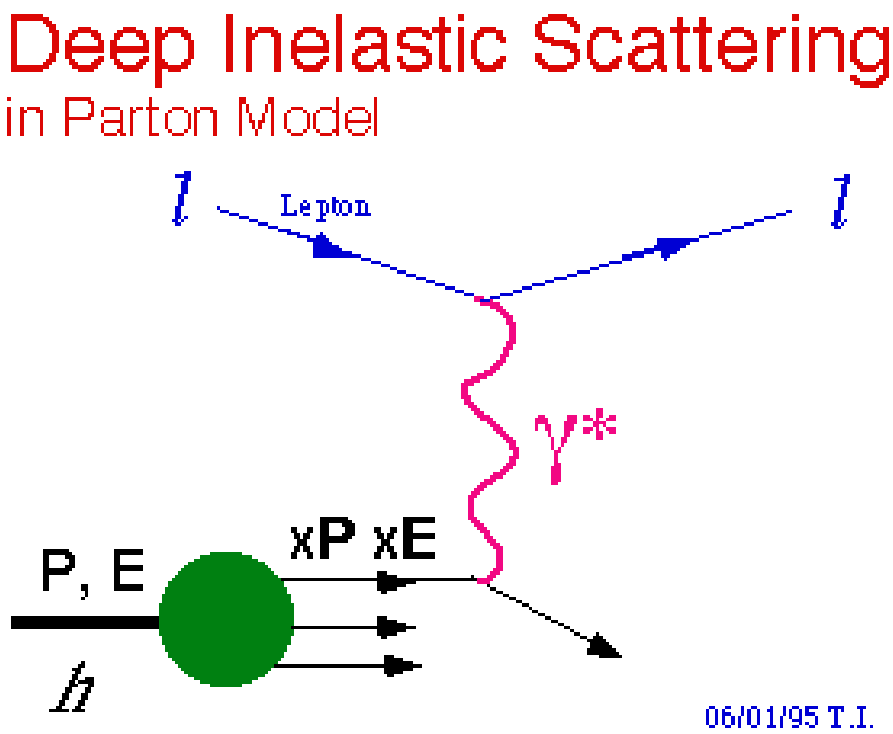
ep → eW (nieelastyczne)

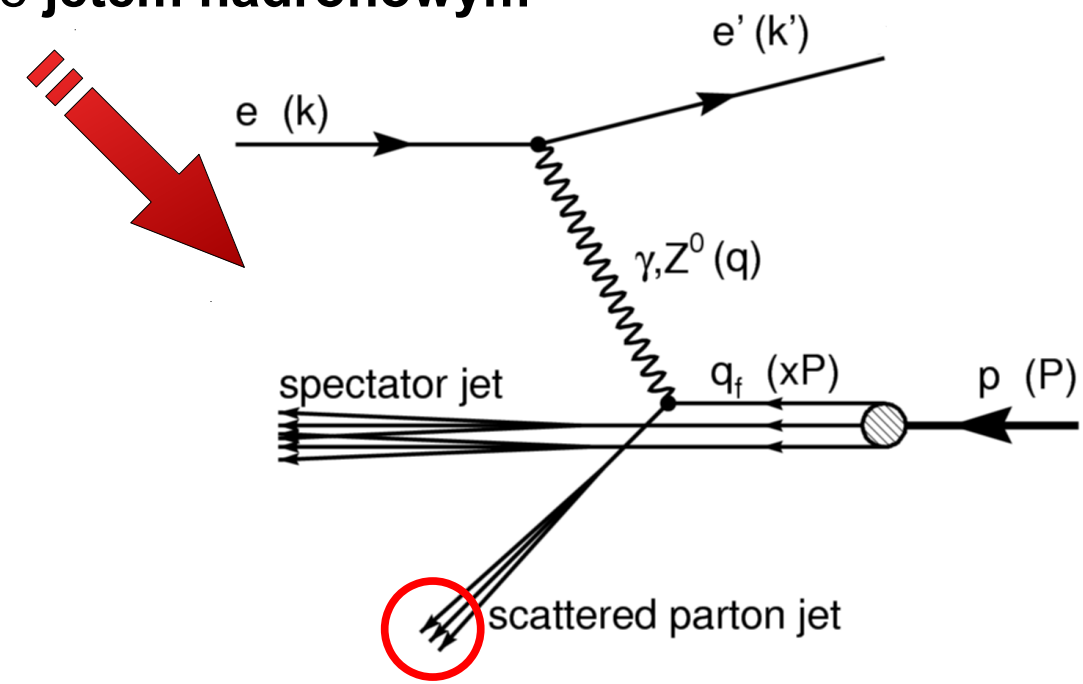
oddziaływanie elektronu (z pędem k) z protonem (pęd p)

Jet w eksperymencie H1 (akceler. HERA) →



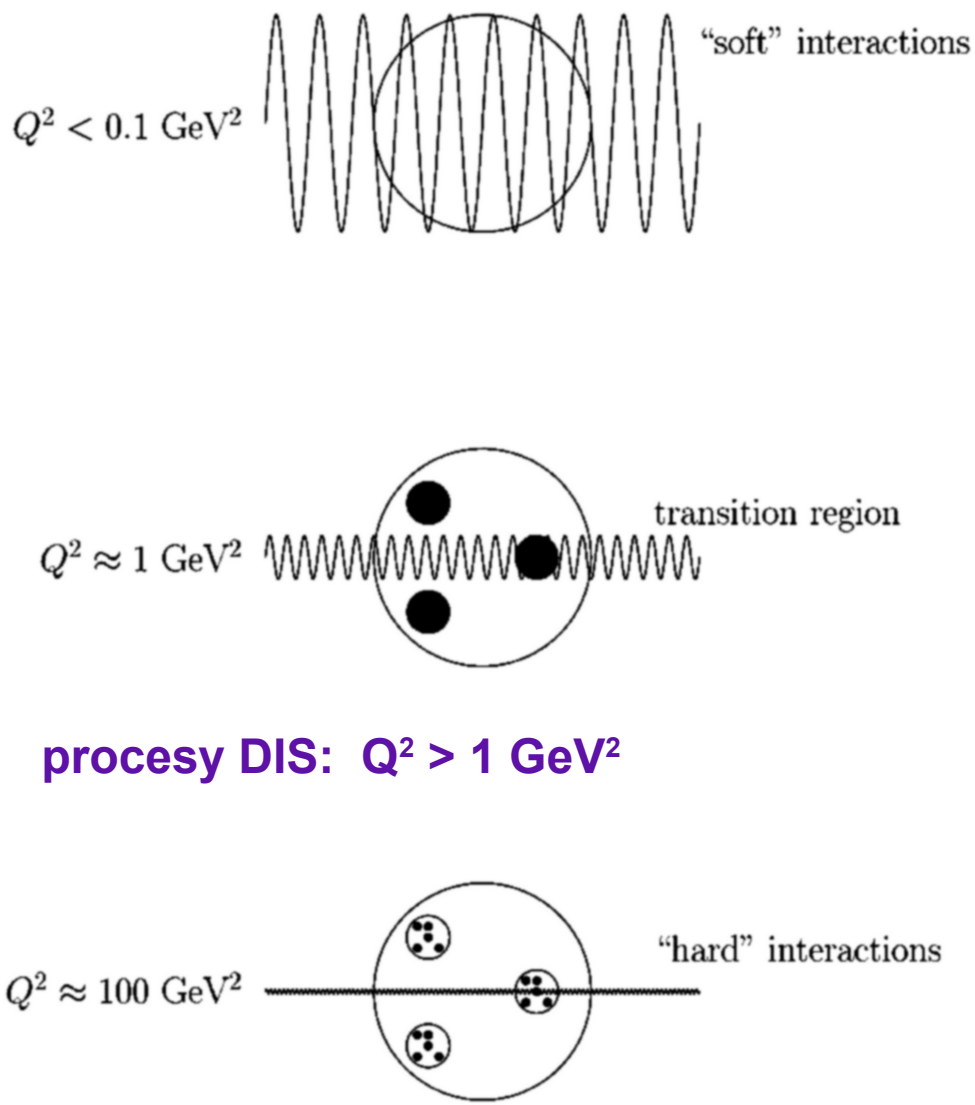
Jak to się dzieje:
DIS – rozpraszanie przy bardzo dużych energiach i przekazach pędu!
1. W DIS foton wirtualny oddziałuje nie z całym protonem tylko z jego pojedynczym kwarkiem (o ile ma wystarczająco krótką falę)
2. DIS jako całość jest procesem nieelastycznym ale oddziaływanie elektronu z kwarkiem to proces elastyczny
3. Hadronizacja – „ubieranie” się kwarków w hadrony, produkcja nowych cząstek, bo kwarki nie mogą istnieć swobodne
Skolimowany pęk hadronów nazywa sie **jetem hadronowym**





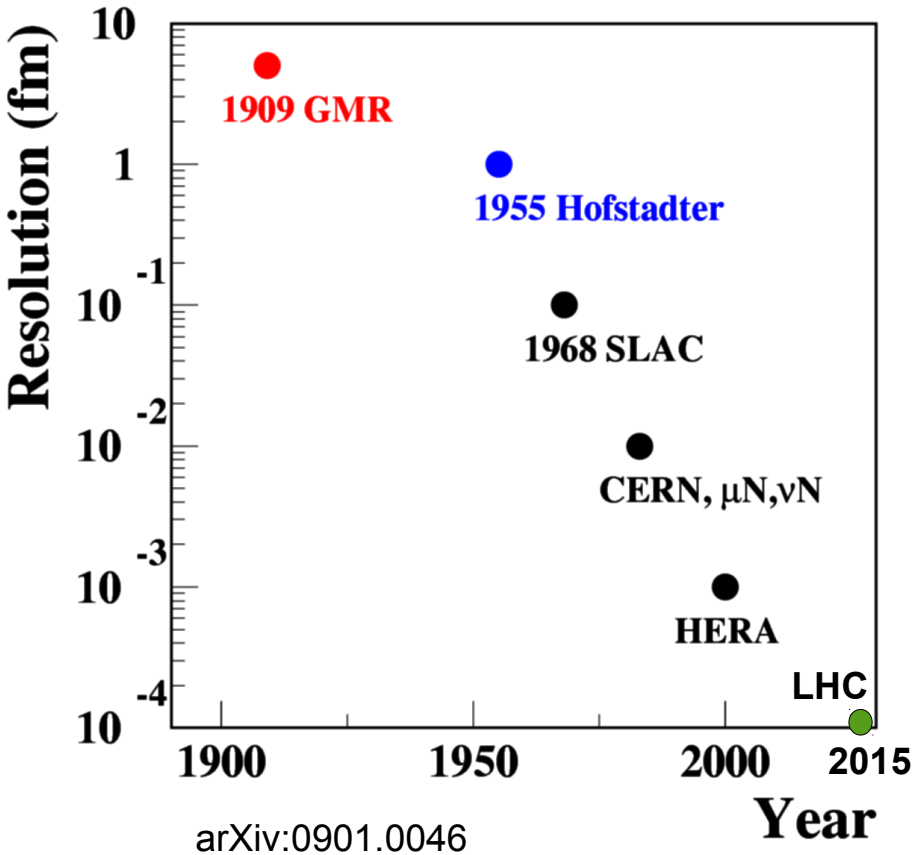
Podczas zderzeń złożonych układów kwarkowych (np. proton) część kwarków nie uczestniczy w zderzeniu (spektatorzy) – kontynuują one lot w rurze akceleratora, nie podlegają detekcji a ich energia ucieka

im wyższa energia tym mniejsze odległości można rozróżniać



procesy DIS: $Q^2 > 1$ GeV^2

λ (fm) = 0.2 / Q (GeV)



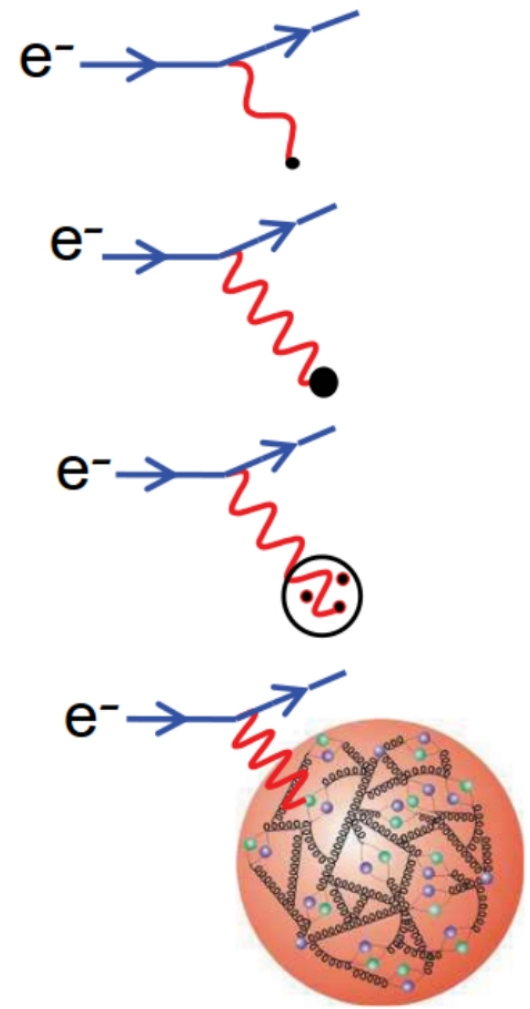
arXiv:0901.0046
GMR – Geiger-Marsden-Rutherford experiment
SLAC (1968) – pierwsze badania wewn. struktury protonu

przekaz Q rzędu 1 GeV oznacza badanie rozmiarów rzędu rozmiaru protonu

„zdolność rozdzielcza" δ = ~ 200 MeV/Q (10^{-15} m)
Im wyższy przekaz pędu, Q (GeV), tym mniejsze szczegóły mogą być rozróżnione

Długość fali fotonu $\lambda \sim 1/Q$ gdzie Q jest przekazem czteropędu

- At very low electron energies $\lambda \gg r_p$: the scattering is equivalent to that from a "point-like" spin-less object
- At low electron energies $\lambda \sim r_p$: the scattering is equivalent to that from a extended charged object
- At high electron energies $\lambda < r_p$: the wavelength is sufficiently short to resolve sub-structure. Scattering from constituent quarks
- At very high electron energies $\lambda \ll r_p$: the proton appears to be a sea of quarks and gluons.

