Katarzyna Grebieszkow
Wydział Fizyki Politechniki Warszawskiej
Zakład Fizyki Jądrowej
Pracownia Reakcji Ciężkich Jonów

”Fizyka zderzeń ciężkich jonów”

semestr letni 2024/2025

Wykład 11

1. Efekty kolektywne – przepływ* (skierowany, eliptyczny).
2. Femtoskopia hadronów i rozmiary źródeł.

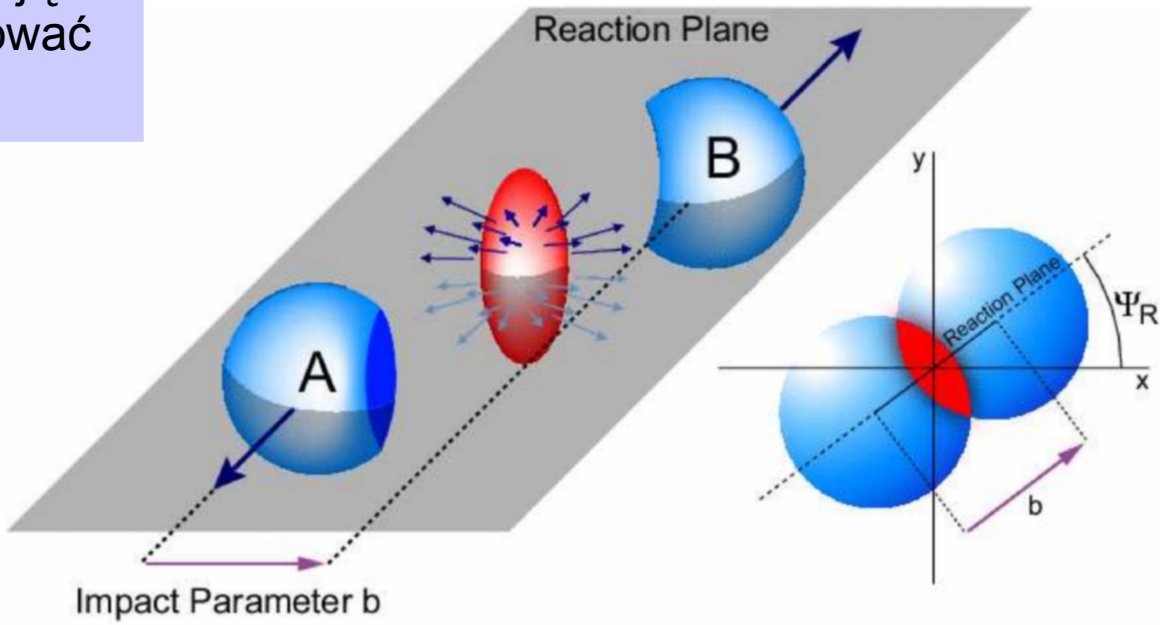
*) z ang. flow; czasami tłumaczy się też jako 'pływ'

- W zderzeniu A+A przy wysokiej energii powstaje silnie skompresowana materia która następnie ekspanduje w kierunku otaczającej ją „próżni”
- Powstały system ekspanduje w kierunku
  - podłużnym (z prędkością β rzędu 1) oraz
  - poprzecznym (z prędkością β rzędu 0.5–0.7)
- Ekspansji towarzyszy ochładzanie i zmniejszanie gęstości energii, ostatecznie:
- Gdy temperatura spadnie do rzędu 150–170 MeV (LHC, top RHIC) następuje przejście fazowe z QGP do gazu hadronów (hadronizacja)
- Materia kontynuuje ekspansję i oddziaływania
- Oddziaływania ustają w momencie wymrożenia (ściślej: 2 wymrożenia)

Tuż po zderzeniu A+A cząstki zaczynają wymieniać pęd; system zaczyna budować **kolektywność**

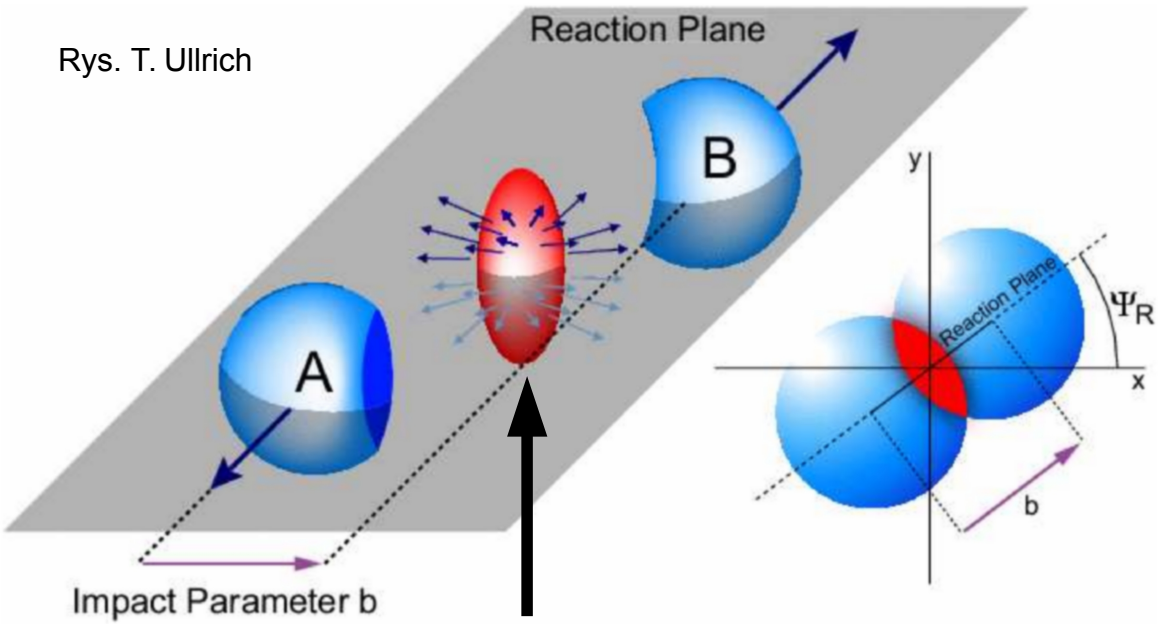
Przykład zderzenia niecentralnego i **definicja płaszczyzny reakcji**

Najczęściej używany układ współrzędnych:
'z' – kierunek równoległy do wiązki,
wektor **b** wskazuje na kierunek 'x',
tzw. płaszczyzny reakcji są różne dla różnych zderzeń



Rys. Thomas Ullrich

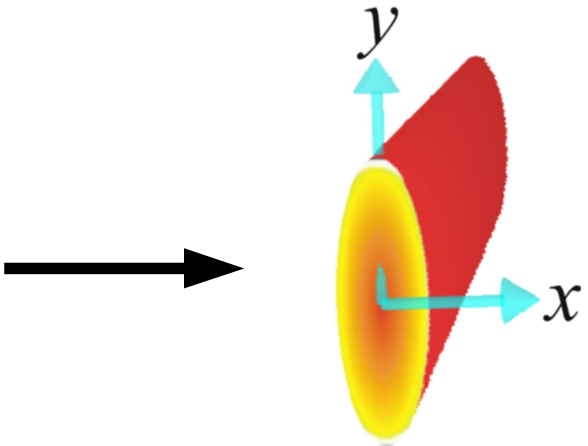
Rys. T. Ullrich



spektatorzy (niebieskie) lecą dalej z prędkościami praktycznie takimi jak prędkości wiązek

Uwaga: taki fizyczny (3D) „migdałek” na środku jest bardzo uproszczonym rysunkiem. Może być słuszny dla wysokich energii AGS i niskich energii SPS gdzie mamy duże hamowanie (stopping) materii barionowej (bariony i netto bariony są w okolicy mid-rapidity) czyli obrazek Landau'a (wykład 9)

Przy RHIC mamy dużą transparencję (model Bjorkena) więc nawet partycypanci (bariony z jąder) nie zostają w środku tylko raczej lecą w kierunkach początkowych wiązek (oczywiście wolniej niż sami spektatorzy (niebieskie) – tzw. rapidity shift, wykład 6) a w środku nie ma migdałka z barionów ale migdałek (w przekroju poprzecznym!) powstały ze zdeponowanej energii



x – dowolny punkt czasowo-przestrzenny w firaballu

Przepływ **kolektywny** (materii) *)

w zderzeniach A+A

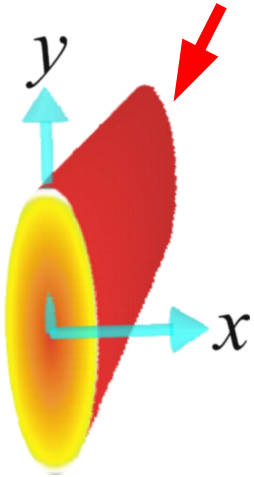
collective flow

v(x) – prędkość przepływu

przepływ kolektywny – efekt kolektywny który nie może być otrzymany z superpozycji niezal. zderzeń N+N

Przepływ podłużny - w kierunku wiązki $\mathbf{v}_L(x)$

longitudinal flow



W tym wykładzie koncentrujemy się na przepływie poprzecznym

Przepływ poprzeczny – w kierunku prostopadłym do wiązki $\mathbf{v}_T(x)$

transverse flow

Magnituda v_T może zależeć od kąta azymutalnego (kąt między $\mathbf{v}_T$ i wektorem **b** zderzenia) i w takim przypadku przepływ poprz. nazywa się:

Anizotropowym *anisotropic flow*

(występuje dla **niecentralnych** zderzeń czyli b ≠ 0)

a) skierowany
b) eliptyczny
c) wyższe harmoniczne

uśrednienie anizotropowego po kącie azymutalnym to

Radialny *radial flow*

$\langle v_T \rangle_\phi$

(dla zderzeń centralnych czyli dla b = 0 to jedyny możliwy rodzaj przepływu poprzecznego)

*) podział zgodny z U. Heinz

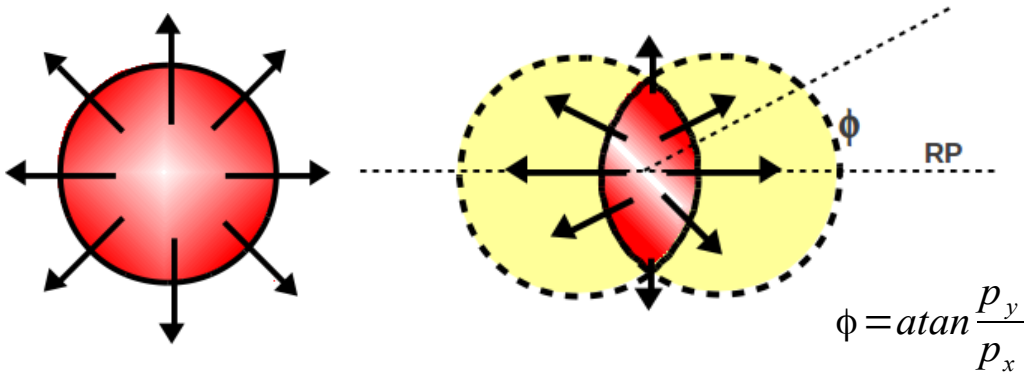
Czyli

1. **Dla zderzeń centralnych** (b=0) **przepływ poprzeczny jest radialny** (tylko taki można zdefiniować)
2. **Dla zderzeń niecentralnych** (b≠0) **przepływ poprzeczny jest anizotropowy ale można zdefiniować również radialny** → prędkość przepływu radialnego dla niecentralnych to uśrednienie prędkości przepływu poprzecznego po kącie azymutalnym

Przepływ anizotropowy (*anisotropic flow*)

- **Skierowany - Directed flow (v_1)**
- **Eliptyczny - Elliptic flow (v_2)**
- **Wyższe harm. - Higher harmonics**

2 przykłady przepływów poprzecznych. **Radialny** (lewy) dla centralnych zderzeń A+A **i eliptyczny** (prawy) dla niecentralnych (eliptyczny to jeden z możliwych typów przepływów anizotropowych)

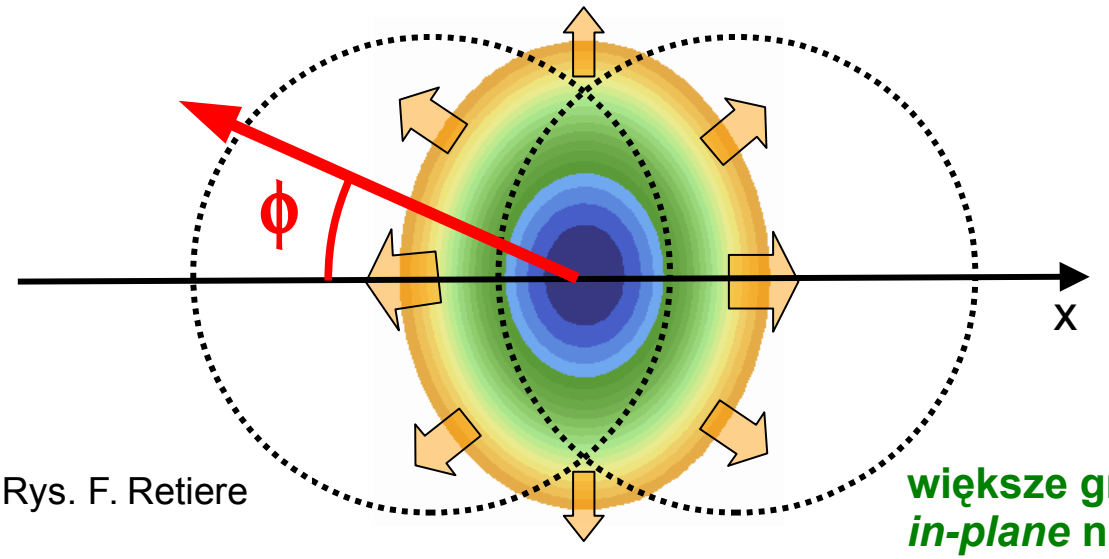


Widok w kierunku prostopadłym do osi wiązki

Uwaga: do niedawna uważano, że z przepływem kolektywnym mamy do czynienia w zderzeniach A+A. Natomiast w zderzeniach elementarnych np. p+p coś takiego jak kolektywność materii nie występuje. Obecnie widzimy sygnały kolektywności dla p+p oraz p+Pb/d+Au przy wysokich energiach np. RHIC i LHC

W zderzeniach niecentralnych powstają dość ciekawe efekty. **Jak wygląda takie zderzenie w kierunku prostopadłym do osi wiązki:**

- Początkowy kształt materii uformowanej po zderzeniu niecentralnym w kierunku prostopadłym do osi wiązki ma kształt migdałka/elipsy
- Powstały gradient gęstości jest poprzez oddziaływania (rozpraszania hadronowe lub partonowe ⇒ termalizacja) transformowany w gradient ciśnienia
- Po termalizacji ciśnienie migdałka jest równe zero przy zewnętrznej powierzchni i maksymalne w środku ⇒ gradienty ciśnień są większe w kierunku małej osi elipsy
- To oznacza, że cząstki mają większe przyspieszenie więc nabędą większej prędkości przepływu (*flow velocity*) w tym właśnie kierunku (*in-plane*)
- Rezultat końcowy różnych gradientów ciśnień + rozpraszania → anizotropia w pędzie poprzecznym cząstek w stanie końcowym, więcej cząstek produkowanych w płaszczyźnie reakcji
- Ten rodzaj przepływu nazywany jest **przepływem eliptycznym** a jego ilościową miarą jest wielkość v_2



Rys. F. Retiere

płaszczyzna reakcji

większe gradienty ciśnienia *in-plane* niż *out-plane*

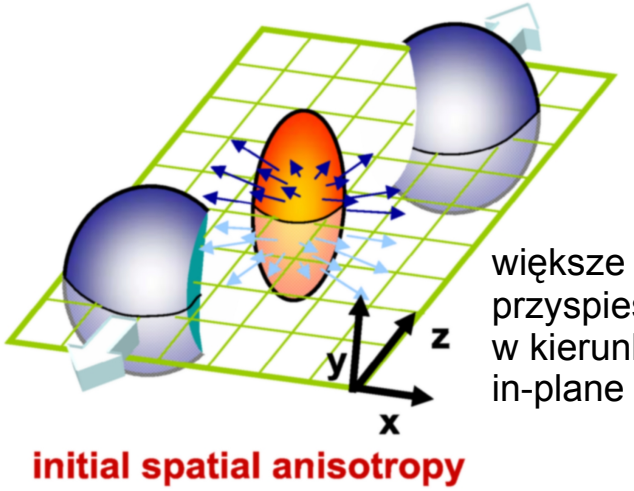
Przepływ eliptyczny (w płaszczyźnie poprzecznej do wiązki)

Zderzenie niecentralne

duże strzałki symbolizują przepływ

Anisotropic flow in non-central collisions

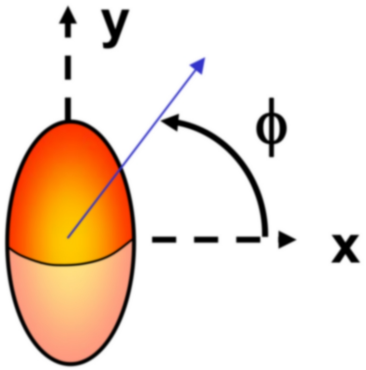
$$\phi = atan\frac{p_y}{p_x}$$



initial spatial anisotropy

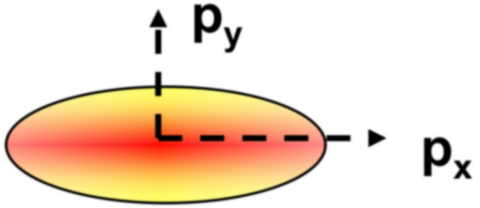
większe przyspieszenie w kierunku in-plane

Initial spatial deformation



Rescatterings (pressure gradients)

Final momentum asymmetry



anisotropy in momentum space

Rys. **Początkowa asym. przestrzenna** (czyli również gradient gęstości) **+ oddział. (rozpraszania) → gradient ciśnienia → przepływ eliptyczny → asym. pędowa**

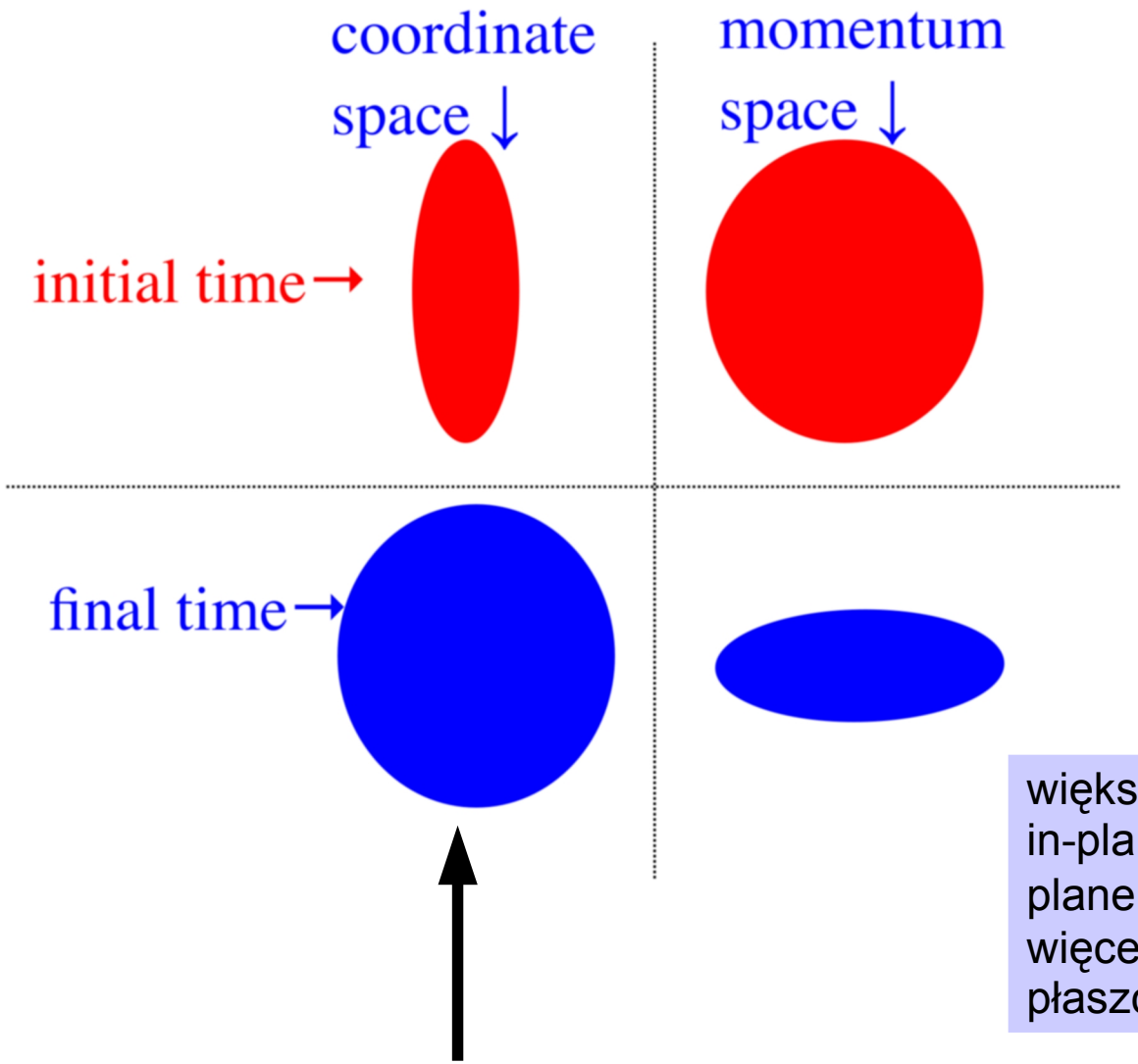
Początkowa anizotropia przestrzenna (migdałek) **będzie źródłem anizotropii pędowej** z powodu innych gradientów ciśnienia w kierunku płaszczyzny reakcji (większy gradient) oraz w kierunku prostopadłym do płaszczyzny reakcji (mniejszy gradient)

Gradienty ciśnień w migdałku są spowodowane głównie przez tzw. *spacial eccentricity* migdałka zależne od parametru zderzenia (b);
ϵ charakteryzuje kształt poprzeczny początkowego obszaru przekrywania się jąder

spacial eccentricity

$$\epsilon_x(b) = \frac{\langle y^2 - x^2 \rangle}{\langle y^2 + x^2 \rangle}$$

Rys. arXiv:0810.4585



likwidacja asymetrii przestrzennej ϵ
w stanie końcowym;
kiedy asymetria przestrzenna zanika ustala się wartość mierzonego przepływu (v_2)

Początkowe pędy cząstek są głównie podłużne (prostopadle do tej strony) a pędy poprzeczne (jeśli w ogóle są) są rozłożone izotropowo

Początkowy rozkład pędowy (pokazana płaszczyzna) jest sferyczny bo cząstki „startując" nie wiedzą o kształcie regionu zderzenia $\Rightarrow$
v_2 (początkowe) = 0 i takie by zostało gdyby nie oddziaływania cząstek między sobą

większe przyspieszenie materii w kierunku in-plane (szybsza ekspansja systemu w in-plane) $\Rightarrow$ końcowe cząstki niosą średnio więcej pędu jeśli są równolegle do płaszczyzny reakcji

Anizotropia pędowa w płaszczyźnie $p_x p_y$ jest równoważna anizotropii w kącie azymutalnym bo $\phi = \tan^{-1}(p_y/p_x)$;
więcej cząstek zarejestrujemy w kierunku płaszczyzny reakcji

Uwaga:
Oddziaływania w systemie **pełnią kluczową rolę** w budowaniu kolektywności

Bez oddziaływań nie rozwinąłby się przepływ eliptyczny czyli deformacja geometryczna we współrzędnych przestrzennych nie transformowałaby się w anizotropię w przestrzeni pędów (dla danej deformacji przestrzennej największy przepływ anizotropowy jest oczekiwany dla najsilniej oddziałującego medium tj. z najkrótszą średnią drogą swobodną cząstek)

przy limicie zerowej średniej drogi swobodnej ⇒ gwałtowna termalizacja ⇒ idealna hydrodynamika (zerowa lepkość, maksymalne wartości v_2)

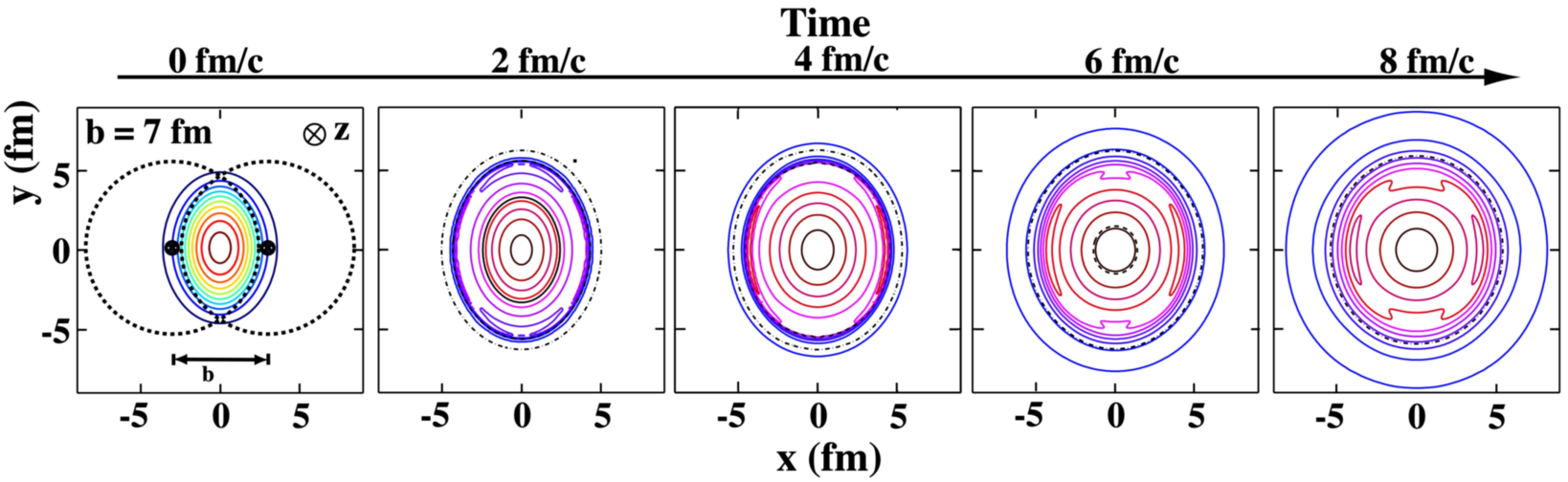
Przy braku oddziaływań wiele „źródełek"(fragmentów materii) emituje cząstki niezależnie od siebie, cząstki swobodnie rozlatują się we wszystkich kierunkach ⇒ **mierzylibyśmy izotropowy rozkład kąta azymutalnego** (czyli v_2=0) **mimo początkowego kształtu migdałka.**
Jeśli brakuje <u>któregokolwiek</u> z dwóch: początkowej asymetrii przestrzennej lub oddziaływań wtedy $v_2 = 0$

Wielokrotne oddziaływania pozwalają na osiągnięcie (lokalnej) równowagi termicznej ⇒ system może być opisywany termodynamicznie/hydrodynamicznie (T, ciśnienie, etc.); przestrzenna anizotropia może zapewnić powstanie gradientów ciśnienia w pł. poprzecznej ⇒
v_2 mierzy stopień termalizacji w zderzeniach niecentralnych!

Przepływ eliptyczny, mierzony ilościowo przez v_2, rozwija się z powodu istniejącej deformacji przestrzennej ϵ czyli z powodu istnienia gradientów ciśnień.

Kiedy te gradienty wygasną ($\Leftrightarrow$ zlikwidowanie asymetrii przestrzennej) wartość v_2 nie może już wzrosnąć (pędowa anizotropia saturuje się w momencie zaniknięcia ϵ). Ale asymetria przestrzenna likwidowana jest właśnie poprzez kolektywną ekspansję (flow); więcej materii transportowanej w kier. in-plane $\rightarrow$ stąd nazwa v_2 samo-tłumiąca się wielkość (***self-quenching***)

Zgodnie z modelami hydrodynamicznymi asymetria przestrzenna ϵ **likwiduje się dość szybko (po czasie rzędu 6–8 fm/c zależnie od modelu, energii)** czyli v_2 jest „budowane” we wczesnej fazie po zderzeniu. Dla porównania czas życia QGP (przed hadronizacją) to 5–7 fm/c a czas wymrożenia szacowany jest jako rzędu 10 fm/c



Rys. przykład profili gęstości energii w modelu hydrodyn. (z arXiv:1102.3010); 0 fm/c – już po termalizacji; duże ciśnienie wewnątrz i małe na zewnątrz (przyp. modele hydro pracują począwszy od momentu termalizacji; wystarczy lokalna)

Czyli dość szybkie zanikanie ϵ oznacza, że pędowa anizotropia (v_2) jest generowana głównie we wczesnej fazie reakcji (zanim rozmyje się przestrzenna asymetria) $\Rightarrow$ v_2 niesie informację o wczesnej fazie!

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3/E} \equiv \frac{d^3\sigma}{p_T dp_T dy\, d\phi} \rightarrow \int d\phi \rightarrow \frac{d^2\sigma}{2\pi\, p_T dp_T dy}$$

← Tak byłoby w przypadku braku anizotropii czyli np. dla centralnych zderzeń

Dla niecentralnych zderzeń (dodatkowo przekrój można zastąpić zwyczajną krotnością) mamy:

$$E\frac{d^3N}{dp^3} = \frac{1}{2\pi}\frac{d^2N}{p_T dp_T dy}\left(1+2\sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos\left[n\left(\phi-\Phi_R\right)\right]\right)$$

$$E\frac{d^3N}{dp^3} = \frac{1}{2\pi}\frac{d^2N}{p_T dp_T dy}\left(1+2\,v_1\cos\left(\phi-\Phi_R\right)+2\,v_2\cos\left[2\left(\phi-\Phi_R\right)\right]+\ldots\right)$$

emisja izotropowa

przepływ skierowany (*directed flow*)

przepływ eliptyczny (*elliptic flow*)

Uwaga: przy mid-rapidity (tu się robi większość analiz) dominujący efekt jest obserwowany w drugim współczynniku: v_2 nazywanym przepływem eliptycznym natomiast wartości v_1 są zaniedbywalne

Rozkład kąta azymutalnego emitowanych hadronów (względem płaszczyzny reakcji) $\frac{dN}{d\Delta\phi}$ gdzie $\Delta\phi = \phi - \Phi_R$ pokazuje dość ciekawy kształ dla niecentralnych zderzeń

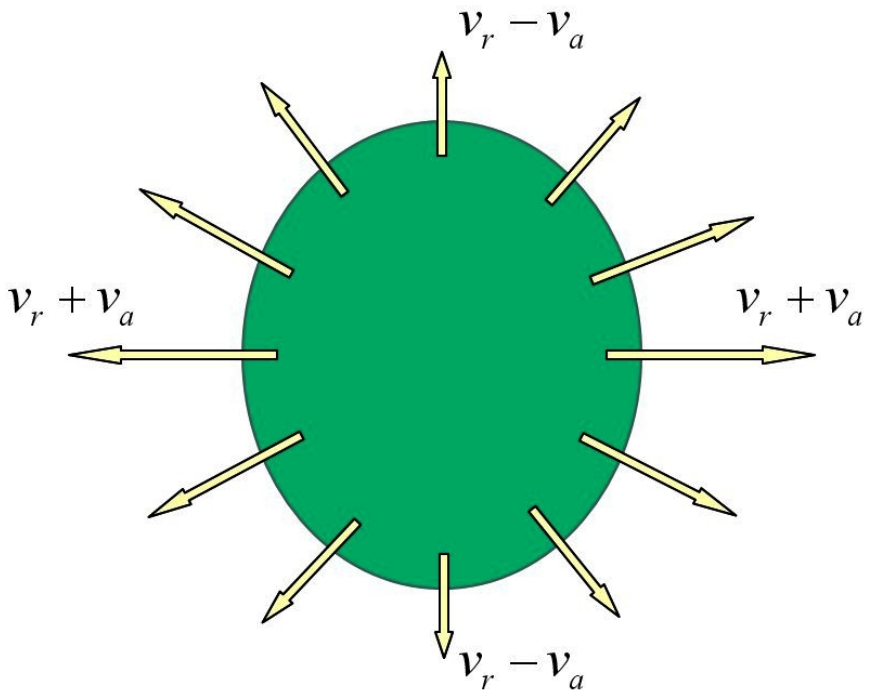
Współczynniki Fouriera:
$v_n = \langle \cos\left[n\left(\phi-\Phi_R\right)\right]\rangle$

Dla zderzeń centralnych (b=0) nie da się wyróżnić płaszczyzny reakcji:

$$E\frac{d^3N}{dp^3}=\frac{1}{2\pi}\frac{d^2N}{p_T dp_T dy}\left(1+2v_1\cos(\phi-\Phi_R)+2v_2\cos[2(\phi-\Phi_R)]+\ldots\right)$$

$v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = \ldots = 0$

$\Rightarrow$ to 1 reprezentuje przepływ radialny (*radial flow*)

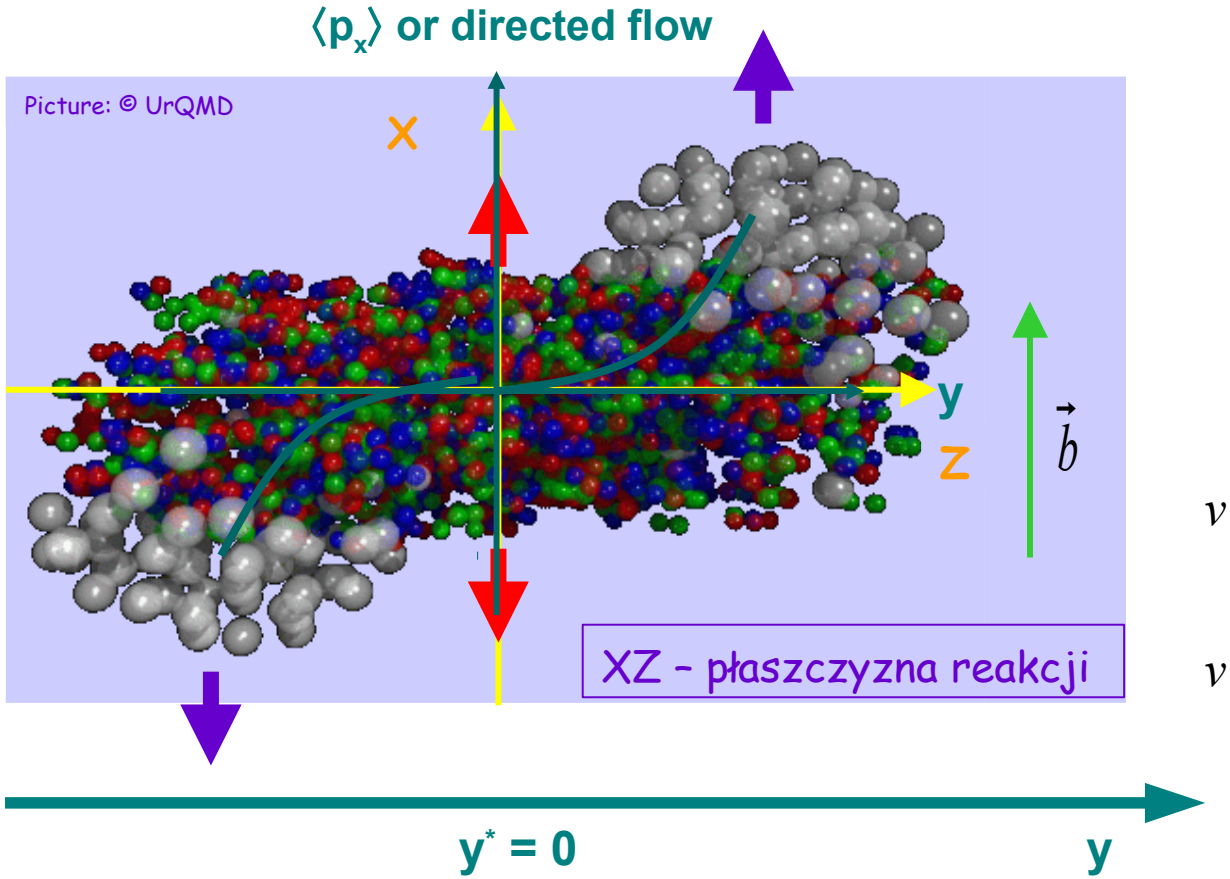


pozostaje wyłącznie izotropowy w kącie azymutalnym przepływ radialny

Ciekawostka:
v_2 jest budowane we wczesnej fazie – wartości saturują się po zaniknięciu asymetrii przestrzennej (/grandientów ciśnień) i w dalszej ewolucji układu nie rosną. W przeciwieństwie to tego przepływ radialny (wykład 9) nadal wzrasta aż do momentu wymrożenia termicznego (więc jest wrażliwy zarówno na wczesne jak i późniejsze etapy zderzenia)

powyżej: przepływ radialny zmodulowany komponentem eliptycznym
arXiv:0809.2949

Jak wygląda takie zderzenie niecentralne w kierunku równoległym do osi wiązki czyli w płaszczyźnie reakcji:



Przepływ skierowany
Zderzenie niecentralne

z – kierunek wiązki

$$v_1 = \left\langle \frac{p_x}{p_T} \right\rangle, \text{ gdzie } p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$

$$v_2 = \left\langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_x^2 + p_y^2} \right\rangle$$

- Ruch na boki (*sideward motion*) **produkowanych cząstek i fragmentów jądrowych**
- Taki rodzaj przepływu nazywany jest **przepływem skierowanym (directed)** a jego ilościową miarą jest wielkość v_1
- przepływ skierowany może być uważany za poprzeczny transfer pędów w płaszczyźnie reakcji
- Dane pokazują bliskie zeru wartości v_1 w okolicy mid-rapidity (zob. dalej)