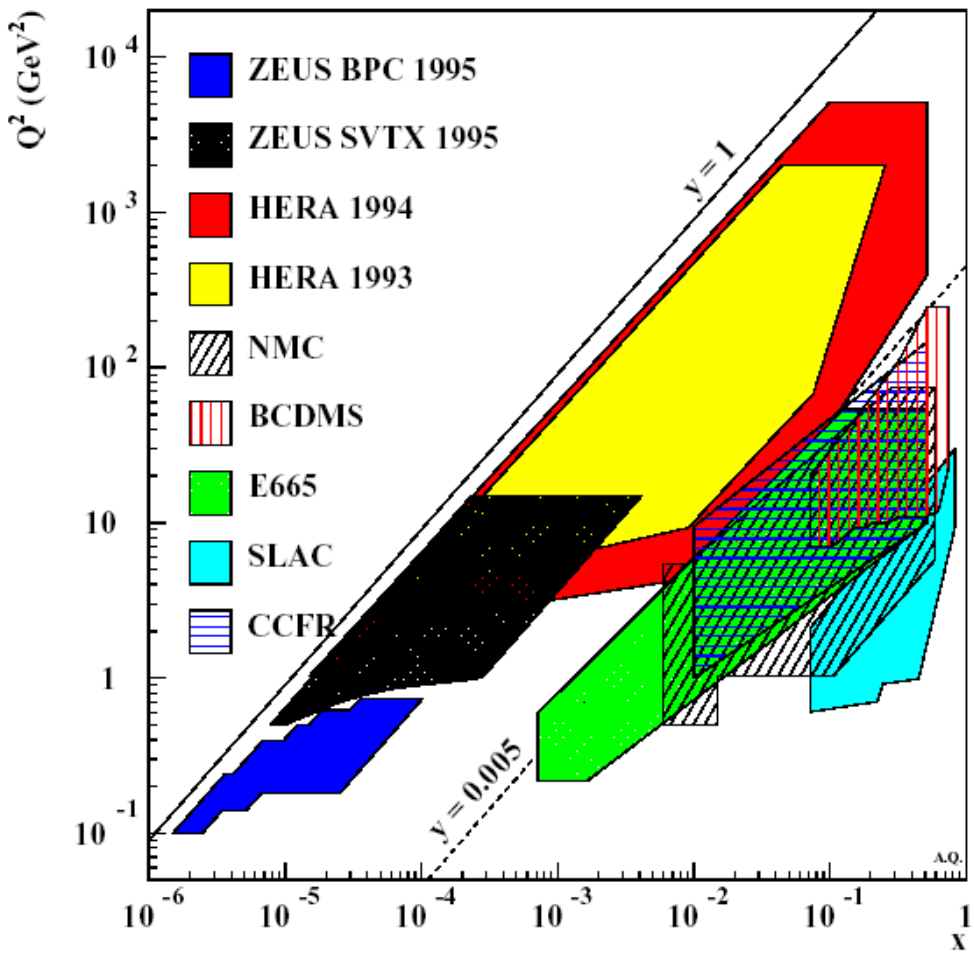


From: M.A. Thomson, Michaelmas Term 2011

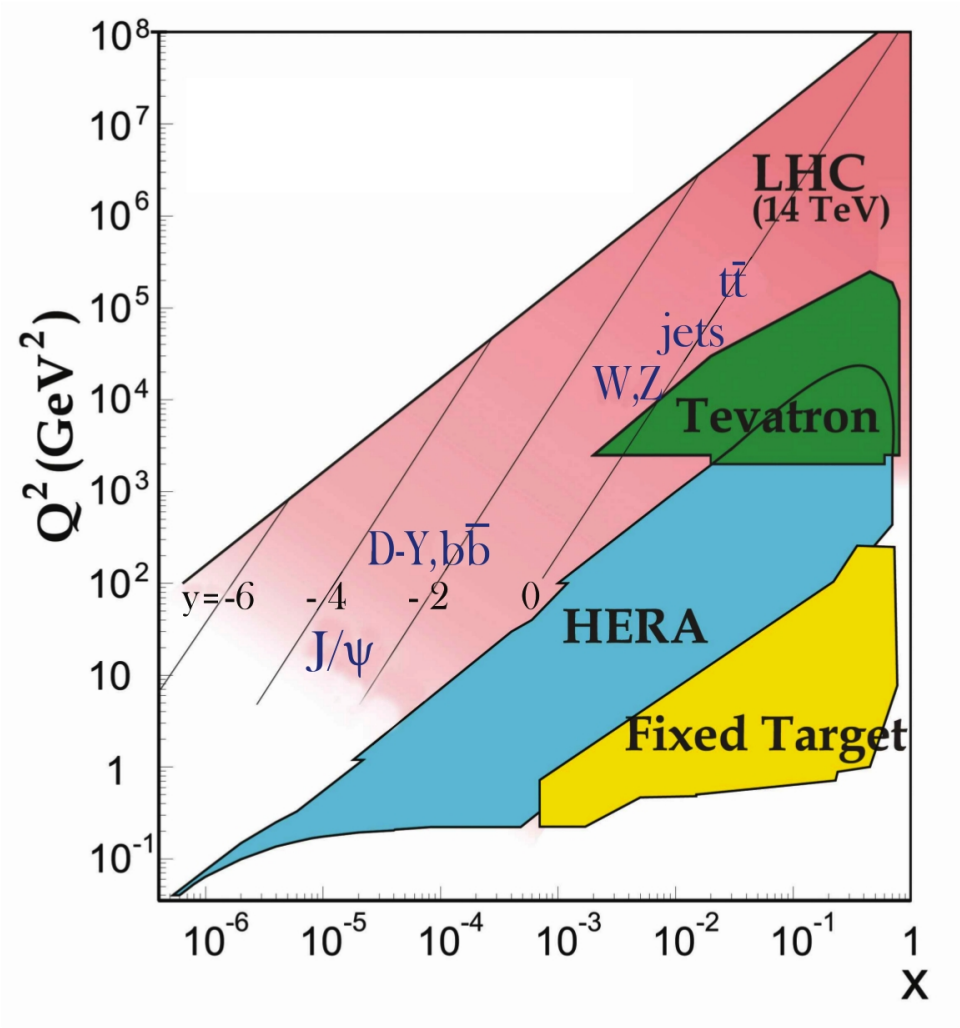
Strona z wykładu B. Badełek, Experimental results on nucleon structure
Lecture I, National Nuclear Physics Summer School 2013

Obszar zmiennych (Q^2, x) dostępny we współczesnych eksperymentach

definicja 'x' → na następnej stronie



PDG 2014-2024



HERA – maksymalna energia w środku masy ($\sqrt{s}$ = 319 GeV) pozwalała na badanie protonu z rozdzielczościami odpowiadającymi 10^{-18} m

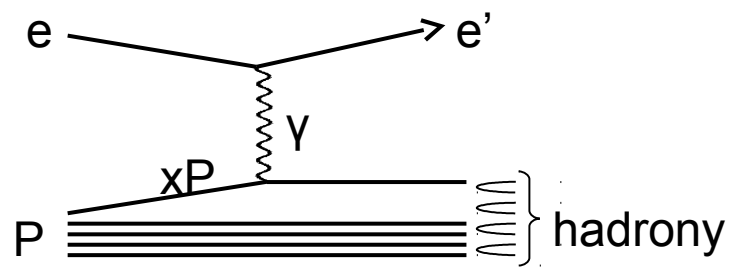
Przekrój czynny na DIS (w odróżnieniu od rozpraszania elastycznego) jest duży i bardzo słabo zależy od $q^2 \rightarrow$ to sugeruje że mamy do czynienia z **procesem elastycznego rozpraszania na punktowych składnikach nukleonu tzw. partonach** (uwaga: obecnie partonami nazywamy kwarki, antykwarki i gluony)

Rozważamy **układ nieskończonego pędu protonu:**
* zaniedbana masa protonu w porównaniu z pędem
* proton jako równoległa struga quasi-swobodnych (asympt. swoboda, wykł. 7) partonów
* każdy parton niesie czteropęd xP (0 < x < 1), P – czteropęd protonu

Stan początkowy:

elektron: m, ε, **p**

proton: M, E, **P**



używane zmienne:

$\mathbf{q^2}$ – przekaz czteropędu

$\nu = \varepsilon - \varepsilon'$ energia fotonu wirt.

$y = \nu/\varepsilon$ ułamek energii leptonu, przekazanego do protonu przez foton (energia tracona przez lepton)

$\mathbf{x = q^2 /2M\nu}$ **zmienna Bjorkena**, ułamek pędu protonu niesionego przez parton (kwark, antykwark – zob. dalej) oddziałujący z fotonem

x = 1 rozpraszanie elastyczne (na całym protonie)

x < 1 rozpraszanie nieelastyczne

Prawdopodobieństwo rozpraszania e+p (DIS) zwykle wyrażane jest jako:

$d^2\sigma/d\nu dQ^2$ ($q^2 = - Q^2$) lub **$d^2\sigma/dydx$** (wzory poniżej) lub **$d^2\sigma/dxdQ^2$**

Wzór na przekrój czynny zawiera tzw. funkcję struktury F_2

s – kwadrat całkowitej energii w układzie środka masy (zderzenia e+p)

xs – kwadrat energii układu elektron-kwark (ogólnie elektron-parton)

F_2 niesie informację o strukturze rozciągłej protonu!

$$\frac{d^2\sigma^{(ep)}}{dy\,dx} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4} xs \frac{F_2^{ep}(x)}{x}\left[\frac{1+(1-y)^2}{2}\right]$$

przekrój na oddział. e+p poprzez wymianę fotonu

$$F_2^{ep}(x) = x\sum_i e_i^2 q_i(x) \qquad i = u, d, s, c \ldots \bar{u}, \bar{d} \ldots$$

e_i – ładunek elektryczny kwarka

$q_i(x)$ – funkcja dla i-tego partonu, prawdop. znalezienia partonu typu 'i' niosącego ułamek pędu 'x' w protonie

$q_i(x)$ – rozkład prawdopodobieństwa

$x\,q_i(x)$ – rozkład pędu

Uwaga: kinematyka DIS (w oddz. e+N z wymianą fotonu czyli przez tzw. prądy neutralne NC) może być obliczona <u>jedynie</u> z pomiaru rozproszonego elektronu. Pomiar hadronów w stanie końcowym NIE jest konieczny

$$\frac{F_2^{ep}(x)}{x}=\frac{4}{9}[u(x)+\bar{u}(x)]+\frac{1}{9}[d(x)+\bar{d}(x)+s(x)+\bar{s}(x)]$$

Z symetrii izospinowej: rozkład u w protonie jest taki sam jak d w neutronie i odwrotnie. Tak samo dla antykwarków, wobec tego:

$$\frac{F_2^{en}(x)}{x}=\frac{4}{9}[d(x)+\bar{d}(x)]+\frac{1}{9}[u(x)+\bar{u}(x)+s(x)+\bar{s}(x)]$$

dla tarczy nukleonowej (jednakowa liczba protonów i neutronów):

$$F_2^{eN}=\frac{F_2^{ep}+F_2^{en}}{2}$$

$$\frac{F_2^{eN}(x)}{x}=\frac{5}{18}[u(x)+\bar{u}(x)+d(x)+\bar{d}(x)]+\frac{1}{9}[s(x)+\bar{s}(x)]$$

$$\frac{F_2^{ep}-F_2^{en}}{x}=\frac{1}{3}[u(x)-d(x)]$$

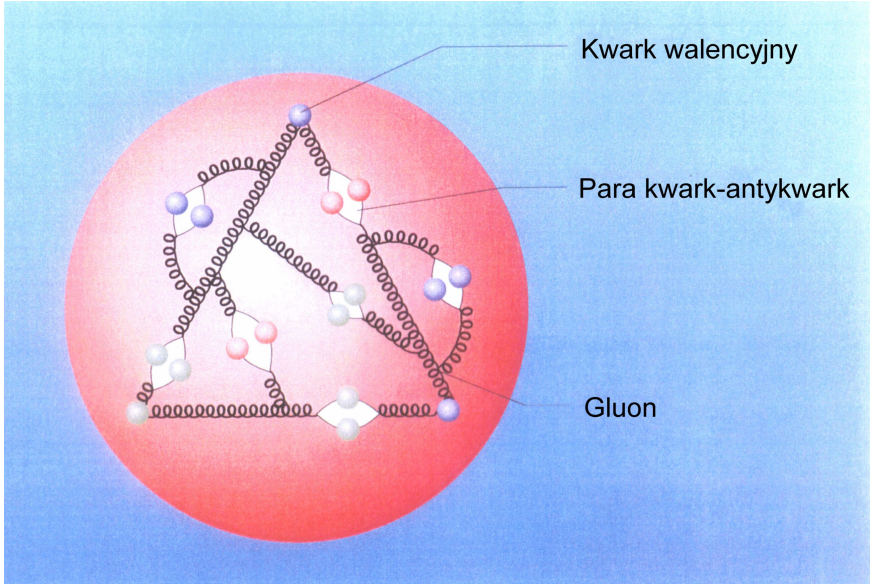
Bardzo dobre pytanie: co w funkcji $\mathbf{F_2}$ robi rozkład kwarków dziwnych, skoro w *modelu kwarkowym* (Gell-Mann i Zweig) nukleon składał się tylko z kwarków u i d?

Dawny ***statyczny model kwarkowy*** (Gell-Mann i Zweig) został zastąpiony po pewnym czasie ***dynamicznym modelem hadronów***, w którym występują oddziaływania między kwarkami czyli dodatkowo istnieją gluony

1. liczby kwantowe hadronu są niesione przez **kwarki walencyjne** np. (uud)
2. kwarki oddziałują przez wymianę gluonów
3. możliwe jest wiele dynamicznych procesów np. g → q qbar, q → q g

a wszystkie kwarki pochodzące z konwersji gluonów nazywają się **kwarkami morza**

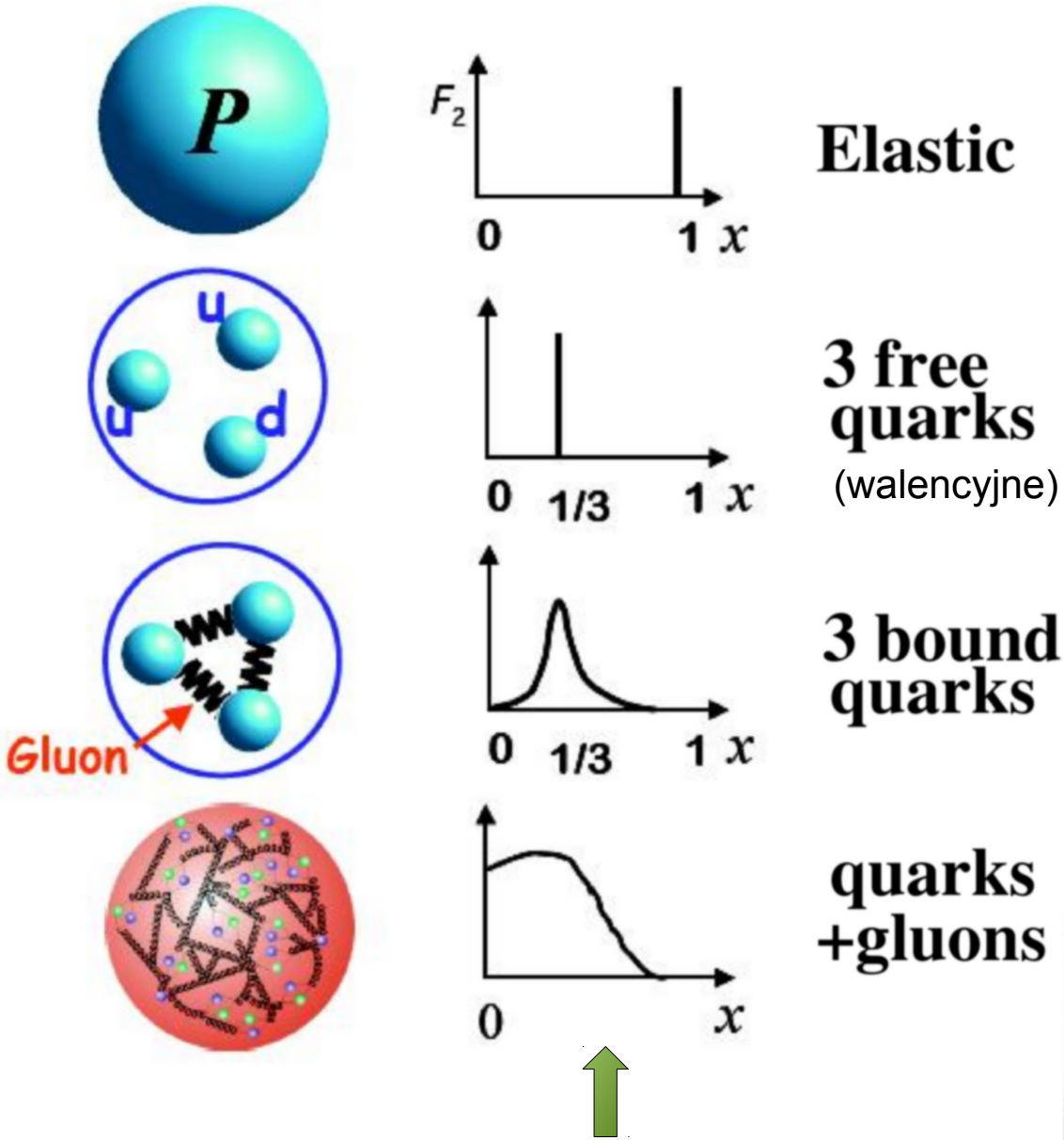
proton (uud) = (uud + u ubar + d dbar + s sbar + ...)
kwarki walencyjne oraz kwarki morza