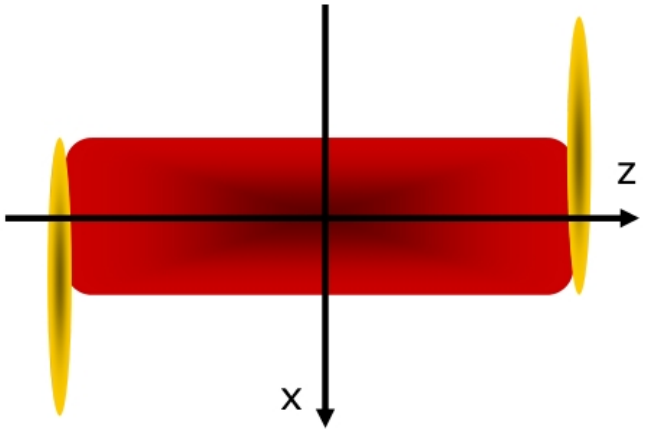
Ilustracja zderzenia ciężkich jonów

Rys. T. Hirano et al. Lect. Notes Phys. 785 (2010) 139-178 [arXiv:0808.2684]

$$v_1 = \left\langle \frac{p_x}{p_T} \right\rangle$$

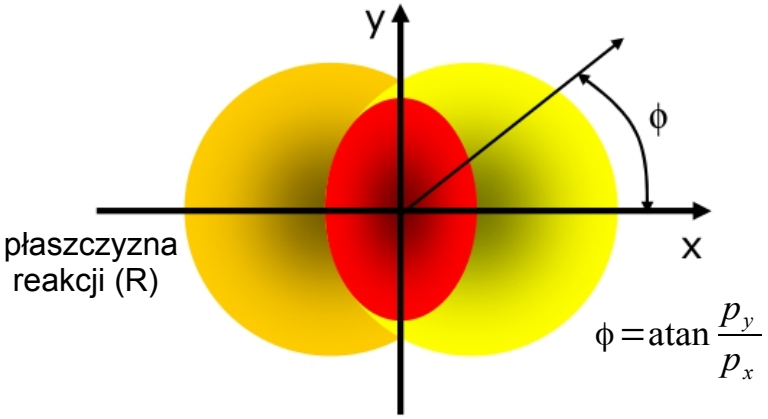
$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$

$$v_2 = \left\langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_x^2 + p_y^2} \right\rangle$$



z – kierunek wiązki/wiązek

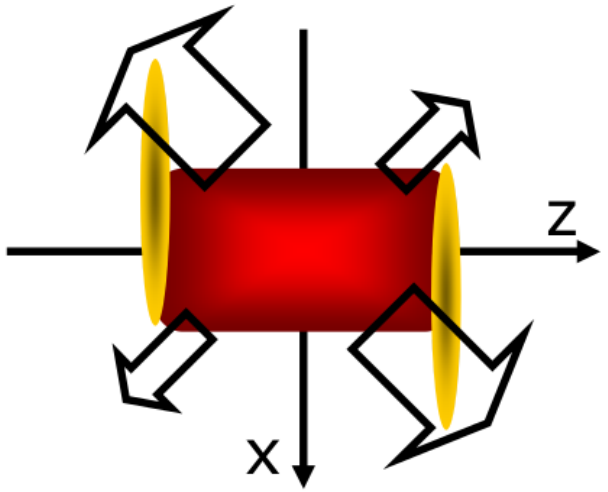
(a) In the reaction plane



(b) In the transverse plane

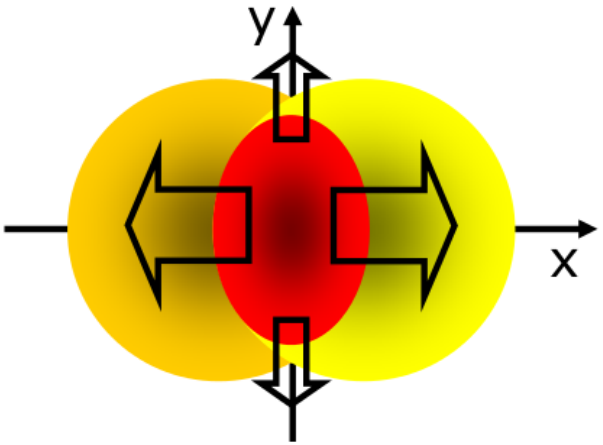
Anizotropowy przepływ poprzeczny

preferowany kierunek emisji cząstek (tu piony) – zaznaczony grubszą strzałką



(a) First harmonic v_1

przepływ skierowany



(b) Second harmonic v_2

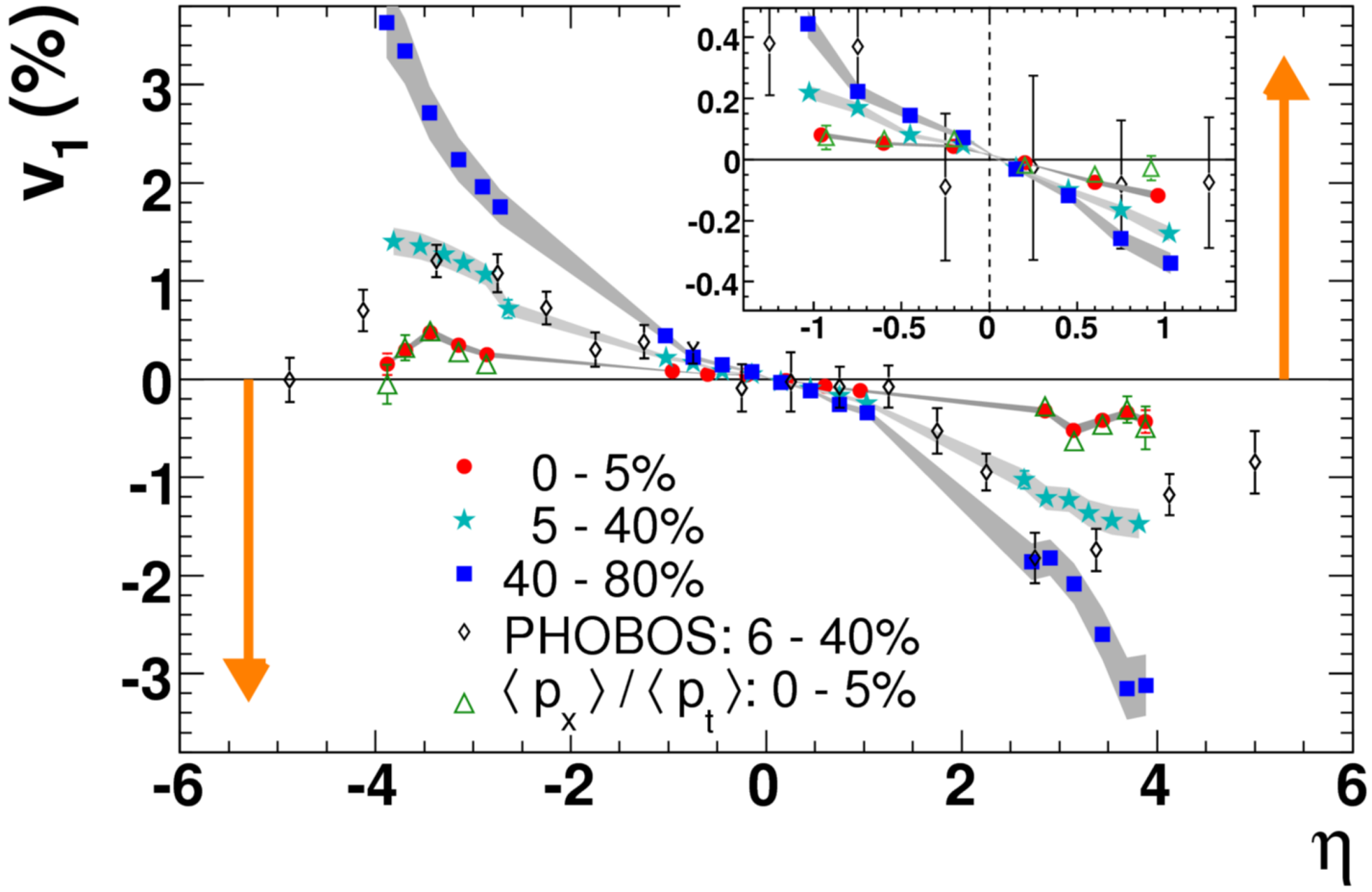
przepływ eliptyczny

Przepływ skierowany v_1 w STAR (arXiv:0807.1518) – w funkcji pseudorapidity

Dane Au+Au, najwyższe energie RHIC **$\sqrt{s_{NN}}$=200 GeV**

Pokazane jest v_1 dla wszystkich cząstek naładowanych

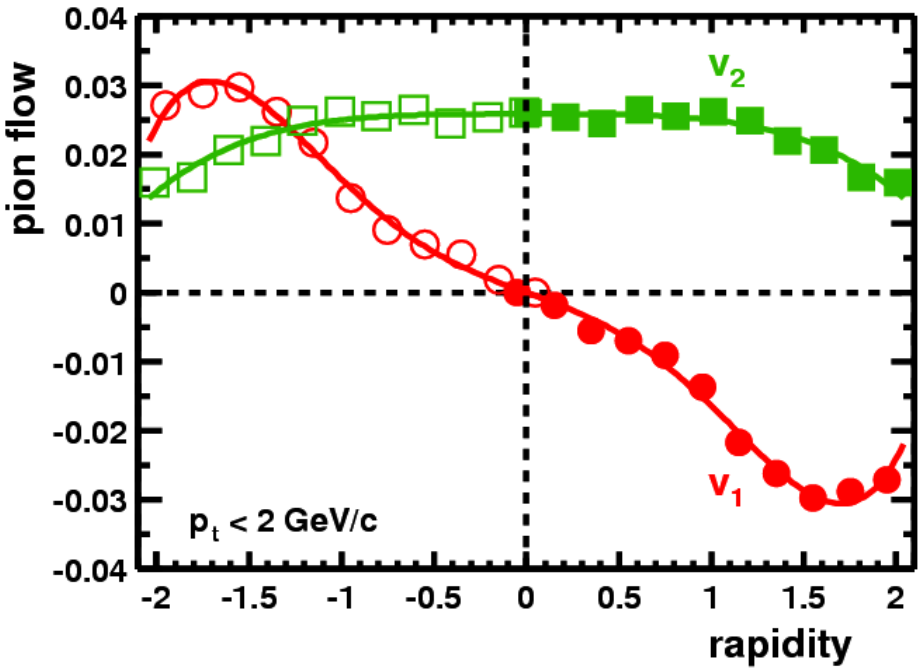
Central, mid-central, peripheral

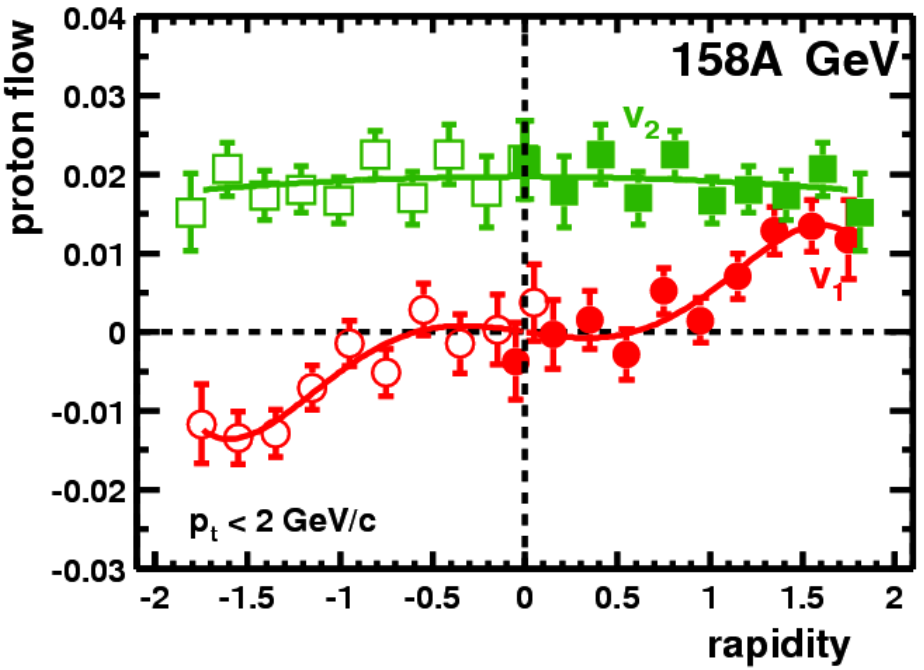


v_1 zanika w okolicy midrapidity

v_1 = 0.01 = 1%

Przepływ skierowany v_1 (pokazano również eliptyczny v_2) w NA49 – **najwyższa energia SPS $\sqrt{s_{NN}}$ = 17.3 GeV**) – oddzielnie dla naładowanych pionów i protonów w funkcji rapidity





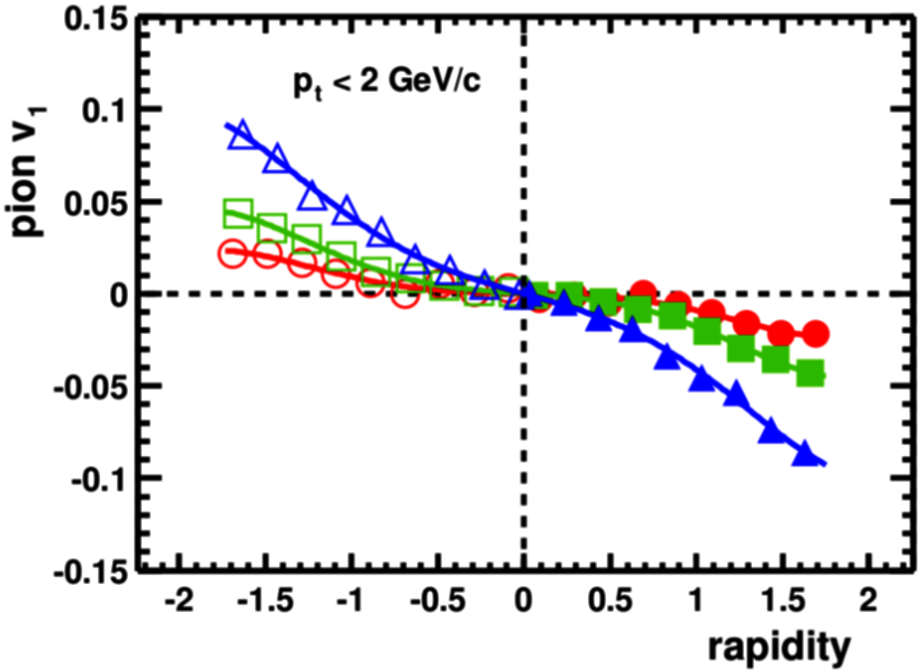
dane minimum bias

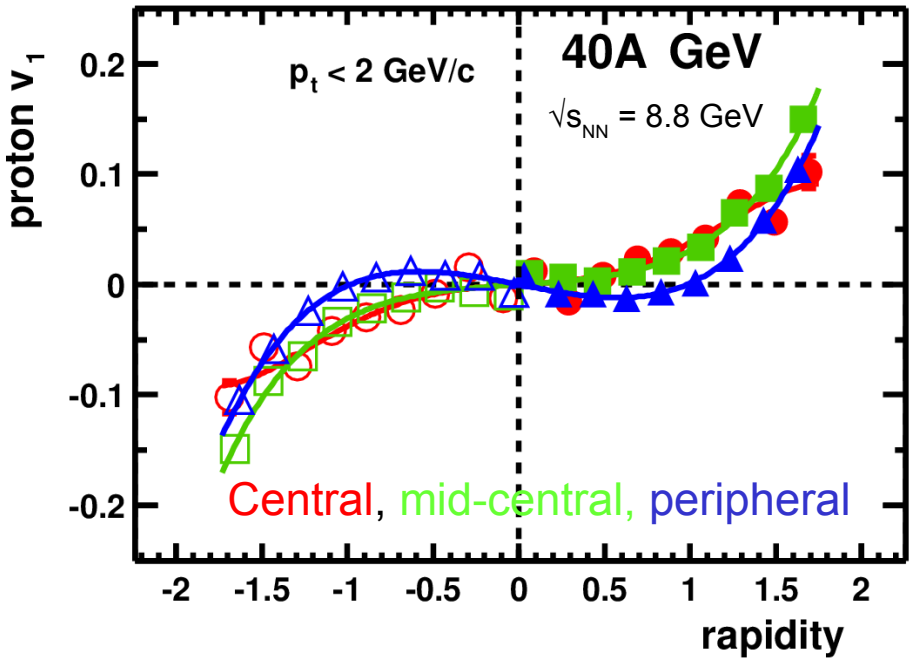
Te oraz więcej przykładów dla v_1 w pracy:
NA49: PRC 68, 034903 (2003) [arXiv:nucl-ex/0303001]

Przepływ skierowany (**v_1**) ma duże wartości tylko w regionie rapidity wiązki/tarczy i zanika dla mid-rapidity; **przeciwne znaki w przedniej i tylnej półkuli.** W obszarze mid-rapidity ≈ głównie eliptyczny (istotne tylko v_2). Większość eksperymentów mierzy v_2 w okolicy mid-rapidity; wyjątki to np. rys. jak wyżej lub nowe wyniki PHENIX, arXiv:2409.12715 (naładowane hadrony, HF), arXiv:2409.12756 (J/ψ)

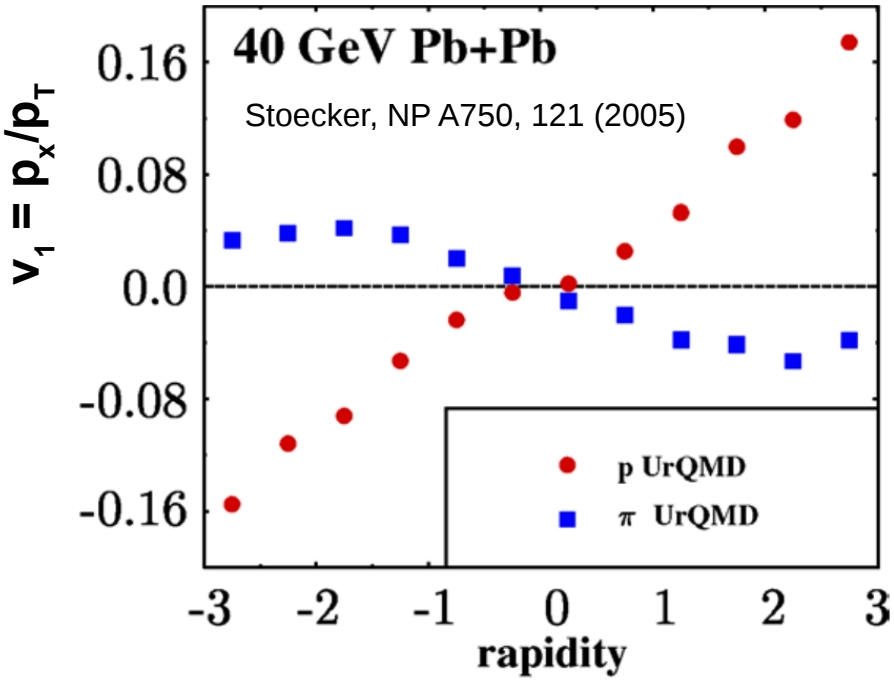
Przepływ skierowany w NA49 (pośrednia energia SPS)

NA49, PRC 68, 034903 (2003)

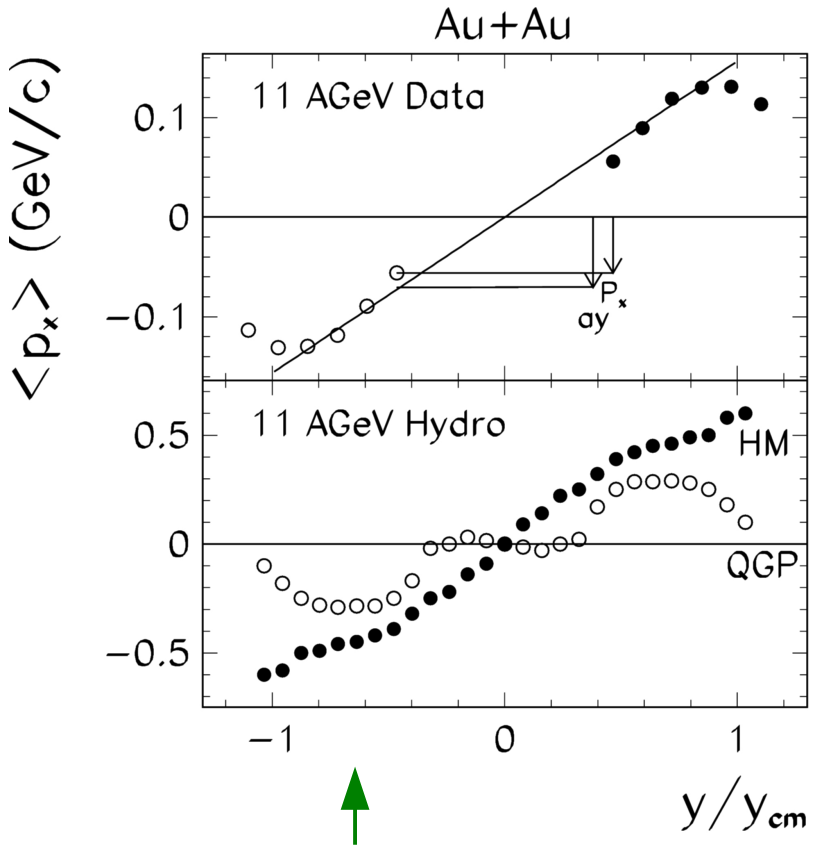


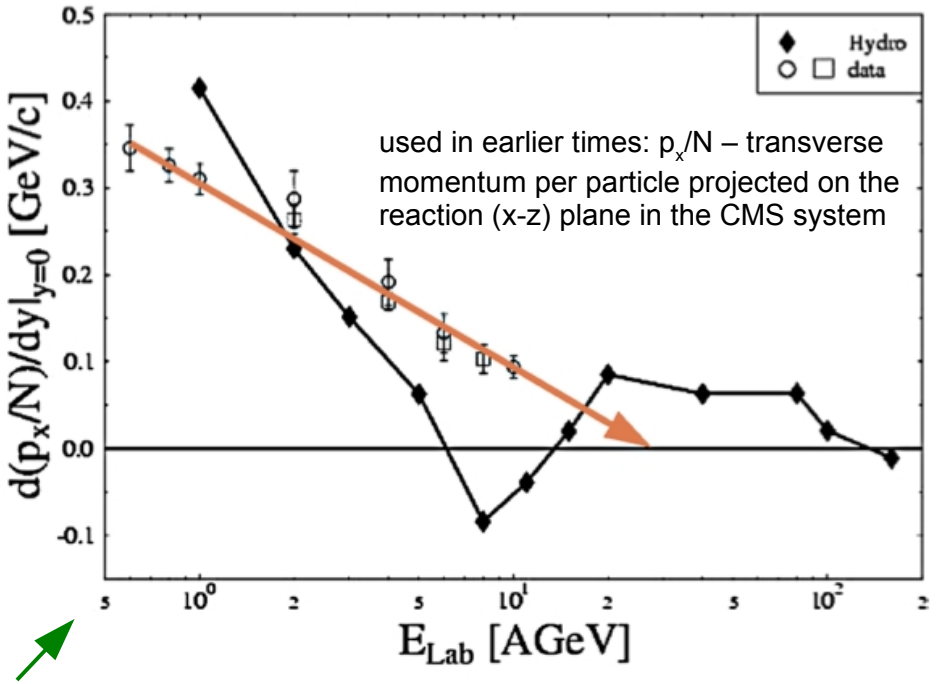


Protony:
Dla danych NA49 (prawy górny) widzimy inne nachylenie v_1 (znak dv_1/dy) w pobliżu mid-rapidity niż dla UrQMD. Tzw. „**antyflow" protonów.** Czy może być jakoś związany z energią przejścia fazowego do QGP?



Przewidywania modeli hydrodyn.



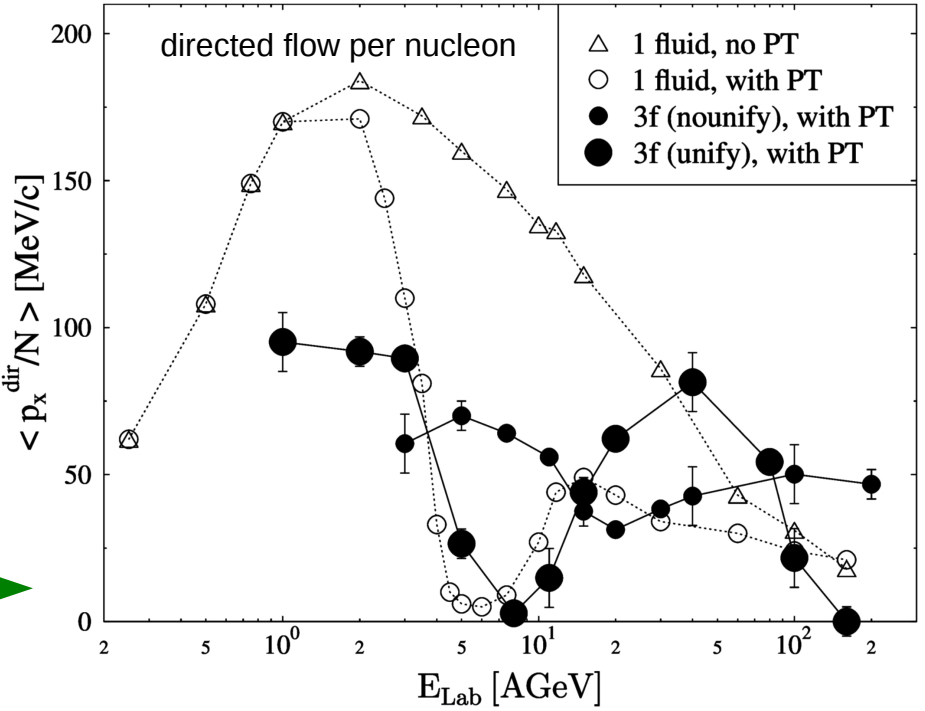


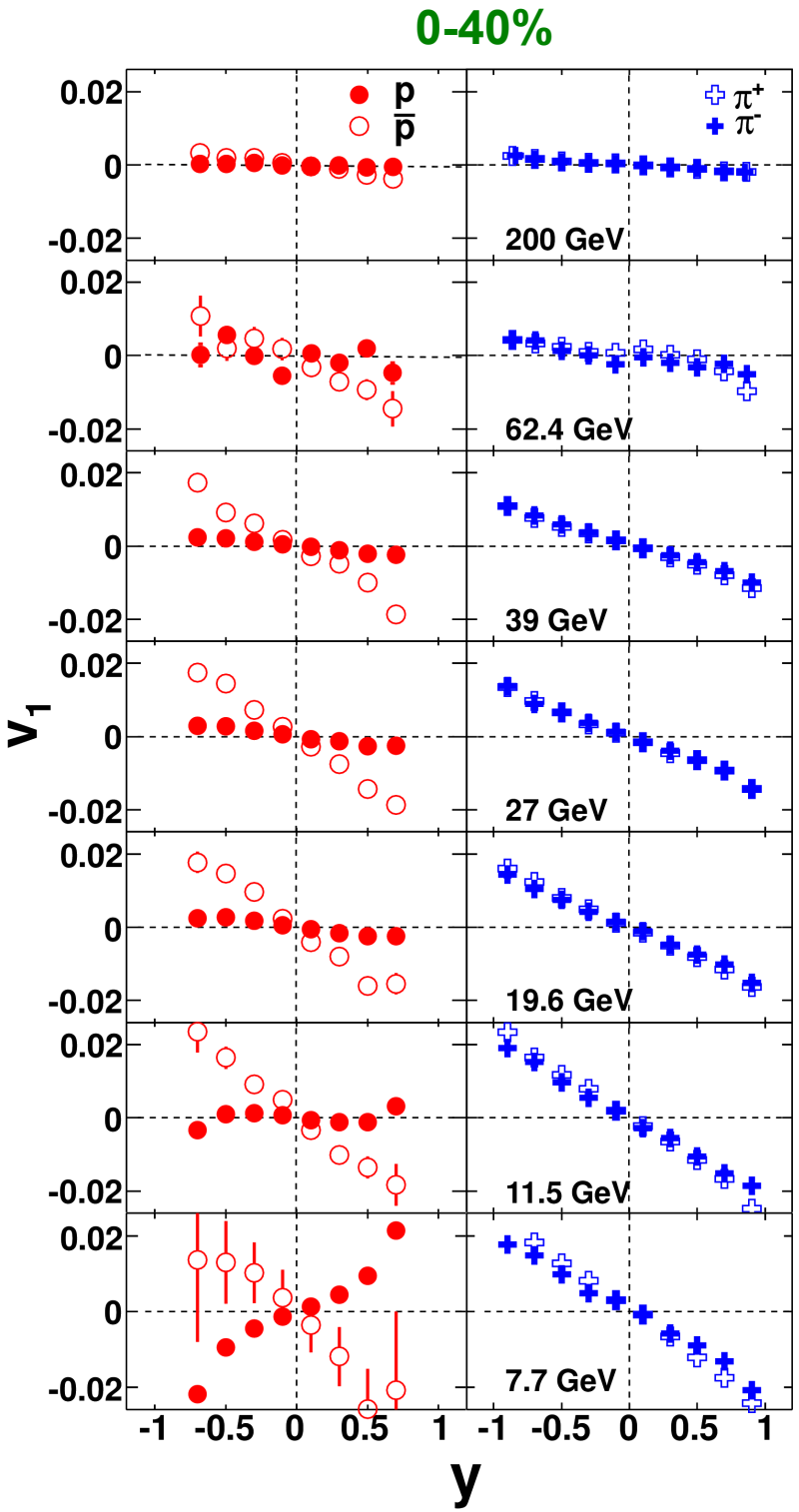
Dane SIS i AGS (protony) porównane z symulacjami hydrodyn. na siatkach 3D. H. Stoecker, Nucl.Phys. A 750 (2005) 121-147

Przepływ skierowany w idealnej hydrodynamice z hadronowym (HM) oraz QGP równ. stanu (*EoS*). "Antyflow" (ujemne nachylenie) w przepływnie protonów widoczne w przypadku przejścia 1-szego rodzaju. L. Csernai, D. Rohrich, Phys. Lett. B 458 (1999) 454

$\langle p_x^{dir}/N \rangle$ dla Au+Au przy b=3 fm. Trójkąty – czysto hadronowe EoS, koła – EoS z przejściem fazowym (PT)

Solid lines – three-fluid model, with (large circles) or without (small circles) dynamical unification. J. Brachmann et al., Phys. Rev. C 61 (2000) 024909





STAR PRL 112 (2014) 16, 162301
[arXiv:1401.3043]

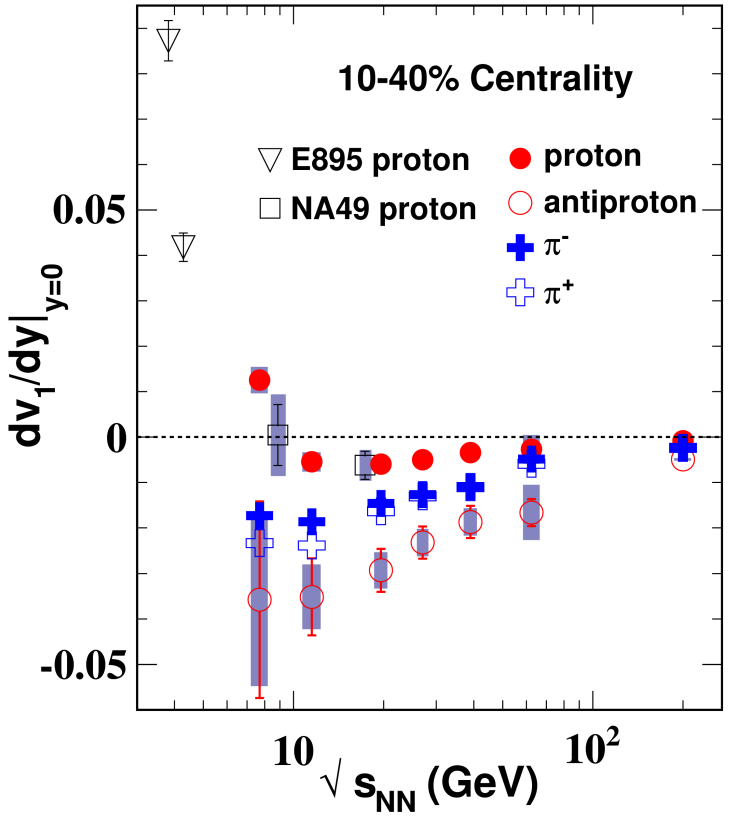
"The energy dependence of proton dv_1/dy involves an interplay between v_1 of protons associated with baryon number transported from the initial beam rapidity to the vicinity of mid-rapidity, and the directed flow of protons from particle-antiparticle pairs produced near mid-rapidity. (...)

Assuming antiproton directed flow as a proxy for the directed flow of pair produced protons, the proposed net-proton slope can be constructed from

$$[v_1(y)]_p = r(y)[v_1(y)]_{anti\text{-}p} + [1-r(y)]\,[v_1(y)]_{net\text{-}p}$$

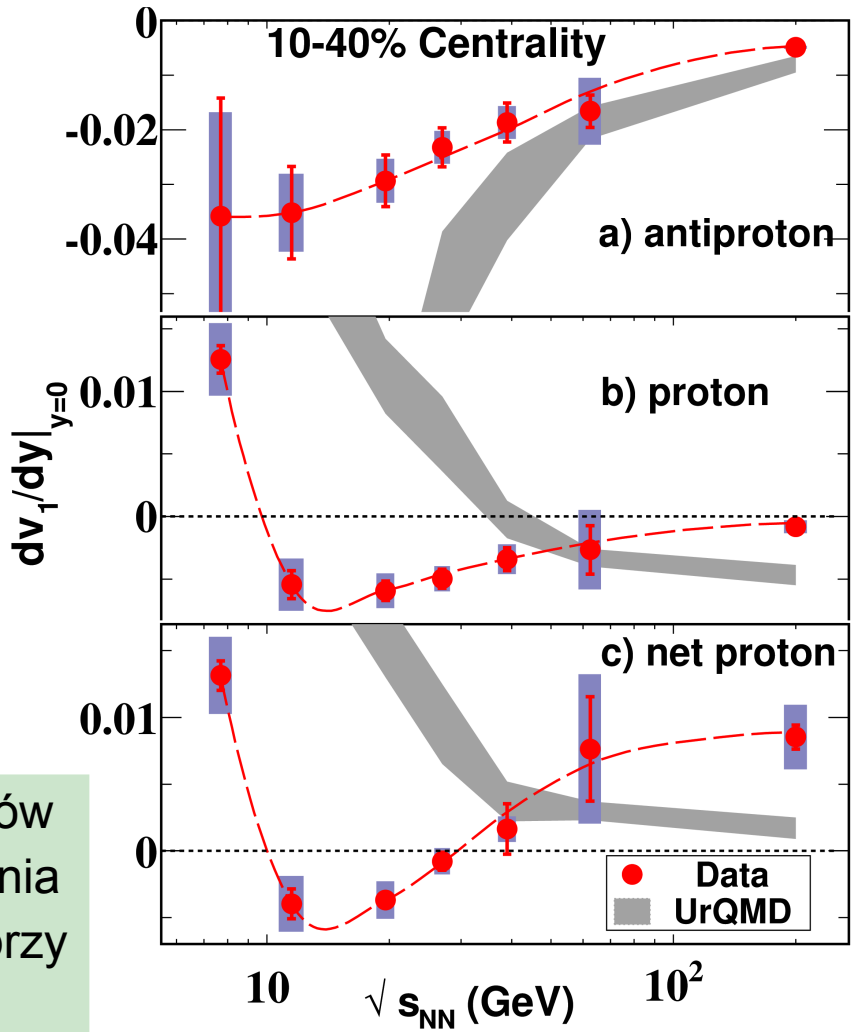
where r(y) is the observed rapidity dependence of the ratio of antiprotons to protons at each beam energy."

Modele hydro pokazały, że **przepływ skierowany v_1** powinien być **wrażliwy na przejście fazowe 1-szego rodzaju** (*softening of EOS*) Csernai, Rohrich, PL B458, 454 (1999); Stoecker, NP A750, 121 (2005); Brachmann et al. PR C61, 024909 (2000). Oczekiwane: **niemonotoniczne zachowanie** (dod.→ujemne→dod.) **dv_1/dy protonów w funkcji energii wiązki – "*collapse of proton flow*"**



$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_L}{E - p_L}$$

RHIC
STAR BES
Au+Au



- „Slope" v_1 zawsze ujemny dla pionów i antyprotonów
- **„Slope" v_1 dla protonów i netto-protonów** zmienia znak przy niskich energiach i pokazuje minimum przy **10–20 GeV** (14.5 GeV zebrane w BES-II – zob. dalej)

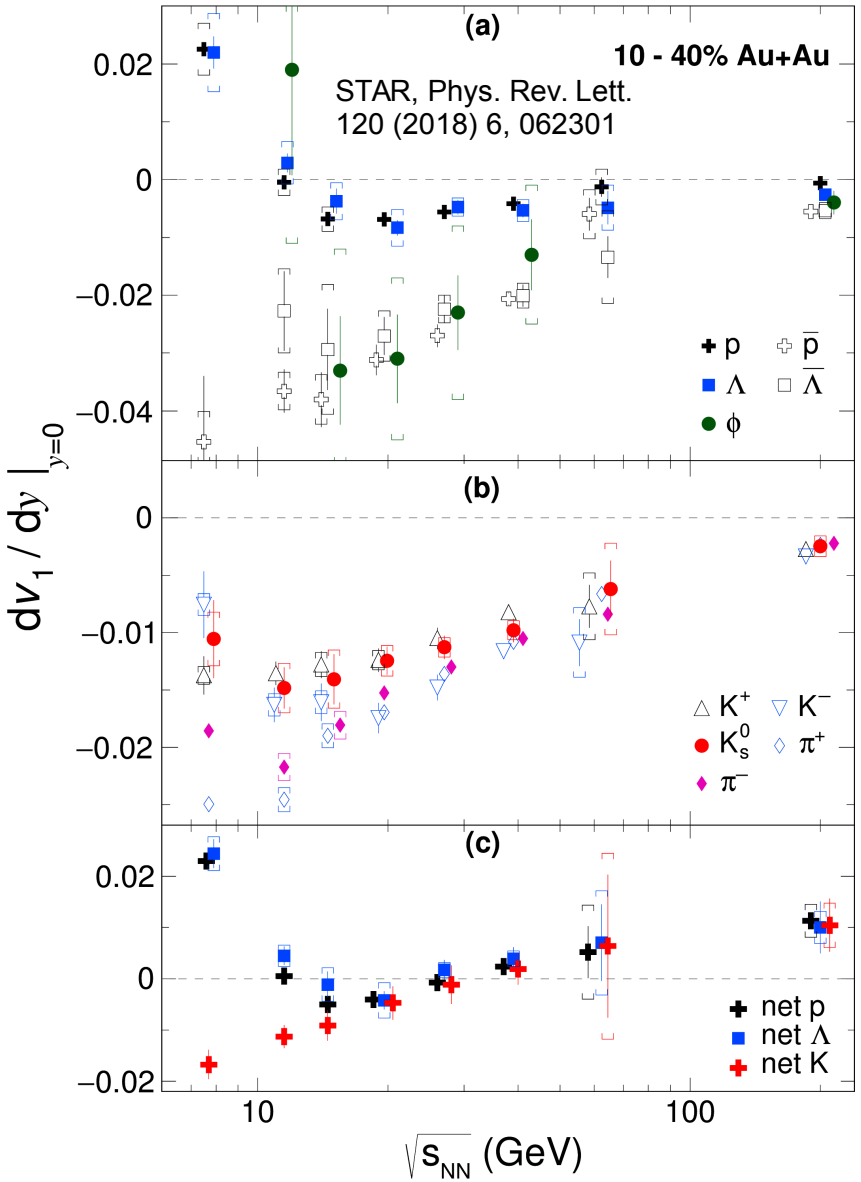
→ **zgodne z mod. hydro z przejściem faz. (1st order PT)**

Uwaga: niektóre modele pokazują min. zarówno dla przejść I rodzaju jak i cross-over (np. arXiv:1408.0098) lub wręcz faworyzują cross-over (arXiv:1601.03902)

STAR, PRL 112 (2014) 16, 162301
[arXiv:1401.3043]

Wyniki STAR BES Au+A (Beam Energy Scan) – zależność dv_1/dy od energii

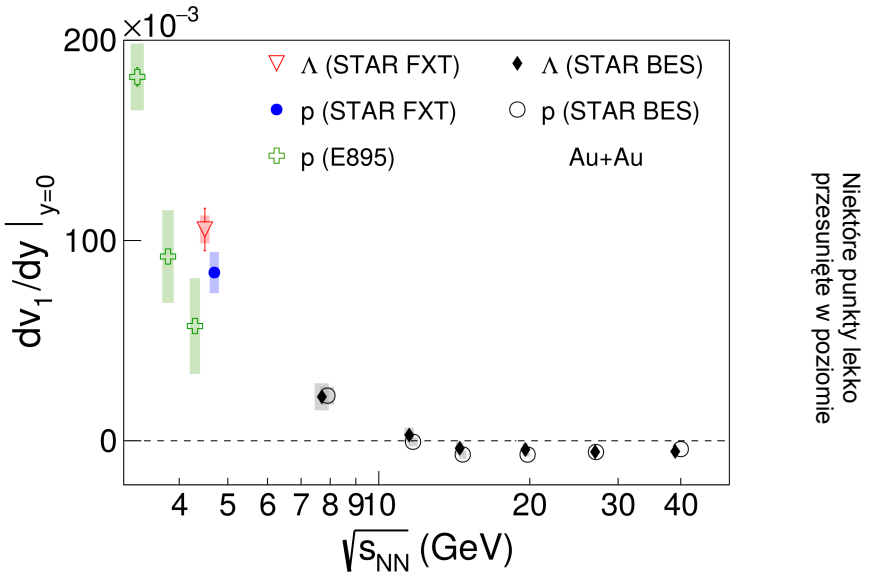
Nowsze wyniki (2017): więcej cząstek; dodatkowo punkty dla 14.5 GeV



- **Nachylenia v_1 dla protonów i netto-protonów** zmieniają znaki przy niższych energiach i **wykazują minimum przy 10–20 GeV** (minimum: 14.5 GeV dla netto-p; **zmiana znaku przy energii 11.5 GeV**)
- **Podobne zachowanie dla Λ oraz p**

→ **Zgodne z modelami hydro z przejściem fazowym** (1-szego rodzaju)

STAR „fixed target" ($\sqrt{s_{NN}}$ = 4.5 GeV) → STAR, PR C103 (2021) 3, 034908; zob. również STAR „fixed target" ($\sqrt{s_{NN}}$ = 3 GeV) → STAR, PL B 827 (2022) 137003



Zob. też wyniki STAR (BES): zależność od centralności dla Au+Au (różne energie) → arXiv:1512.09009 lub slajdy dodatkowe

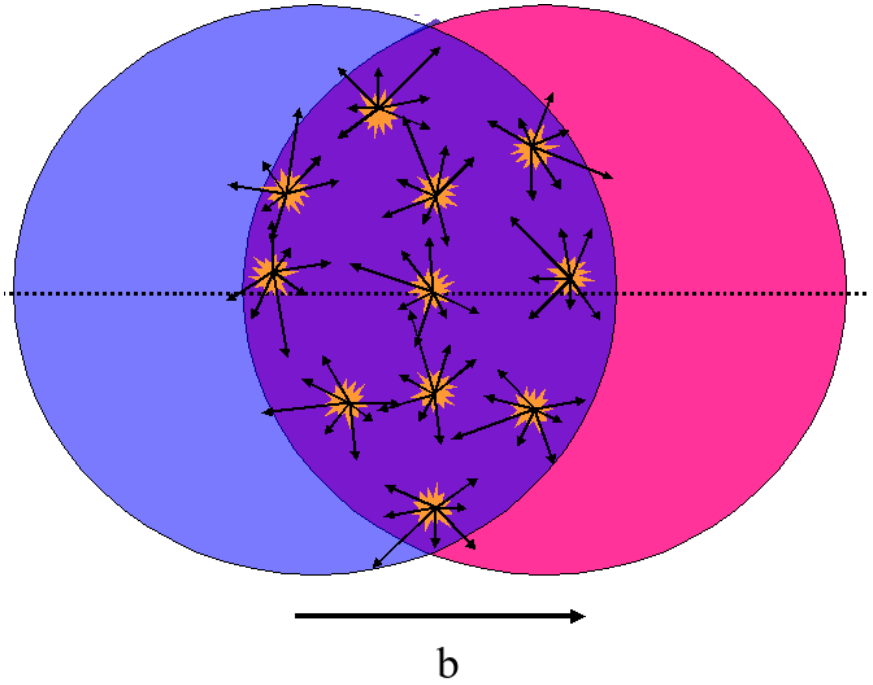
Zob. też wyniki NA61: zależność od centralności dla Pb+Pb przy $\sqrt{s_{NN}}$ = 7.6 GeV (30*A* GeV/c wiązki) → slajdy dodatkowe

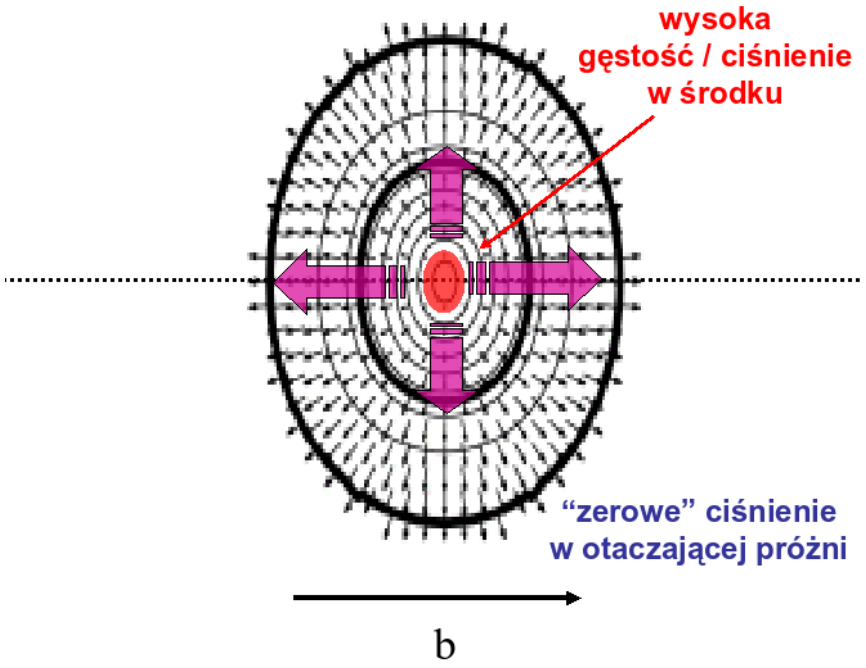
Alternatywne (bez przejścia 1. rodzaju) wyjaśnienie zmiany znaku dv_1/dy protonów → zob. arXiv:2312.06468

Wracamy do kierunku prostopadłego do osi wiązki dla zderzeń niecentralnych:

Porównanie przypadków gdzie A+A jest superpozycją niezależnych zderzeń N+N oraz gdy A+A zachowuje się jak kolektywny system (Rys. M. Lisa)

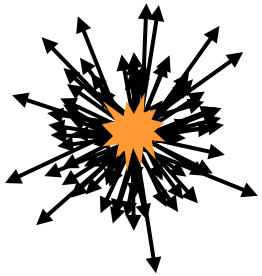
Superpozycja niezależnych zderzeń N+N – pędy ustawione losowo w stosunku do płaszczyzny reakcji

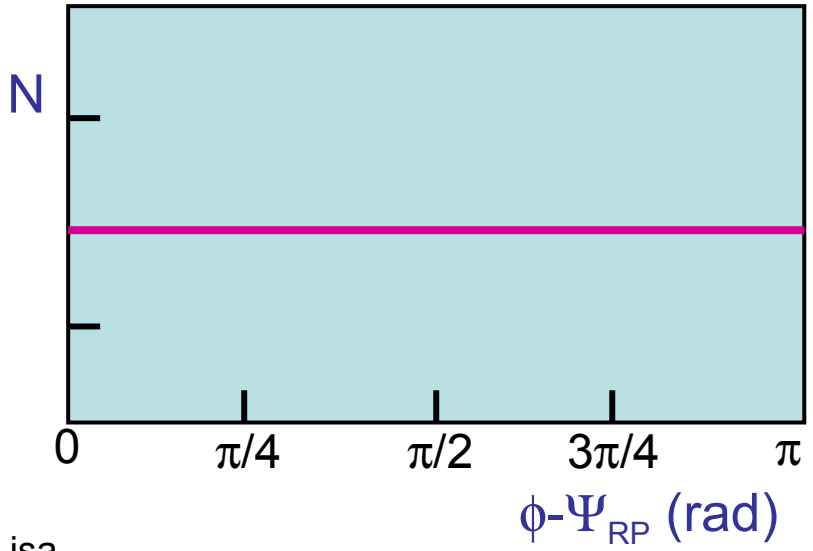




Ewolucja A+A jako kolektywnego systemu – gradienty ciśnień większe "in-plane" powodują przepływ eliptyczny czyli więcej i szybszych cząstek widocznych "in-plane"

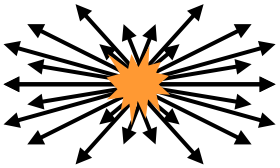
Superpozycja niezależnych zderzeń N+N – pędy ustawione losowo w stosunku do płaszczyzny reakcji

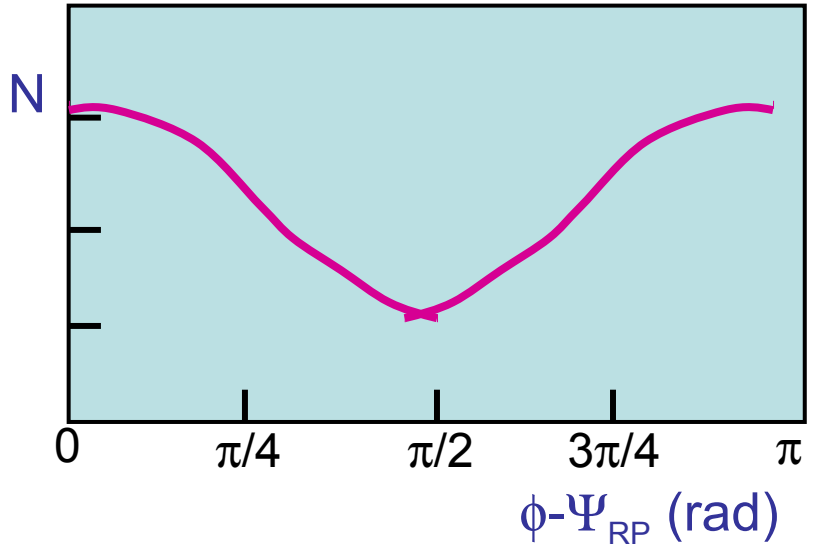


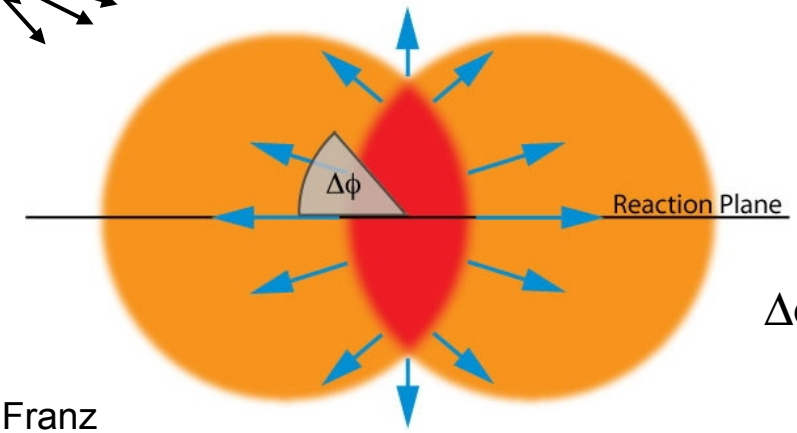


Rys. M. Lisa

Ewolucja A+A jako kolektywnego systemu – gradienty ciśnień większe "in-plane" powodują przepływ eliptyczny czyli więcej i szybszych cząstek widocznych "in-plane"







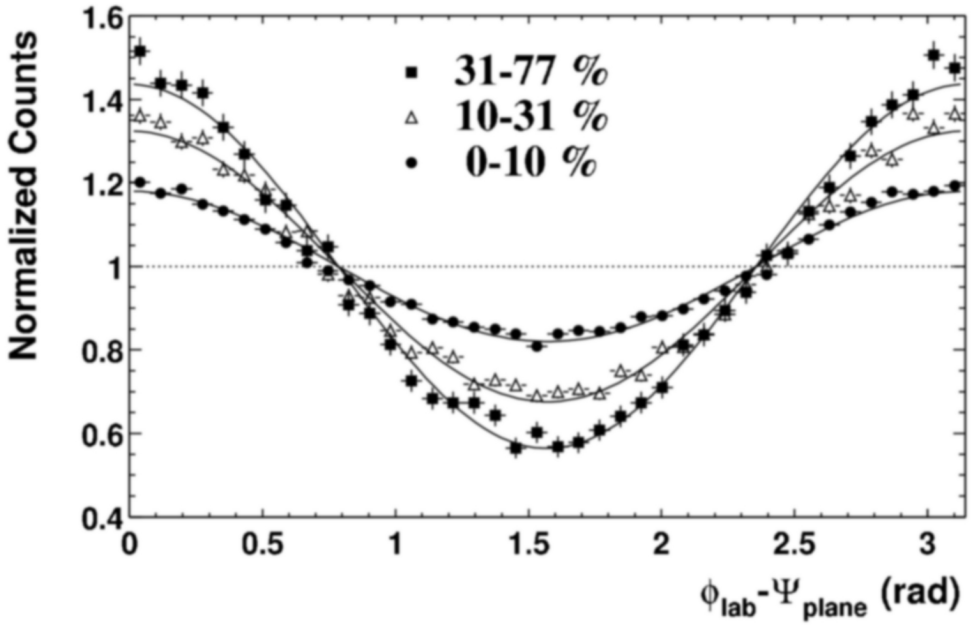
$$\Delta\phi = \phi - \Phi_{RP}$$

Rys. A. Franz

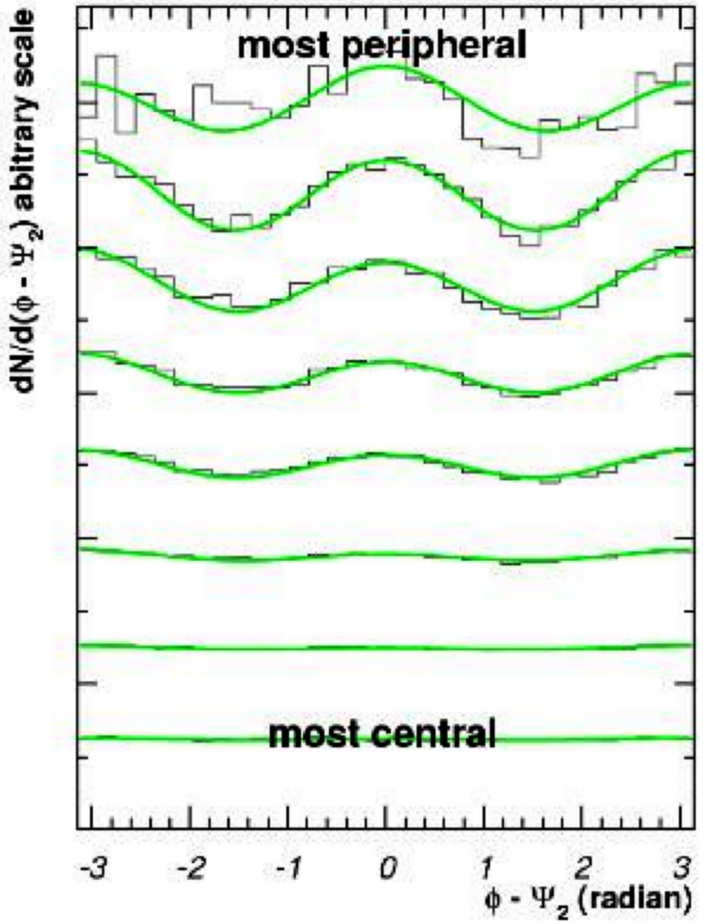
- **W przypadku braku przepływu eliptycznego (i pomiarze w okolicy mid-rapidity) rozkład kąta azymutalnego względem płaszczyzny reakcji byłby płaski.**
- W obecności efektów związanych z przepływem eliptycznym ma on kształt cosinusa (rozkład kąta ale mierzony względem płaszczyzny reakcji)
- Im większa wartość v_2 tym bardziej ten rozkład odbiega od rozkładu płaskiego

Rozkład kąta azym. względem pł. reakcji $dN/d(\phi-\Phi_R) \sim 1+2v_2 \cos(2(\phi-\Phi_R))$ bo v_1 dla mid-rapidity zaniedbywalne

Φ_R - kąt azymutalny płaszczyzny reakcji $0 < \Phi_R < 2\pi$



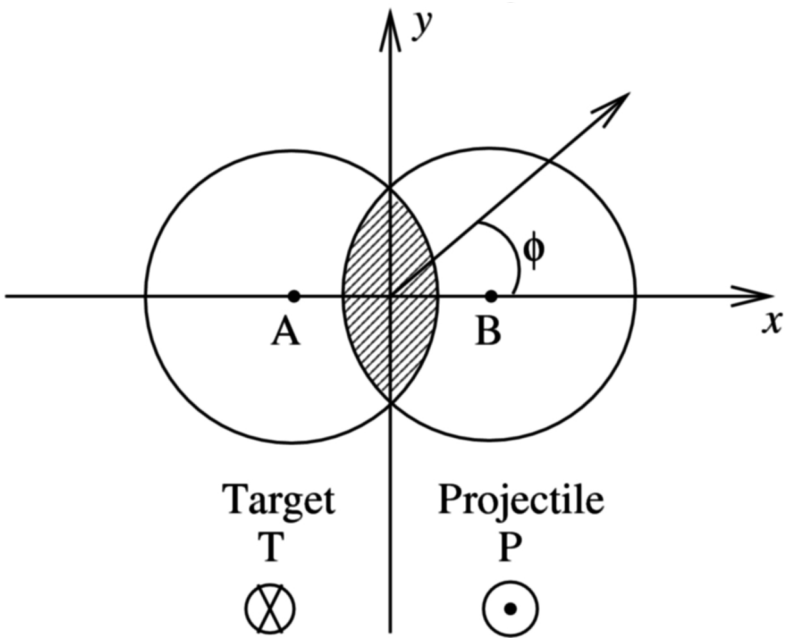
Rozkład kąta azymutalnego względem płaszczyzny reakcji w eksperymencie STAR (3 różne centralności); większa anizotropia dla zderzeń bardziej peryferycznych

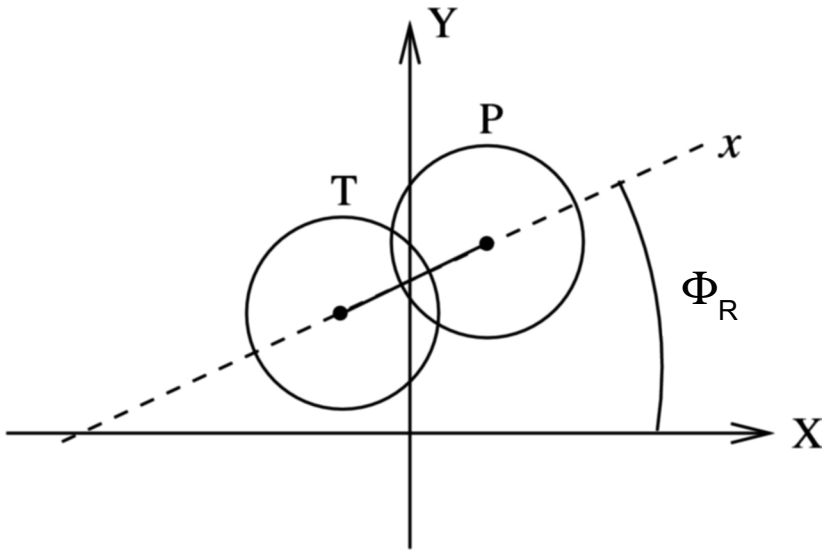


top RHIC Au+Au, cząstki naładowane w różnych centralnościach w PHOBOS
nucl-ex/0702020

Kłopot eksperymentalny przy wyznaczaniu flow:

Rys. np. w arXiv:1404.3294



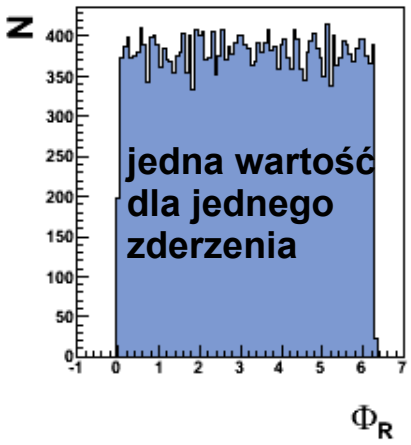


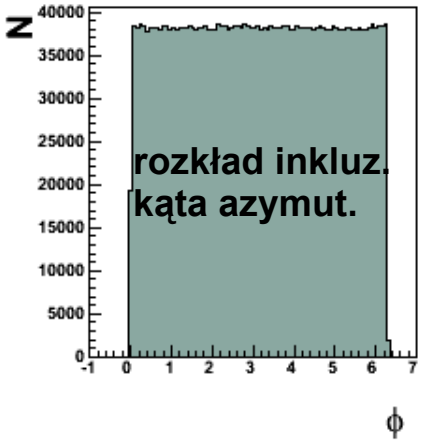
Płaszczyzna reakcji w zderzeniach ustawiona jest losowo w stosunku do jednej z osi układu LAB (X, Y, Z) – na stałe związany z detektorem; Φ_R zmienia się losowo między zderzeniami

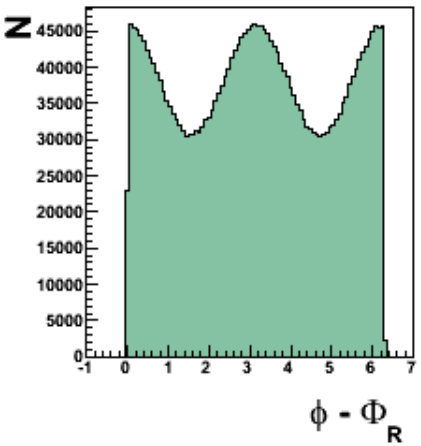
Kąt płaszczyzny reakcji (czyli kąt jaki tworzy płaszczyzna reakcji z jedną z osi układu LAB np. X) musi być wyznaczany dla każdego zderzenia oddzielnie! W praktyce (np. używając poprzecznego rozkładu cząstek w stanie końcowym) wyznacza się tzw. event plane Φ^{EP} (inne oznaczenia: Φ_2^{EP}, Φ_2) który jest eksperymentalnym oszacowaniem Φ_R

Bardzo istotna uwaga techniczna:
Gdyby zrobić **rozkład inkluzywny samego kąta azymutalnego** (rozkład inkluzywny: bierzemy wszystkie zderzenia i wszystkie cząstki i następnie robimy histogram) to **byłby** on **płaski**. **Dopiero rozkład ϕ-Φ_R gdzie Φ_R jest wyznaczany oddzielnie dla każdego przypadku pokaże nam funkcję cosinus.**
Dlaczego?
Płaszczyzna reakcji (jej kąt) może być inna dla każdego zderzenia (patrz pop. strona) – to powoduje zaniknięcie efektu funkcji cosinus jeśli zrobimy rozkład inkluzywny tj. zsypiemy cząstki pochodzące ze zderzeń (tzw. przypadków) o różnych kątach Φ_R

Praca domowa dla chętnych:
Trzeba przetestować ten efekt na „Toy Modelu"
1. Generujemy np. kilka tysięcy przypadków (*events*), w każdym z nich np. kilkaset cząstek
2. Nasza cząstka musi mieć wygenerowany kąt azymutalny z prawdopodobieństwem $\sim 1+2v_2 \cos(2(\phi-\Phi_R))$ gdzie Φ_R losujemy z rozkładu płaskiego $0 < \Phi_R < 2\pi$ ale oddzielnie (!!) dla każdego przypadku. Wartość v_2 można założyć dość dużą np. 0.1
3. Robimy inkluzywny rozkład kata azymutalnego (wyjdzie płaski) oraz rozkład ϕ-Φ_R







wyniki mojego generatora dla 100 cząstek na przypadek i dla wartości v_2 = 0.1

Dla zainteresowanych:

Jest wiele metod wyznaczania v_2. Dośw. wyznaczenie parametru v_2 jest trudne i zwykle nie jest to zwyczajne dopasowanie parametrów w rozkładzie $\phi - \Phi_R$ (wiele różnych metod np. korelacje 2- i 4-cząstkowe np. *4-particle cumulant method*; uwzględniają pozbywanie się efektów nie od flow – np. od jetów, zaawansowane wyznaczanie płaszczyzny reakcji)

1. **Metoda standardowa** (metoda płaszczyzny reakcji) – oparta o definicję $\mathbf{v_n = \langle \cos(n(\phi - \Phi_R)) \rangle}$ ale wymaga znalezienia Φ_R oddzielnie dla każdego zderzenia;
w praktyce wyznacza się tzw. event plane Φ^{EP} (inne oznaczenia: Φ_2^{EP}, Φ_2) $\approx \Phi_R$

2. **Metoda korelacji dwucząstkowych** (*two-particle correlation method*) – liczymy $\mathbf{v_n^2 \equiv v_n\{2\}^2 = \langle \cos(n(\phi_1 - \phi_2)) \rangle}$ gdzie ϕ_1 oraz ϕ_2 są kątami dwóch cząstek (w układzie LAB).
Zaleta: nie trzeba wyznaczać płaszczyzny reakcji. Wada: v_n jest wyznaczane z dokładnością do znaku

3. **Metoda kumulacyjna** (*cumulant method*) – potrafi wydzielić v_2 z wielocząstkowych korelacji

4. Mixed-harmonic metod

5. Lee-Yang zeroes method, etc.

Referencje do tych metod podane np. w arXiv:0812.1619, arXiv:0809.2949. Zob. też najnowsze metody w pracach arXiv:2009.09586, arXiv:2308.11674

Niestety bywa że te różne metody nie dają dokładnie takich samych wartości v_2 ... (różna wrażliwość na efekty poboczne tzw. *non-flow*) (zob. np. Rys. 2 górny w pracy ALICE arXiv:1011.3914)

Dla bardzo zainteresowanych (można czytać tylko po zrozumieniu wszystkich wcześniejszych slajdów!):

Obecnie zamiast prób wyznaczania jednej wartości Φ_R dla zderzenia wyznacza się tzw.

EVENT PLANE Φ_n^{EP} (oddzielnie dla każdego n), która jest eksperymentalnym oszacowaniem płaszczyzny reakcji/płaszczyzn symetrii, a wartości v_n liczymy jako: **$v_n = \langle \cos(n(\phi - \Phi_n^{EP})) \rangle$**

$$\frac{d^3N}{dy\,dp_T\,d\phi} = \frac{1}{2\pi}\frac{d^2N}{dy\,dp_T}\left(1 + 2v_1\cos\left(\phi - \Phi_1^{EP}\right) + 2v_2\cos\left[2\left(\phi - \Phi_2^{EP}\right)\right] + \ldots\right)$$

Dla zderzeń centralnych:

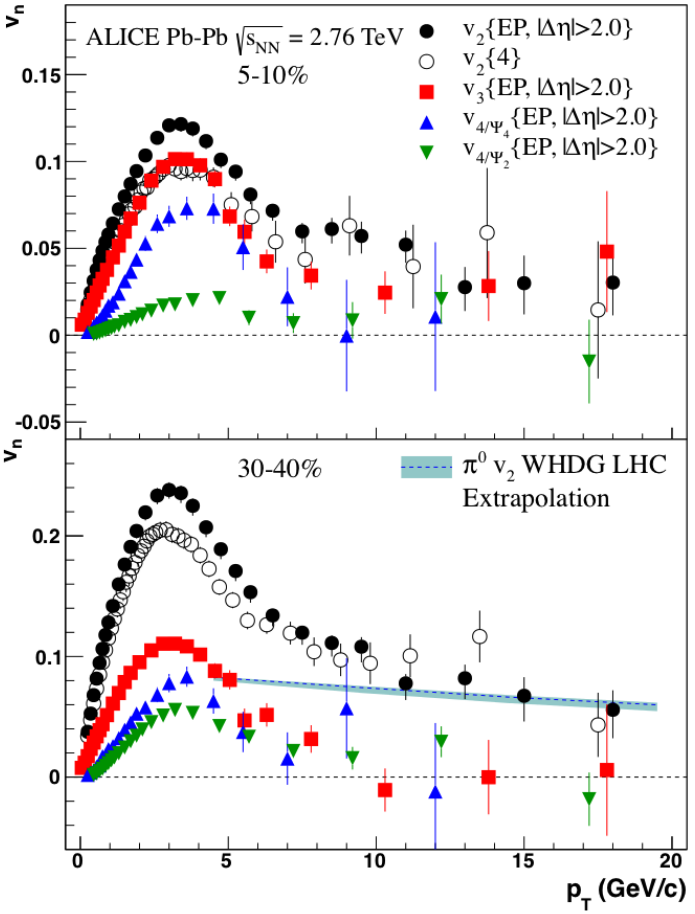
- Globalne (używając Φ_R) $v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n = 0$! (zostaje tylko przepływ radialny) bo nie ma wyróżnionej płaszczyzny reakcji

- Flow pochodzący od fluktuacji stanu początkowego (fluktuacje położenia partycypantów) jest znaczący i dominujący w centralnych i semi-centralnych zderzeniach (czyli tam gdzie z powodu „globalnej symetrii" nie powinna się pojawić żadna asymetria azymutalna). Używając Φ_n^{EP} zmierzymy niezerowe wartości v_n nawet dla centralnych zderzeń

Dla zderzeń niecentralnych:

- Globalne (przy użyciu Φ_R) wyższe harmoniczne (v_3 w górę) są małe
- Wyższe harmoniczne mierzone przy użyciu Φ_n^{EP} są duże → z powodu fluktuacji położeń partycypantów; $v_3 - v_6$ słabo zależą od centralności – zob. wykł. 13

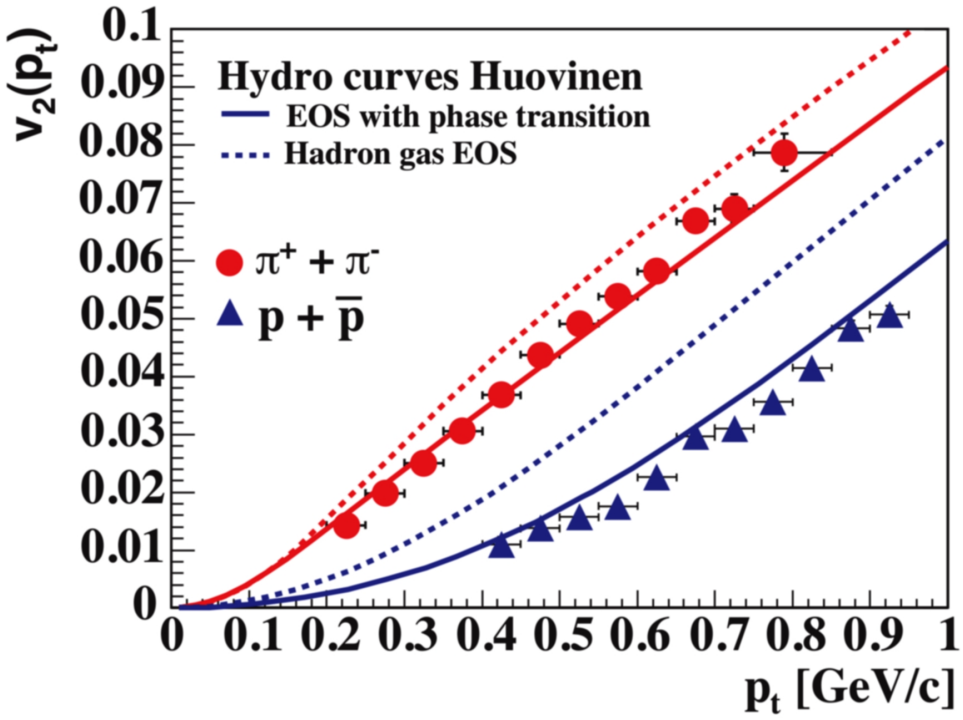
różnice (z powodu fluktuacji) między v_4 mierzonym przy użyciu Ψ_4^{EP} i Ψ_2^{EP} (Φ ozn. jako Ψ)



Rys. arXiv:1211.5680

$$v_n = \langle \cos[n(\phi - \Phi_R)] \rangle$$

arXiv:0809.2949



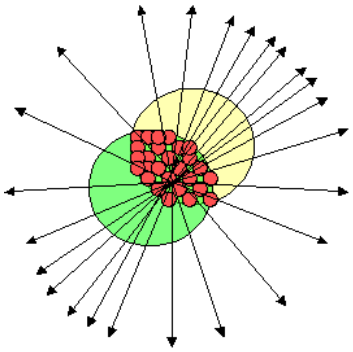
Dane RHIC por. z modelem hydro;
EOS z przejściem fazowym od QGP do gazu hadronowego lepiej opisuje dane

Wielkość v_2 jest ilościową miarą tego odbiegania kąta azymutalnego od rozkładu płaskiego – **ilościowa miara anizotropii reakcji**

Przepływ eliptyczny określa który z kierunków x czy y jest uprzywilejowany. Ilościowo:

$$v_2(p_T, b) = \langle \cos(2(\phi - \Phi_R)) \rangle = \langle (p_x^2 - p_y^2)/(p_x^2 + p_y^2) \rangle$$ przy danym p_T, b

Uwaga: kierunki x i y są zdefiniowane „w układzie migdałka” a nie np. w LAB (patrz kilka stron wcześniej)



v_2=0.1 znaczy że 50%*) więcej cząstek jest emitowanych w płaszczyźnie reakcji niż w kierunku prostopadłym do niej (patrz zielony histogram 3 strony wcześniej) – ogromny efekt!!

*) liczba dla wąskiego kąta azymut.

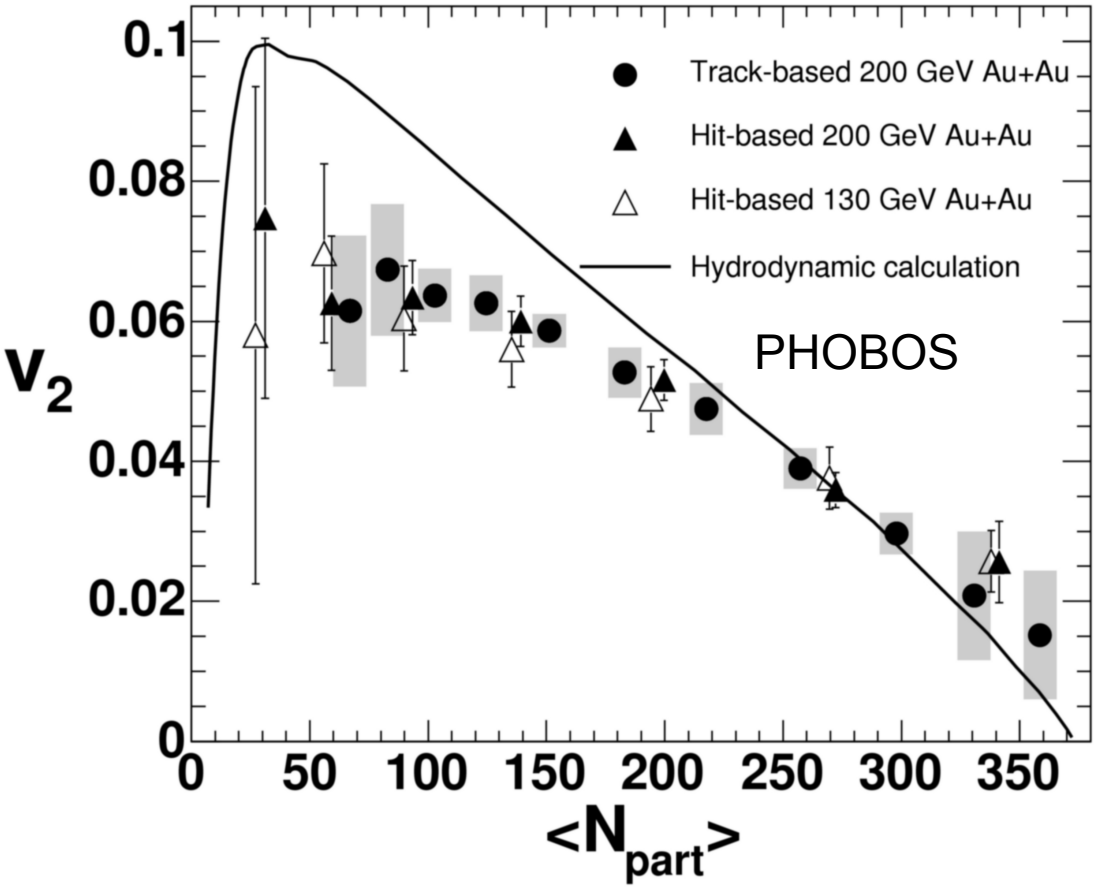
Duże wartości v_2 to duża kolektywność systemu

Zależność v_2 od rozmiaru systemu / centralności

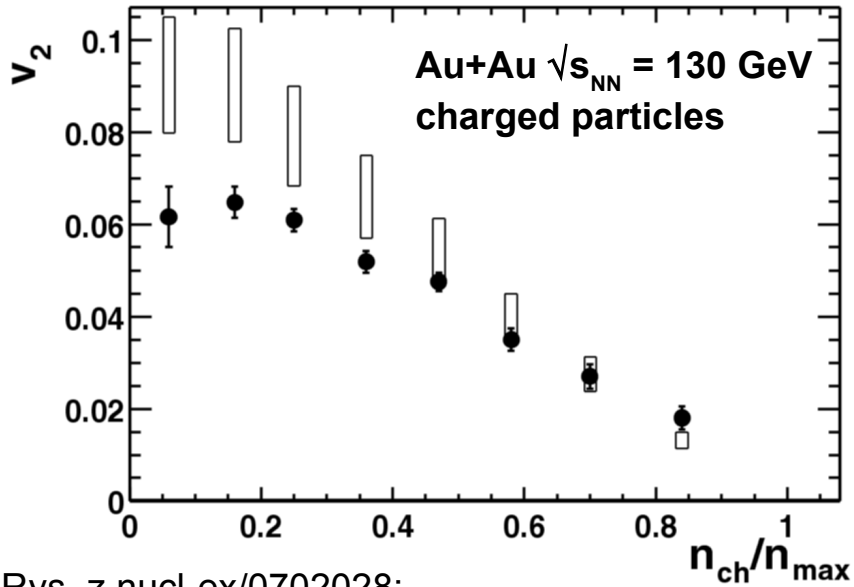
p_T integrated elliptic flow $v_2(p_T,b) \rightarrow v_2(b)$

Rys. z nucl-ex/0702020, arXiv:0903.1474

- w zderzeniach peryferycznych duża asymetria przestrzenna (migdałek) prowadzi do dużych wartości przepływu eliptycznego v_2
- w centralnych danych – anizotropia zanika, wartości v_2 małe
- **obserwowane w RHIC wartości v_2 blisko mid-rapidity w centralnych i semi-centralnych zderzeniach – w zgodzie z przewidywaniami idealnej hydrodynamiki (otwarte prostokąty)**



Param. przepł. elipt. v_2 w funkcji liczby partycypantów – dane PHOBOS $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV w porównaniu z modelem idealnej hydrodyn. Model dość dobrze opisuje dane począwszy od N_{part} około 200



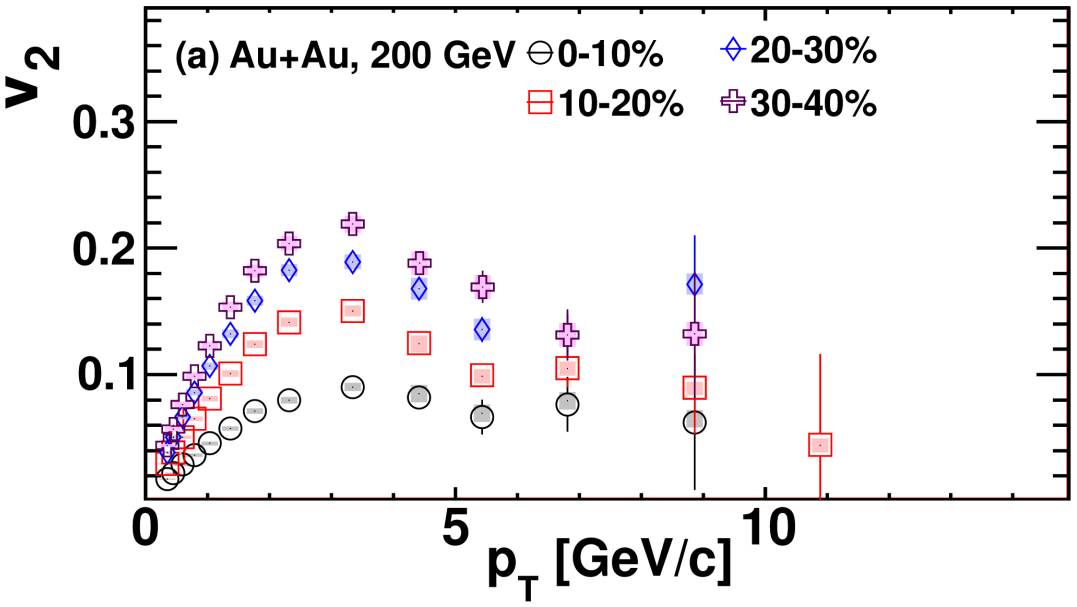
Rys. z nucl-ex/0702028; STAR, PRL 86, 402 (2001)

Odstępstwa od mod. hydro dla bardziej peryferycznych (mały system) – konsekwencja niekompletnej lokalnej równowagi termicznej dla peryferycznych. A modele hydro taką równowagę muszą założyć

Zależność v_2 od centralności cd. – dane STAR oraz PHENIX

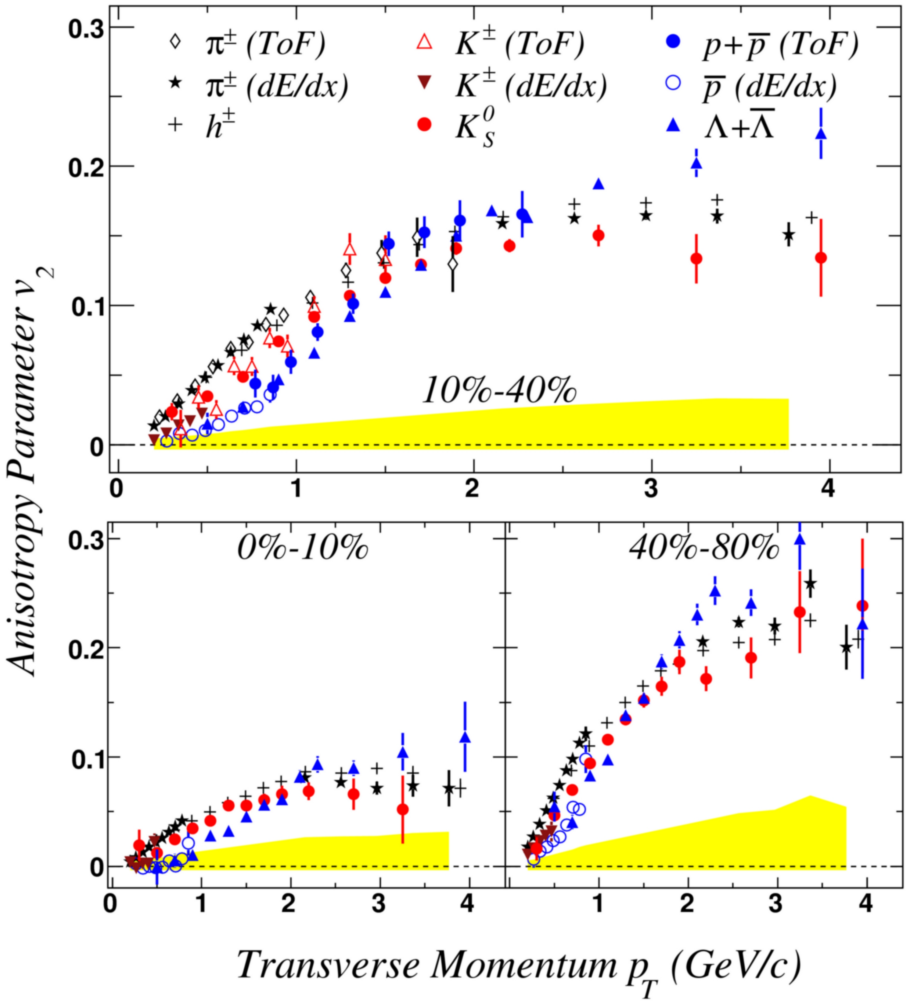
Uwaga: należy uważać na porównania wartości (magnitudy) v_2 bo różne eksperymenty i w różnych publikacjach mogą pokazywać wartości dla niekoniecznie tych samych centralności zderzenia

Tu widać jak bardzo procent przekroju czynnego / centralność ma wpływ na wartości v_2



STAR, Au+Au, $\sqrt{s_{NN}}$ = 62.4 GeV

nucl-ex/0701010



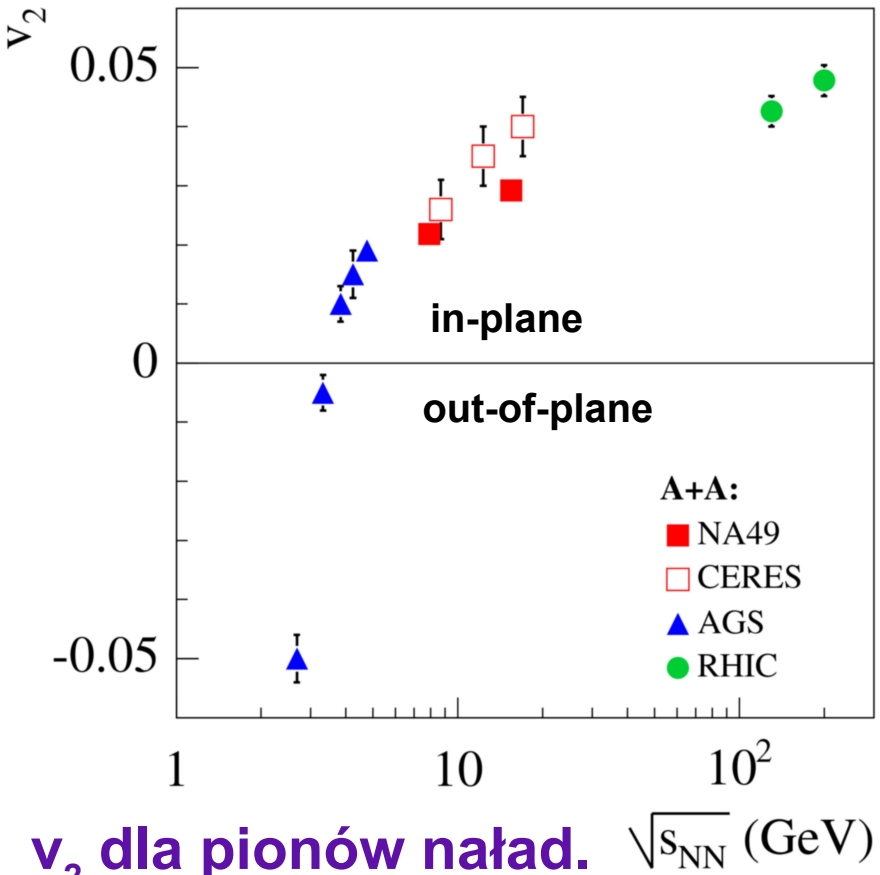
PHENIX, Au+Au, $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV

arXiv:1412.1043

Zależność v_2 od energii AGS → RHIC

Rys. z nucl-ex/0610049

- Gwałtowny wzrost od AGS (negatywne wartości) do SPS, później wzrost powolniejszy, zmiana nachylenia przy energiach SPS
- Model UrQMD 2.2 (nie pokazany na rys.) potrafi odtworzyć wartości v_2 dla danych AGS ale dla SPS i powyżej nie doszacowuje ⇒ dodatkowe ciśnienie z fazy partonowej??



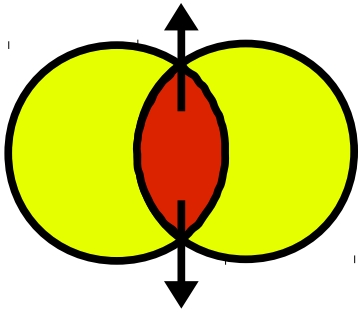
v_2 dla pionów naład.

Wartości v_2 scałkowane po p_T

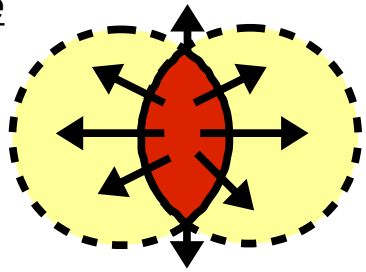
mid-rapidity, średnio-centralne przypadki Au+Au, Pb+Pb

skąd biorą się ujemne wartości v_2 dla niższych energii (np. AGS)?