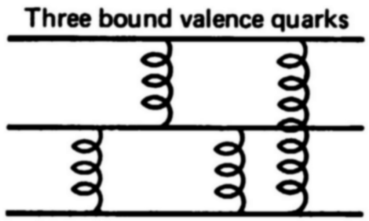
← w tym sensie proton może składać się również z kwarków s, c, b, t

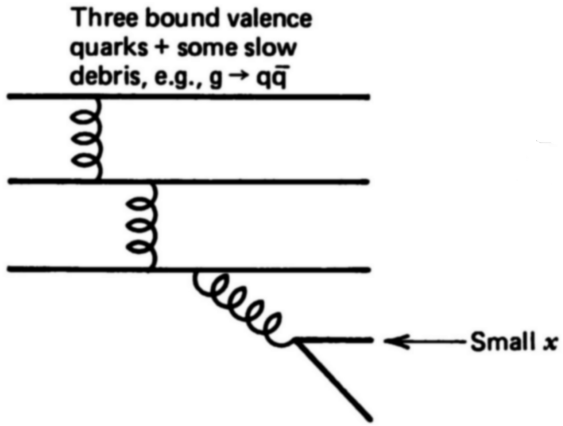
jakich postaci F_2 czyli xQ(x) oczekujemy w uproszczonych rozważaniach

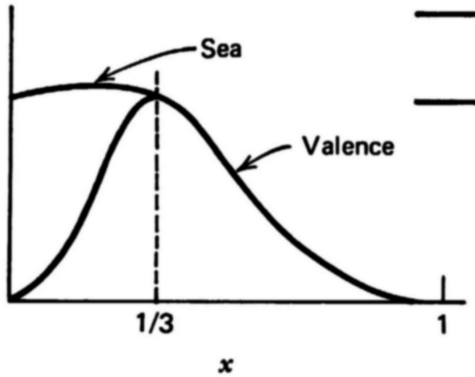
Rys. arXiv:0711.1891 (lewy) oraz Halzen & Martin (prawe)



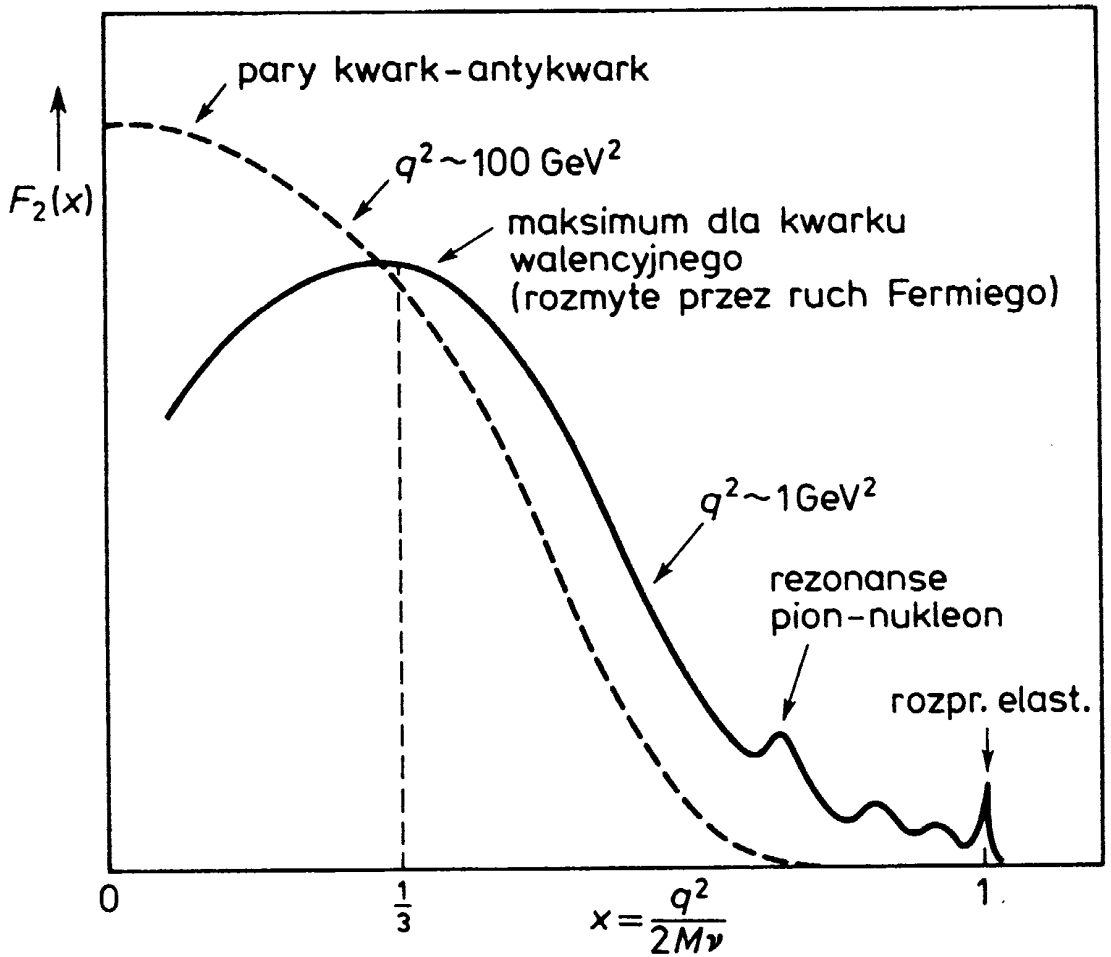
Fakt że kwarki w protonie wiedzą o sobie (komunikacja przez gluony) delta Diraca staje się rozmyta. Kwarki nie są swobodne ale uwięzione w nukleonie o R_0 rzędu 1 fm → pęd Fermiego również ma przyczynek do rozmycia $p_f \simeq h/R_0 \simeq 0.2$ GeV/c

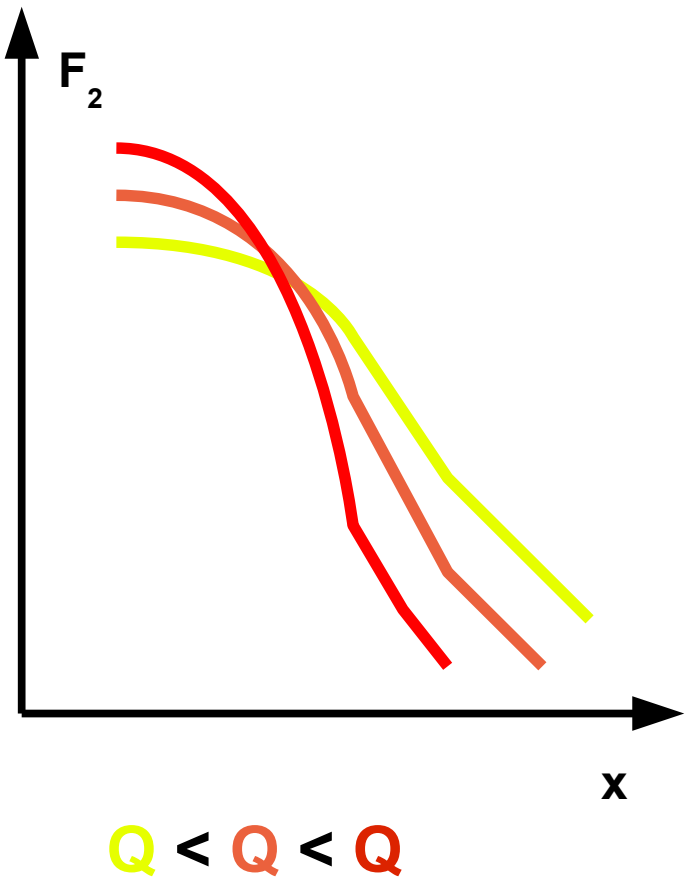






ostateczny rozkład po uwzględnieniu kwarków „morza” z fluktuacji gluonów

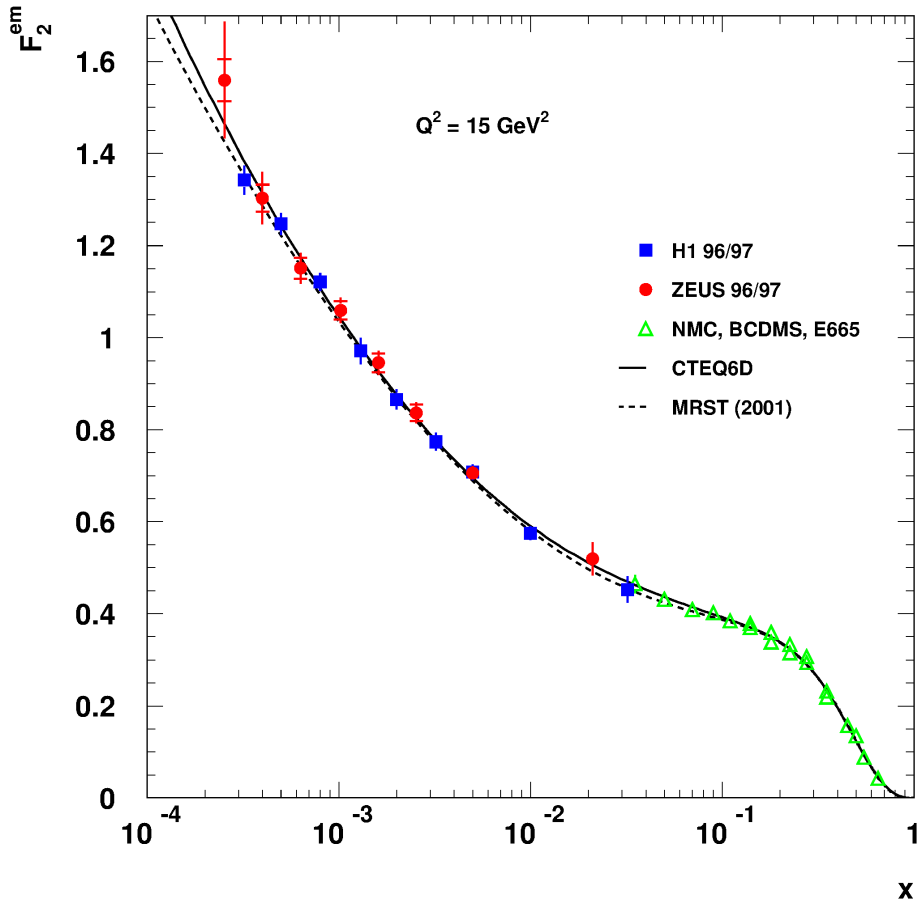


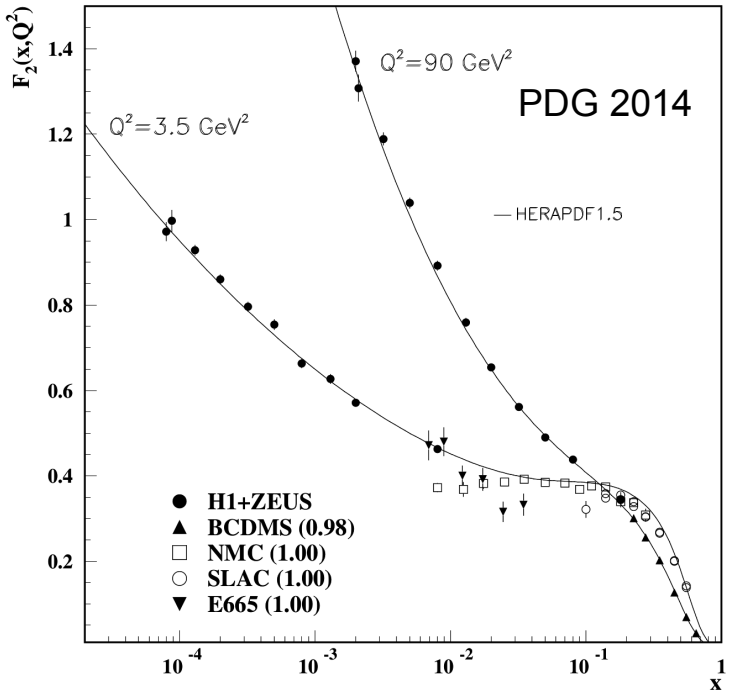


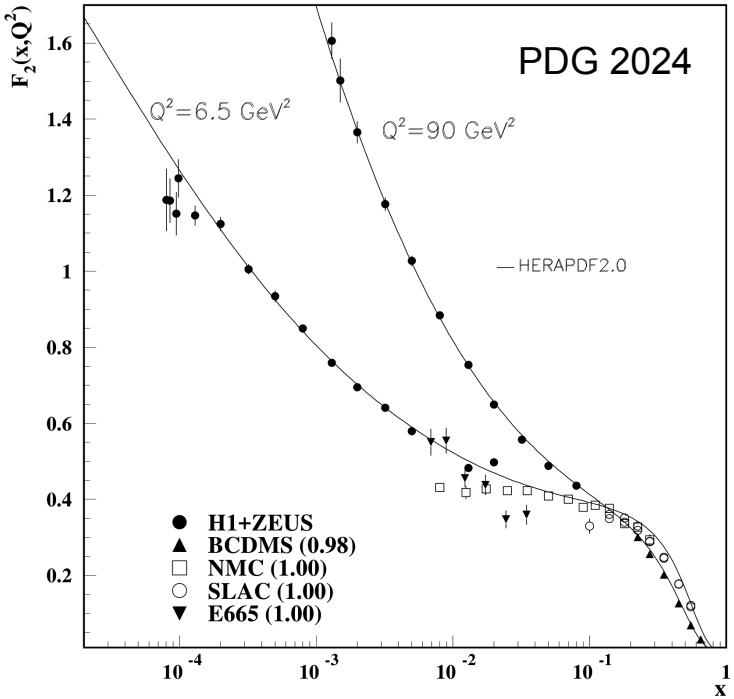
im wyższy przekaz czteropędu tym bardziej ucina się część przy dużych 'x' i rośnie część przy małych 'x' – coraz mniej partonów o dużym 'x'

uwaga: pozioma skala logarytmiczna

arXiv:0711.1891 (lewy)