Przy niskich energiach fragmenty spektatorów (nie uciekły *natychmiast* z obszaru oddziaływania) hamują produkcję cząstek w kierunku płaszczyzny reakcji (tzw. *squeeze-out*).
Żeby pozbyć się gradientu ciśnienia fireball musi produkować cząstki w kierunku góra – dół
(→ ujemne wartości v_2)

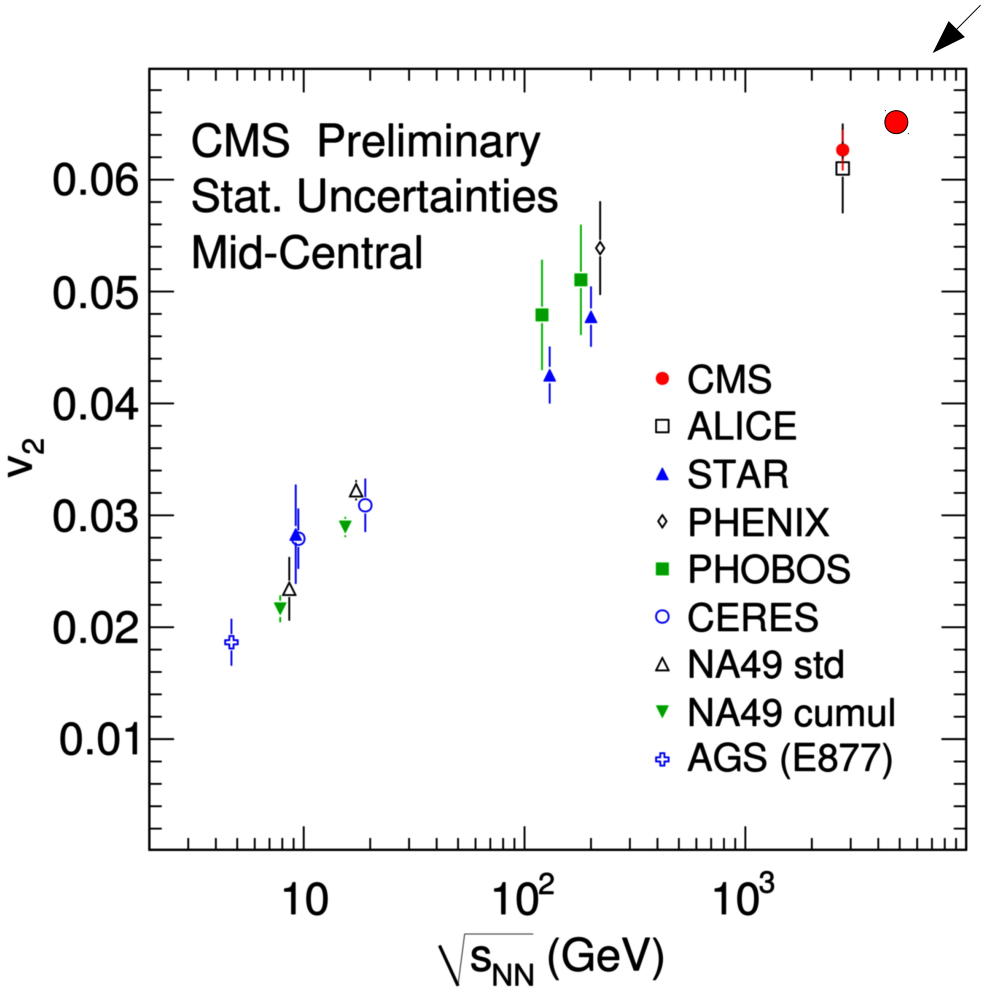


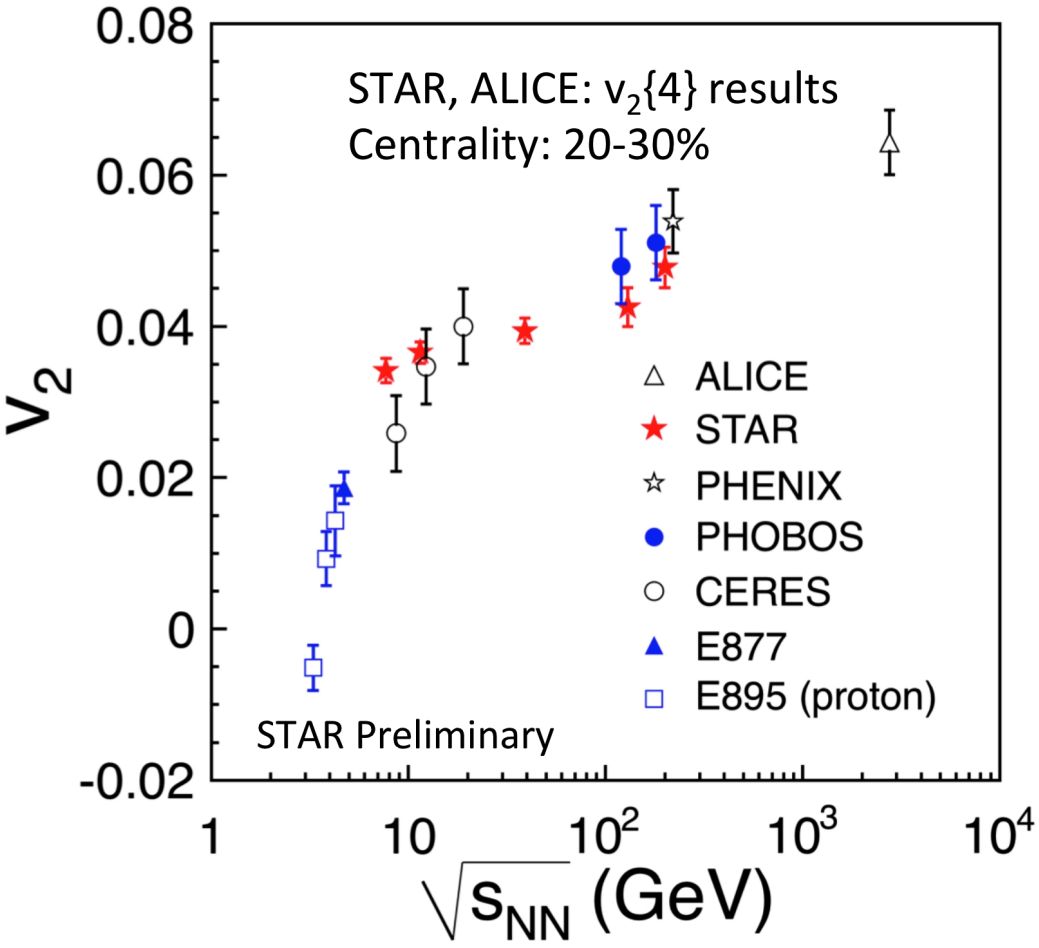
Przy wyższych energiach zderz. fragmenty spektatorów *momentalnie* uciekają z obszaru oddziaływania (prostopadle do kartki), nie zaburzają swoim „przechodzeniem” obszaru oddziaływania, na środku zostaje sam „migdałek” więc nic już nie hamuje rozwoju „właściwego” przepływu eliptycznego



Nieco więcej danych eksperymentalnych ale tutaj brak punktów z $v_2 < 0$ (nie pokazano).
Dodatkowo wyniki przy **LHC**

Punkt dla LHC, Pb+Pb, 5.02 TeV
ALICE, PRL 116 (2016), 132302 [arXiv:1602.01119]



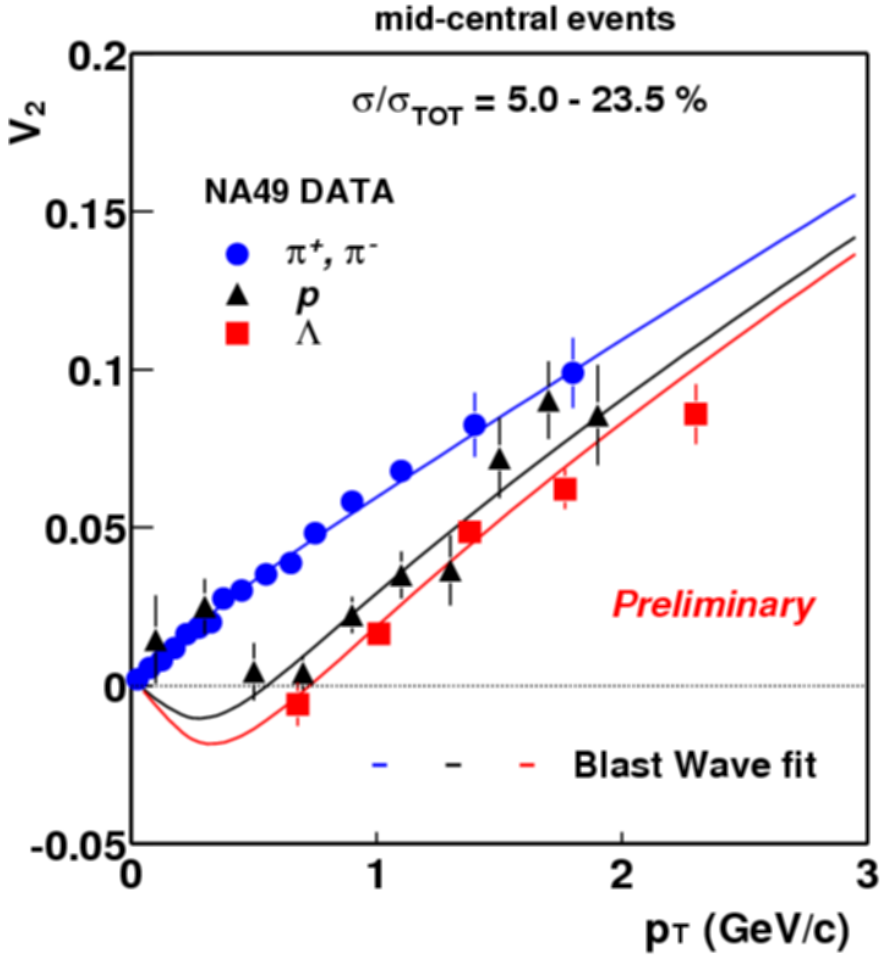


Rys. z arXiv:1109.1654

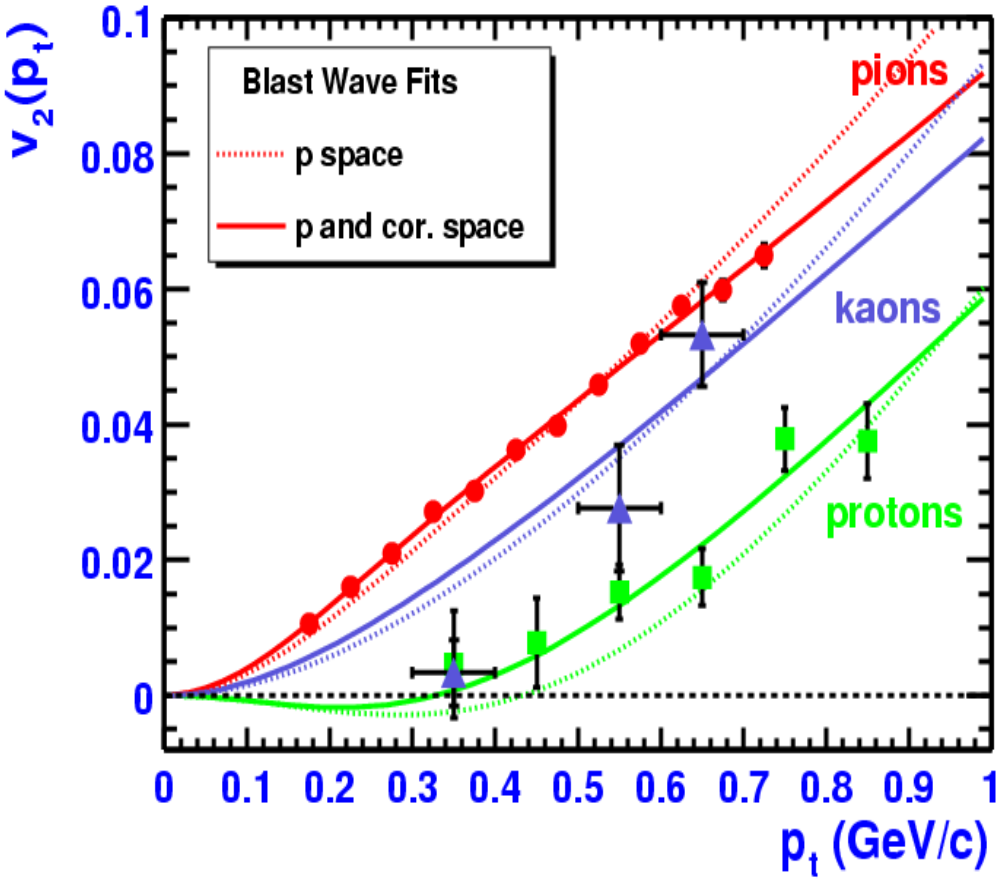
M. Sumbera, ISMD 2012 (slajdy)

Zależność v_2 od rodzaju cząstek dla SPS i RHIC

- Lewy: dane Pb+Pb przy top SPS, mid-rapidity, prawy: dane RHIC
- Silny wzrost v_2 z pędem poprzecznym dla małych p_T
- Widoczna hierarchia mas (taka hierarchia przewidywana przez oblicz. hydrodyn.)



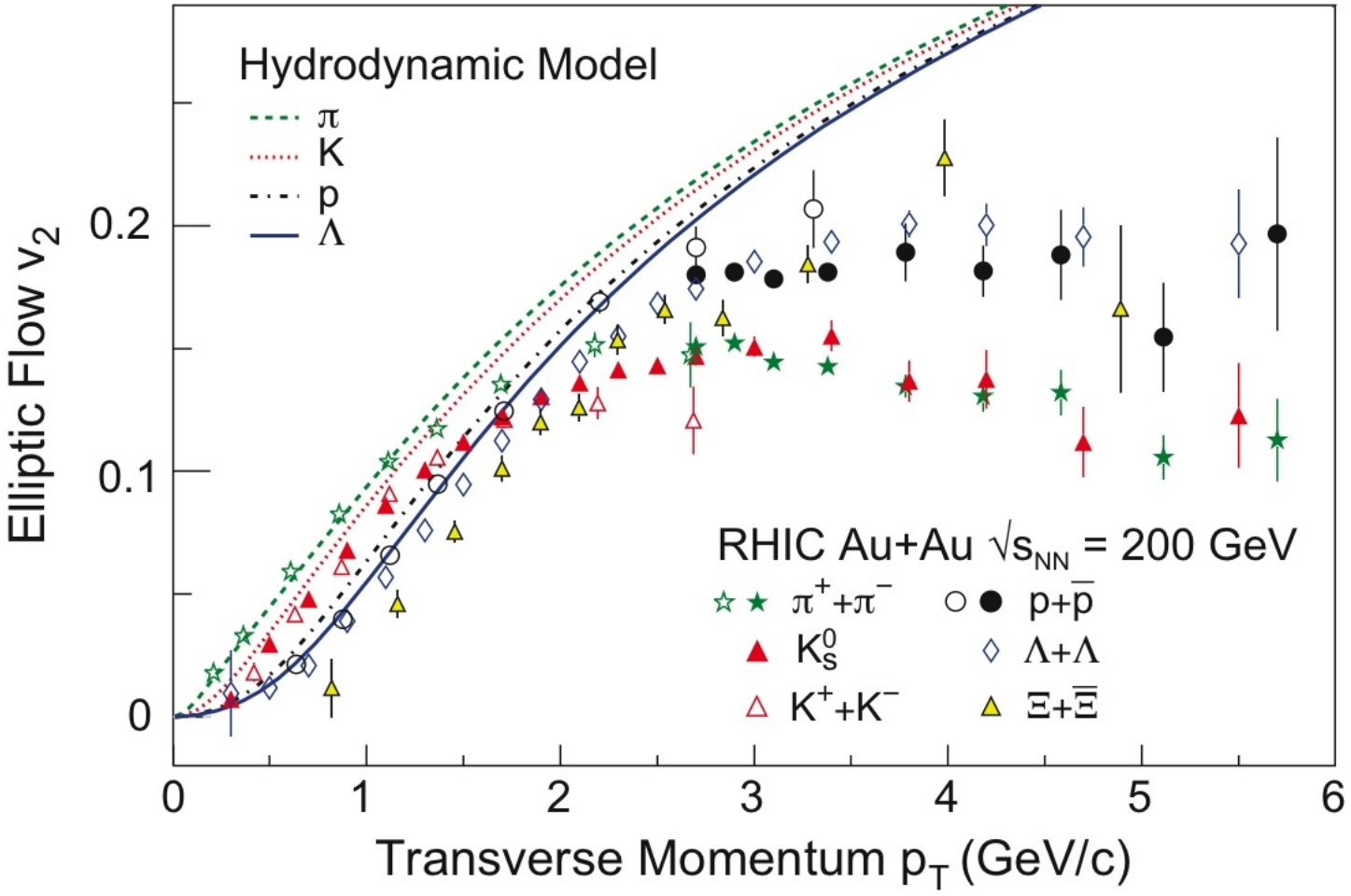
Rys. z nucl-ex/0612008



STAR Collaboration,
PRL 87 182301 (2001)

Zależność v_2 od rodzaju cząstek dla RHIC – cd.

- Silny wzrost v_2 z pędem poprzecznym dla mniejszych pędów oraz następująca po nim saturacja/lekki spadek dla większych p_T (uwaga: dla LHC znaczący spadek dla p_T począwszy od około 3 GeV/c → zob. np. ATLAS arXiv:1107.2182)
- Widoczna **hierarchia mas (w małych p_T) – odtwarzana przez modele hydrodynamiczne** (piony → kaony → protony → ...). Tj. dla tego samego p_T cięższe hadrony pokazują mniejsze wartości v_2 (uwaga: v_2 scałkowane po p_T zachowuje się odwrotnie tj. rośnie ze wzrostem masy – zob. np. Rys. 14 w arXiv:0905.0174)



opis hydrodynamiczny fazy QGP bardzo dobrze opisuje dane RHIC dla p_T < 1.5–2 GeV/c a tam jest 99% produkowanych cząstek

Rys. z arXiv:0710.3366

zob. też arXiv:2104.11406 (przeglądowa) – pokazane wyniki dla RHIC i LHC

Zależność v_2 od rodzaju cząstek dla RHIC – cd.

- Modele hydrodynamiczne w obszarze p_T < 1.5–2 GeV/c bardzo dobrze opisują dane zakładając, że **QGP to prawie idealna ciecz** (idealna ciecz = zerowa lepkość)**. Równanie stanu (EOS) w takich modelach hydrodyn. – *podobne* do przewidywań lattice QCD czyli założona w modelu plazma (QGP)!**

- Flow odbiega od przewidywań hydrodynamicznych dla p_T rzędu 2 GeV/c (hierarchia mas również zaczyna być łamana) i wypłaszcza się przy niezerowej wartości dla wyższych p_T. Takie zachowanie jest zrozumiałe bo obszary mniejszych p_T to tzw. *bulk collectively developing matter (bulk matter)* a wysokie p_T to głównie jety (przypomnienie: tylko 1% cząstek ma p_T > około 2 GeV/c!)

- **Aby odtworzyć magnitudę v_2** obserwowaną przez RHIC (chodzi o tę część przy niskich/średnich p_T a nie tam gdzie jety) modele hydrodynamiczne **zakładają szybką termalizację i równowagę materii** czyli w czasie **< 1 fm/c (nawet 0.6 fm/c). Zakładane gęstości energii dla tych czasów równowagi są rzędu 15–30 GeV/fm^3 !**

Uwaga: niektóre modele pozwalają na nieco opóźnioną termalizację czyli 1–2 fm/c
→ zob. referencje w pracy przeglądowej W. Florkowski, arXiv:1410.7904

Wiemy, że materia płynie kolektywnie i ta kolektywność jest silna.
Pytanie: czy materia płynie jako QGP czy dopiero jako hadrony?
Czy płyną same kwarki i gluony czy hadrony?

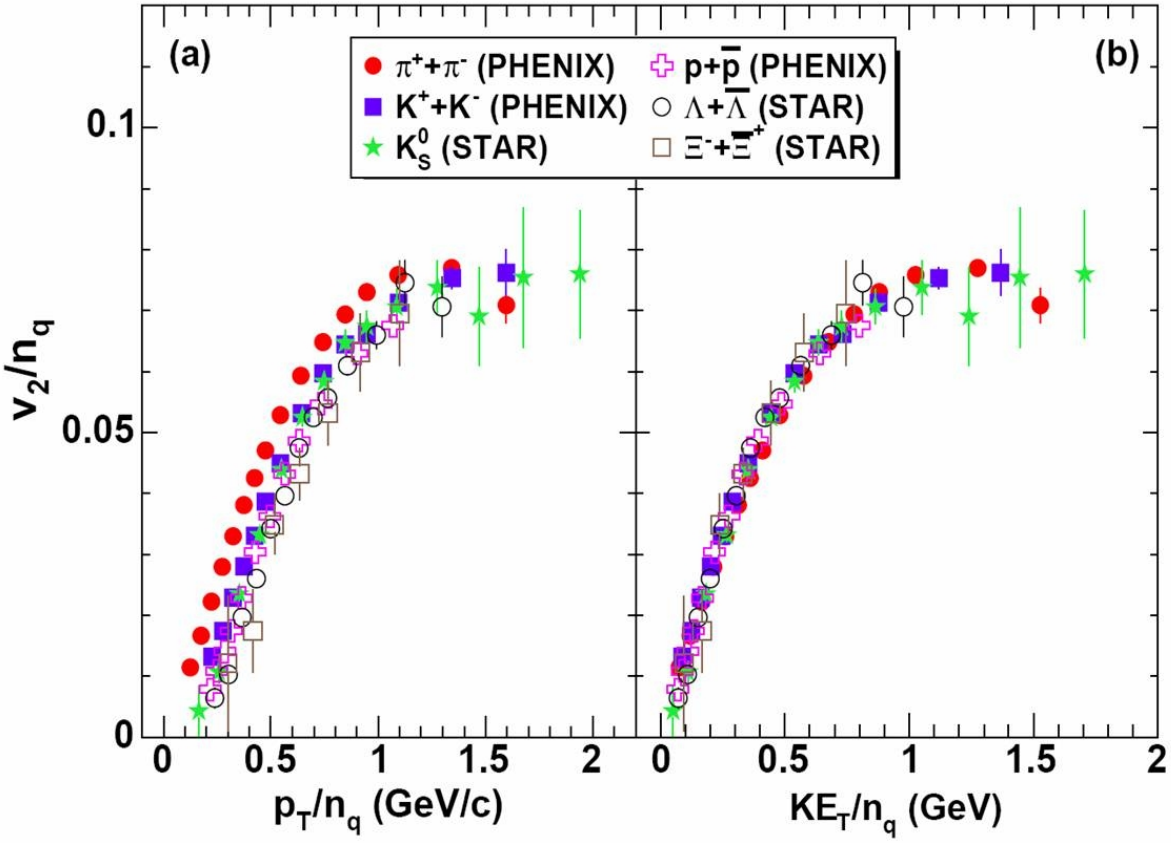
Załóżmy, że po zderzeniu mamy QGP. Następnie hadrony tworzą się w ramach koalescencji (łączenia) kwarków (*constituent-quark coalescence models, recombination models*) – modele hadronizacji poprzez rekombinację/koalescencję. Jeśli **v_2^q jest przepływem eliptycznym dla kwarków** to pewnie mezony zabierają sobie **$2v_2^q$** a bariony **$3v_2^q$**

Czyli jak skaluje się v_2 ??

Zaproponowano sprawdzenie czy działa skalowanie:

$$v_2^{MEZONU}(p_T) \approx 2v_2^q(p_T/2)$$
$$v_2^{BARIONU}(p_T) \approx 3v_2^q(p_T/3)$$

Rezultat testu: skaluje się
(lewy rysunek) ale jest zmienna w której wygląda to nawet lepiej (prawy rysunek i następna strona)

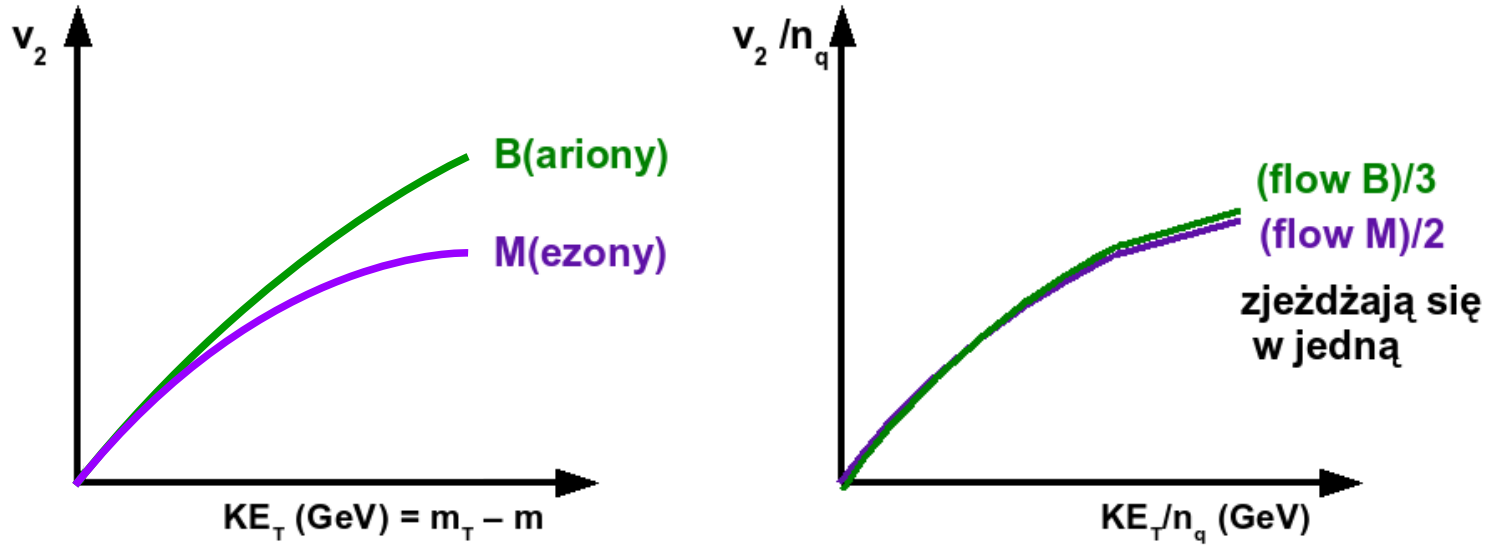


minimum bias Au+Au, top RHIC: $\sqrt{s_{NN}}$ = 200 GeV

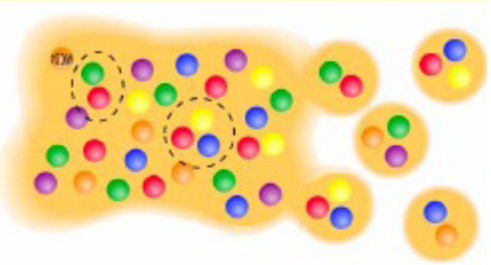
zmienna w której skal. jest lepsze to **średnia poprzeczna energia kinetyczna**:

$$KE_T = m_T - m = \sqrt{m^2 + p_T^2} - m$$

Samo v_2 w zmiennej KE_T rozdziela się na dwie „gałęzie” – jedna dla mezonów a druga dla barionów. Kiedy dodatkowo v_2 oraz KE_T podzieli się przez liczbę kwarków walencyjnych to gałęzie zjeżdżają się w jedną



Takie skalowanie z NCQ (*number of constituent quarks*) jest zgodne z modelami koalescecji → hadronizacja poprzez łączenie się kwarków pochodzących z kolektywnego, partonowego systemu

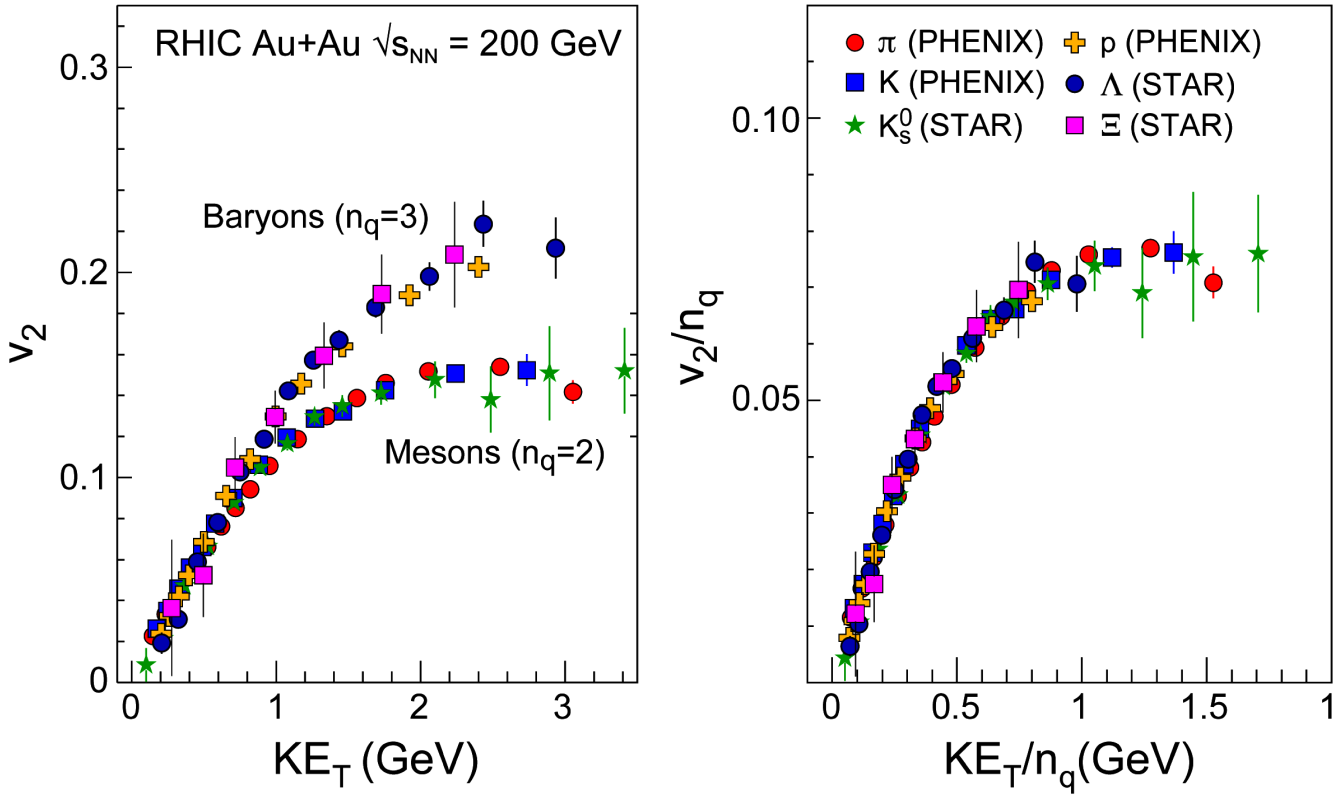


Modele koalescencji zakładają istnienie fazy uwolnienia (QGP)!

Wniosek: v_2 skaluje się z liczbą kwarków walencyjnych w cząstce

Jest to uważane jako dowód kolektywności na poziomie partonowym (*partonic collectivity*) – kwarki płyną w QGP

czyli nie dość, że przy RHIC kolektywność materii jest duża (duże wartości v_2) to jeszcze jest na poziomie partonowym



Rys. z Heinz, Phys. Scripta 78, 028005 (2008) [arXiv:0805.4572]

Flow jest partonowy i uniwersalny

Flow jest oryginalnie rozwijany na poziomie kwarkowym (pochodzenie partonowe flow) ⇒ stopniami swobody biorącymi udział w przepływie są kwarki i gluony

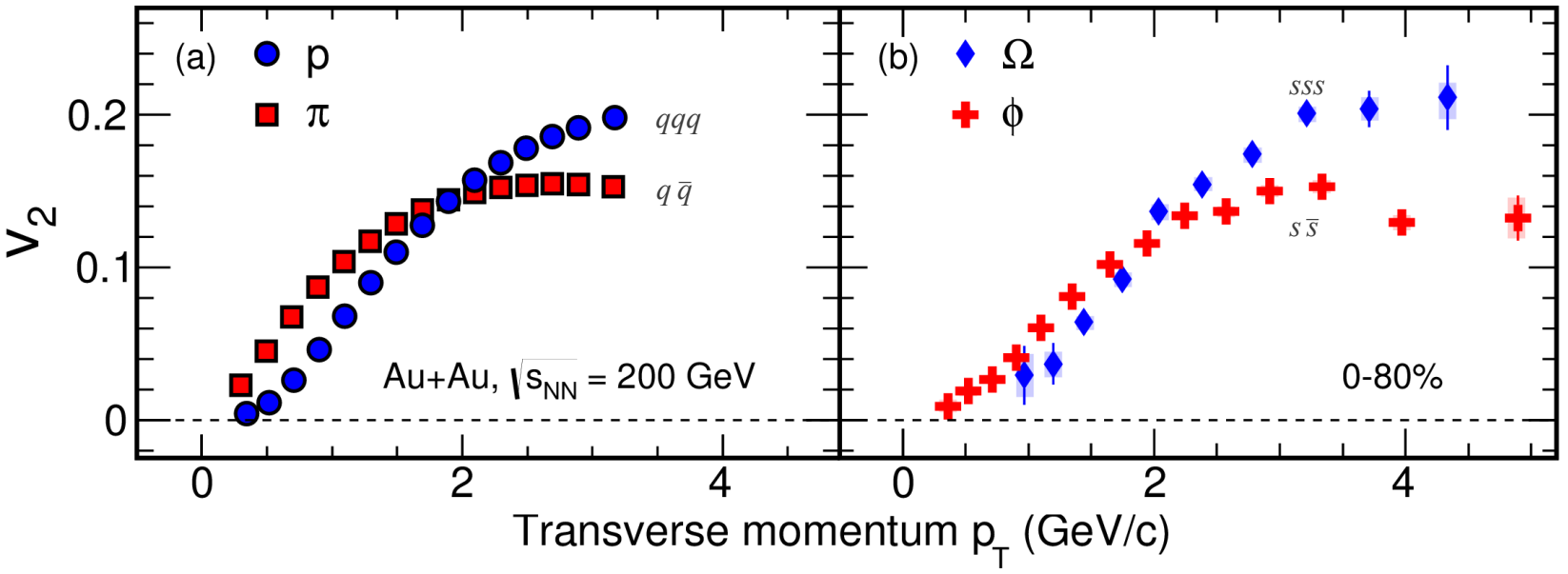
Kolektywność partonowa – jedna z kluczowych sygnatur QGP przy najwyższych energiach RHIC

Przepływ eliptyczny cięższych ('s') kwarków

p – 3 kwarki lekkie
π – 1 kwark i 1 antykwark lekki
Ω – 3 kwarki 's' (prawie 2x cięższy od protonu)
ϕ – 1 kwark 's' i 1 'anty-s'

Ciężkie kwarki 's' płyną tak samo silnie jak lekkie 'u' i 'd' ⇒ kolejny dowód na kolektywność partonową przy RHIC (rozwijaną głównie w fazie uwolnienia)

Mezony ϕ są tak samo ciężkie jak protony ale przy top RHIC zachowują się jak mezony π a nie protony ⇒ **istotna jest liczba kwarków a nie masa**



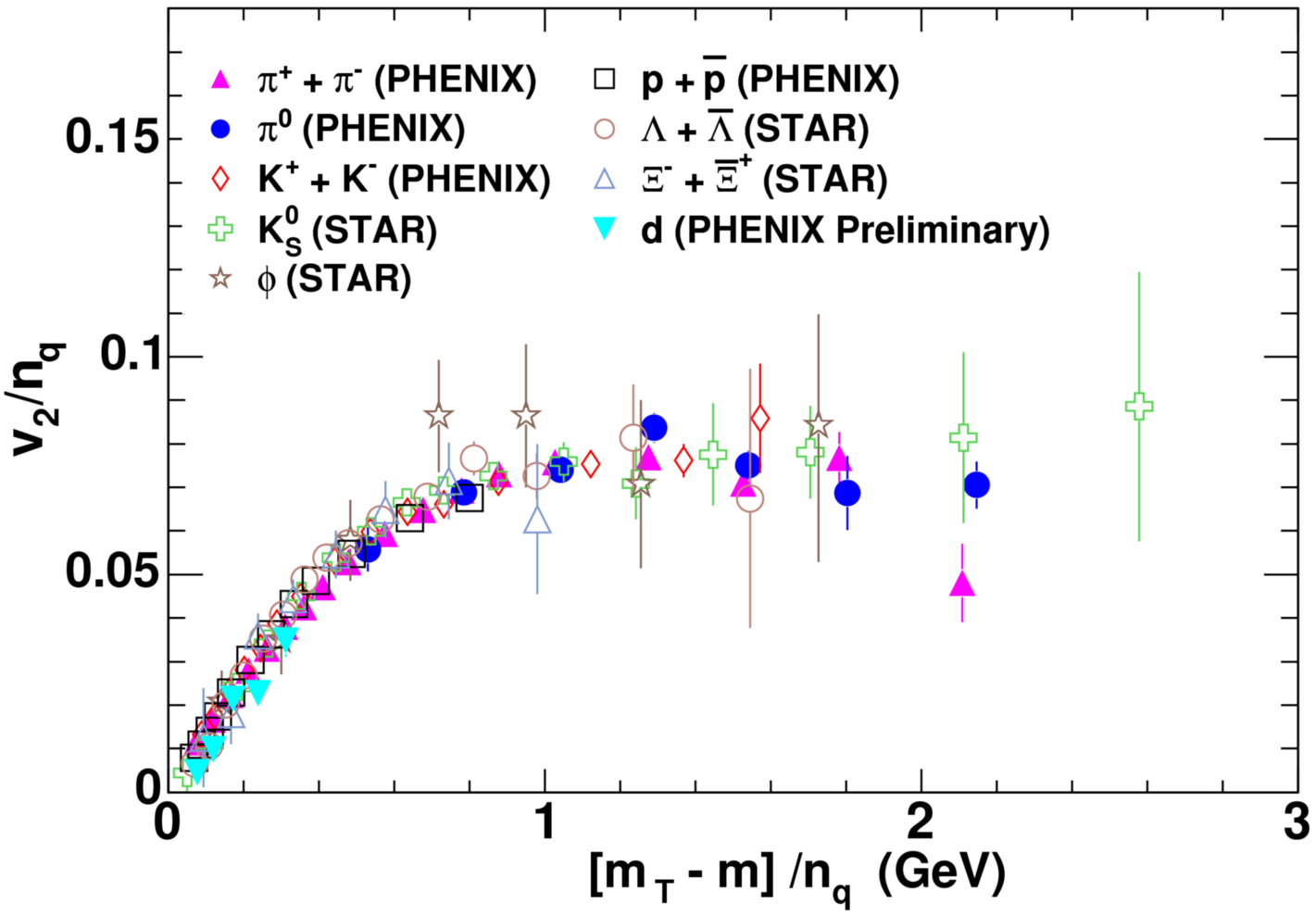
STAR,
[arXiv:1507.05247]
Phys. Rev. Lett. 116
(2016), 062301

Hadrony ϕ oraz Ω mają niskie przekroje na oddziaływania hadronowe i prawdopodobnie wymrażają wcześnie → obiecująca obserwabla wczesnego stanu (powinny być mniej zaburzone przez oddz. hadronowe w późniejszym stadium). Dlatego wyniki sugerują, że **znacząca część kolektywności była rozwinięta w stanie partonowym**

Uwaga: nietypowe wyniki dla ϕ przy LHC → zachowanie zależne od obszaru p_T oraz centralności (zob. rysunki np. w arXiv:1408.0414 (QM 2014) lub slajdy dodatkowe)

Skalowanie słuszne nawet dla jeszcze cięższych cząstek, w tym dla deuteronów (z liczbą kwarków walencyjnych n=6)

zgodne z modelami hadronizacji poprzez koalescencję/rekombinację kwarków



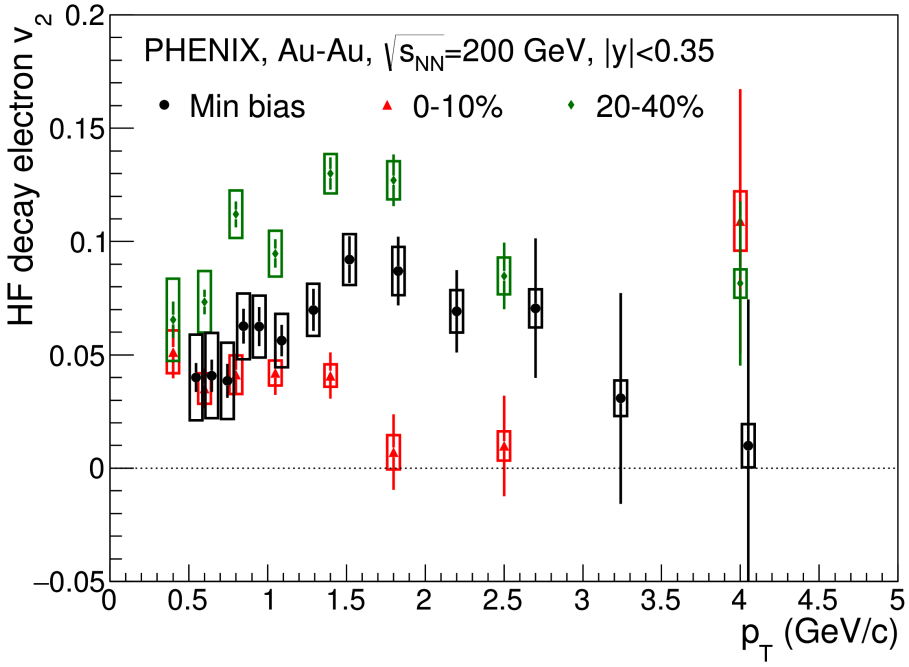
Rys. arXiv:0707.0328

flow jest niesiony przez pojedyncze kwarki (płyną i cięższe 's' i lekkie 'u' i 'd'), **następnie flow jest transferowany do hadronów w momencie hadronizacji** (poprzez koalescencję)

Następny etap – zobaczyć czy nawet bardzo ciężkie cząstki (z ciężkimi kwarkami) płyną razem z materią?

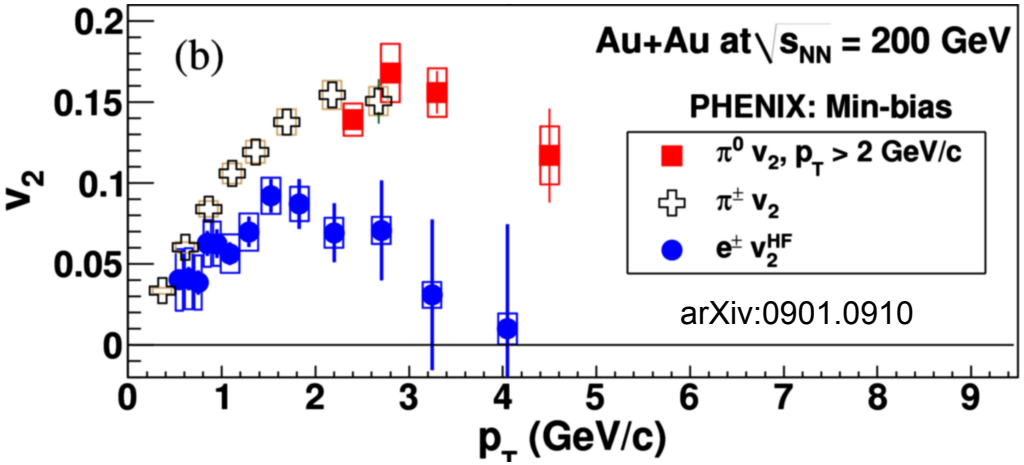
v_2 ciężkich kwarków (c i b) przy RHIC → przy użyciu leptonów z HF

Eksperymentalnie używane są elektrony pochodzące z rozpadów kwarków 'c' i 'b'. Oczekiwało się, że ciężkie kwarki nie będą płynąć tak łatwo jak lekkie bo np. do termalizacji ciężkich kwarków potrzeba więcej czasu. Wyniki: **dla top RHIC flow eliptyczny kwarków 'c' i 'b' jest prawie tak samo duży jak lekkich kwarków**

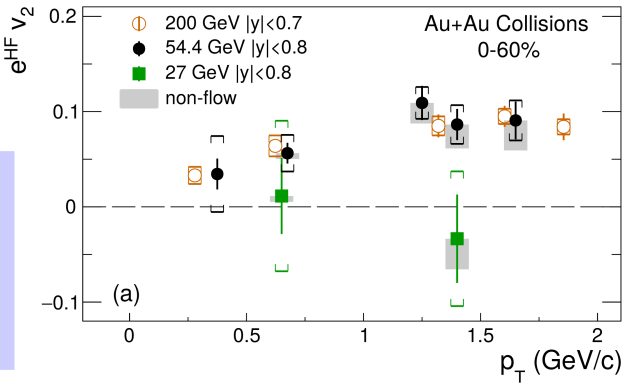


Flow kwarków 'c' i 'b' wzięte z pracy przegl. arXiv:1603.00529 (oryginalna: PHENIX, PRC 84 (2011) 044905)
Zob. też próby podzielenia HF elektronów na te z kwarków 'c' oraz 'b' → T. Sakaguchi (for PHENIX) arXiv:1901.01951 lub X. Li (for PHENIX) arXiv:1809.09247

Oczekiwać flowu dla ciężkich kwarków to jakby oczekiwać, że ciężki kamień będzie płynął razem z rzeką ... a jednak płynie ⇒ dowód na to, że system jest b. silnie związany



Jak ciężkie kwarki dają radę stanowić część "*bulk matter*"; jaki jest mechanizm termalizacji albo częściowej termalizacji ciężkich kwarków? Z powodu ogromnej masy kwarków c (~1.3 GeV) i b (~ 5 GeV) ich termalizacja i przepływ wraz z medium nie były przewidywane

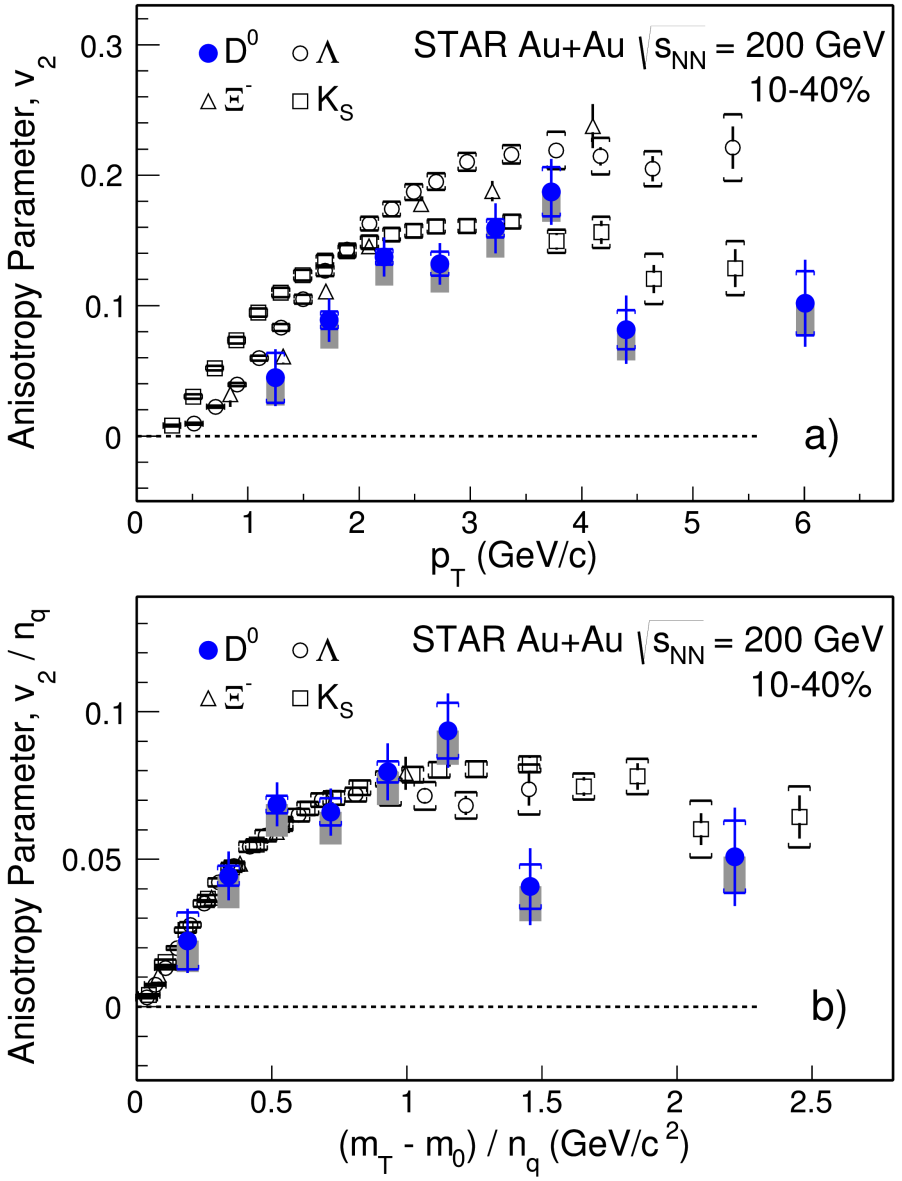


← HF electrons (z semileptonowych rozpadów 'c' i 'b'); $v_2 > 0$ dla top RHIC (200 GeV) oraz 54.4 GeV; STAR, PLB 844 (2023) 138071 [arXiv:2303.03546]

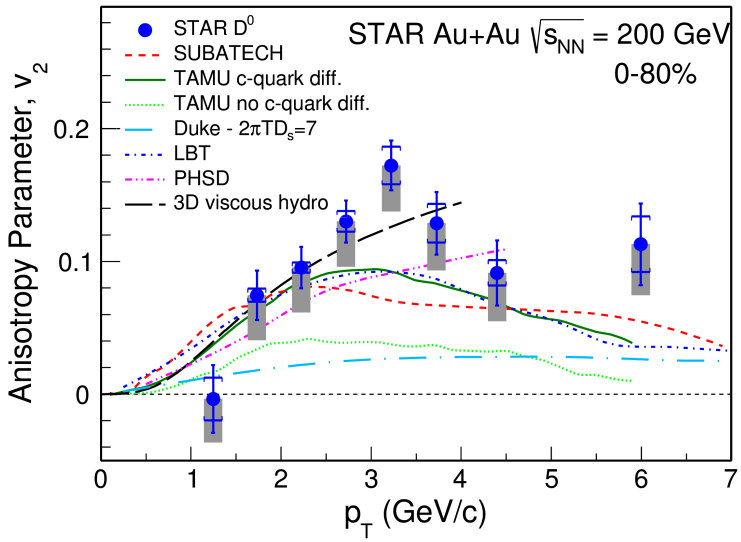
Zob. też wcześniejsze wyniki dla 39, 62.4 i 200 GeV → PRC 95, 034907, 2017 [arXiv:1405.6348]

v_2 ciężkich kwarków (c) przy RHIC → bezpośredni pomiar mezonów D^0

Nowsze wyniki STAR – bezpośrednia rekonstrukcja (z topologii rozpadów) mezonów D^0 przy użyciu zainstalowanego Heavy Flavor Tracker (HFT)



Przy top RHIC **ciężkie mezony D** (zaw. kwark 'c') **płyną z materią (!)** podobnie jak lekkie cząstki (podlegają hierarchii mas oraz skalowaniu z NCQ)→ kwarki 'c' osiągnęły (lokalną) termiczną równowagę z medium – **termalizacja kwarków 'c'**



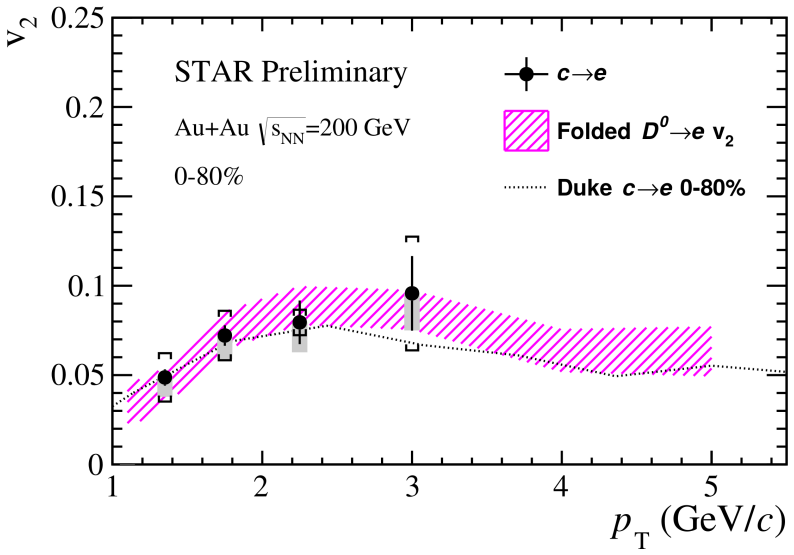
Zob. też arXiv:1801.04164
→ nowe wyniki dla pomiaru przepływu eliptycznego D^0_s w STAR (Au+Au, top RHIC) ale duże niepewności

STAR, PRL 118 (2017), 212301 [arXiv:1701.06060]
Zob. też pierwszy pomiar v_1 dla mezonów D → STAR, arXiv:1905.02052

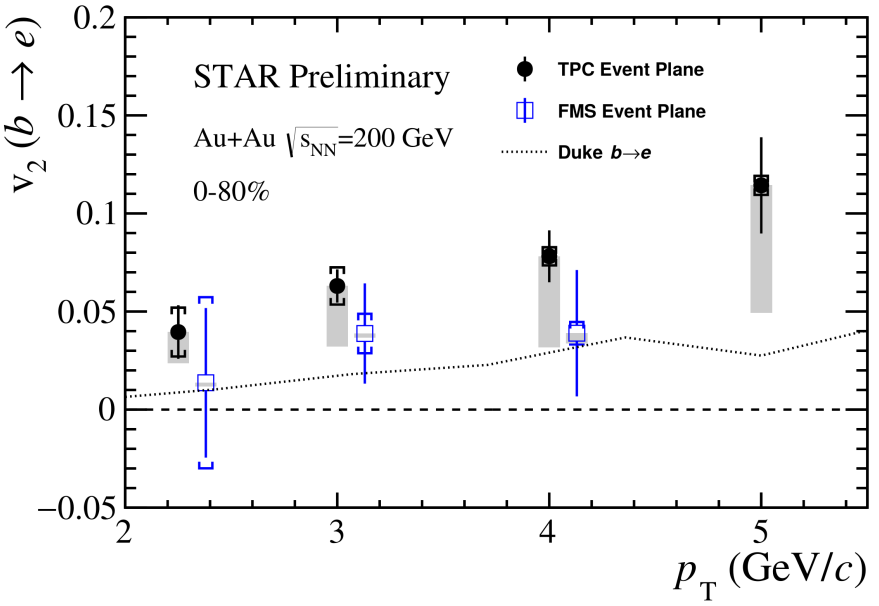
v_2 ciężkich kwarków (c i b) przy RHIC → przy użyciu elektronów z HF (semileptonowe rozpady)

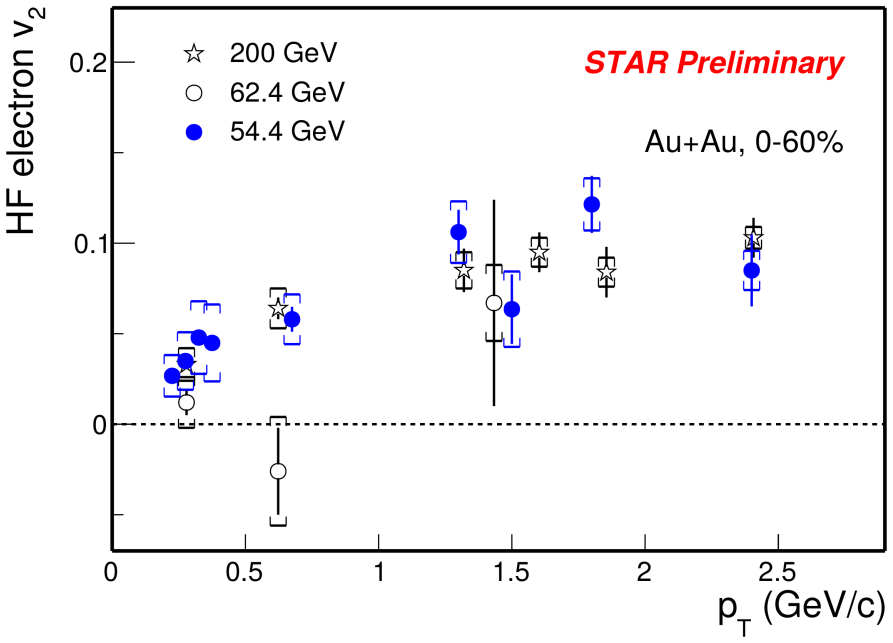
- Oddzielnie semileptonowe rozpady b-hadronów i c-hadronów (v_2 HF elektronów z rozpadów 'b' pokazane po raz pierwszy → niezerowe wartości!)

- Wyniki dla nowej energii ($\sqrt{s_{NN}}$ = 54.4 GeV) → magnituda v_2 HF elektronów podobna do tej mierzonej przy 200 GeV! → ciężkie kwarki silnie oddziałują z systemem (QGP) nawet dla energii $\sqrt{s_{NN}}$ = 54.4 GeV



Wyniki STAR (QM 2019)
M. Kelsey (for STAR), arXiv:2002.09057





Pomiar flow (top RHIC) dla cząstki J/ψ

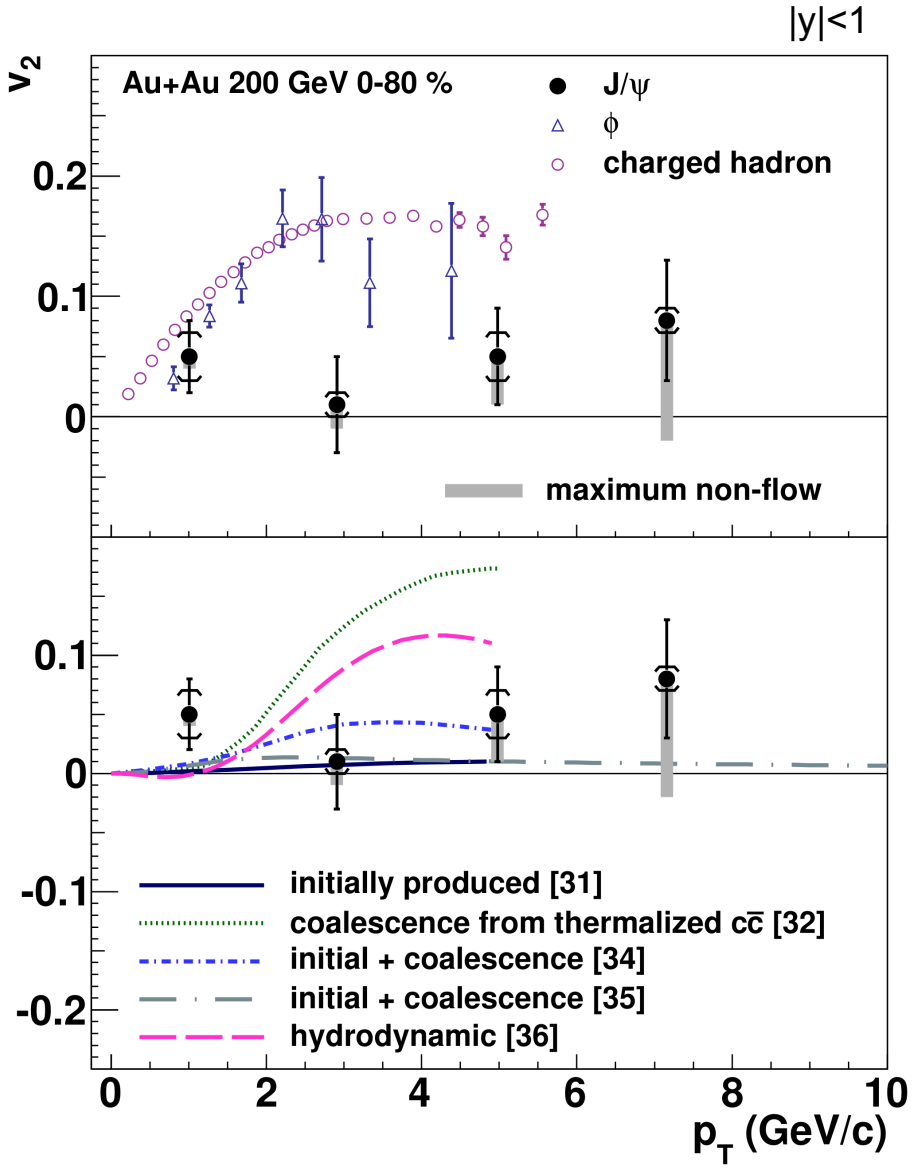
Rys. z STAR, PRL 111, 052301 (2013) [arXiv:1212.3304]; zob. też wyniki PHENIX dla forward-rapidity (v_2 zgodne z zerem) → PHENIX, arXiv:2409.12756

Flow (v_2) cząstki J/ψ zgodny z zerem

(przynajmniej dla p_T > 2 GeV/c) przeczy scenariuszowi koalescencji (rekombinacji) przy formowaniu J/ψ ze ztermalizowanych kwarków powabnych

1. kompletna termalizacja kwarków powabnych nie jest osiągana lub

2. rekombinacja kwarków c ma tu mały wpływ na produkcję J/ψ (wyniki wskazują raczej na wczesną produkcję znaczącej liczby mezonów J/ψ)



Dla porównania: v_2 mezonów D (kwarki 'c') jest > 0

Jeśli v_2 dla J/ψ byłby > 0 mogłoby to wskazywać na mechanizm rekombinacji (koalescencji) w produkcji J/ψ (flow byłby „dziedziczony” po cząstkach c i anty-c które mają zmierzone v_2 > 0);

zob. dyskusję (dla wyników LHC) → He, Wu, Rapp, PRL 128 (2022) 16, 162301 [arXiv:2111.13528]

Przepływ eliptyczny dla dużych p_T

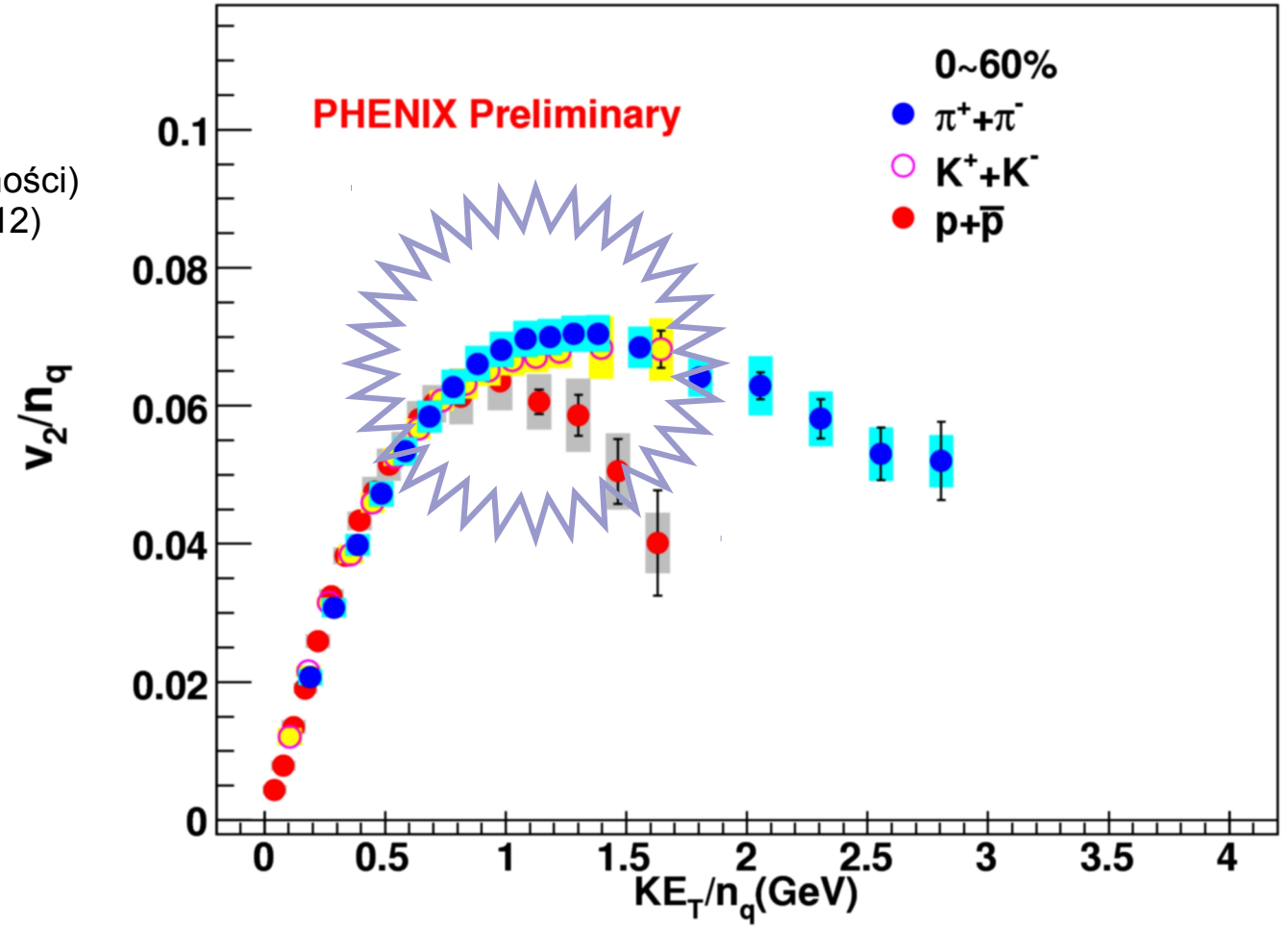
Skalowanie v_2 barionów i mezonów obserwuje się aż do KE_T/n_q około 1 GeV/c^2 – czyli opis w ramach modeli koalescencji do tego miejsca dobrze działa

Dane PHENIX pokazują, że nie jest to ważne dla KE_T/n_q > 1 GeV/c^2 (co odpowiada p_T więcej niż 3.5 GeV/c dla protonu) – ale to jest obszar gdzie twarde rozpraszania (+ ew. straty energii partonów) stają się coraz bardziej istotne

Rysunki pokazane na QM 2009 (arXiv:0907.4513);

końcowe wyniki (różne centralności) w pracy: PHENIX, PR C85 (2012) 064914 [arXiv:1203.2644]

Uzupełnienie:
dla dużych p_T straty energii partonów (w rezultacie tzw. tłumienie jetów) generują azymutalną anizotropię (szczegóły w 2. części wykładu 13)

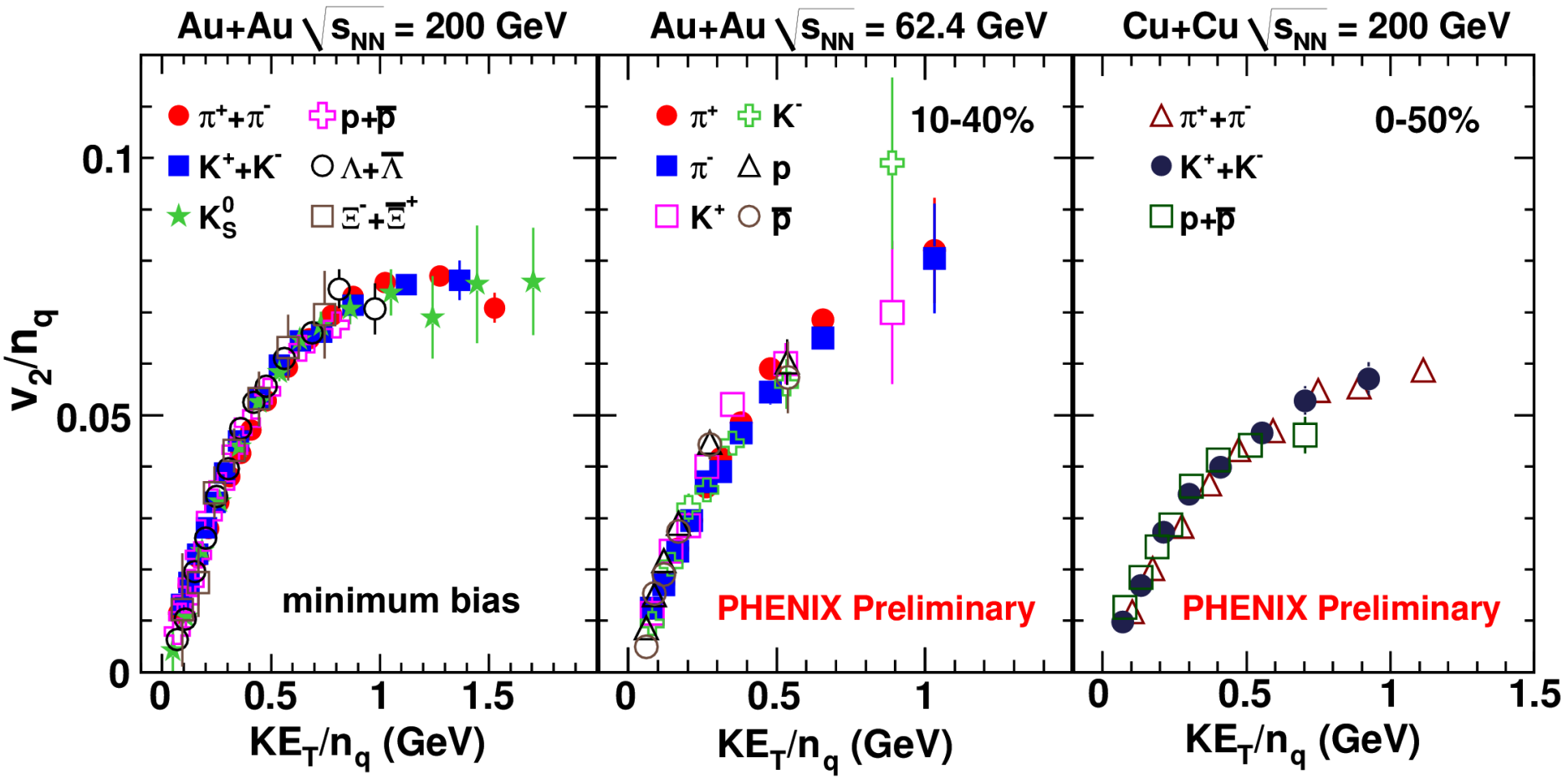


1. Dane Cu+Cu (**mniejszy system**) przy najwyższej energii RHIC pokazują skalowanie tak samo jak Au+Au
2. Zderzenia Au+Au przy **niższej energii** (62.4 GeV) również pokazują skalowanie

⇒ **partonowe stopnie swobody istnieją dla niższych energii RHIC i mniejszych systemów**

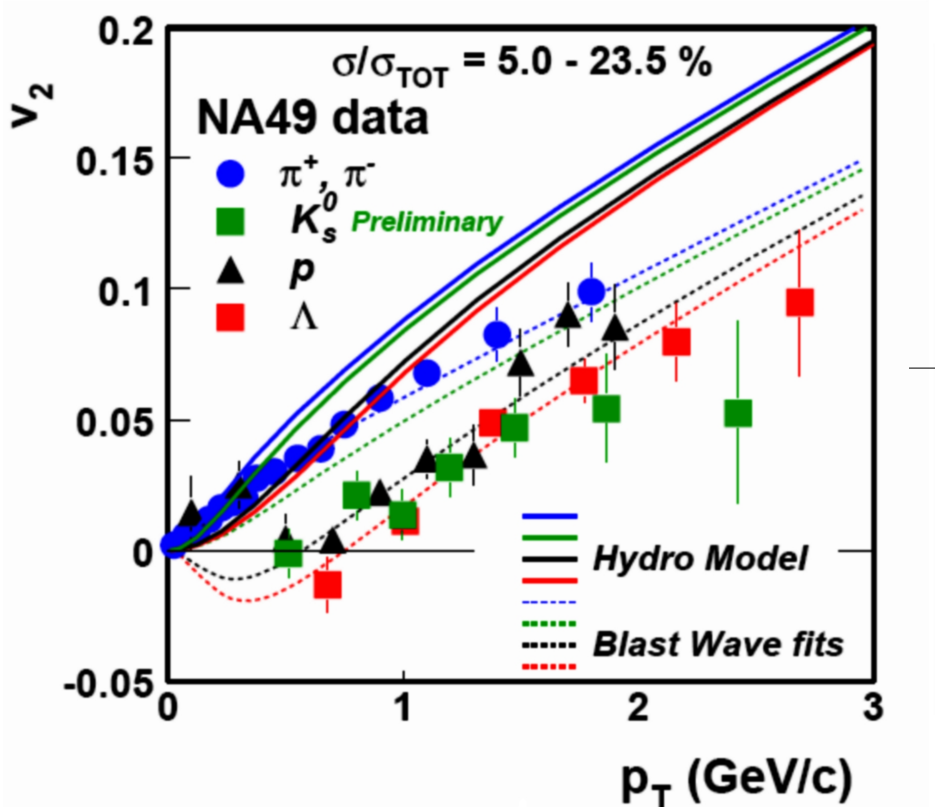
Pytanie do jakich energii możemy zejść żeby wciąż widzieć to skalowanie?

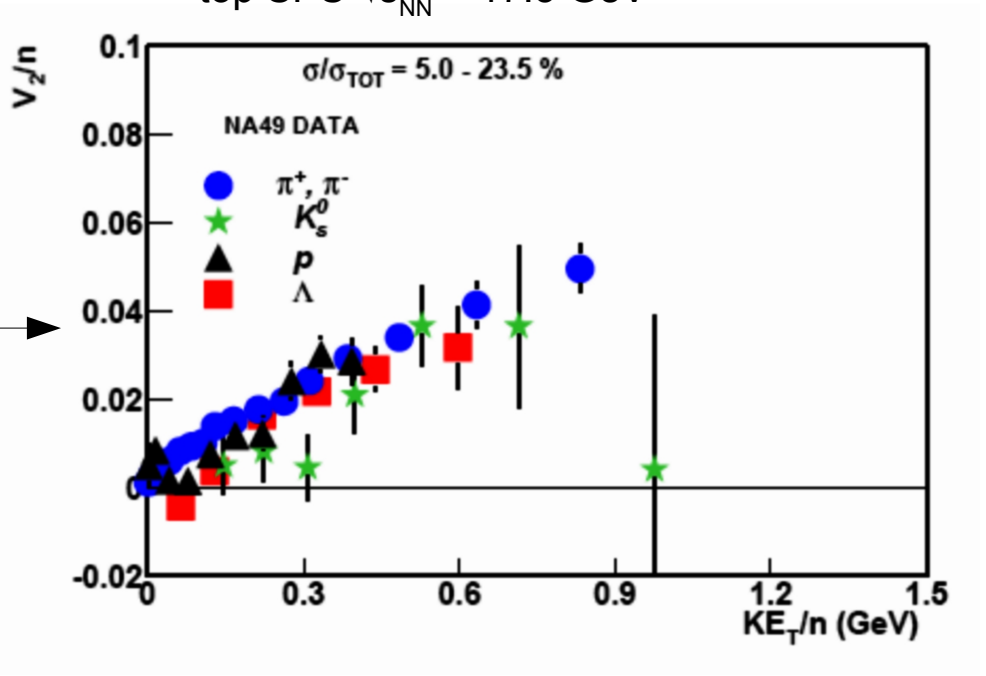
Rys. arXiv:0805.4039 (QM 2008); jeszcze nowsze wyniki (więcej cząstek dla danych Cu+Cu) pokazane w arXiv:0907.2265 (STAR, QM 2009). Końcowe wyniki PHENIX (wszystkie 3 pokazane systemy): PHENIX, Phys. Rev. C92 (2015), 034913 [arXiv:1412.1043]. Wyniki STAR dla Au+Au przy 54.4 GeV → zob. STAR, PRC 107 (2023) 2, 024912 [arXiv:2205.11073]



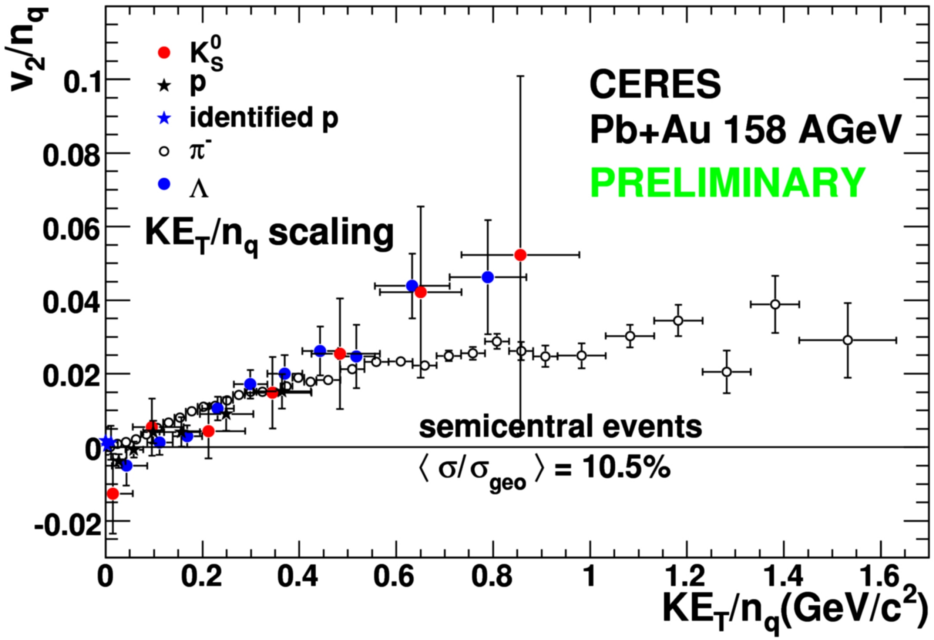
A co na to top SPS?

NA49, zderzenia centralne Pb+Pb,
top SPS $\sqrt{s_{NN}}$ = 17.3 GeV





$KE_T = m_T - m$
(A.Adare et al.,PRL 98 (2007) 162301)

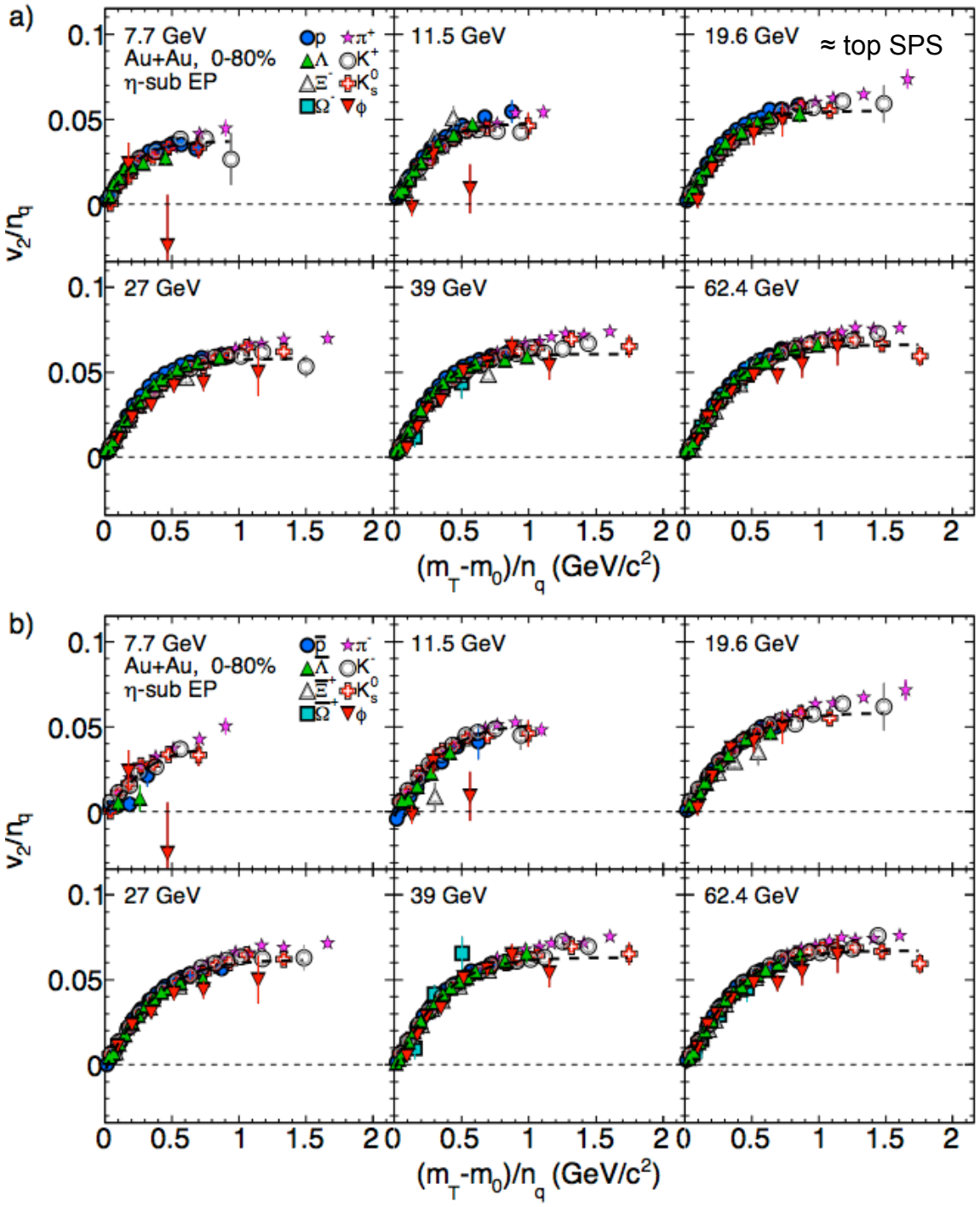


To skalowanie v_2 z liczbą kwarków wydaje się być w miarę rozsądne nie tylko przy RHIC ale nawet już przy top SPS! (uwaga na duże niepewności)

Dokładniejsze testy skalowania na następnych stronach

Rys. lewy z arXiv:0907.4513

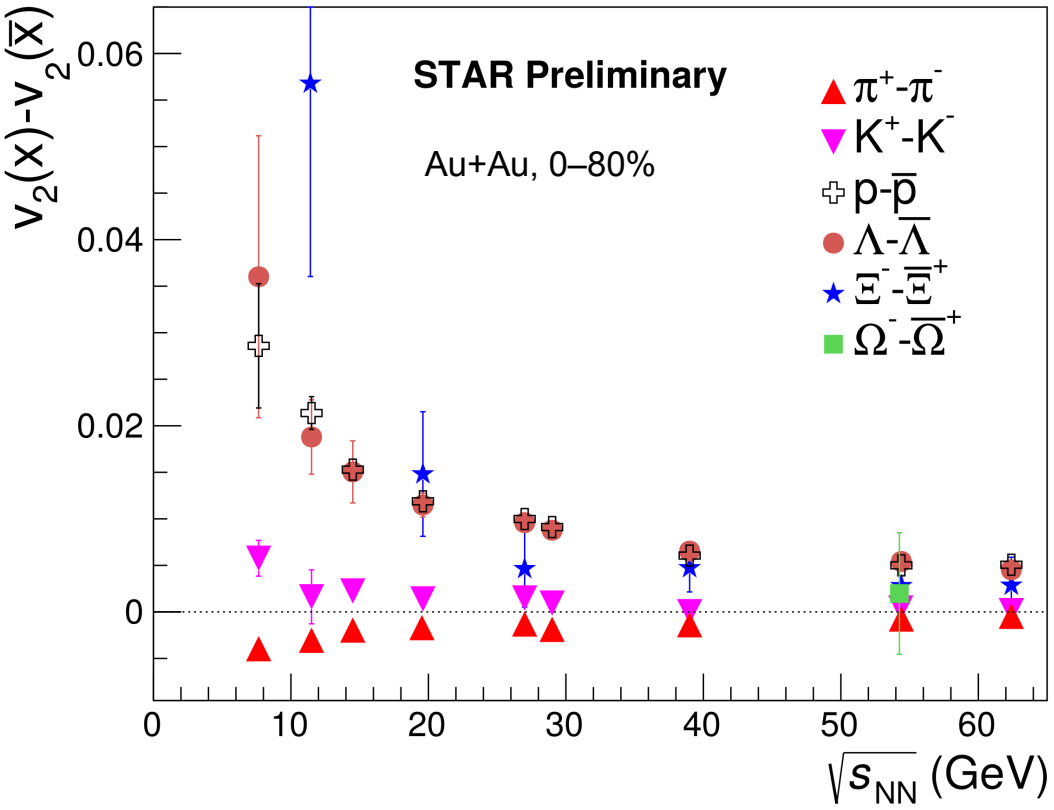
Skalowanie (NCQ) v_2 dla STAR BES



Skalowanie z NCQ wygląda nie tak znowu źle nawet dla niskich energii ale oddzielnie dla cząstek i antycząstek. A może popatrzeć dokładniej na różnice między cząstkami i antycząstkami?

STAR, Phys. Rev. C88, 014902 (2013)

Obserwacja łamania skalowania v_2 z NCQ przy niższych energiach (STAR BES) jako metoda szacowania energii uwolnienia (*onset of deconfinement*)?