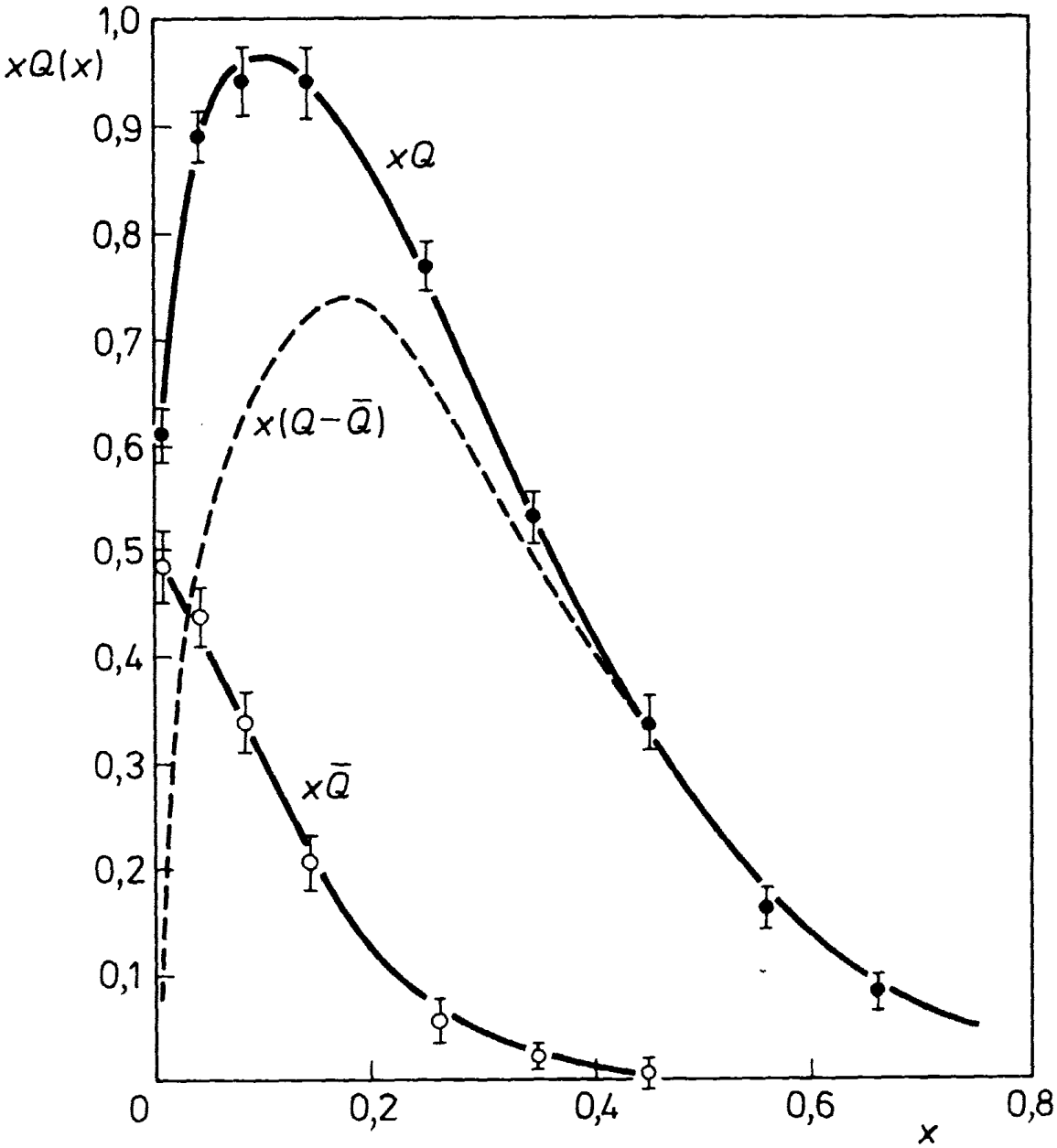






Zależność funkcji struktury protonu od x (dwie różne wartości Q^2) – łamanie skalowania Bjorkena (zob. dalej)

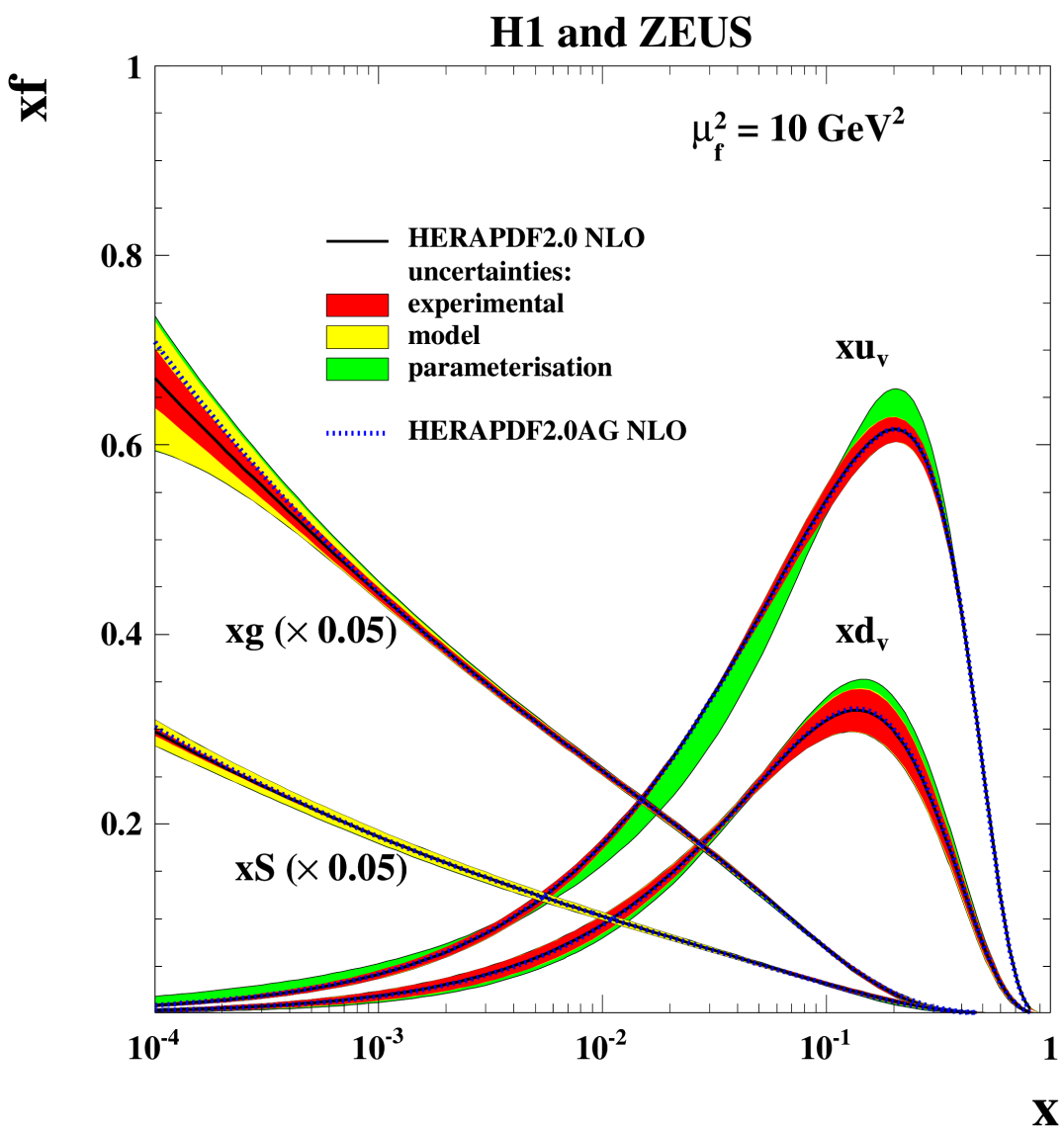
rozkłady z danych:
Rys. D. H. Perkins



$q^2 \cong 10\ GeV^2$

x Q – rozkład kwarków (bez antykw.)
x (Q - barQ) – rozkład kwarków walencyjnych
x barQ – rozkład antykwarków
korzystając z definicji $xF_3(x)$ – 2 slajdy później oraz $F_2(x)$ i ich różnych kombinacji można uzyskać osobno funkcje rozkładu dla kwarków i antykwarków

całki po 'x' od 0 do 1 dadzą nam ułamek pędu niesionego przez kwarki, antykwarki albo kwarki walencyjne → o tym później



rozkłady dla gluonów oraz dla kwarków morza (S) zostały przeskalowane w dół o faktor 20

$$xS = 2x(\bar{U} + \bar{D})$$

dla $Q^2 > m_c^2$ $\quad x\bar{U} = x\bar{u} + x\bar{c}$

dla $Q^2 > m_b^2$ $\quad x\bar{D} = x\bar{d} + x\bar{s} + x\bar{b}$

Rozkłady gęstości partonów w protonie

Istnieją również metody otrzymywania **rozkładów dla konkretnych zapachów kwarków i dla gluonów**

dane ze zderzeń $e^{\pm}p$ z eksperymentów H1 oraz ZEUS przy akceleratorze HERA w Hamburgu przy Q^2 = 10 GeV^2

Rys. arXiv:1507.03849 (zob. też wyniki innych fitów w tej pracy)

gluony – przy niskich 'x', kwarki morza też

kwarki walencyjne - przy dużych 'x'

PDG 2024

gęstości partonowe (*parton distribution functions, PDFs*) w protonie

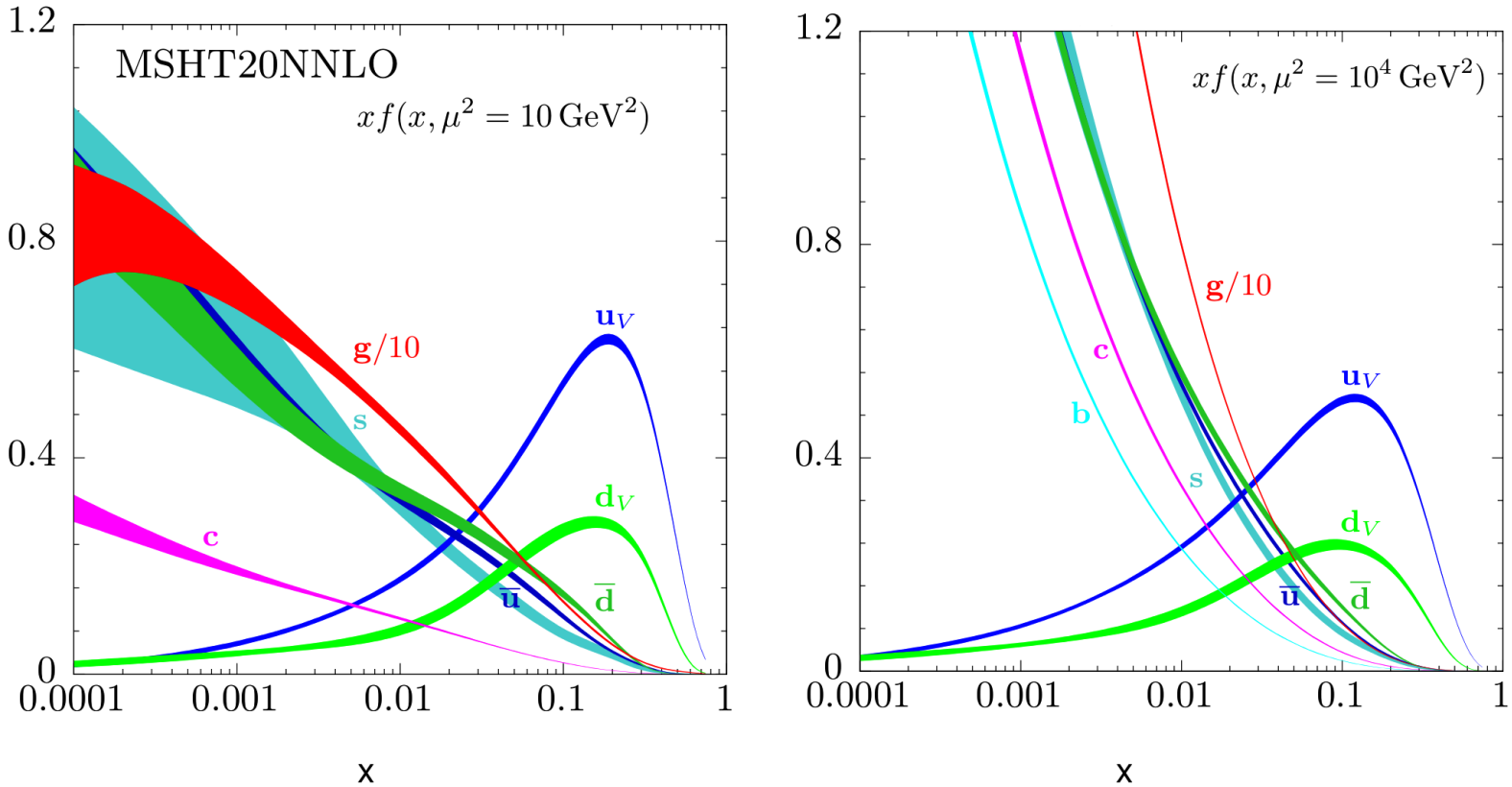
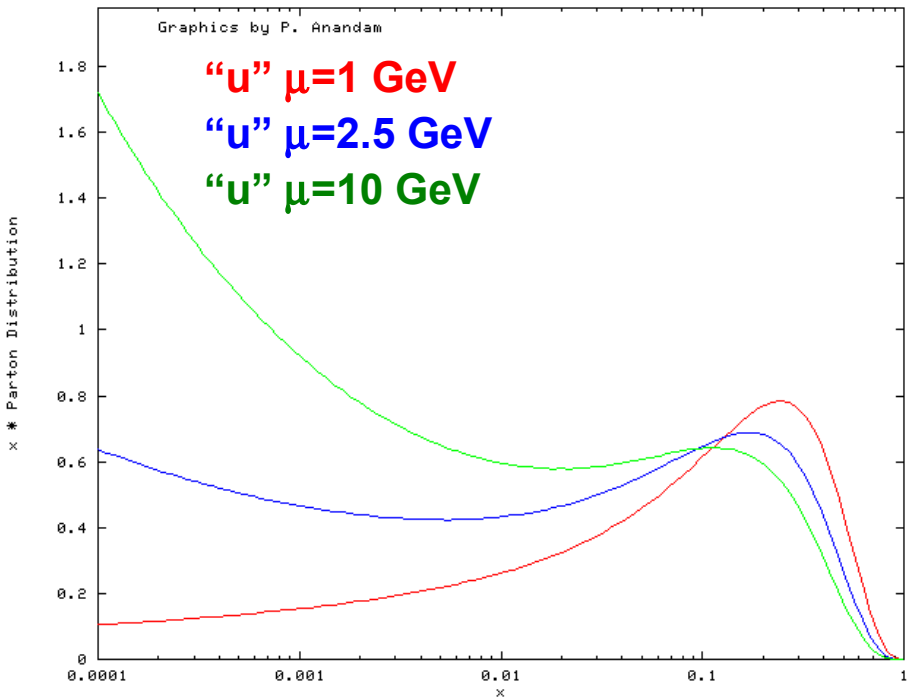
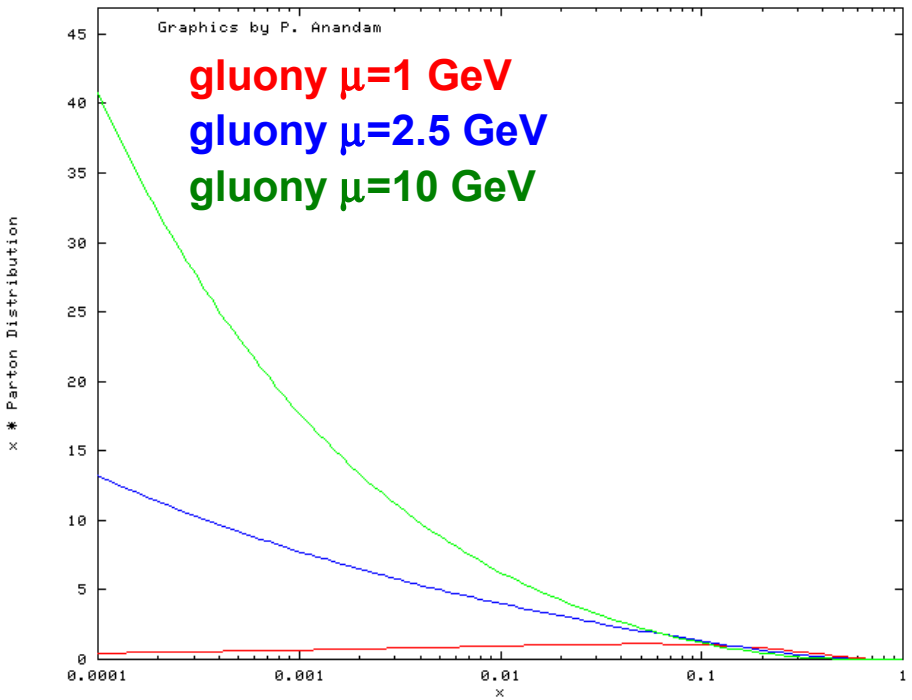