Dla niskich energii skalowanie v_2 z n_q załamuje się, różnica między v_2 cząstki i antycząstki rośnie. Tak zwane:
"turn-off" of QGP signature
(„wyłączenie" sygnatury QGP)

Łamanie kolektywności partonowej przy niższych energiach może być interpretowane jako zmiana stopni swobody w układzie → **opuszczanie obszaru QGP**

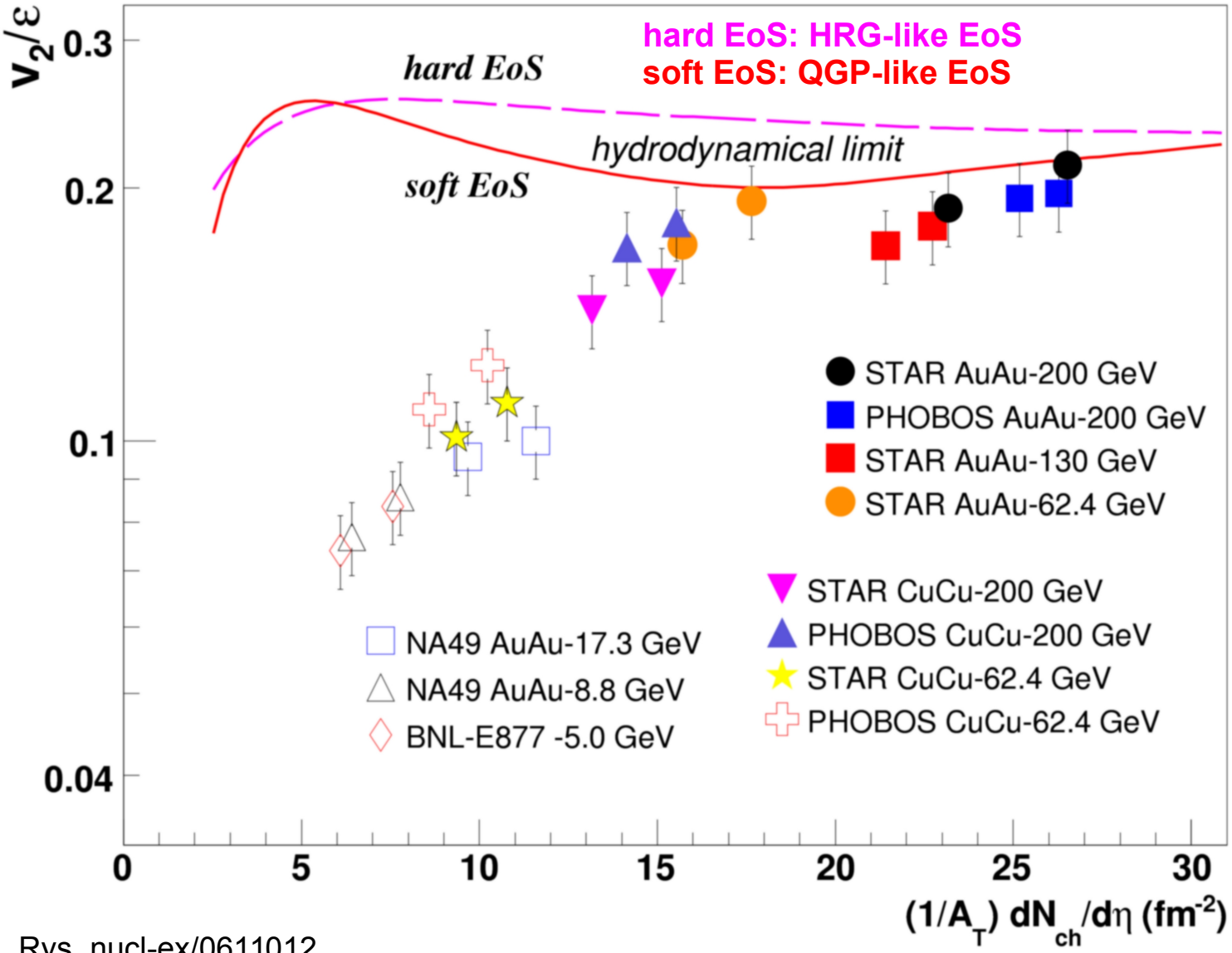
K. Nayak (for STAR), Nucl. Phys. A 1005 (2021) 121855; w tym starsze wyniki ze STAR, Phys. Rev. Lett. 110 (2013) 14, 142301 oraz STAR, Phys. Rev. C 93 (2016) 1, 014907

Skalowanie v_2 z n_q (NCQ) – faworyzuje partonowe stopnie swobody
Łamanie skalowania v_2 z n_q (NCQ) – faworyzuje hadronowe stopnie swobody

Z drugiej strony to skalowanie wydaje się być również łamane przy LHC (zobacz dalsze slajdy)

Uwaga: w pracy STAR, arXiv:2504.02531 autorzy analizując m.in. v_2/n_q w funkcji KE_T/n_q dla zderzeń Au+Au przy energiach od 3.0 do 4.5 GeV (STAR fixed target) wyciągają wnioski, że „onset of dominant partonic interactions" jest już przy $\sqrt{s_{NN}}$ = 4.5 GeV (to energia niższa niż minimum w dv_1/dy protonów!)

Różne modele hydrodynamiczne przewidują, że flow nie powinien być większy niż limit dany przez te modele (**hydrodynamiczny limit idealnej cieczy**– odzwierciedla osiąganie pełnej równowagi, całkowitej termalizacji). **Ciekawe jest sprawdzenie czy rzeczywiście w danych top LHC wartości v_2 nie wyjdą poza ten limit czyli czy będą się saturować**



Rys. nucl-ex/0611012

Linie – **przewidywania hydrodynamiczne dla ztermalizowanej idealnej cieczy złożonej bądź z QGP bądź z gazu hadronów i rezonansów;**
ten limit idealnej cieczy osiągany w centralnych Au+Au przy RHIC

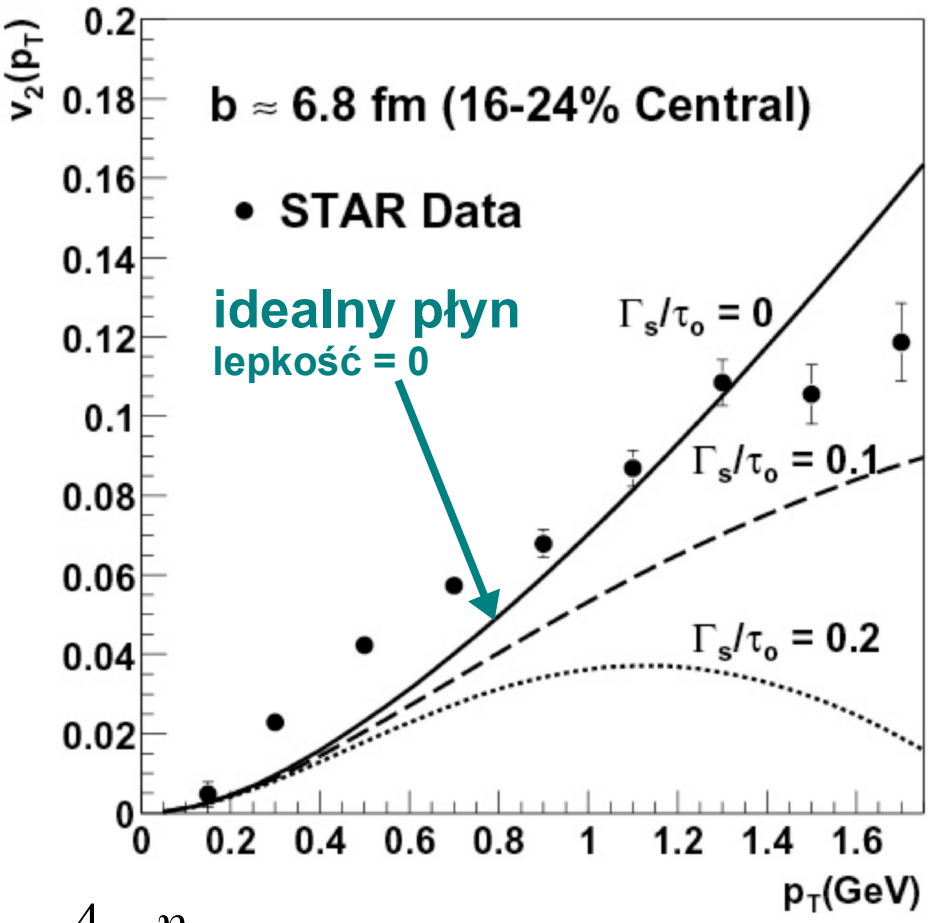
A_T powierzchnia obszaru zderzenia (poprzeczna)

Przewidywania: dla LHC na osi poziomej będzie maks. około 80

Czego jeszcze można się dowiedzieć z v_2 ?

Rys. nucl-ex/0702028

QGP najbardziej idealna ciecz jaką kiedykolwiek zaobserwowano!



$$\Gamma_s = \frac{4}{3T}\frac{\eta}{s}$$

Γ_s - sound attenuation length

η - shear viscosity

$s = S/V$ - entropy density

τ_0 - time scale of the expansion

istnienie niezerowej lepkości jednak redukuje v_2 → **prawie** idealna ciecz

Wiele lat temu oczekiwano, że QGP będzie raczej „gazem idealnym” złożonym z kwazi-swobodnych a przynajmniej „słabo” związanych kwarków i gluonów

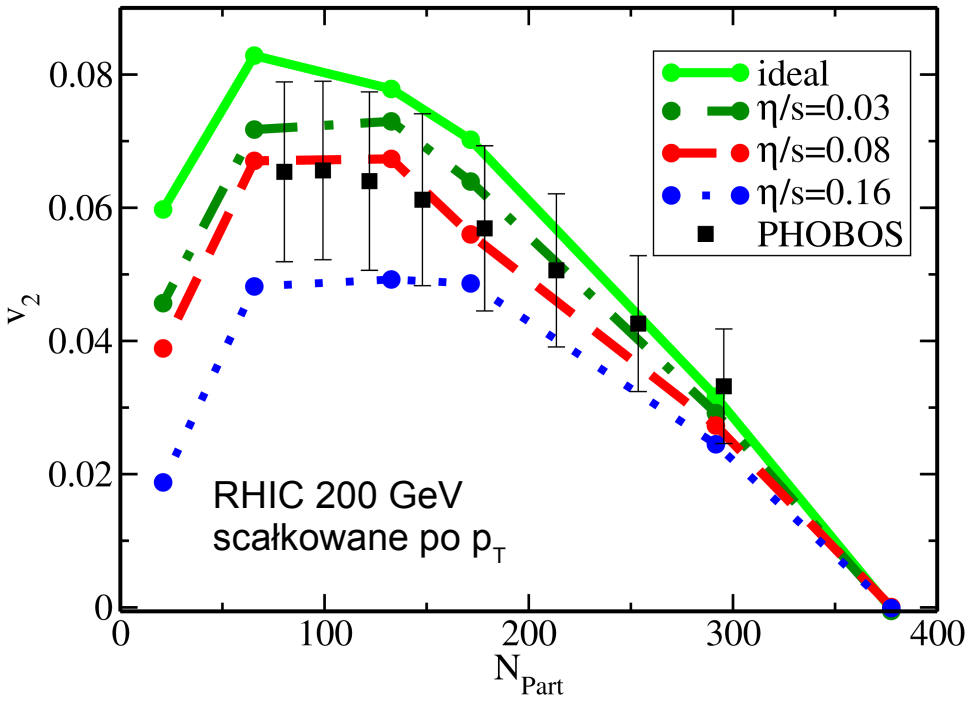
Zaobserwowano (top RHIC), że QGP ma cechy niemal „idealnej cieczy” (**η/s prawie równa zero; założono że to z powodu lepkości η bliskiej zeru**); dodatkowo obserwuje się zjawiska kolektywne (duże v_2) i dobrze sprawdza się opis hydrodynamiczny zakładający „silne” oddziaływanie składników **(sQGP)**

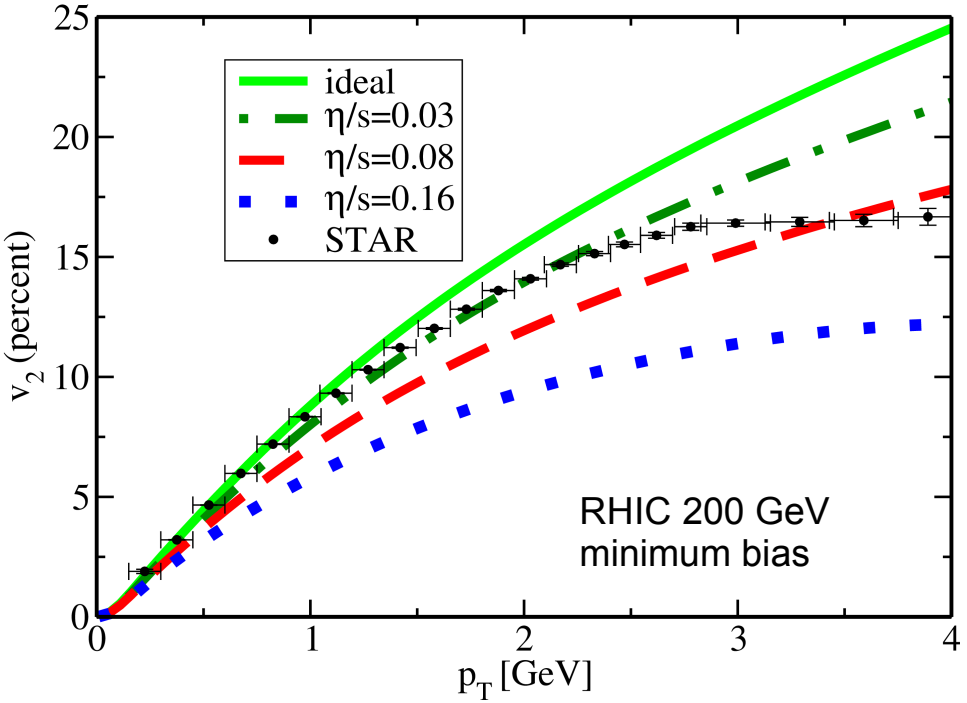
Modele przewidują, że wQGP (*weakly coupled gas*) musiałby mieć większe wartości η/s

oszacowano przy RHIC: $\frac{\eta}{s} \simeq 0.1$

- **Najczęściej pojawiające się w publikacjach obliczone dla RHIC wartości η/s to 0.1**
- W niektórych pracach pojawiały się nawet niższe wartości (rysunek poniżej)
- Ale niektórzy argumentują, że nie jesteśmy w stanie (z naszą niepewnością pomiarów) powiedzieć nic więcej niż to, że $\eta/s < 0.2$ (arXiv:0807.3033) lub $0.08 < \eta/s < 0.2$ w zależności od warunków początk. i równania stanu w modelu (arXiv:1001.2452)
- Niemniej jednak sQGP jest najbardziej idealną dotychczas znaną cieczą (średnia droga swobodna w medium ekstremalnie mała a więc system pokazuje silną kolektywność)

Rys. P. Romatschke, U. Romatschke, Phys. Rev. Lett. 99, 172301 (2007) [arXiv:0706.1522]





η – shear viscosity

ζ – bulk viscosity

$\text{kinematic viscosity} = \frac{\eta}{s}$

$\eta/s = 1/(4\pi) \approx 0.08$

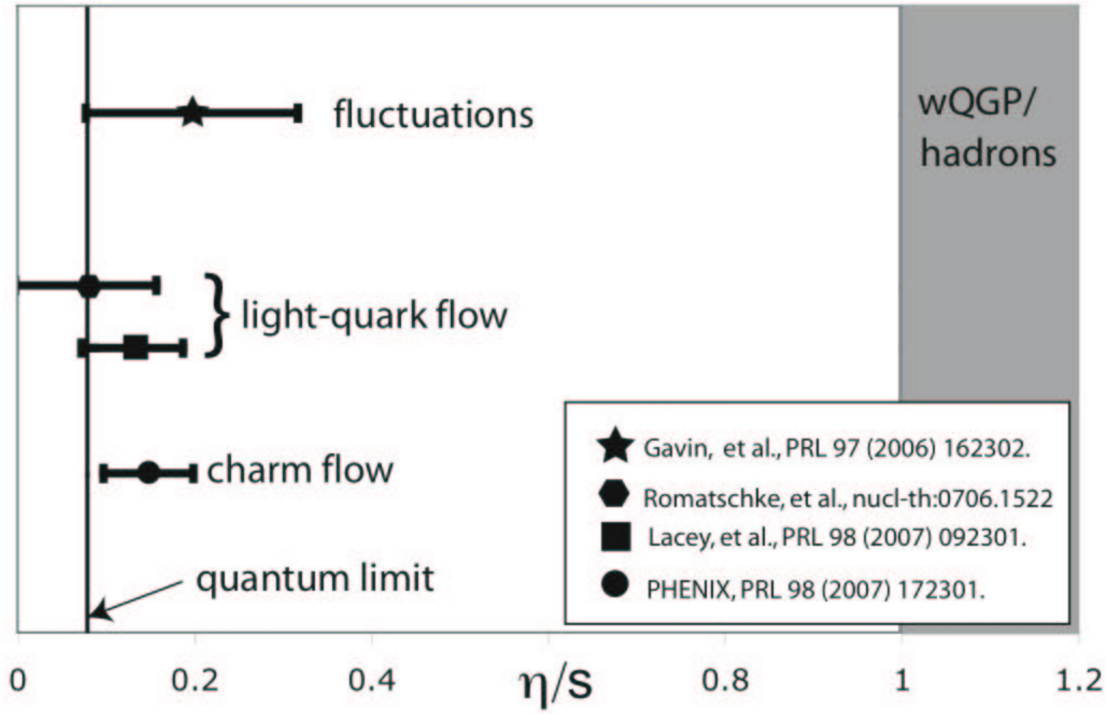
Rys – przewidywania modeli hydrodynamicznych z i bez lepkości

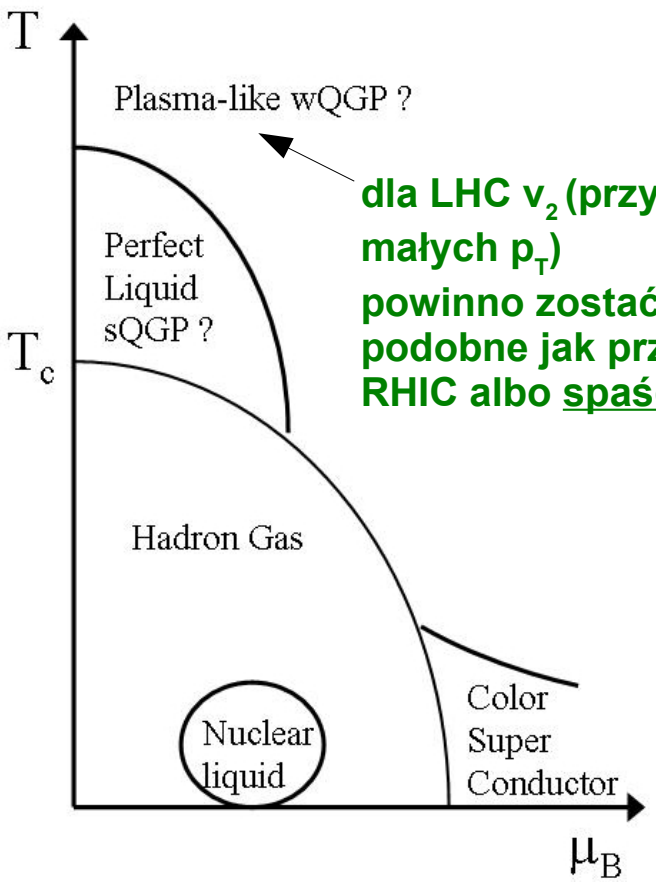
Modele przewidują, że wQGP (*weakly coupled gas/QGP*) musiałby mieć większe wartości η/s (rys. lewy)

Czyli stan materii który tworzymy przy RHIC NIE jest opisywany perturbacyjną QCD. Warunki okazały się niewystarczające przy RHIC ale przy top LHC system może zbliżyć się do obszaru perturbacyjnej QCD – małe wartości α_s (dla dużych temperatur np. $3T_c$). W rezultacie być może da się zaobserwować np. zredukowane wartości elliptic flow (arXiv:0710.4101, arXiv:0804.4158)

The LHC program: Vaporizing the Quark Soup ;-) (*R. Bellwied*)

Rys. arXiv:0710.4101 – uwaga: wyniki η/s silnie modelo-zależne





dla LHC v_2 (przy małych p_T) powinno zostać podobne jak przy RHIC albo spaść

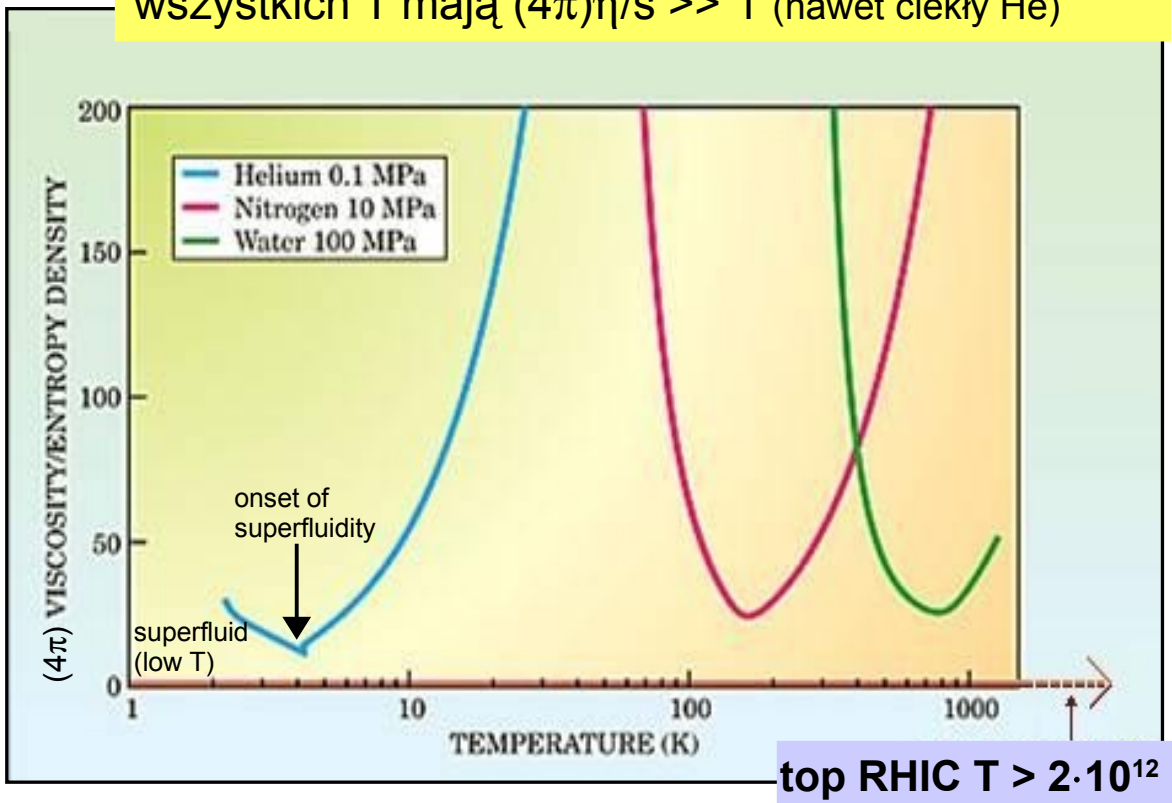
RHIC: wQGP (*weakly coupled QGP*) → sQGP (*strongly coupled/interacting QGP*)

Ciekawostka 1

Dolne ograniczenie na η/s zostało obliczone przez Kovtun, Son, Starines, Policastro (*KPPS lower bound*) przy użyciu korespondencji AdS/CFT (szczegóły w arXiv:0811.2438 + referencje tam podane). Metody AdS/CFT (Anti-deSitter space/Conformal Field Theory) – narzędzia do badania efektów nieperturbacyjnych

Uważa się, że **dla jakiegokolwiek znanego medium $\eta/s \geq 1/(4\pi)$** (jedn. naturalne: $\hbar = k_B = 1$)
a dokładnie: **$\eta/s \geq \hbar/(4\pi k_B) = 6.08 \times 10^{-13}$ Ks**
(k_B – stała Boltzmanna)
(limit KPPS to czerwona kreska na dole rysunku)

wszystkie znane klasyczne (nierelat.) ciecze przy wszystkich T mają $(4\pi)\eta/s >> 1$ (nawet ciekły He)



Rys. z arXiv:0811.2438, 0901.0766

dane RHIC są zgodne z bardzo niskimi wartościami $\eta/s \cong 0.1$ (**ciecz przy RHIC jest bardziej idealna niż jakakolwiek znana ciecz stworzona przez człowieka**) ale trwają dyskusje czy przy zmianach początkowych parametrów modeli hydro nie da się otrzymać jednak większych wartości η/s

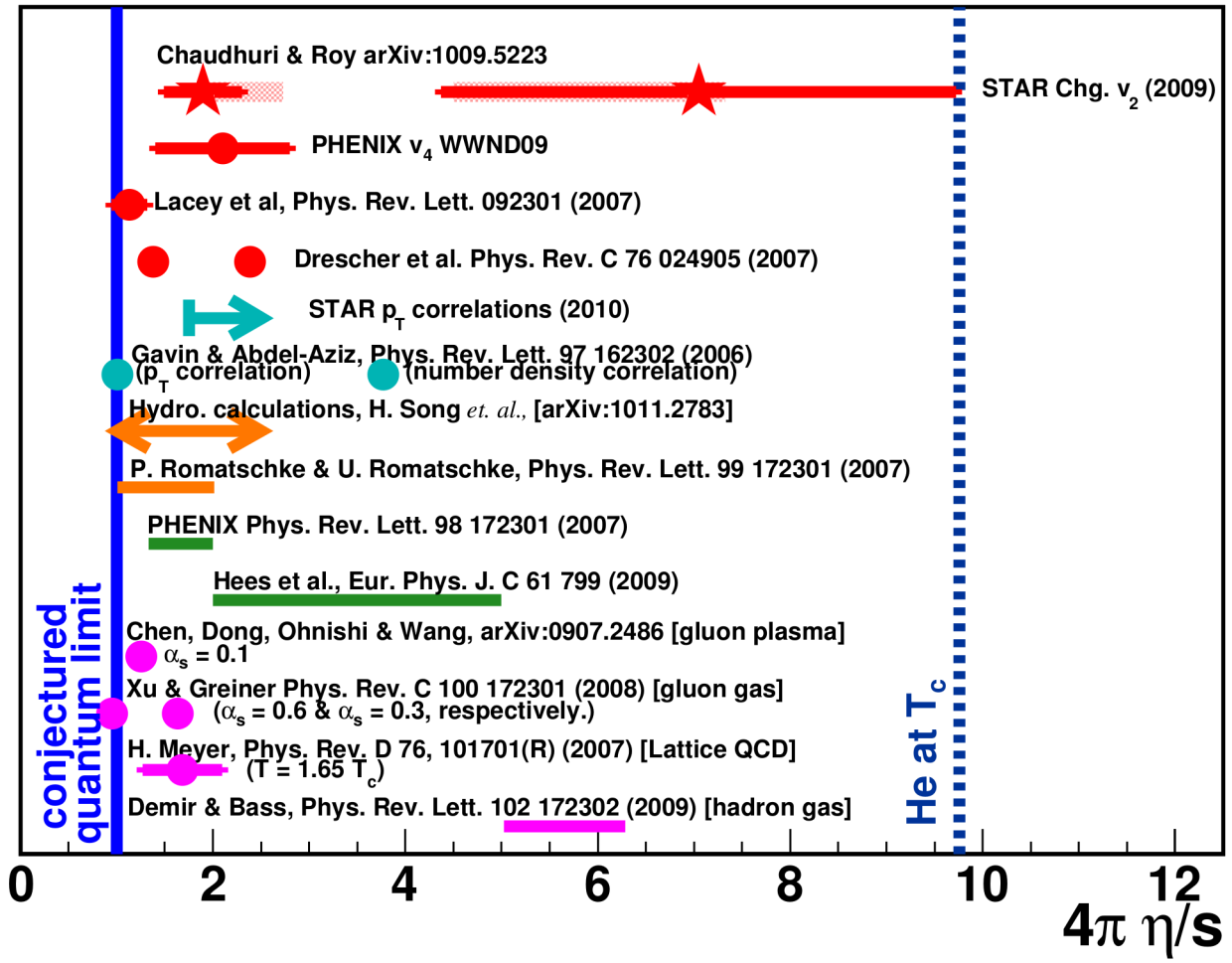
Niezależnie jednak od pomiarów lepkości przy RHIC ciągle uważa się, że tworzona tam materia jest silnie związana (sQGP)

top RHIC $T > 2 \cdot 10^{12}$ K
$(4\pi)\ \eta/s \sim 1$

Kompilacja wyników (arXiv:1102.2495, **arXiv:1605.08694**)

Dane otrzymane NIE tylko z pomiarów v_2 (z pomiarów flow pokazane czerwonym kolorem) ale również z pomiarów fluktuacji, ciężkich zapachów, etc. Każdy z tych pomiarów jest modelowo zależny bo nie da się bezpośrednio zmierzyć lepkości QGP

Właściwie wszystkie pomiary pokazują lepkość poniżej tej dla He w T_c



w pracy R. A. Lacey et al. arXiv:0905.4368 podają, że na podstawie pomiarów v_2 i v_4 (Au+Au top RHIC) można oszacować

$4\pi\,(\eta/s) = 1.3 \pm 0.3$

i średnią drogę swobodną w plaźmie

$\lambda = 0.25 - 0.3$ fm

$\Rightarrow$ sQGP

Ciekawostka 2

W modelu Bjorkena (wykład 9) szacowana gęstość energii przy RHIC była około 5 GeV/fm^3 *)

Większość modeli hydrodynamicznych które są w stanie odtworzyć tak duże wartości flow przy RHIC (przy okazji spektrum p_T) zakładają jako warunki początkowe dużo wyższe wartości gęstości energii np. 15–30 GeV/fm^3 oraz krótkie czasy termalizacji plazmy τ_{therm} = 0.6–1.0 fm/c (szybka termalizacja). Najczęściej podawane wartości to 25 GeV/fm^3 i 0.6 fm/c. **Uwaga: w tych obliczeniach hydrodynamicznych de facto zakłada się QGP tj. równanie stanu dla QGP**

Dlatego też gęstości energii otrzymane z modelu Bjorkena (zwłaszcza te dla czasu formacji i termalizacji τ_0 = 1 fm/c) **należy traktować raczej jako dolną granicę na gęstość energii** otrzymanej w zderzeniu ciężkich jonów o wysokiej energii

Ale nawet te dolne granice (ε_{Bj}) są sporo wyższe niż wartości wymagane na przejście do QGP (zgodnie z obliczeniami na sieciach $\varepsilon_c < 1.0$ GeV/fm^3)

Porównanie danych z modelami hydrodynamicznymi pokazało, że materia przy RHIC jest *"hotter, denser, faster, smaller and nearly perfect"* (w porównaniu z każdą inną znaną cieczą)

*) wartość 5 otrzymano przy założeniu czasu formacji i termalizacji QGP τ_0 = 1 fm/c. Żeby otrzymać np. ε_{Bj} około 14 GeV/fm^3 należałoby przyjąć τ_0 = 0.3 fm/c

Opis hydrodynamiczny wymaga lokalnej równowagi termicznej systemu

Dane eksperymentalne top RHIC (dotyczące spektr cząstek oraz wartości flow) zostały **porównane z przewidywaniami modeli hydrodynamicznych – zgadzają się przy założeniu, że partonowy system osiąga równowagę po krótkim czasie rzędu 0.6 fm/c**

Taka szybka równowaga może być wyjaśniona zakładając, że plazma kwarkowo-gluonowa jest silnie związana – sQGP

Modele które zakładają, że zderzenia parton+parton są odpowiedzialne za termalizację słabo związanej plazmy (wQGP) dają dużo dłuższe czasy równowagi np. przynajmniej 2.6 fm/c (Phys. Lett. B539, 46 (2002))

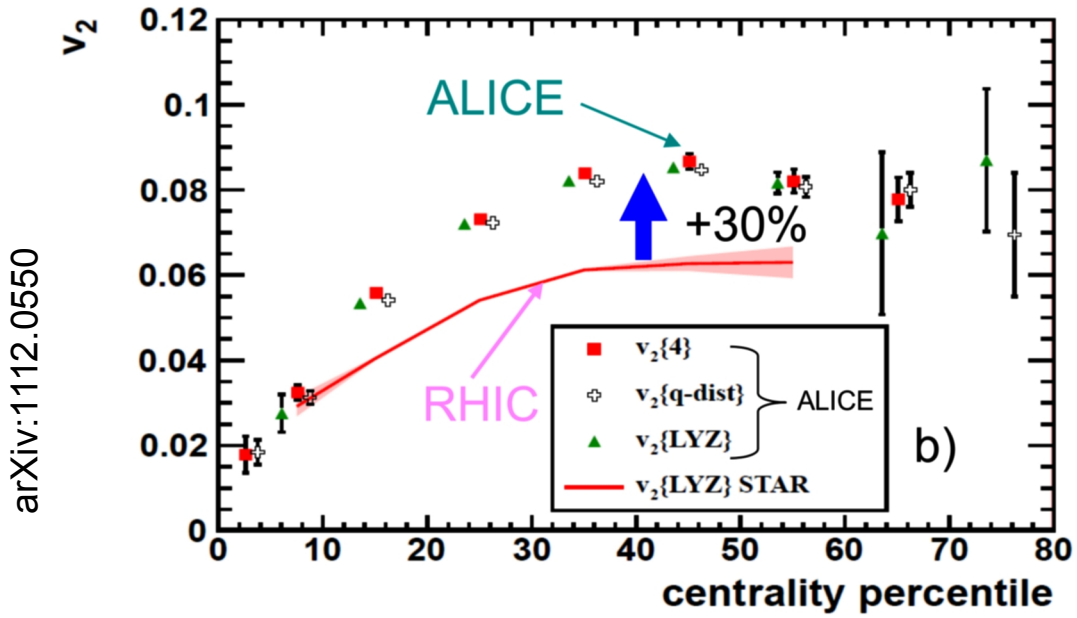
Czego dowiedzieliśmy się badając v_2 przy RHIC ?

- Istnieje plazma we wczesnej fazie – **partonowe stopnie swobody**
- Modele oparte o idealną hydrodynamikę zakładają, że ta materia jest cieczą z prawie zerową lepkością (**idealna ciecz**) **sQGP**
- **Współczynnik transportu $\eta \sim T^3/\alpha_s^2$** więc **małe $\eta \Rightarrow$ duże $\alpha_s \Rightarrow$ sQGP**
- **Silny przepływ eliptyczny prowadzi do wniosków, że badana materia NIE zachowuje się jak gorący gaz ale raczej jak silnie związana ciecz**
- **sQGP** zamiast idealnego gazu (wQGP) oznacza, że **muszą istnieć silne nie-perturbacyjne oddziaływania w fazie QGP (QGP w RHIC = nieperturbacyjna ciecz)**
- Zerowa lepkość oznacza, że ciecz musi być w równowadze
- Duże wartości v_2 wskazują, że system był blisko równowagi w bardzo wczesnej fazie – **małe czasy termalizacji < 1 fm/c** założone w modelach hydrodynamicznych
- Odtwarzanie przepływu eliptycznego to **największy sukces modeli hydrodynamicznych** – być może zrozumieliśmy ewolucję systemu we wczesnej fazie!

- **przy przejściu od RHIC do LHC spodziewa(liś)my się, że:**
  - v_2 może lekko wzrosnąć i wysaturować się (wtedy lepkość jeszcze bardziej się zmniejszy) jeśli jeszcze bardziej zbliżymy się do limitu idealnej cieczy (tak przewiduje hydrodynamika)
  - v_2 może dla odmiany zmaleć jeśli zaczniemy poruszać się w kierunku wQGP

Pomiary v_2 przy LHC (ALICE) – dane Pb+Pb przy $\sqrt{s_{NN}}$ = 2.76 TeV

1. Scałkowane po p_T wartości v_2 dla naładowanych cząstek są o 30% (uwzględniając różnice w tzw. *initial state eccentricity* między Pb+Pb w LHC i Au+Au w RHIC – nawet do 35%) większe dla LHC ($\sqrt{s_{NN}}$ = 2.76 TeV) niż dla RHIC ($\sqrt{s_{NN}}$ = 0.2 TeV), jednak wzrost ten jest spowodowany głównie wzrostem średniego pędu poprzecznego*), bo zależność v_2 od p_T dla RHIC i LHC przebiega bardzo podobnie (zob. następna strona)



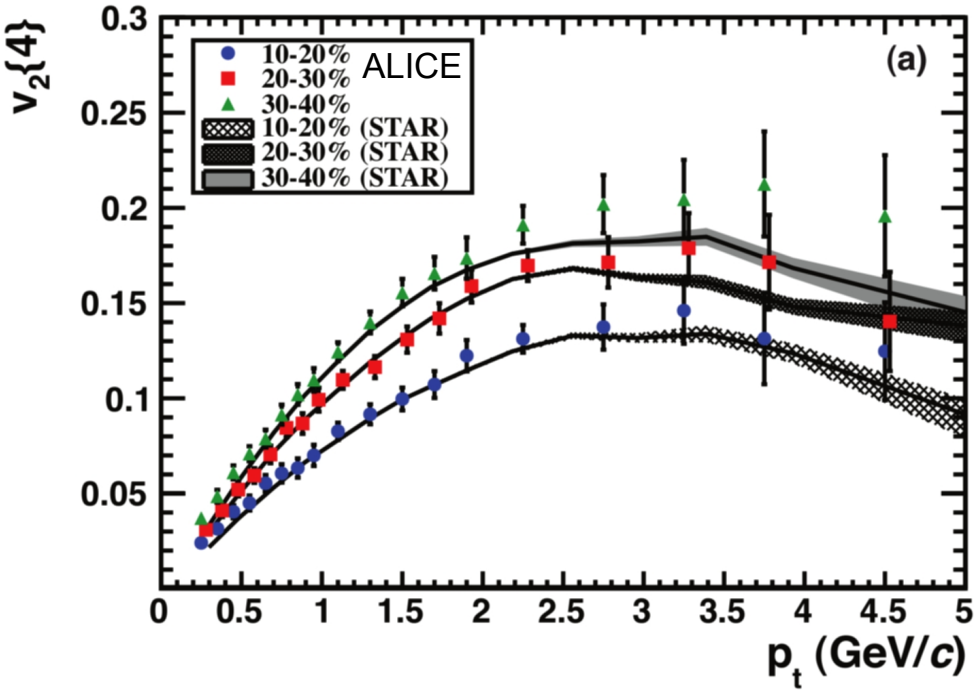
Uwaga: dane ALICE z 2016 roku (arXiv:1602.01119) dla prawie maksymalnej energii LHC pokazują, że przy przejściu od 2.76 TeV do 5.02 TeV v_2 (scałkowane po p_T) rośnie już tylko o 3% (centralność 0-50%) → zob. rys. w slajdach dodatkowych

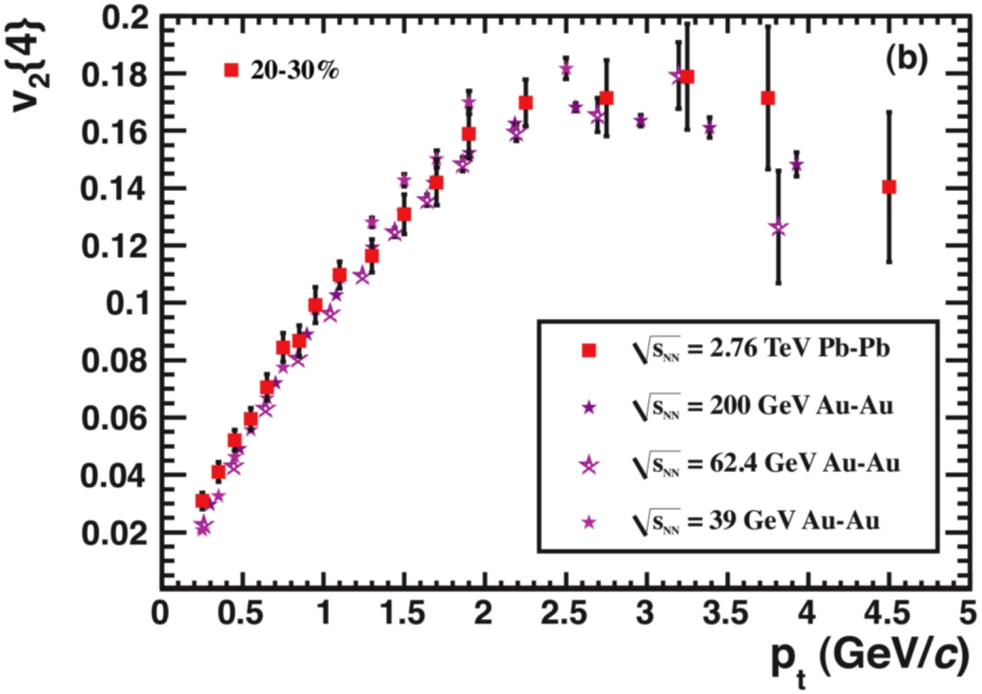
*) Średni pęd poprzeczny rośnie z energią również dla p+p (większy wkład od twardych procesów) ale dla A+A możemy mieć dodatkowo wzrost średniego p_T poprzez wzrost przepływu radialnego.
W większości modeli hydrodynamicznych $v_2(p_T)$ nie zmienia się znacząco od RHIC do LHC, podczas gdy przepływ radialny dla LHC rośnie, co prowadzi do wzrostu średniego pędu poprzecznego

Pomiary v_2 przy LHC (ALICE) – dane Pb+Pb przy $\sqrt{s_{NN}}$ = 2.76 TeV

2. Zależności v_2 od p_T dla RHIC i LHC przebiegają we wspólnym obszarze p_T bardzo podobnie (Rys. np. w arXiv:1011.3914, arXiv:1102.3010, opublikowane w ALICE, PRL, 105, 252302 (2010))

W ogólności kształt $v_2(p_T)$ jest taki sam w obszarze energii przynajmniej 39 – 2760 GeV!



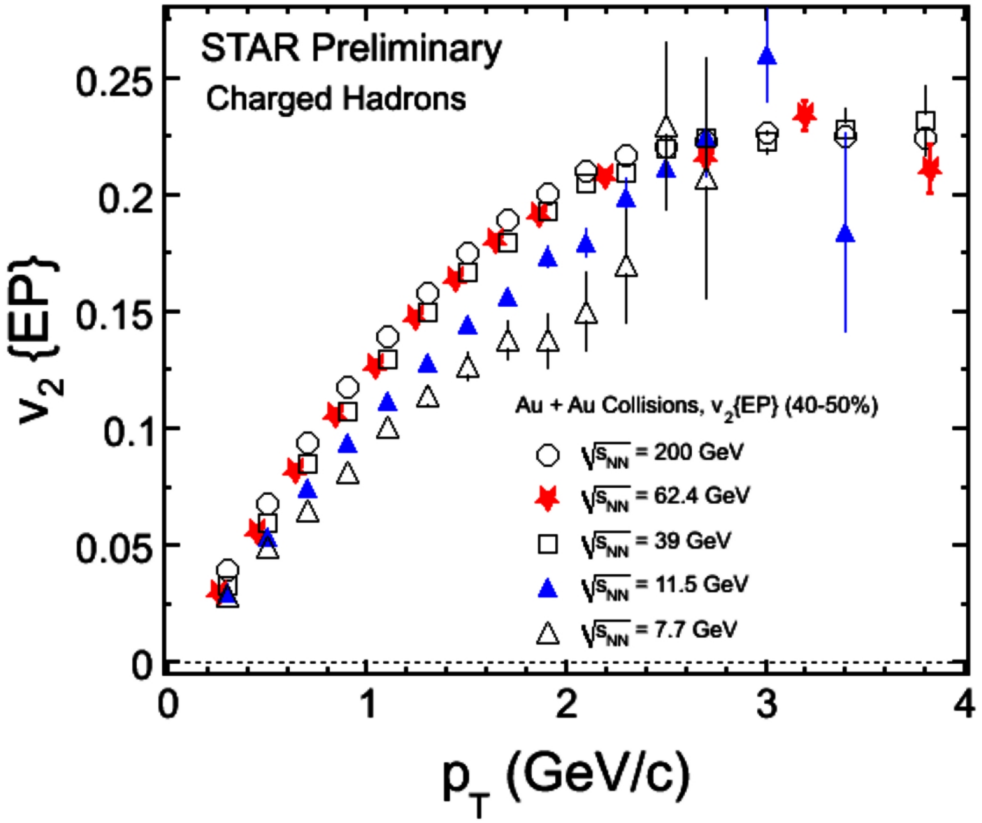


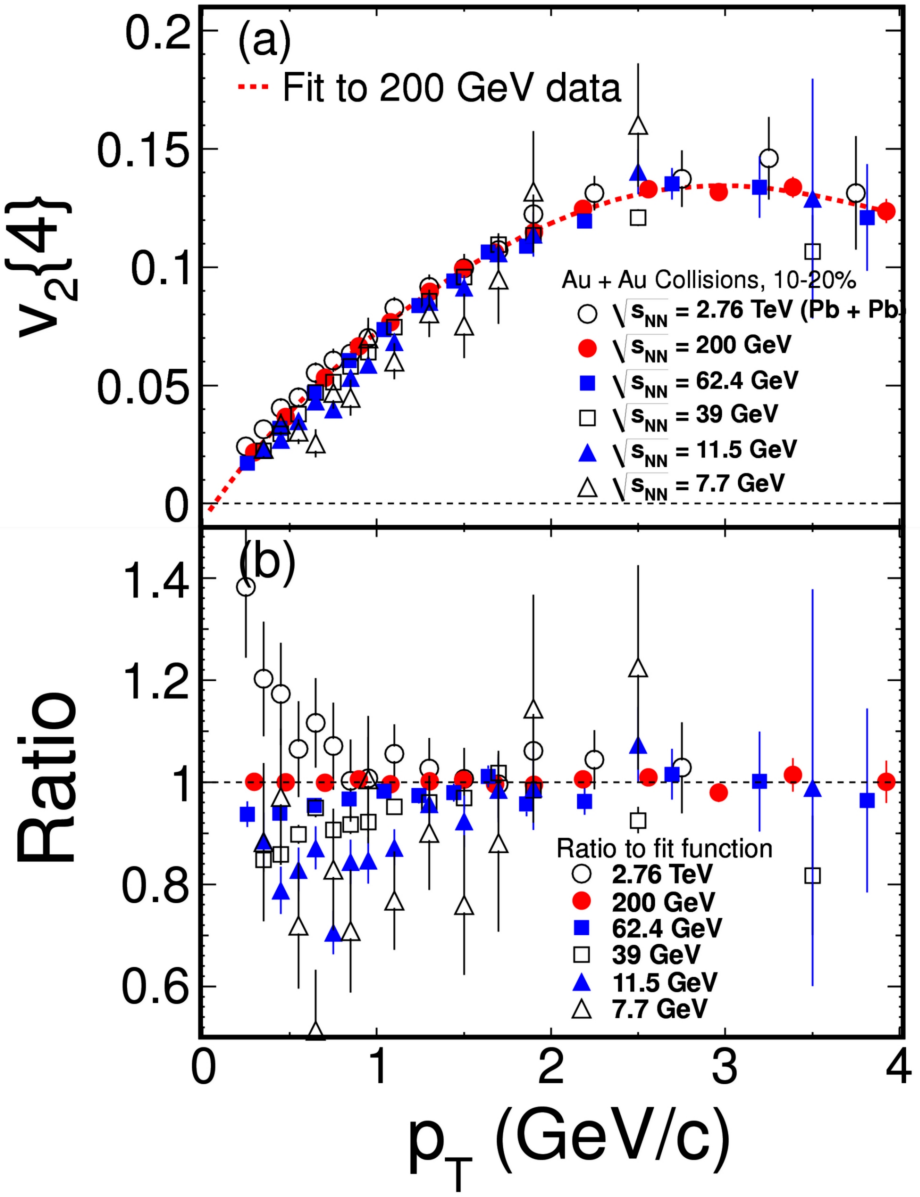
Kształt $v_2(p_T)$ jest taki sam w obszarze energii przynajmniej 39 – 2760 GeV

v_2 (7.7 GeV) < v_2 (11.5 GeV) < v_2 (39 GeV)

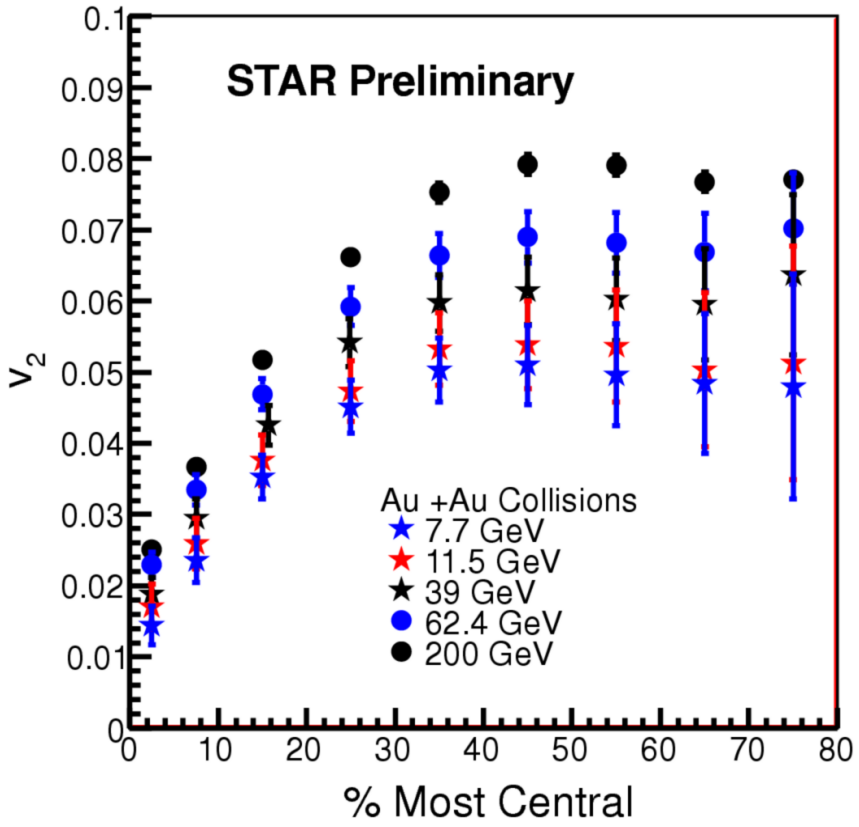
v_2 (39 GeV) ~ v_2 (62.4 GeV) ~ v_2 (200 GeV) ~ v_2 (2700 GeV)

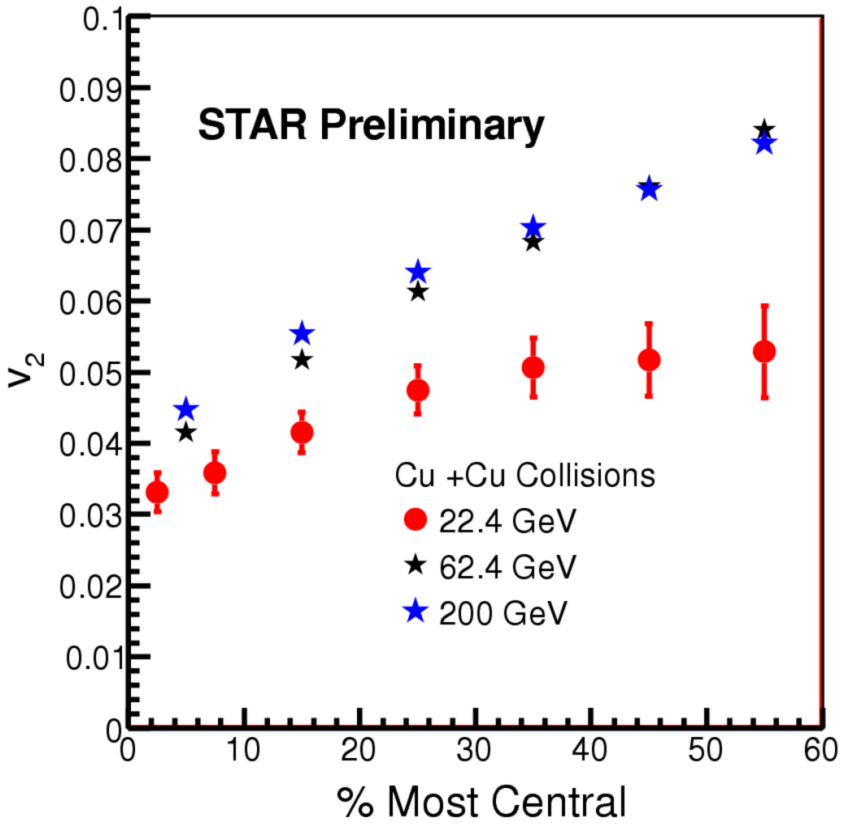
Rys lewy: Lokesh Kumar ICPAQGP 2010
Rys prawy: arXiv:1109.2799
Uwaga: lewy i prawy mają inne sposoby wyznaczania v_2





Kształt $v_2(p_T)$ jest taki sam w obszarze energii przynajmniej 39 – 2760 GeV ale nie można tego już powiedzieć o **zależności scałkowanego v_2 od centralności – tu mamy wzrost ze wzrostem energii**

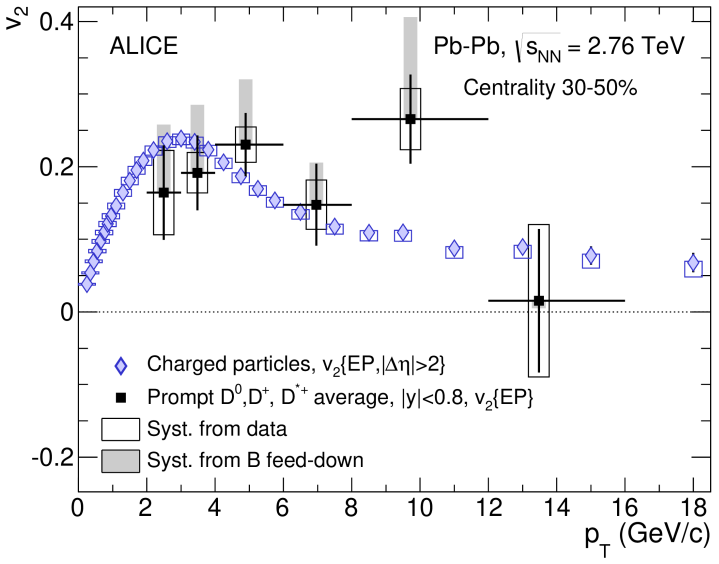




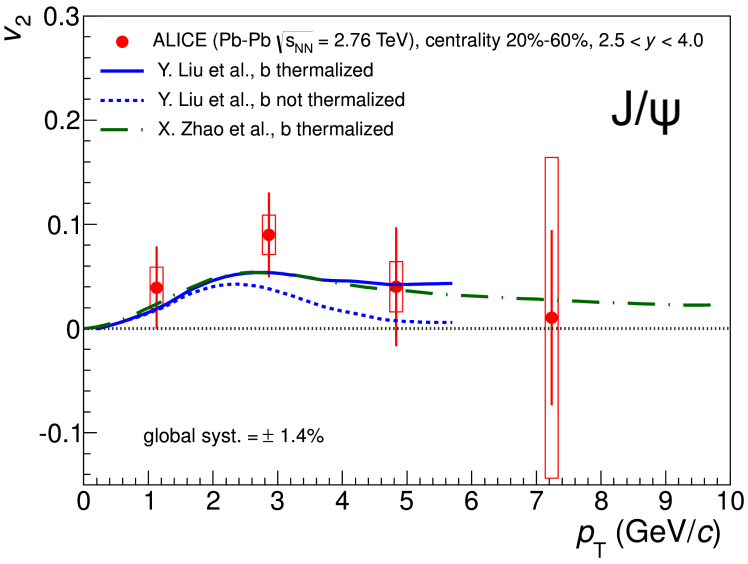
arXiv:1109.2799

v_2 dla ciężkich zapachów w Pb+Pb przy LHC (2.76 TeV)

PRL 111, 102301 (2013) [arXiv:1305.2707]



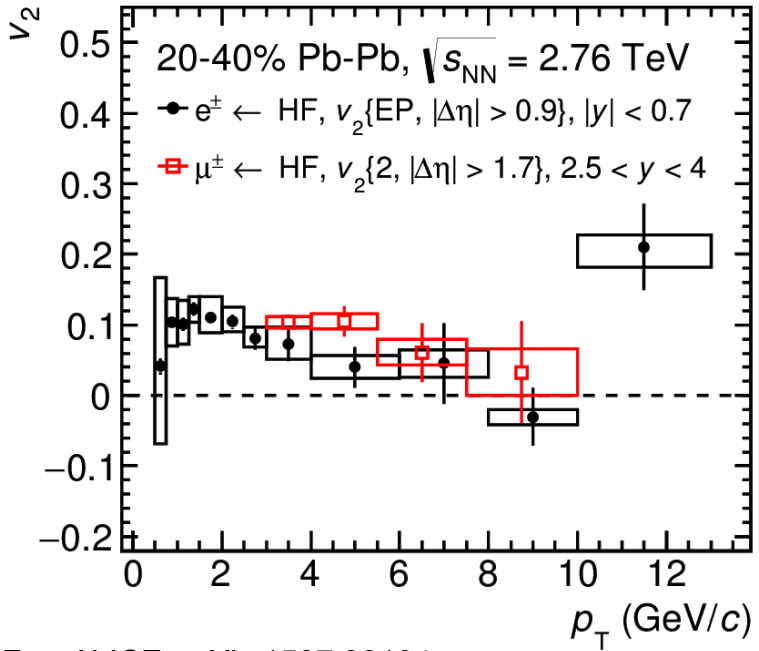
PRL 111, 162301 (2013) [arXiv:1303.5880]



Linie to modele transportu: dysocjacja i regeneracja J/ψ

Uwaga: v_2 tzw. non-prompt J/ψ (**pochodzące z rozpadów 'b'**) **przy 2.76 TeV zgodny z zerem** → CMS, EPJC 77 (2017) 4, 252 [arXiv:1610.00613]

Podobne wyniki dla 'e' z HF przy 5.02 TeV → arXiv:1705.02800



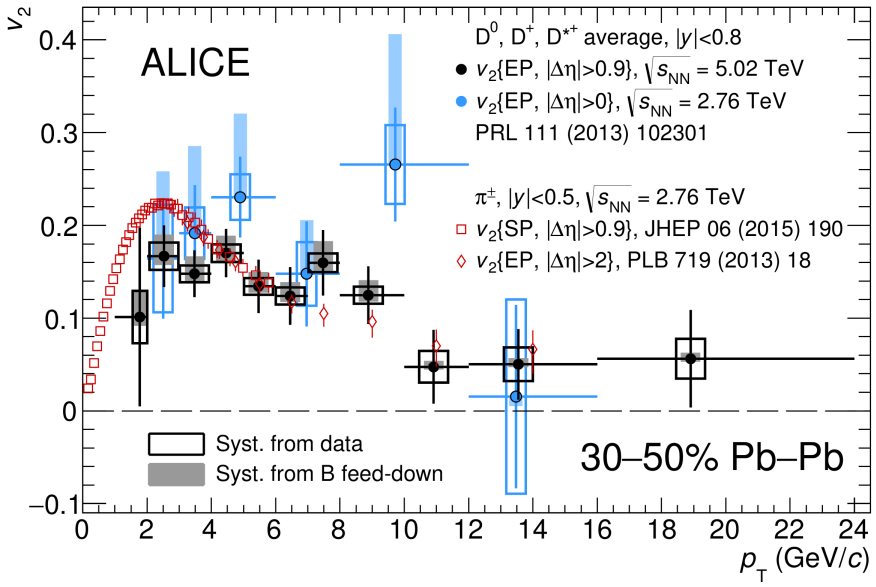
v_2 μ z HF → ALICE, arXiv:1507.03134
v_2 e z HF → ALICE, arXiv:1606.00321
Zob. też wyniki ATLAS → ATLAS, arXiv:1805.05220

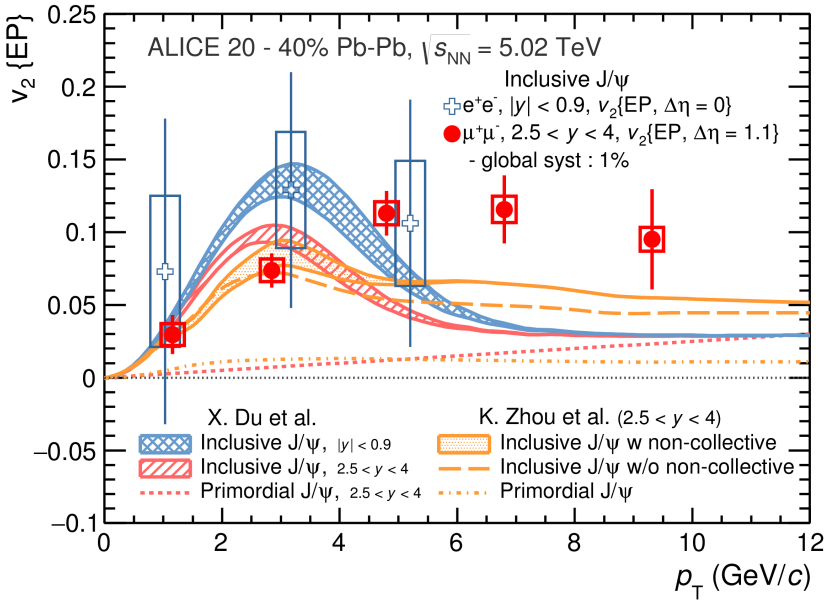
- Flow mezonów D (jeden kwark 'c') jest podobny do flowu lekkich cząstek → kwarki powabne uczestniczą w kolektywnym przepływie rozszerzającego się medium
- Dla ukrytego powabu (J/ψ) $v_2 > 0$ (w RHIC ≈ 0)
  Niezerowe wartości v_2 dla J/ψ oczekiwane jeśli mamy mechanizm regeneracji przy produkcji J/ψ (wykład 10)
- $\mu^{\pm}$ oraz $e^{\pm}$ z rozpadów ciężkich zapachów ('c' i 'b') również doświadczają anizotropowej ekspansji medium ($v_2 > 0$)

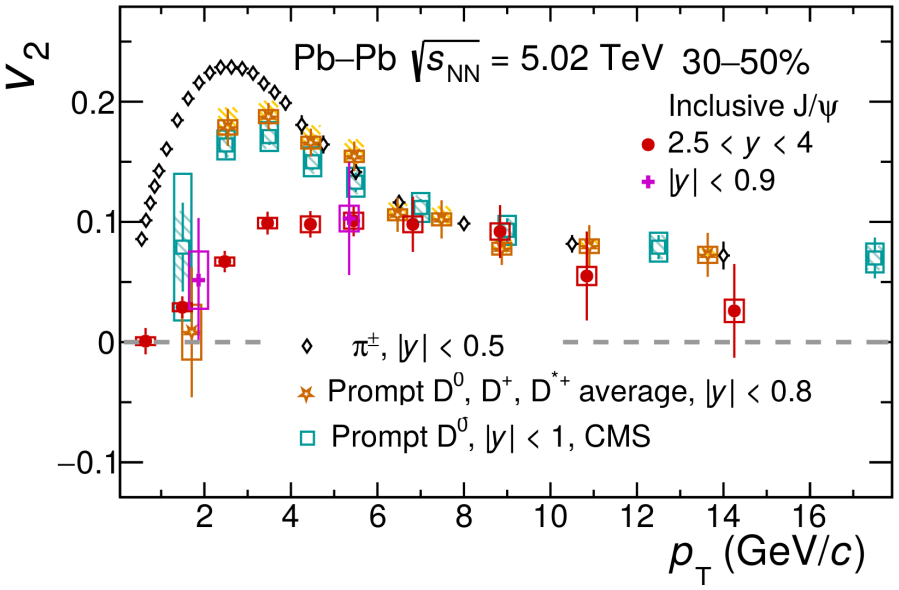
Ciężkie kwarki mogą również płynąć z materią!
Jak kamienie płynące ze strumieniem!

v_2 dla mezonów D oraz J/ψ w Pb+Pb przy LHC (5.02 TeV)

Niezerowe wartości v_2 dla mezonów D (porównywalne z tymi dla naładowanych pionów) oraz cząstki J/ψ również dla prawie najwyższej energii LHC (5.02 TeV)







Górny lewy: **mezony D** przy 2.76 i 5.02 TeV
ALICE, PRL 120 (2018), 102301 [arXiv:1707.01005] – w pracy pokazano również oddzielny pomiar dla D^0, D^+, D^{*+} oraz D_s^+.
v_2 mezonów D w ALICE (Pb+Pb, 5.02 TeV, nowsze wyniki) → ALICE, JHEP 01 (2022) 174 [arXiv:2110.09420]; v_2 D^0 w CMS (Pb+Pb, 5.02 TeV) → CMS, PRL 120 (2018) 202301; v_2 D^0 oraz anti-D^0 w CMS → CMS, PRL 129 (2022) 2, 022001 [arXiv:2112.12236]

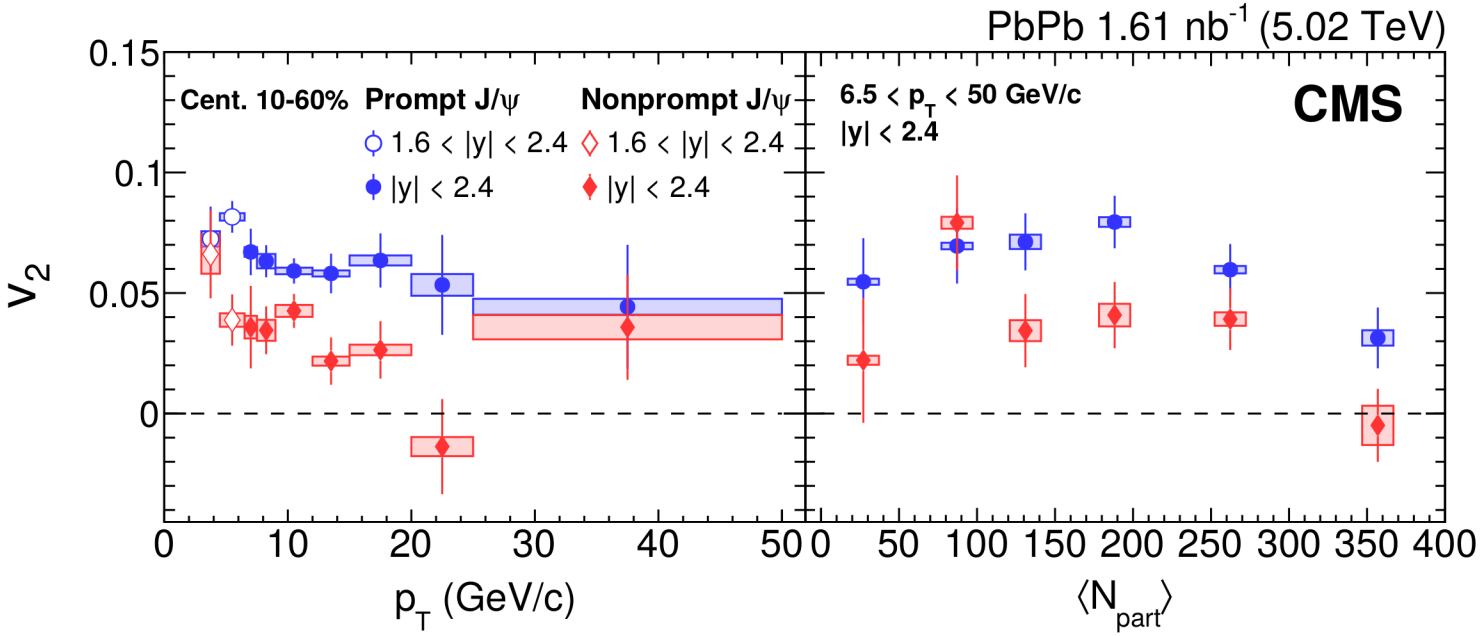
Górny prawy (**mezony J/ψ** przy **5.02** TeV w kanale mionowym i elektronowym)
ALICE, PRL 119 (2017), 242301 [arXiv:1709.05260]. Uwaga: zob. też późniejszą pracę ALICE: JHEP 02 (2019) 012

Dolny: ALICE, JHEP 10 (2020) 141 [arXiv:2005.14518]

v_2 mezonów J/ψ oraz tzw. „non-prompt" J/ψ (z rozpadów b-hadronów) w Pb+Pb przy LHC (5.02 TeV)

CMS, JHEP 10 (2023) 115 [arXiv:2305.16928] (w pracy pokazano też wyniki dla „prompt" ψ(2S)).

Niezerowe wartości v_2 zarówno dla „prompt" jak i „non-prompt" J/ψ



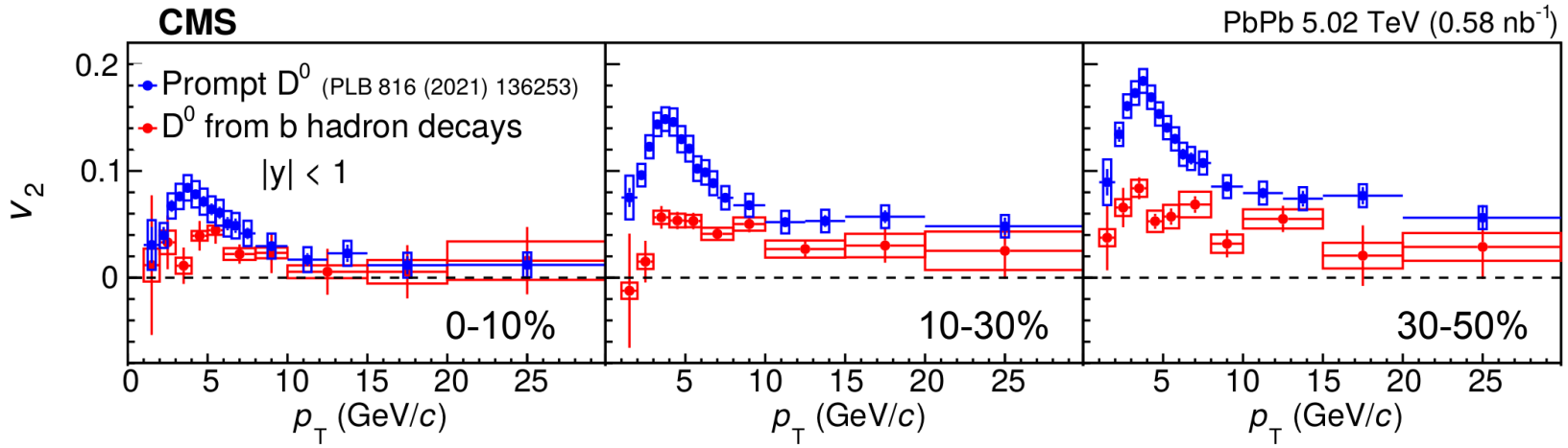
← najmniejsze wartości dla najbardziej centralnych zderzeń (zgodne z oczekiwaniami dla v_2)

Zob. też wyniki ATLAS dla „prompt" i „non-prompt" J/ψ → ATLAS, EPJC 78 (2018), 784 [arXiv:1807.05198]

v_2 mezonów D^0 oraz D^0 z rozpadów b-hadronów

CMS, PLB 850 (2024) 138389 [arXiv:2212.01636].

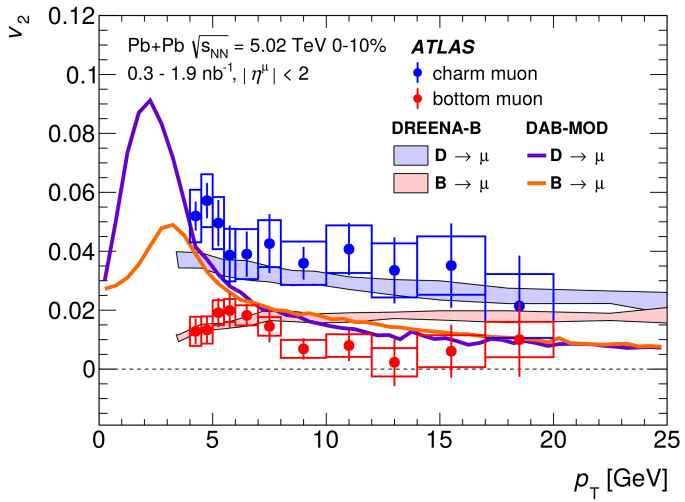
Niezerowe wartości v_2 dla obu; v_2 dla „prompt" D^0 wyraźnie wyższe

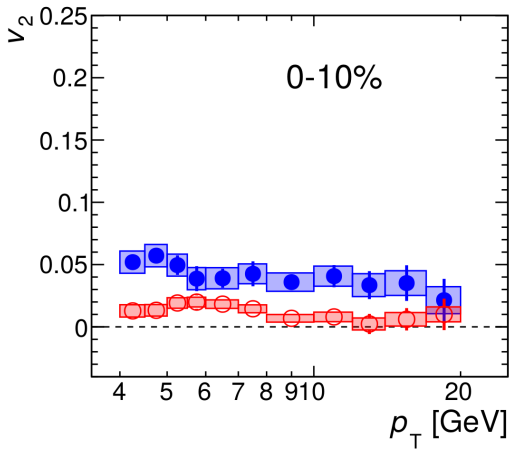


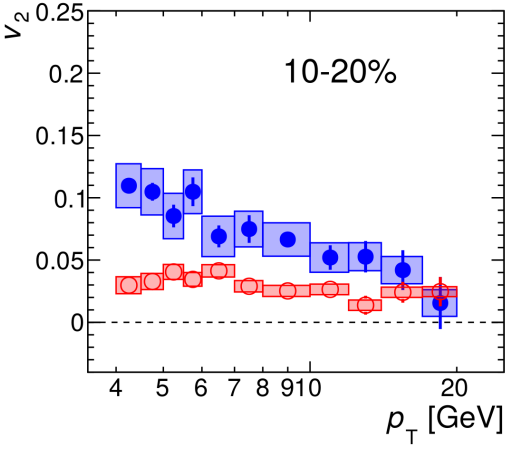
Zob. też podobne wyniki w ALICE, EPJC 83 (2023) 12, 1123 [arXiv:2307.14084]

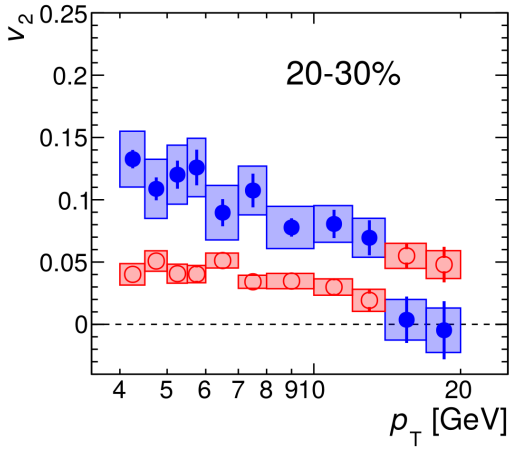
v_2 HF mionów w Pb+Pb przy LHC (5.02 TeV). ATLAS: niezerowe wartości HF v_2 zarówno dla μ z rozpadów c-hadronów jak i b-hadronów. Kwarki 'c' silniej niż kwarki 'b' „płyną” z medium!

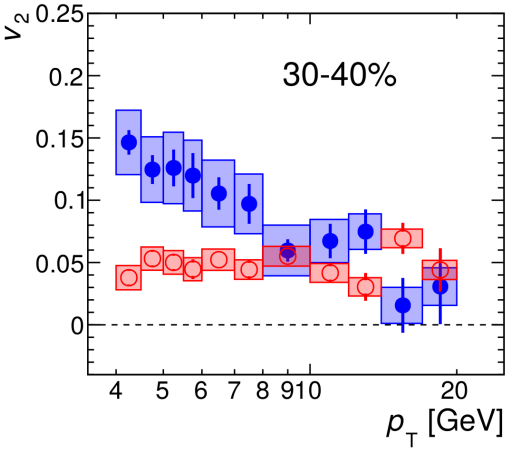
ATLAS, Phys. Lett. B 807 (2020) 135595 [arXiv:2003.03565]

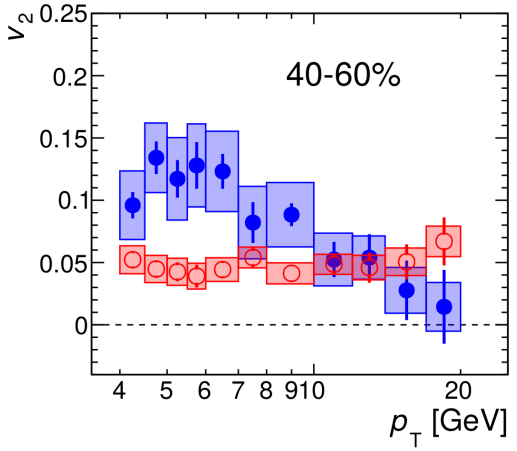




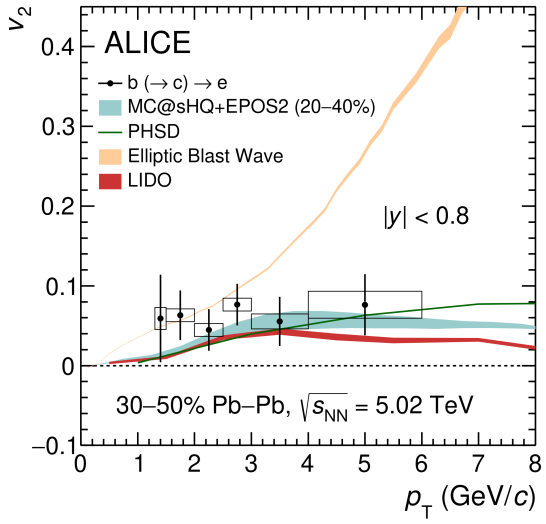








ALICE: v_2 elektronów z b-hadronów (niezerowe wartości v_2)

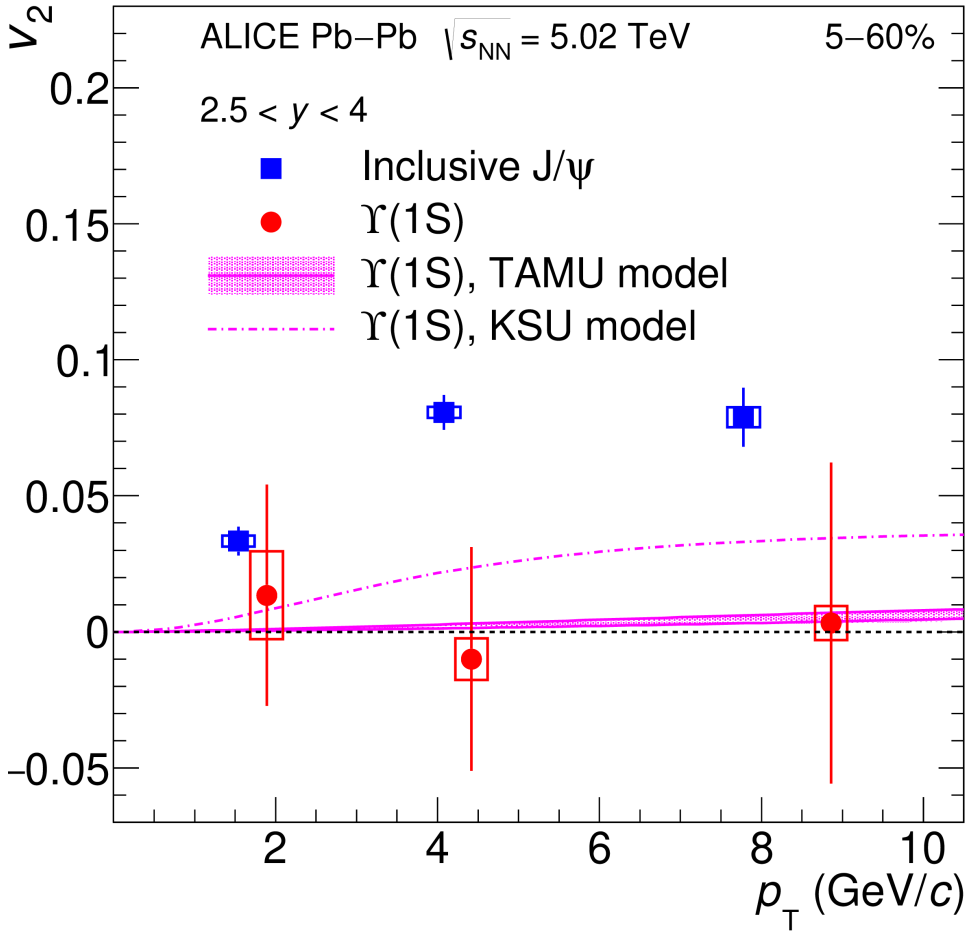


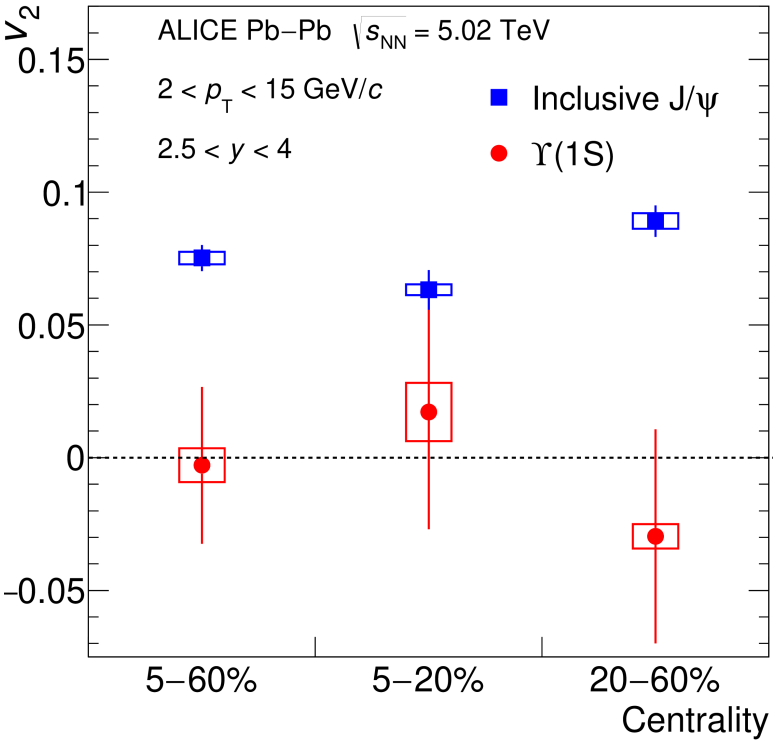
ALICE, PRL 126 (2021) 16, 162001 [arXiv:2005.11130]

Pierwszy pomiar **v_2 mezonów Υ(1S) (b anty-b) w Pb+Pb przy LHC (5.02 TeV)**

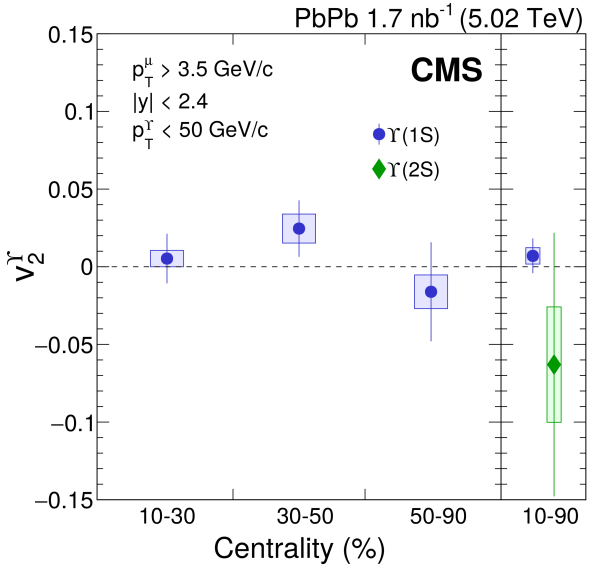
ALICE, PRL 123 (2019) 19, 192301 [arXiv:1907.03169]

W przeciwieństwie do flow mezonu J/ψ wartości v_2 Υ(1S) są zgodne z zerem...