Figure 18.4: The bands are x times the unpolarized parton distributions $f(x)$ (where $f = u_v, d_v, \overline{u}, \overline{d}, s \simeq \bar{s}, c = \bar{c}, b = \bar{b}, g$) obtained in the NNLO MSHT20 global analysis [63] (top) at scales $\mu^2 = 10$ GeV^2 (left) and $\mu^2 = 10^4$ GeV^2 (right), with $\alpha_s(M_Z^2) = 0.118$.

dla małych 'x' – dominacja gluonów i kwarków morza
dla dużych 'x' – dominują kwarki walencyjne

Przykładowe rozkłady partonów (kwarki u oraz gluony) przy trzech różnych energiach





Oddziaływania DIS e+N to <u>głównie</u> oddziaływania elektromagnetyczne z wymianą fotonu (ale jest też możliwe oddziaływanie poprzez wymianę Z^0 oraz oddziaływanie przez *prądy naładowane* (bozony $W^{+/-}$) z neutrinem zamiast elektronu w stanie końcowym – dla zainteresowanych arXiv:0802.0161, arXiv:0711.1891)**, inaczej jest dla DIS w przypadku rozpraszania neutrin na nukleonach (ν+N) – są to oddziaływania wyłącznie słabe**

W **oddziaływaniach neutrin** z nukleonami wprowadzamy **2 funkcje struktury: F_2 i F_3** dodatkowo w definicji funkcji struktury nie pojawia się ważenie ładunkami bo neutrina „nie widzą" ładunku elektrycznego (G – stała sprzężenia Fermiego)

$$\frac{d^2\sigma^{(\nu N,\bar{\nu} N)}}{dy\,dx}=\frac{G^2 M E}{\pi}\left[\left[\frac{F_2(x)\pm xF_3(x)}{2}\right]+\left[\frac{F_2(x)\mp xF_3(x)}{2}\right](1-y)^2\right]$$

gdzie s to w przybliżeniu $2ME$

$$\frac{F_2^{\nu N}(x)}{x}=u(x)+d(x)+\bar{u}(x)+\bar{d}(x)$$

$$F_3^{\nu N}(x)=u(x)+d(x)-\bar{u}(x)-\bar{d}(x)$$

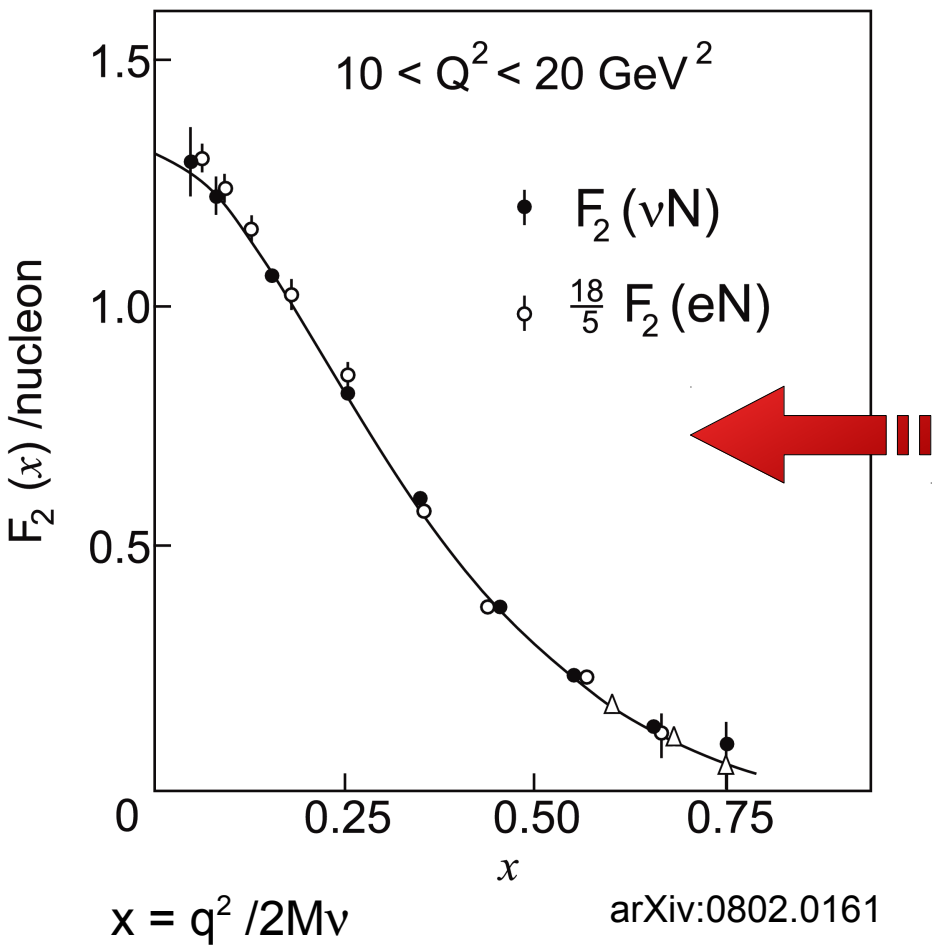
No dobrze, ale do czego nam to wszystko ?

porównując wzory na funkcje struktury dla oddziaływań neutrin i elektronu oraz zaniedbując niewielki wkład od kwarków $s\bar{s}$ mamy związek:

$$F_2^{eN}(x) = \frac{5}{18} F_2^{\nu N}(x)$$

neutrina i elektrony rozróżniają ten sam typ struktury partonowej w nukleonie!
jeśli uwzględnić kwarki dziwne:

$$\frac{F_2^{eN}(x)}{F_2^{\nu N}(x)} \geq \frac{5}{18}$$



związek między funkcjami struktury protonu i neutronu bardzo dobrze spełniony przez dane

Jest to również przekonywujący dowód na to, że składnikami nukleonu są kwarki z **ułamkowymi ładunkami**

Oddziaływania neutrin niosą więcej informacji (2 zamiast jednej funkcje struktury) ale **przekrój na oddz. neutrin jest b. mały → oddział. słabe !**
Najważniejsze: i elektrony (przez oddz. głównie EM) i neutrina (poprzez oddz. słabe) rozróżniają tę samą strukturę partonową w nukleonie!

Reguły sum (niektóre)

gdzie jest reszta pędu protonu ??

całkowity ułamek pędu niesiony przez kwarki i antykwarki:

$$\int_0^1 x[u(x)+\bar{u}(x)+d(x)+\bar{d}(x)]dx=\int_0^1 F_2^{\nu N}(x)dx\approx\frac{18}{5}\int_0^1 F_2^{eN}(x)dx\approx 0.5$$

50% pędu nukleonu jest niesione przez partony nie oddziałujące słabo ani EM
tę resztę przypisuje się gluonom
jest to dowód nie-wprost na istnienie gluonów
dokładna wartość tej całki to 0.45 i nieco spada z Q^2

całka pod wykresem z pop. strony

$$\int_0^1 x\,F_3^{\nu N}(x)dx=0.31$$ - kwarki walencyjne niosą 2/3 pędu kwarków

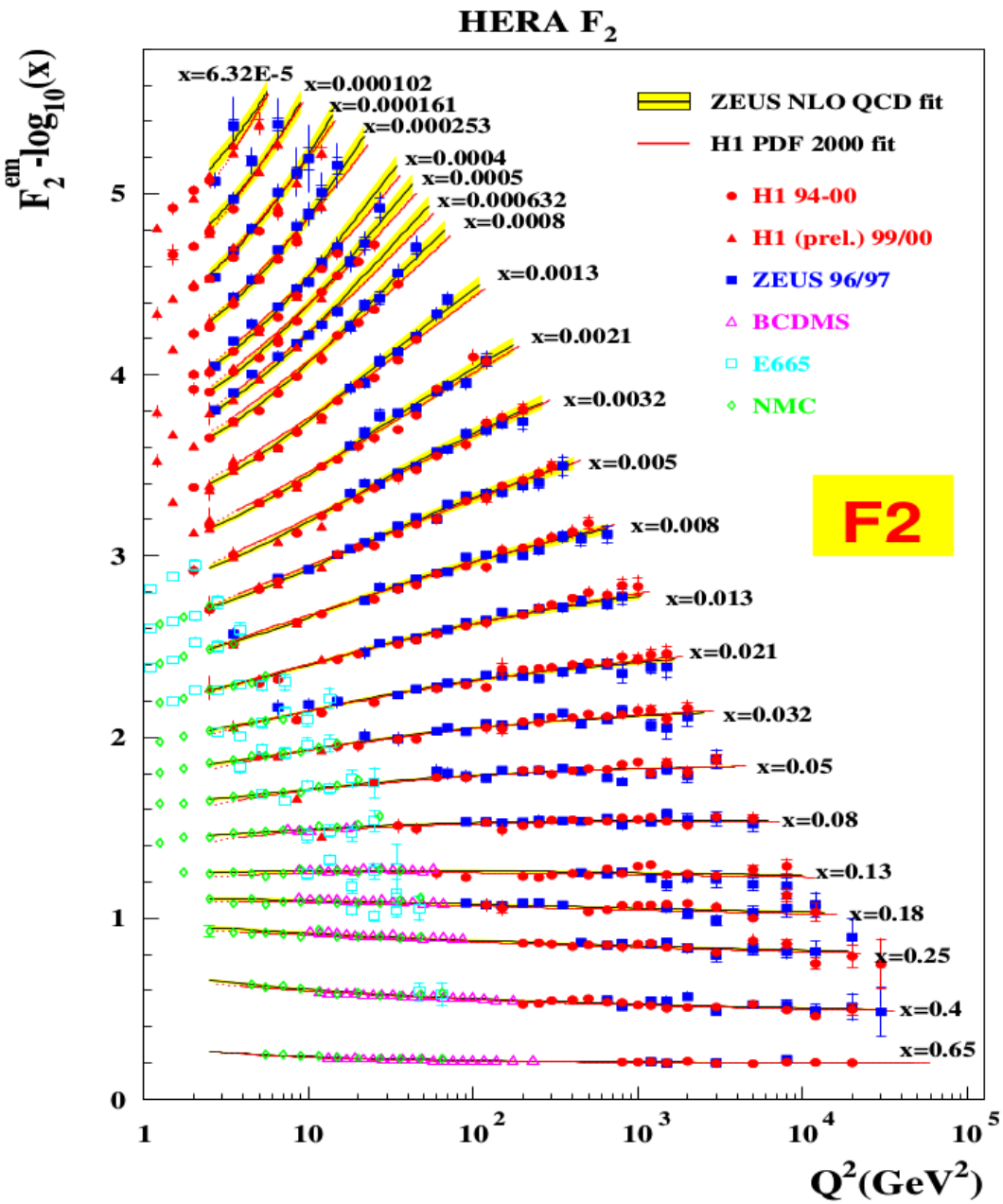
czyli wszystkie kwarki około połowy z czego walencyjne 2/3

Reguła sum Grossa i Lleewellyn-Smitha:

$$\int_0^1 x\,F_3^{\nu N}(x)\frac{dx}{x}=\int_0^1 [u_v(x)+d_v(x)]dx\approx 3$$

gdzie $u_v(x)=u(x)-\bar{u}(x)$ oraz $d_v(x)=d(x)-\bar{d}(x)$
to rozkłady kwarków walencyjnych w protonie
byłoby dokładnie 3 przy założeniu swobodnych partonów czyli $Q^2\rightarrow\infty$
ale i tak doświadczalnie spełnione z dokładnością do 10%

Zależność funkcji struktury od Q^2



arXiv:0711.1891

w modelu gdzie nukleon ma punktowe nieoddziałujące składniki

$F_2(x, q^2) \rightarrow F_2(x)$

zależy tylko od x a nie od energii !

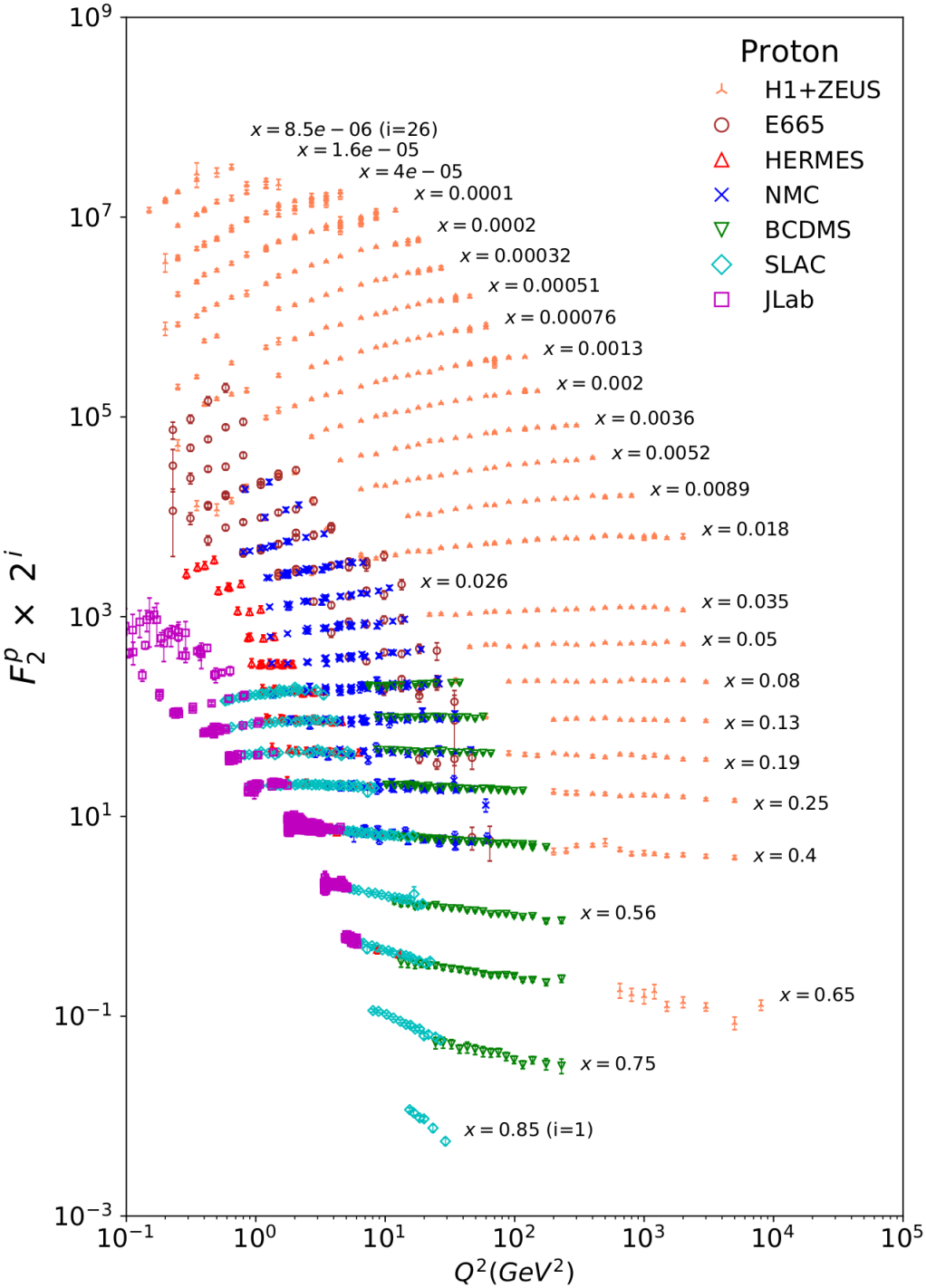
jest to tzw. **skalowanie Bjorkena** - obowiązuje w starym modelu partonowym (statyczny model kwarków) (nadal słuszne dla x około 0.25)

w skalowaniu Bjorkena:

$q^2 \rightarrow \infty$ a my cały czas widzimy tę samą strukturę protonu; powiększenie rozdzielczości fali fotonu nie zmienia obrazu struktury nukleonu

istnienie gluonów powoduje łamanie skalowania Bjorkena

to nie jest tak że foton oddziałuje z jednym kwarkiem a reszta nic o tym nie wie ;-)

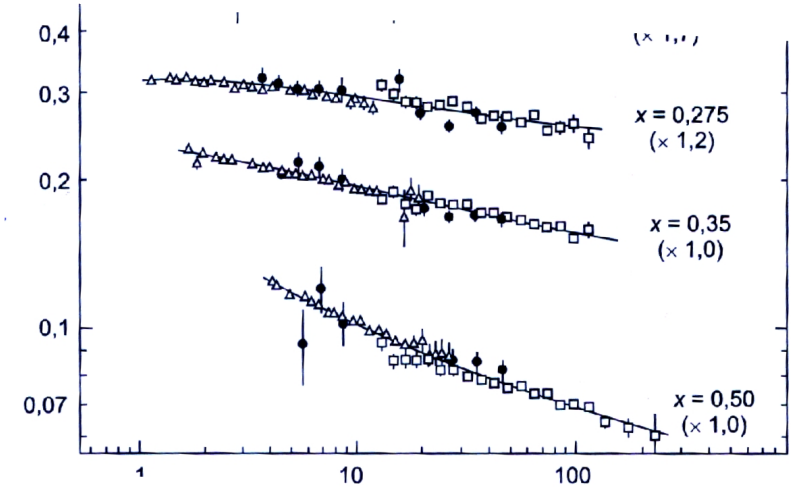


PDG 2024

Funkcje struktury protonu F_2 mierzone w elektromagnetycznym rozpraszaniu elektronów i pozytonów na protonach oraz elektronów/pozytonów i mionów na stacjonarnej tarczy

Dla potrzeb prezentacji danych F_2 pomnożone przez 2^i gdzie 'i' zmienia się od i = 1 (dla x = 0.85) do i = 26 (dla x = 0.0000085)

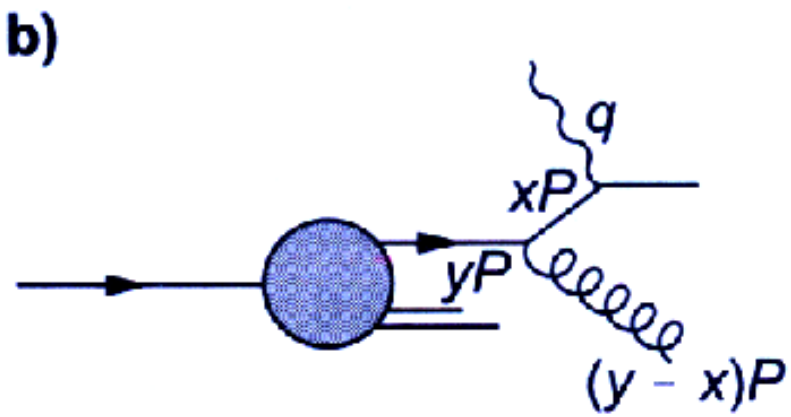
Łamanie skalowania Bjorkena przy dużych (na dole) i małych (na górze) x

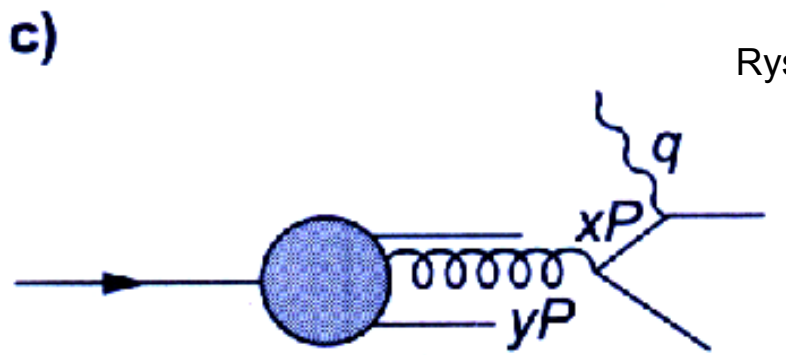


← F_2 (Q^2) przy dużych 'x'

przy tej skali łamanie lepiej widoczne

(D. H. Perkins)





Rys. D. H. Perkins

łamanie skalowania przy dużych 'x'
emisja gluonów przez kwark przed oddziaływaniem bardziej prawd. dla dużych 'x'

łamanie skalowania przy małych 'x'
tworzenie „morza” – fluktuacja kwantowa gluonu na parę kwark-antykwark i oddział. fotonu z jednym z nich

W starym modelu partonowym dalszy wzrost energii nie powoduje ujawniania dalszej struktury kwarków. W modelu kwarków oddziałujących wymiana gluonów implikuje pewną „strukturę kwarków”. $q^2 \uparrow (\lambda \downarrow)$ to co wydawało się kwarkiem może być np. kwarkiem który wyemitował gluon, który z kolei utworzył parę q-antyq ...

Teoretyczny opis zależności funkcji struktury od energii $F_2(q^2)$ (czyli jak łamane jest skalowanie Bjorkena) jest dany **równaniem Altarellego-Parisiego**.
Był to jeden z pierwszych testów QCD!

$$\frac{du(x,q^2)}{d(\ln q^2)}dx=\frac{\alpha_s(q^2)}{2\pi}\left[\int_{y=x}^{y=1} u(y,q^2)\,P_{QQ}\left(\frac{x}{y}\right)\frac{dy}{y}\right]dx$$

$$z=x/y$$

$$P_{QQ}(z)=\frac{4}{3}\frac{(1+z^2)}{(1-z)}$$

$u(x, q^2)dx$ – oznacza prawdopodobieństwo znalezienia walencyjnych kwarków *u* z ułamkowym pędem $x \rightarrow x + dx$ przy określonej wartości q^2

Uwaga 1: powyższe równanie dotyczy wyłącznie kwarków walencyjnych, które mogą wyemitować gluon (rys. b) na poprzedniej stronie). Gdy weźmiemy pod uwagę również kwarki morza (rys. c) na poprzedniej stronie) równanie ma bardziej skomplikowaną postać

Uwaga 2: **funkcja ta opisuje jedynie <u>zmiany</u> rozkładu kwarków z q^2**; pQCD nie pozwoli nam obliczyć wartości absolutnych $f_q(x, q^2)$. Ale jeśli znamy funkcje rozkładów np. u(x) i d(x) przy jakiejś ustalonej energii np. q_0^2 to na podstawie równań możemy przewidzieć jak funkcje rozkładu będą się zmieniać z q^2

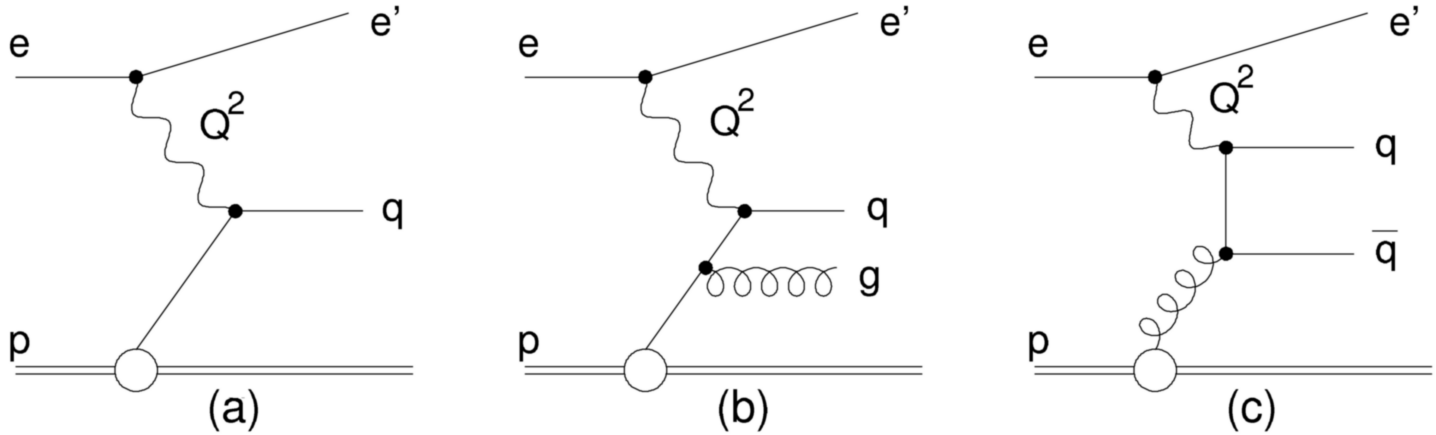
Obecnie równania zawierają różnego typu efekty (nie tylko emisje gluonów przez kwarki walencyjne) i nazywane są **równaniami DGLAP (Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi). Dzięki nim można opisać ewolucję funkcji rozkładu zarówno kwarków jak i gluonów z q^2.**

Szczegóły np. w arXiv:0802.0161, arXiv:0810.3553

Wyniki tego typu obliczeń $\rightarrow$ żółte obszary 4 slajdy wcześniej

Uwaga 3: równania DGLAP mają kłopoty przy małych wartościach q^2 (arXiv:0810.3553). QCD (pQCD) jest bezsilna przy małych q^2 z powodu dużych wartości α_s (zal. α_s od q^2 będzie pokazana na wykładzie 7)

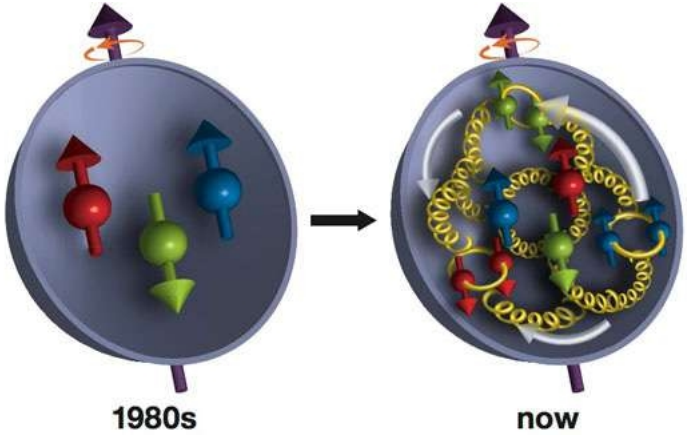
Łamanie skalowania Bjorkena wiąże się z istnieniem gluonów. Te z kolei są emitowane np. przez kwarki. Na diagramie Feynmana w miejscu sprzężenia kwarka i gluonu pojawia się α_s (ściślej $\sqrt{\boldsymbol{\alpha}_s}$ lub g_s – początki wykładu). Stąd pomiary eksperymentalne $F_2(q^2)$ oraz użycie DGLAP pozwala nam doświadczalnie wyznaczyć wartości α_s



Rys. arXiv:0706.3722, arXiv:1611.03421

W procesie produkcji jetu hadronowego poprzez DIS (rozpraszanie lepton-proton) ww. diagramy mają również inne nazwy:
a) przybliżenie Borna – przybliżenie wymiany jednofotonowej
b) rozpraszanie Comptona
c) fuzja bozon-gluon (fuzja foton-gluon)
Na postawie tych diagramów wyznacza się stałą sprzężenia oddziaływań silnych

Ciekawostka: bada się również **spinowe funkcje struktury** (używając odpowiednio spolaryzowanych wiązek leptonów). Są problemy z uzyskaniem spinu protonu (nukleonu) ze spinów tworzących go kwarków (zob. np. C. Diaconu arXiv:0901.0046). Wyniki RHIC (spolaryzowane wiązki protonów) z 2016 roku sugerują, że gluony mogą „nieść" nawet więcej ze spinu protonu niż kwarki (plany RHIC: arXiv:1602.03922, przykładowe wyniki RHIC: arXiv:1708.08882, **przegląd wyników oraz plany Electron Ion Collider: arXiv:1209.2803, 1807.05250, 1801.04842, 2009.01291, 2204.03684**). Alternatywne wyjaśnienia problemu spinu protonu → zob. np. arXiv:1603.05884 [hep-ph], 1808.06632 [hep-ph]



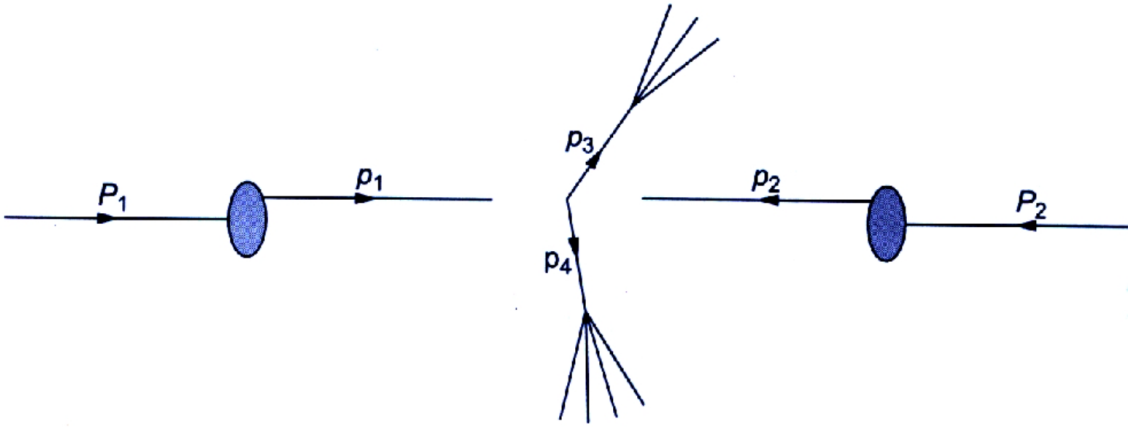
https://phys.org/news/2017-03-proton.html

Wracamy do samego jetu hadronowego

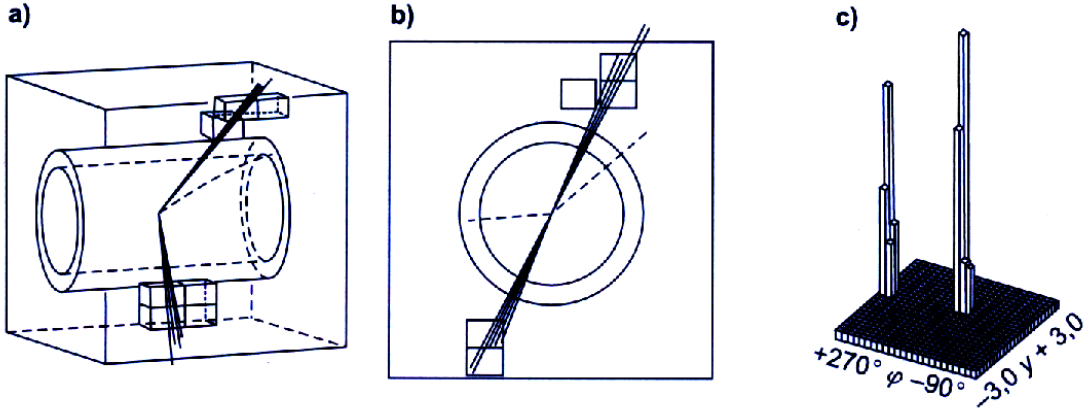
Gdzie jeszcze oprócz zderzeń eN, νN można znaleźć jety hadronowe?

(kilka z bardzo wielu przykładów)

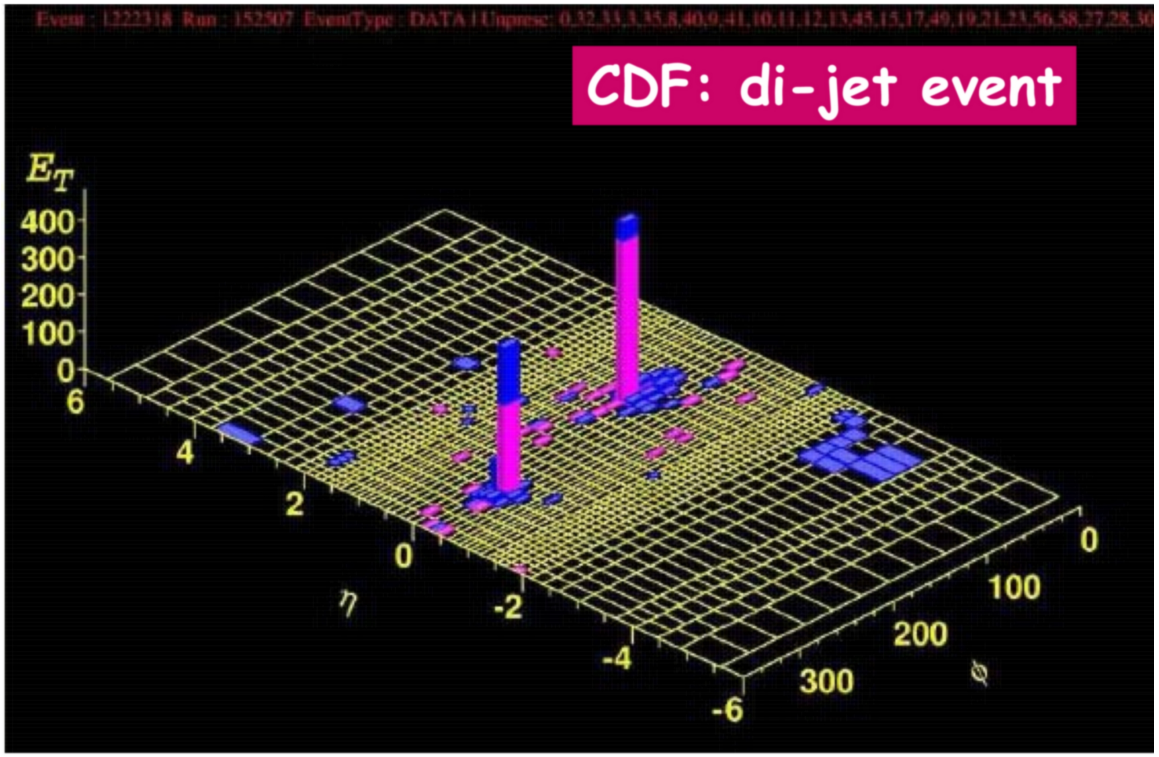
zderzenie proton+antyproton (każde o energii 315 GeV)
w eksperymencie UA1 w CERN
(a wewnątrz parton+parton, partonem może tu być też gluon)
dostajemy 2 jety hadronowe skolimowane w przeciwnych kierunkach



Rys. D. H. Perkins

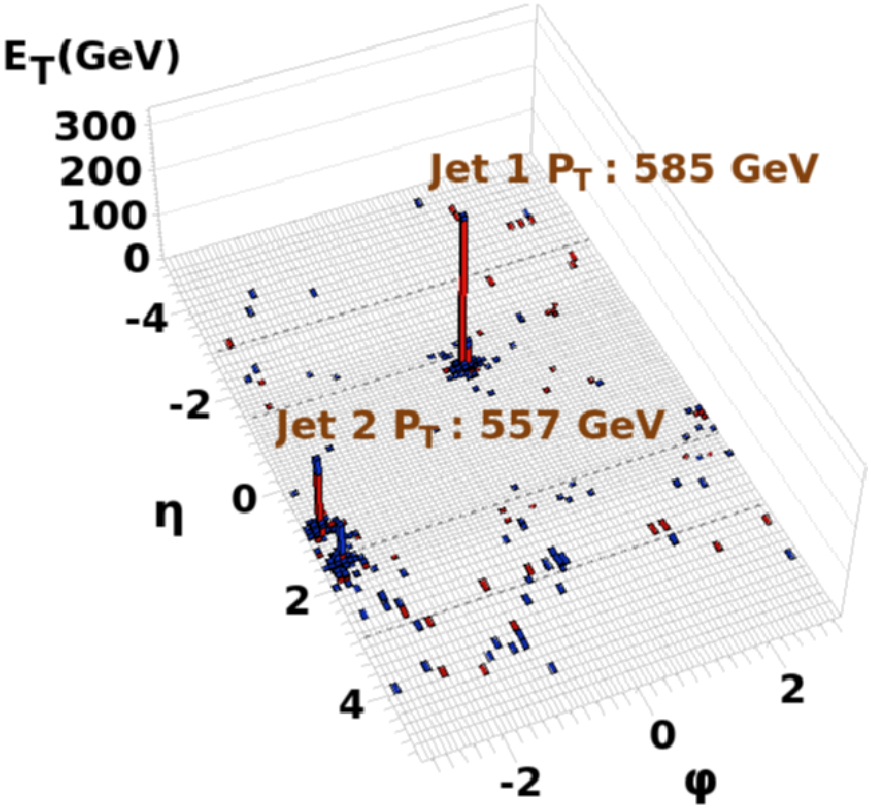


← rozkład energii poprzecznej jako funkcji kąta azymutalnego oraz rapidity (zmienna liczona na podstawie kąta biegunowego); energia skoncentrowana w dwóch skolimowanych wiązkach



Lewy: eksperyment CDF (Tevatron). Rozkład energii poprzecznej w funkcji kąta azymutalnego i pseudorapidity (zmienna liczona na podstawie kąta biegunowego)

Energia skoncentrowana w dwóch skolimowanych wiązkach



Prawy: pierwsze wyniki przy akceleratorze LHC (CERN);
di-jet w zderzeniu p+p przy √s=7 TeV

arXiv:1010.1491

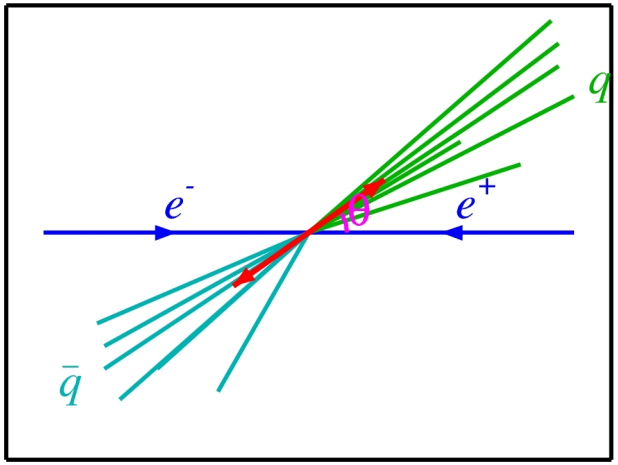
anihilacja elektronu z pozytonem np. w akceleratorze LEP w CERN

$$e^+e^-\left(wymiana\ \gamma^*, Z^{0(*)}\right) \rightarrow q\bar{q} \rightarrow hadrony$$

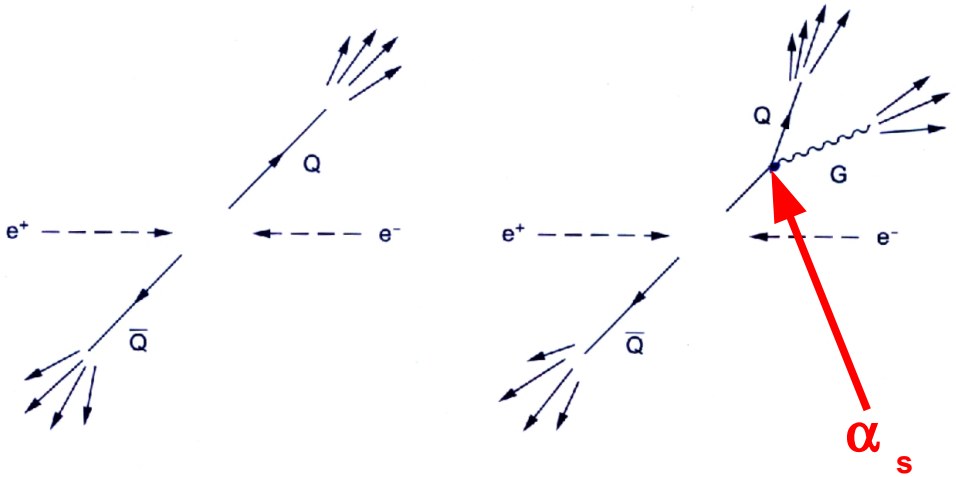
fragmentacja powstałych kwarków w hadrony

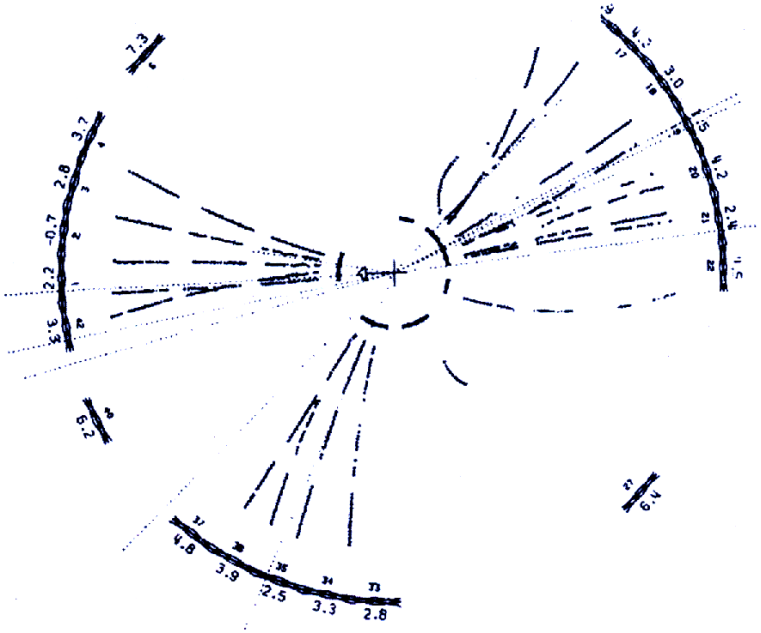
$e^+e^- \rightarrow$ Hadrons

Rys. ZEUS



Czasami można zaobserwować **przypadki trójdżetowe –** są to inne **„dowody" na istnienie gluonów** (poza „regułami sum" i funkcjami struktury).
M.in. z porównania przekrojów na przypadki dwudżetowe i trójdżetowe wyznacza się α_s





Rys. D. H. Perkins

detektor JADE w lab. DESY

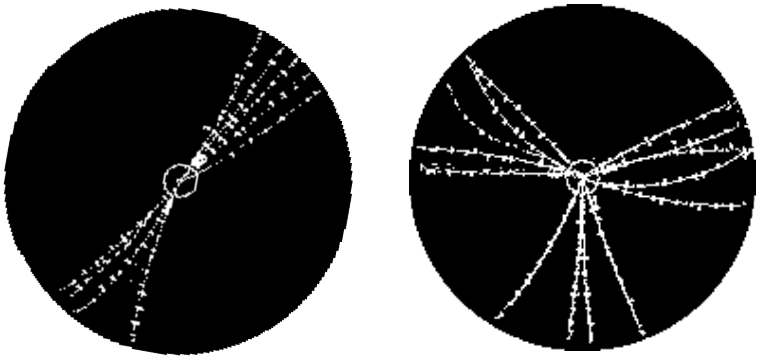
są dowody na to, że $e^+e^- \rightarrow hadrons$ ma dwa stadia ODDZIELONE W CZASIE

$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$

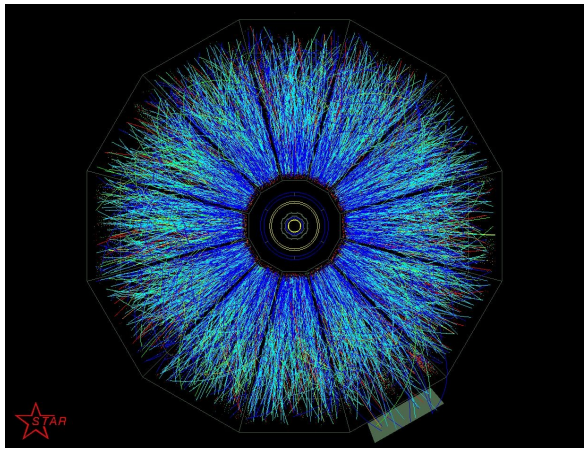
$q\bar{q} \rightarrow hadrons$ (hadronizacja kwarków)

Jety produkują się również jako wynik tzw. twardych (z dużymi przekazami czteropędu) oddziaływań między dwoma nukleonami (a ściślej między ich składnikami – partonami) **w zderzeniach ciężkich jonów przy wysokich energiach**

Jety w zderzeniach elementarnych



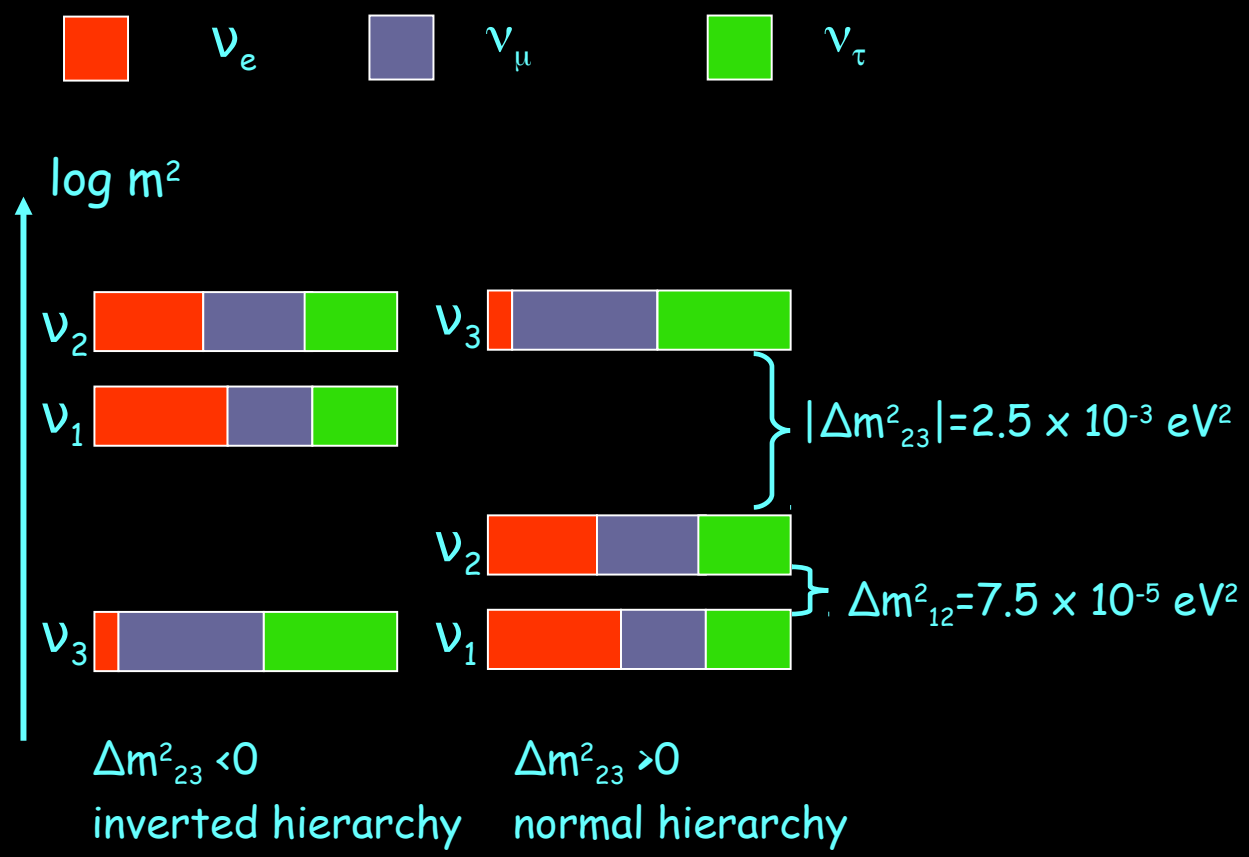
Jety w A+A (konkretnie Au+Au)
Jak w tym gąszczu znaleźć jet ???



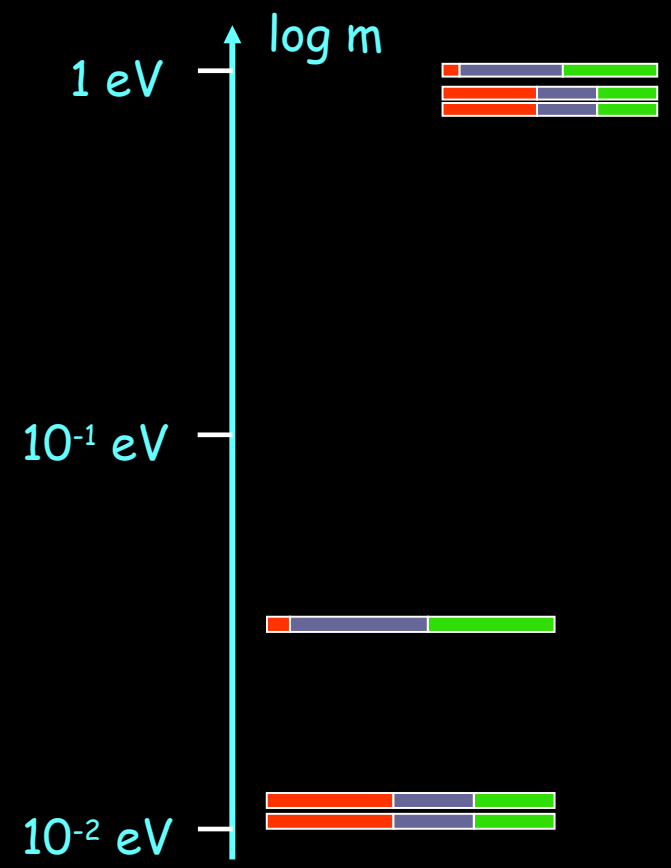
ale to jak ich szukać to już zupełnie inna historia ...

Slajdy dodatkowe
(dla zainteresowanych)

Masy neutrin



Mass hierarchy



Przykład oscylacji w próżni (arXiv:1112.0445)

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \approx \sin^2(2\theta_{13})\sin^2(\theta_{23})\sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{23} L}{4 E_\nu}\right)$$

$$40 \text{ meV} < \sum_{i=1}^{3} m_i < 2 \text{ eV}$$

Parameter	Main method(s)	Source(s)	Status
θ_{12}	Oscillations	solar, reactor	known
θ_{23}	Oscillations	atmospheric, accelerator	known
θ_{13}	Oscillations	reactor, accelerator	known
δ_{CP}	Oscillations	accelerator	hints
α, β	Rare processes	double beta decay	unknown
Δm^2_{21}	Oscillations	reactor, solar	known
$\lvert\Delta m^2_{31}\rvert$	Oscillations	reactor, accelerator, atmospheric	known
Ordering (sgn Δm^2_{31})	Oscillations	reactor, accelerator, atmospheric	hints
$m_{1,2,3}$	Kinematics	β decay, cosmology	limits

Table 2: Standard neutrino parameters, the main method(s) to determine them, the most important source(s) for the determination and the current status. Except the phases α and β (for the case of Majorana neutrinos), all unknown parameters are expected to be determined within the next 10 years.

eigenstates with the corresponding mass eigenstates up to phase redefinition. The PMNS matrix contains three mixing angles, θ_{12}, θ_{13} and θ_{23}, plus a phase δ_{CP} responsible for CP violation. In case neutrinos are their own antiparticles, i.e. if they are Majorana fermions, two additional phases exist (denoted for instance by α and β), which only appear in lepton-number violating processes, and in particular do not influence neutrino oscillations.

W literaturze używane są różne konwencje definicji stanów kaonów

Notacja po lewej:
https://www.fuw.edu.pl/~akw/Rozdzial_5.pdf
https://www.hep.phy.cam.ac.uk/~thomson/MPP/partIIIparticles/Handout_12_2011.pdf
https://www.southampton.ac.uk/~ab1u06//teaching/phys3002/course/20_PCCP.pdf
https://en.wikipedia.org/wiki/Kaon

Notacja po prawej:
https://pdg.lbl.gov/2024/reviews/rpp2024-rev-cp-viol-kl-decays.pdf
D. H. Perkins „Wstęp do fizyki wysokich energii”

$$P\,|\,K^0\rangle = -\,|\,K^0\rangle$$
$$P\,|\,\overline{K}^0\rangle = -\,|\,\overline{K}^0\rangle$$
$$C\,|\,K^0\rangle = +\,|\,\overline{K}^0\rangle$$
$$C\,|\,\overline{K}^0\rangle = +\,|\,K^0\rangle$$

$$CP\,|\,K^0\rangle = -\,|\,\overline{K}^0\rangle$$
$$CP\,|\,\overline{K}^0\rangle = -\,|\,K^0\rangle$$

$$|\,K^0_1\rangle = (½)^{1/2}\,[\,|\,K^0\rangle - |\,\overline{K}^0\rangle]$$
$$|\,K^0_2\rangle = (½)^{1/2}\,[\,|\,K^0\rangle + |\,\overline{K}^0\rangle]$$

$$CP\,|\,K^0_1\rangle = +\,|\,K^0_1\rangle$$
$$CP\,|\,K^0_2\rangle = -\,|\,K^0_2\rangle$$

$$|\,K^0\rangle = (½)^{1/2}\,[\,|\,K^0_1\rangle + |\,K^0_2\rangle]$$
$$|\,\overline{K}^0\rangle = (½)^{1/2}\,[\,|\,K^0_2\rangle - |\,K^0_1\rangle]$$

$$P\,|\,K^0\rangle = -\,|\,K^0\rangle$$
$$P\,|\,\overline{K}^0\rangle = -\,|\,\overline{K}^0\rangle$$
$$C\,|\,K^0\rangle = -\,|\,\overline{K}^0\rangle$$
$$C\,|\,\overline{K}^0\rangle = -\,|\,K^0\rangle$$

$$CP\,|\,K^0\rangle = |\,\overline{K}^0\rangle$$
$$CP\,|\,\overline{K}^0\rangle = |\,K^0\rangle$$

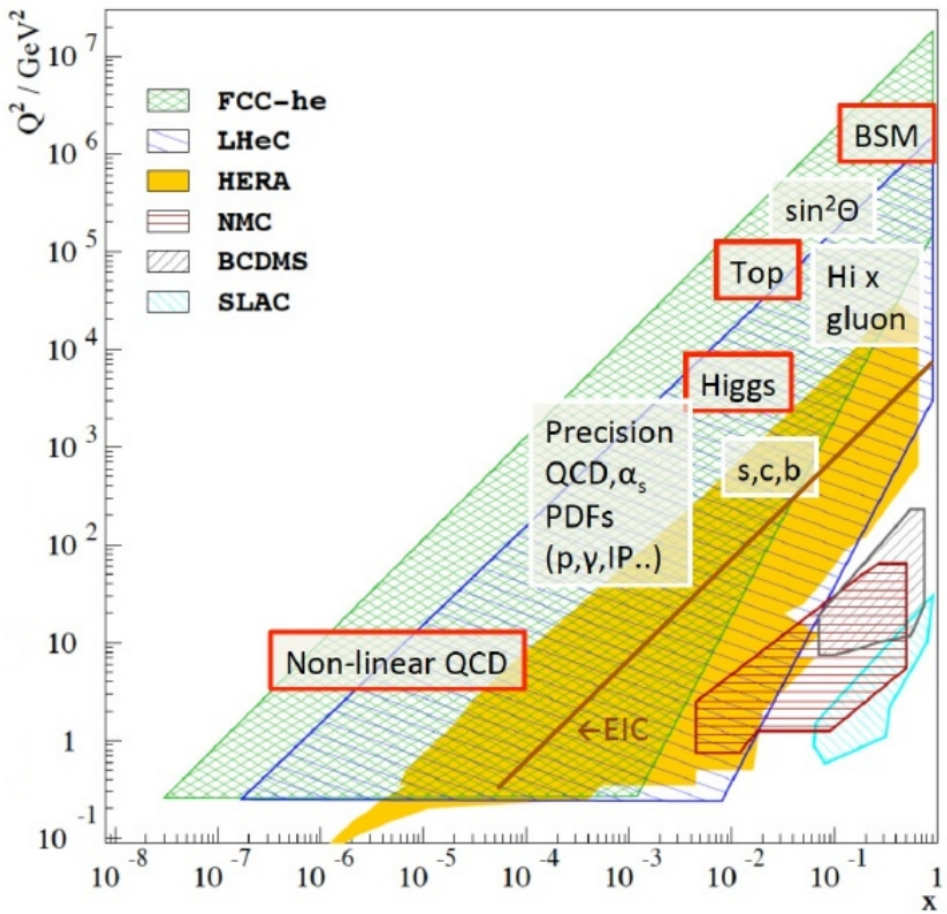
$$|\,K^0_1\rangle = (½)^{1/2}\,[\,|\,K^0\rangle + |\,\overline{K}^0\rangle]$$
$$|\,K^0_2\rangle = (½)^{1/2}\,[\,|\,K^0\rangle - |\,\overline{K}^0\rangle]$$

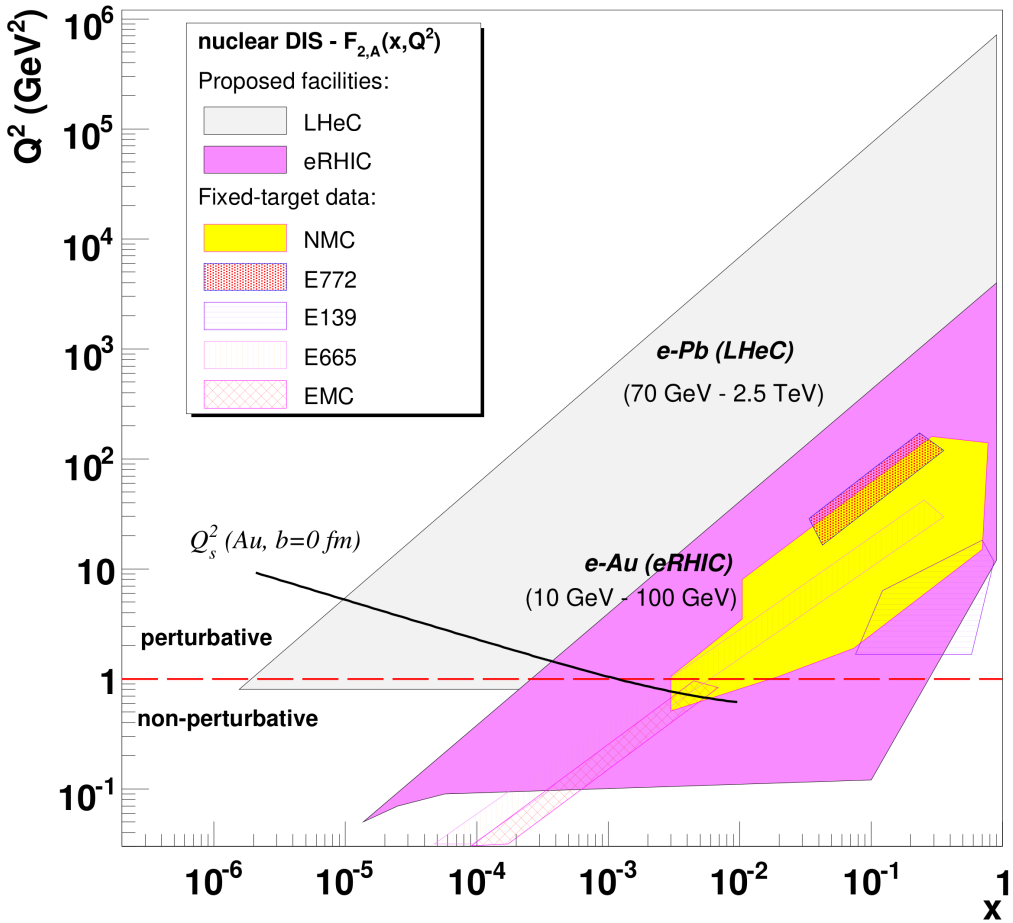
$$CP\,|\,K^0_1\rangle = +\,|\,K^0_1\rangle$$
$$CP\,|\,K^0_2\rangle = -\,|\,K^0_2\rangle$$

$$|\,K^0\rangle = (½)^{1/2}\,[\,|\,K^0_1\rangle + |\,K^0_2\rangle]$$
$$|\,\overline{K}^0\rangle = (½)^{1/2}\,[\,|\,K^0_1\rangle - |\,K^0_2\rangle]$$

Rys. AKW

Kinematic (x;Q^2) plane probed in e-p (left) and e-A processes (right): existing data compared to proposed particle and nuclear DIS facilities





Physics Briefing Book: Input for the European Strategy for Particle Physics Update 2020
arXiv:1910.11775