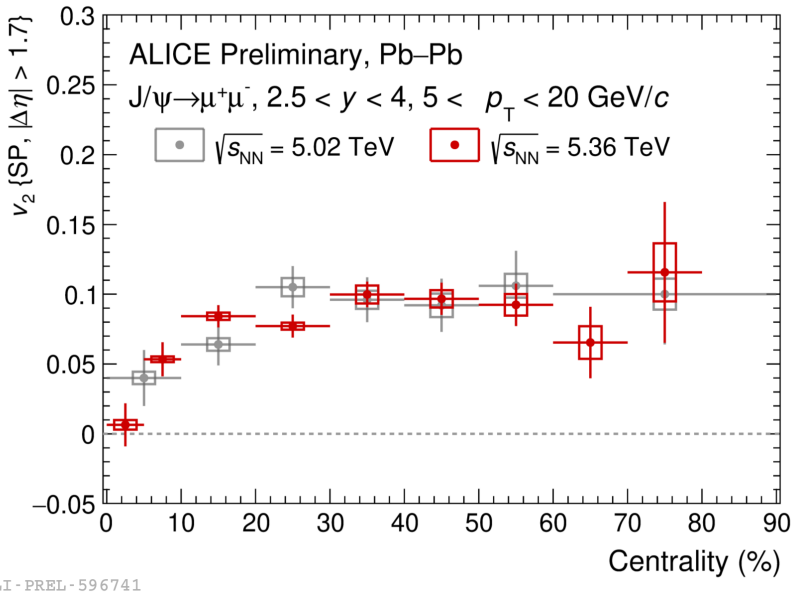


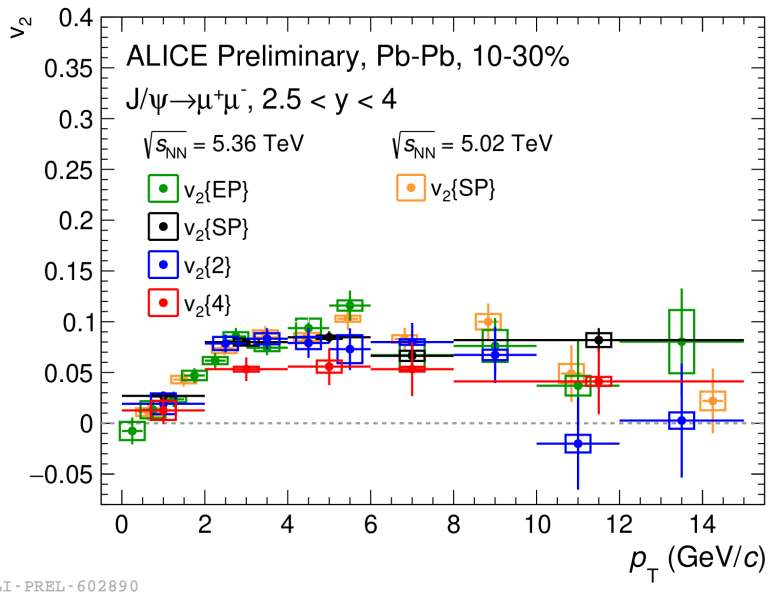
Zob. też wyniki CMS (poniżej)
→ CMS, PL B 819 (2021) 136385 [arXiv:2006.07707]



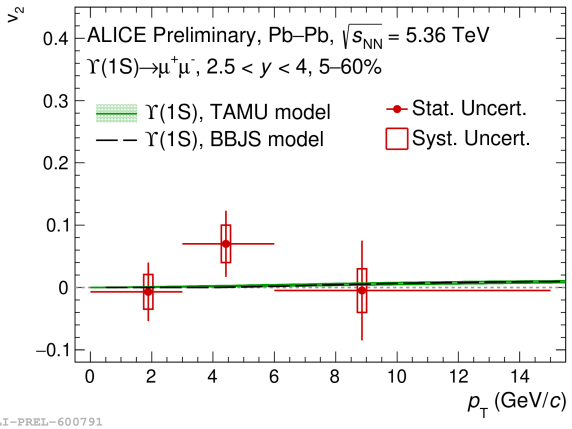
Wyniki dla najwyższej obecnie energii LHC dla Pb+Pb: 5.36 TeV

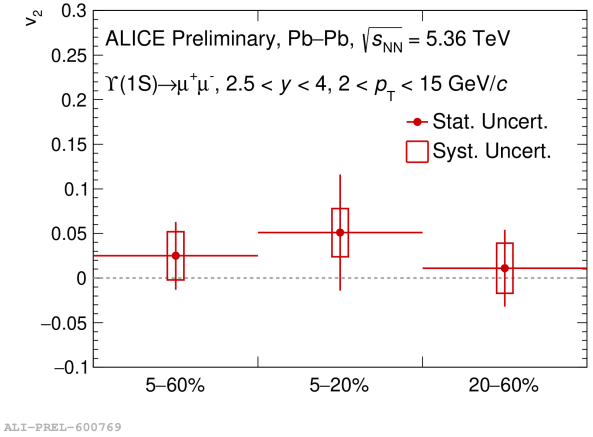
V. V. Torres (for ALICE), arXiv:2505.13892

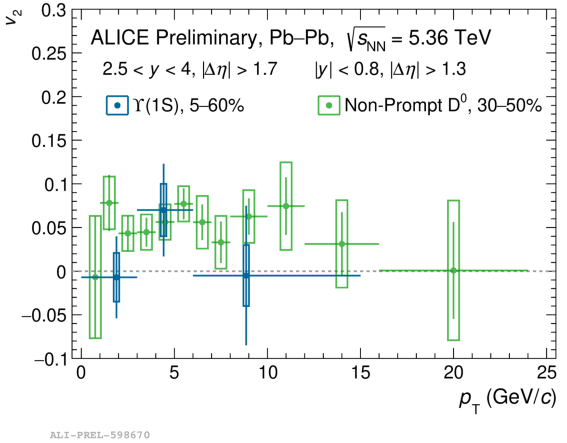




v_2 cząstki J/ψ podobne dla energii 5.02 i 5.36 TeV

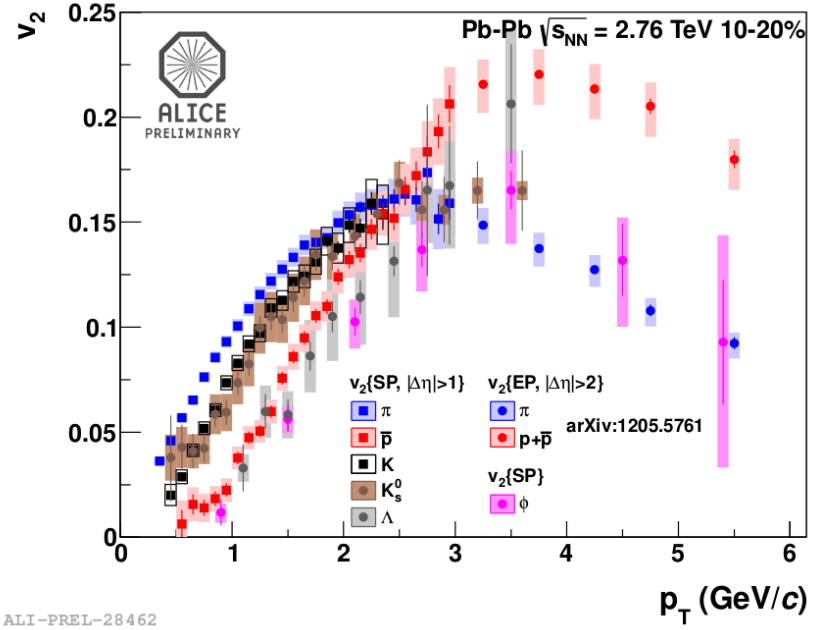


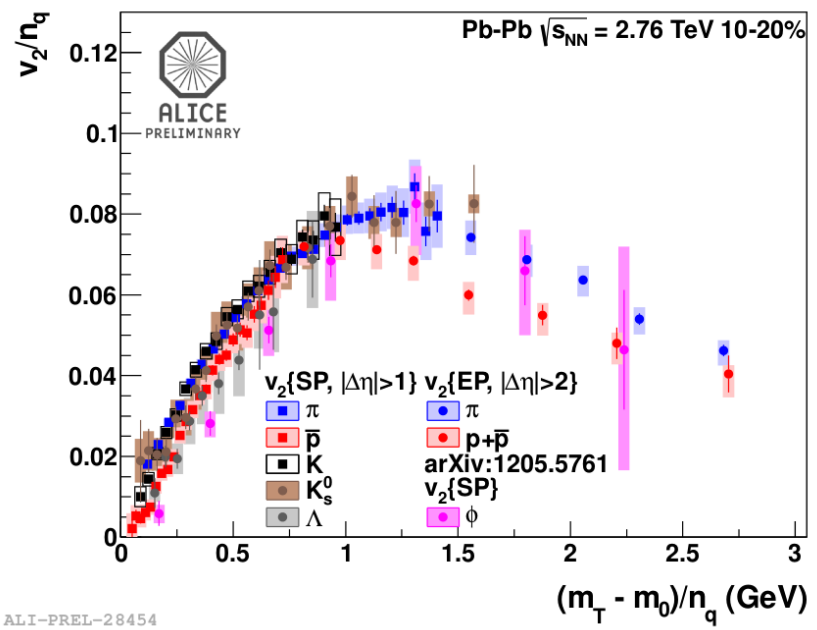




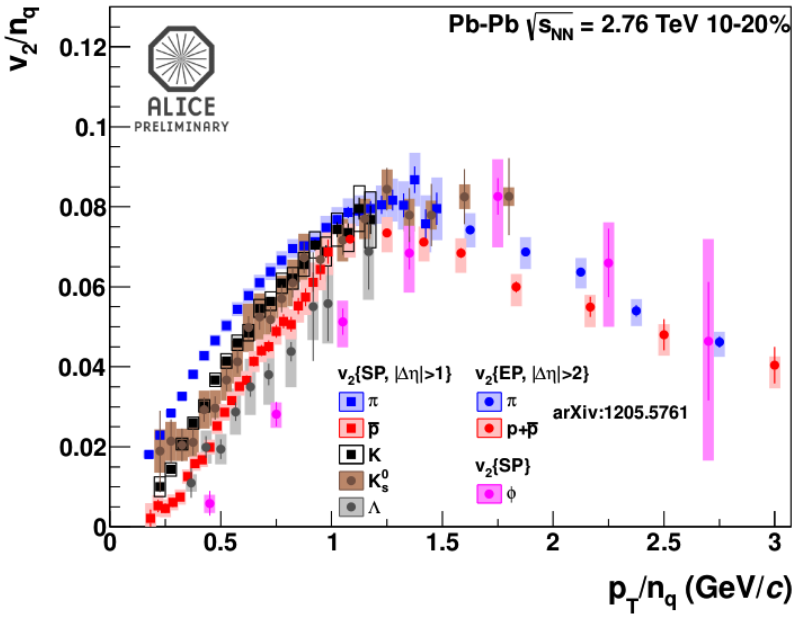
Dla 5.36 TeV v_2 mezonów ϒ(1S) (b anty-b) w Pb+Pb przy 5.36 TeV w granicach niepewności również zgodny z zerem

Uwaga: **problemy ze skalowaniem v_2 dla LHC (2.76 TeV) → wygląda gorzej niż przy RHIC!**

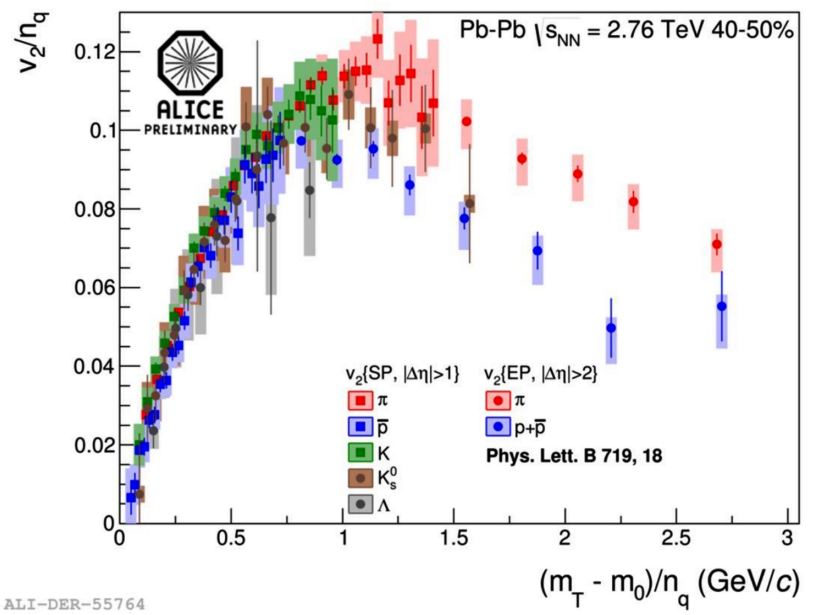




Kryshen (for ALICE), PoS IHEP-LHC-2012, 002 [arXiv:1305.2804]



Voloshin (for ALICE) NP A904-905, 90c (2013) [arXiv:1211.5680]

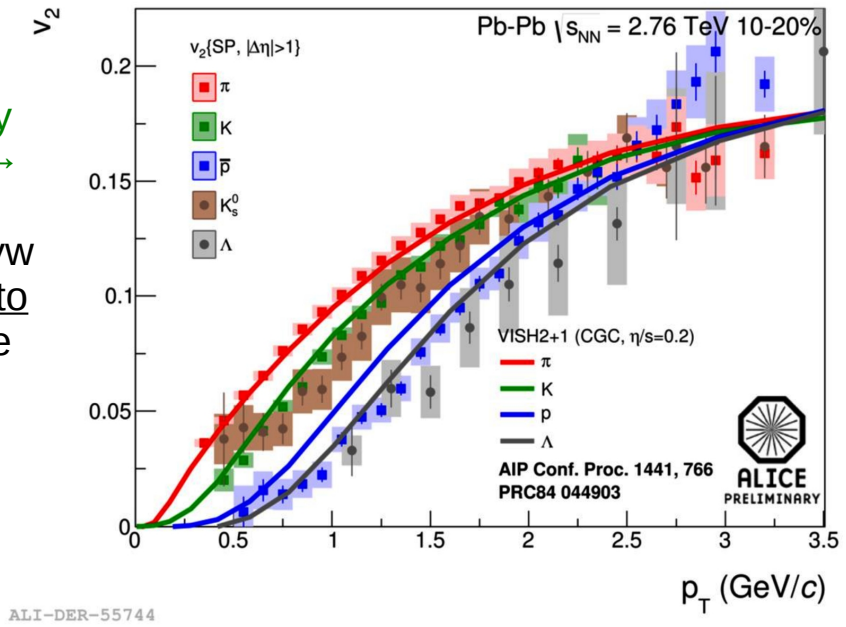


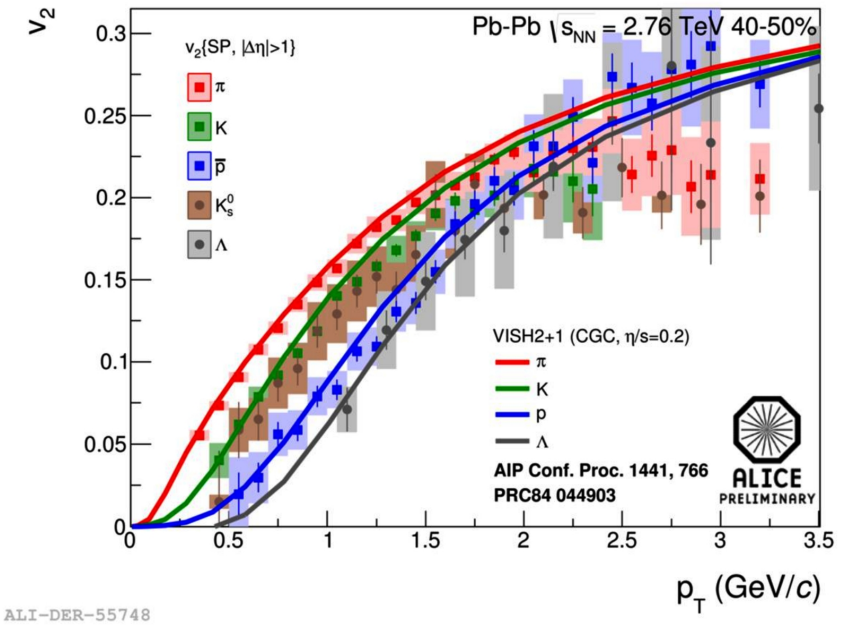
Noferini (for ALICE) WPCF 2013; and Zhou (for ALICE) arXiv:1309.3237

Końcowe wyniki flow dla zidentyfikowanych cząstek w ALICE (Pb+Pb, 2.76 TeV) → zob. ALICE, arXiv:1405.4632
Przepływ eliptyczny deuteronów (Pb+Pb, 2.76 TeV) → zob. ALICE, arXiv:1707.07304

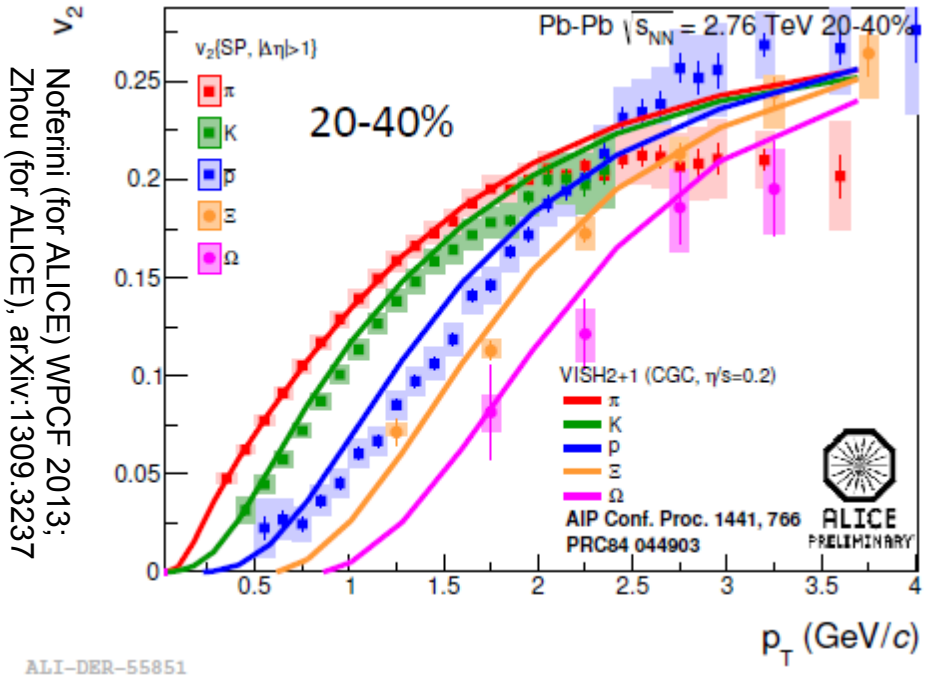
Dla centralnych zderzeń silniejszy przepł. radialny →

Silniejszy przepływ radialny ale <u>czysto</u> hydrodynamiczne obliczenia nie opisują dobrze najb. centralnych zderzeń





Hydro → U. W. Heinz, C. Shen, and H. Song, **AIP Conf. Proc. 1441**, 766-770 (2012)



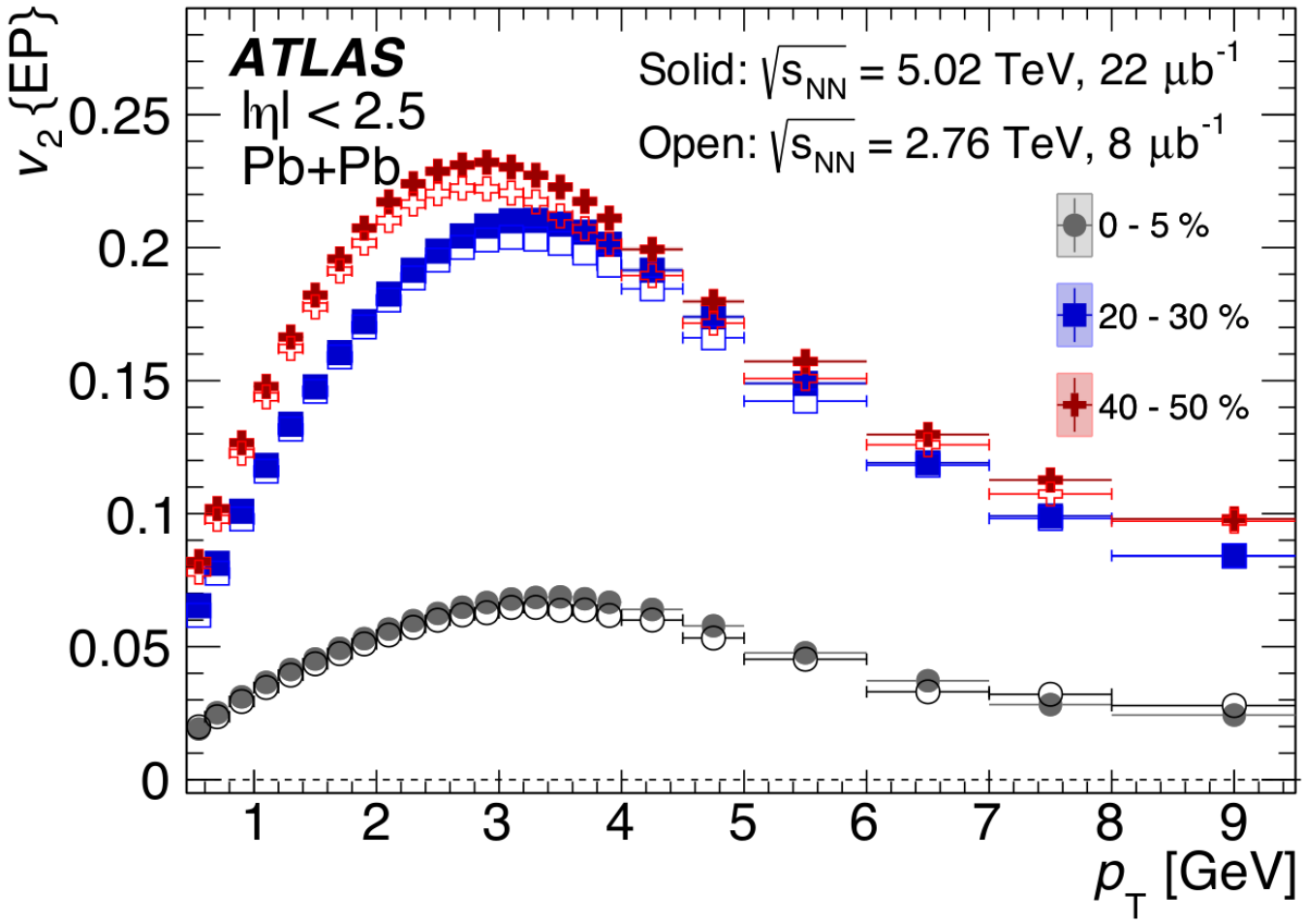
Noferini (for ALICE) WPCF 2013;
Zhou (for ALICE), arXiv:1309.3237
Rasanen (for ALICE), arXiv:1603.03320

Modele hydrodynamiczne z lepkością (VISH2+1, warunki początkowe CGC z η/s = 0.20) jakościowo odtwarzają hierarchię mas v_2 (lepiej w zderzeniach peryferycznych). W **zderzeniach centralnych przeszacowanie v_2 protonów** → protony mogą wymrażać później (z większym przepł. radialnym); **wyniki sugerują znaczącą rolę oddziaływań hadronowych w odtwarzaniu v_2 protonów** → zob. np. model **hybrydowy** VISHNU = (2+1)D hydrodyn. z lepkością + mikroskopowy hadronowy model transportu, gdzie włączone są dodatkowe procesy anihilacji barion ↔ anty-barion (poniżej „temperatury przełączenia" 165 MeV), Song, Bass, Heinz, arXiv:1311.0157 lub podobny model iEBE-VISHNU czyli VISH2+1 plus mikroskopowy model UrQMD (ALICE, arXiv:1606.06057)

Przepływ eliptyczny dla cząstek naładowanych
wyniki ATLAS (LHC) dla **Pb+Pb przy 5.02 TeV**

ATLAS, Eur. Phys. J. C78 (2018), 997 [arXiv:1808.03951]

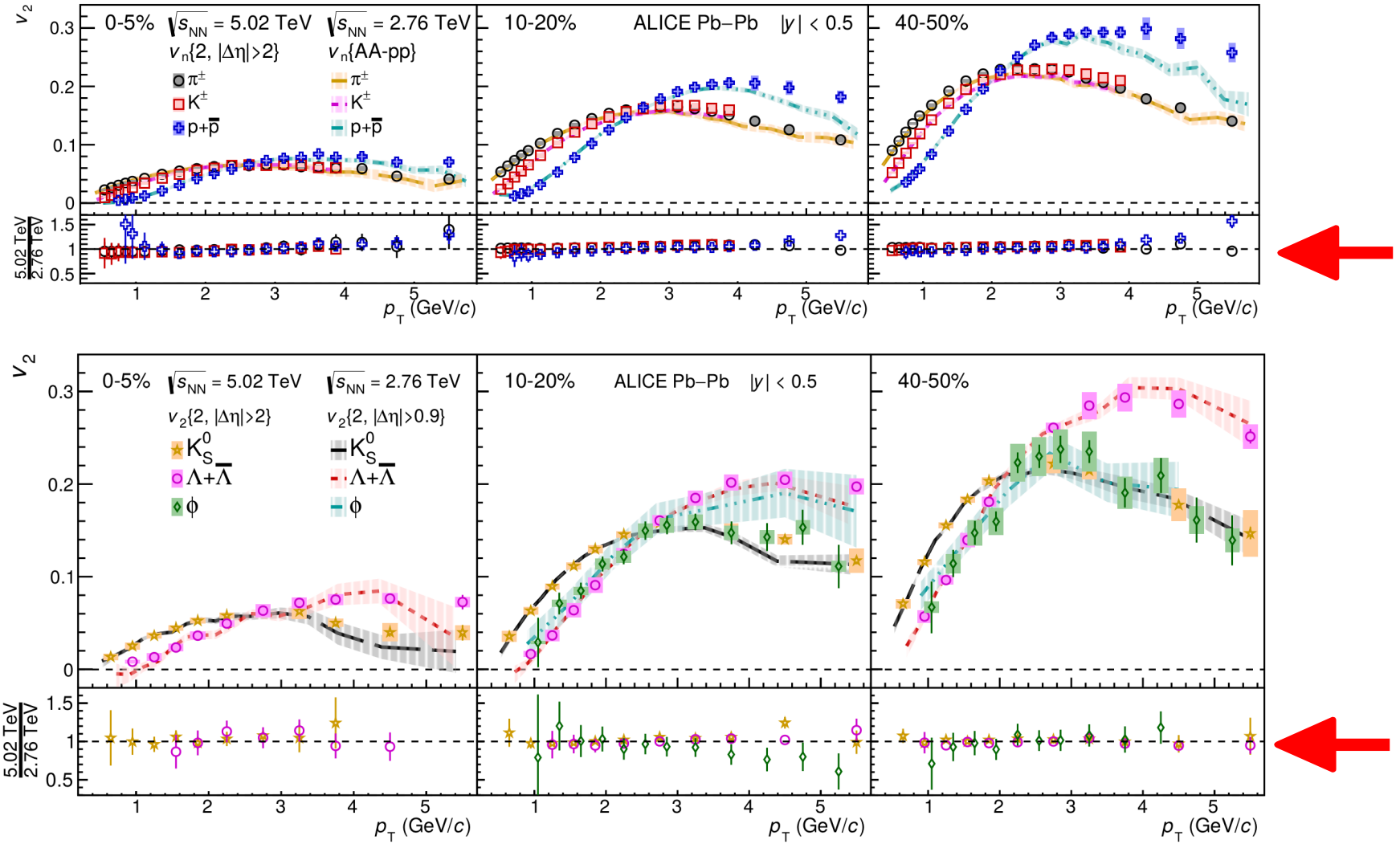
Niewielkie różnice między energiami 2.76 oraz 5.02 TeV



Przepływ eliptyczny dla cząstek zidentyfikowanych

wyniki ALICE (LHC) dla **Pb+Pb przy 5.02 TeV** ALICE, JHEP 1809 (2018) 006 [arXiv:1805.04390]

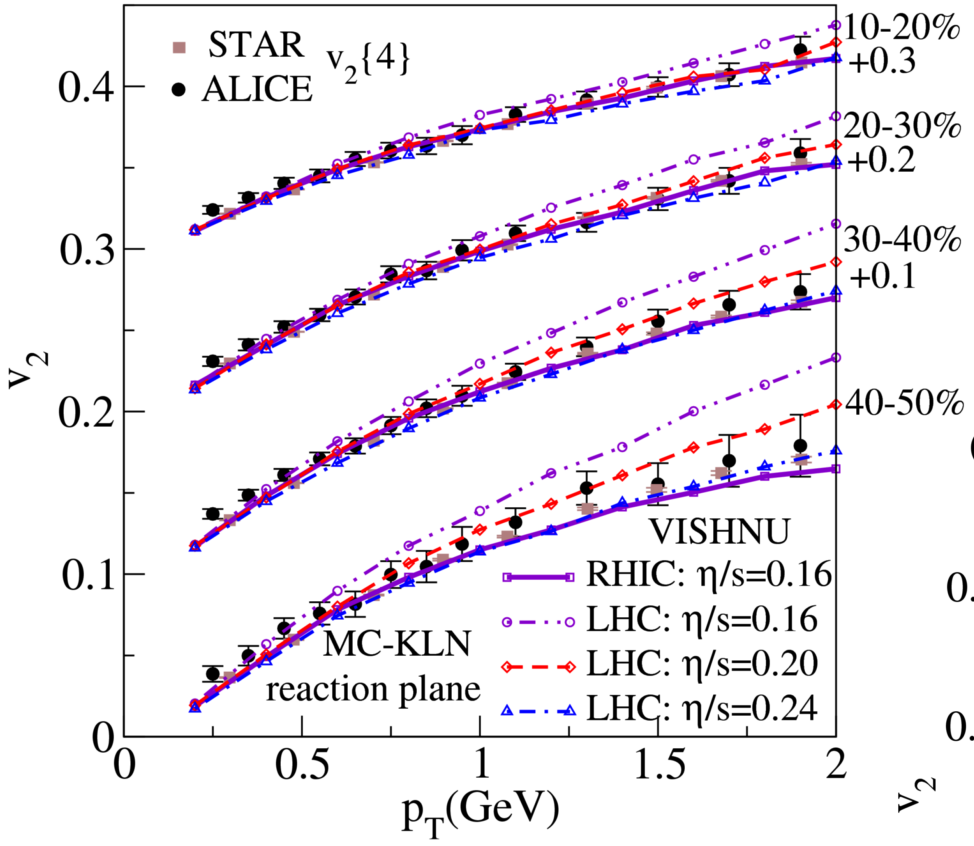
Niewielkie różnice między energiami 2.76 oraz 5.02 TeV



Flow dla cząstek naładowanych (Pb+Pb, 5.02 TeV) → zob. ALICE, PRL 116 (2016), 132302 lub slajdy dodatkowe oraz ALICE, JHEP 07 (2018) 103; ALICE, JHEP 05 (2020) 085. Skalowanie flow z NCQ (Pb+Pb, 5.02 TeV) → zob. ALICE, JHEP 09 (2018) 006 lub slajdy dodatkowe. Flow dla cząstek naładowanych (Xe+Xe, 5.44 TeV) → ALICE, PL B784 (2018) 82; CMS, PR C100 (2019) 044902; ATLAS, PR C 101 (2020) 2, 024906; cząstki zidentyfikowane (Xe+Xe, 5.44 TeV) → ALICE, JHEP 10 (2021) 152

Jedne z pierwszych modeli podających lepkość dla danych LHC (**2.76 TeV**):

1. Model hybrydowy VISHNU = hydrodynamika (z lepkością) + hadronowy model kaskadowy H. Song, S. A. Bass, U. Heinz, arXiv:1103.2380



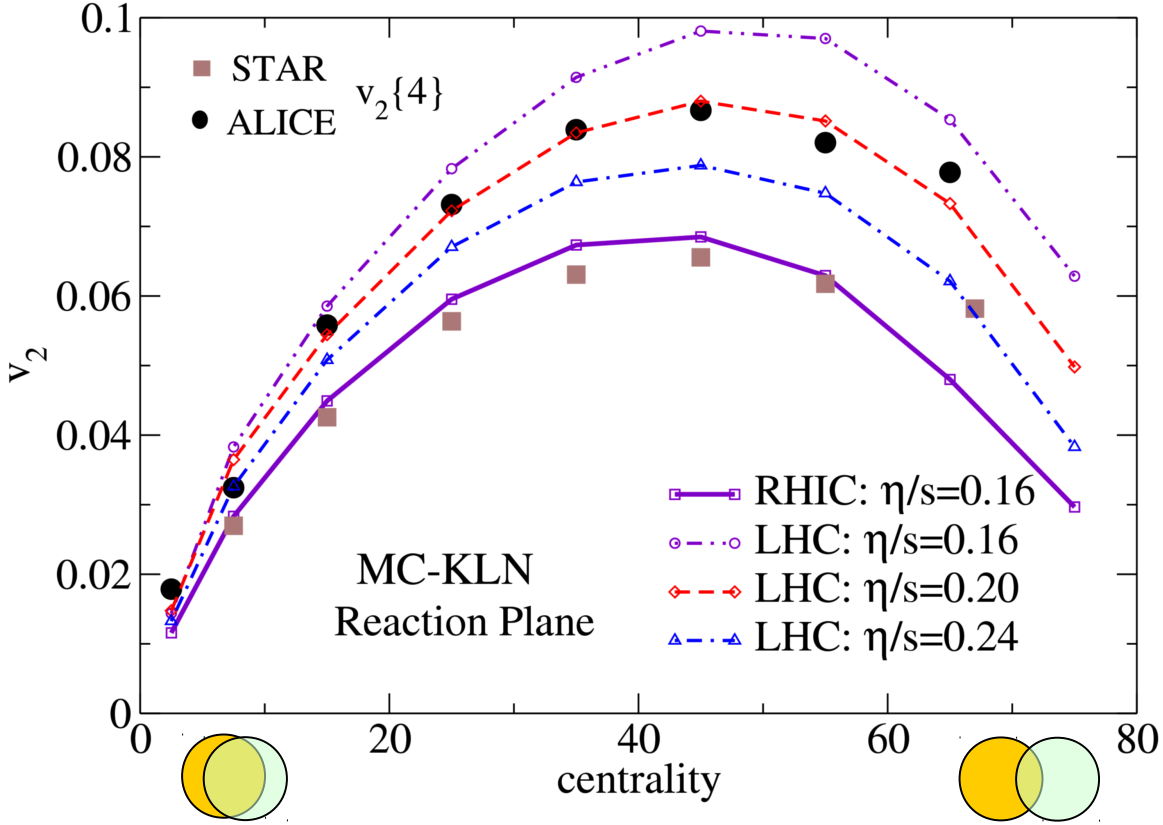
dla tego modelu porównanie z danymi wskazuje na:

η/s ≈ 0.16 (RHIC) oraz

η/s ≈ 0.20 – 0.24 (LHC)

Na tym rys. widać również, wspomniany kilkanaście slajdów wcześniej, 30% wzrost dla LHC (w porównaniu z RHIC) scałkowanego po p_T v_2

arXiv:1103.2380,
arXiv:1108.5323

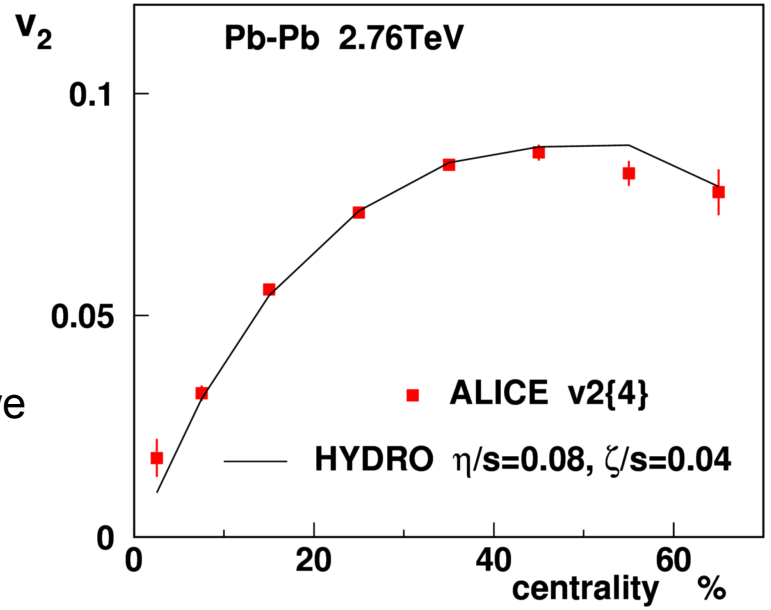


2. Model hydrodynamiczny (shear + bulk viscosity)

P. Bożek, arXiv:1101.1791

Dla tego rysunku **$\eta/s = 0.08$ (LHC)**

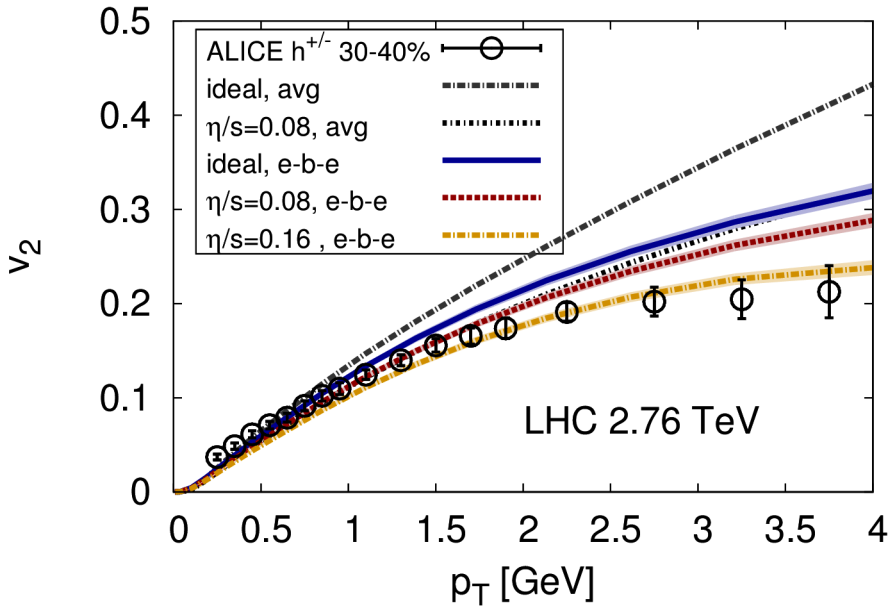
(dane RHIC były tu odtworzone dla takiej samej wartości η/s), ale uwaga: model ma problem z opisaniem różniczkowego flow $v_2(p_T)$ (na rysunku pokazany tylko flow scałkowany po p_T) i poprawienie tych zależności jest możliwe gdyby brać $\eta/s = 0.24$ (takie obliczenia dają ten sam scałkowany flow co obserwowany w danych)



3. Model hydrodynamiczny

B. Schenke, S. Jeon, C. Gale, arXiv:1102.0575

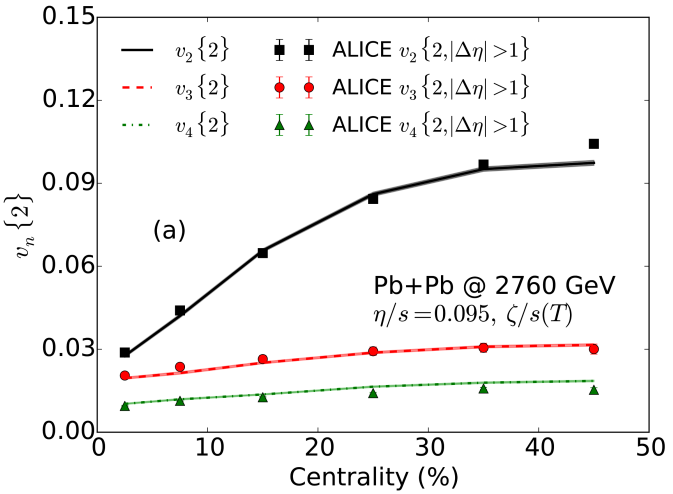
W tym modelu czas termalizacji plazmy dla LHC $\tau_0 = 0.3$ fm/c (dla RHIC zakładali 0.4 fm/c). Model ten pokazuje, że dla LHC przepływ eliptyczny narasta głównie przez pierwszych 5 fm/c czyli głównie w fazie QGP. Tu wartości η/s porównywalne jak przy RHIC

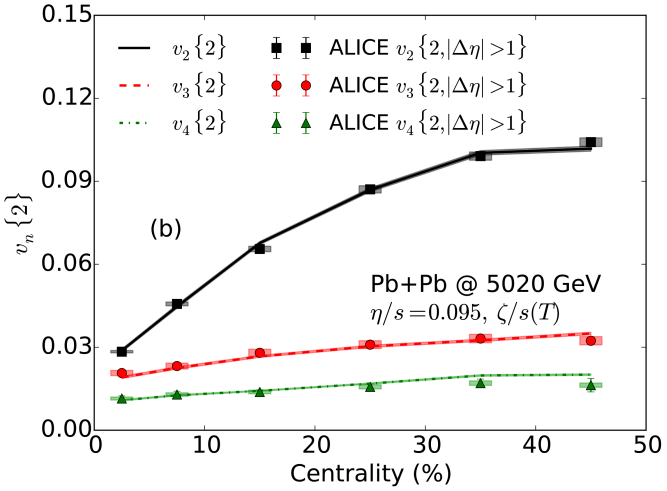


4. Model hydrodynamiczny + kaskada hadronowa

S. McDonald, C. Shen, F. Fillion-Gourdeau, S. Jeon, C. Gale, arXiv:1609.02958

Przewid. modelu z tym samym parametrem η/s = 0.095 dla dwóch energii LHC: **2.76** oraz **5.02 TeV**

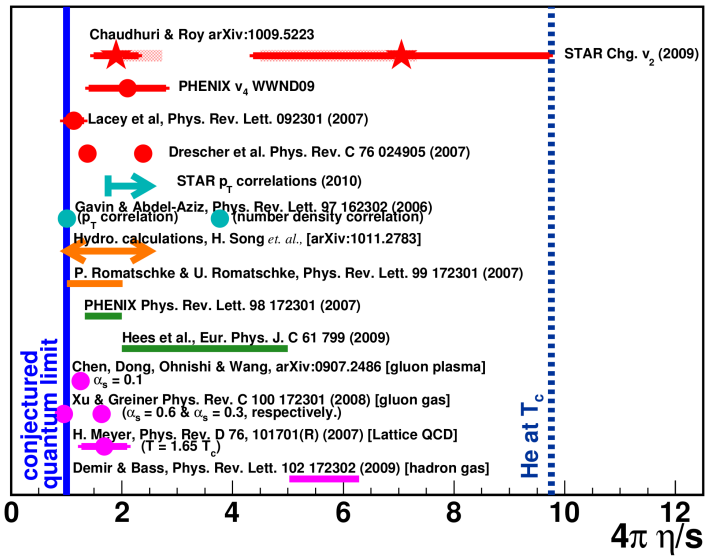


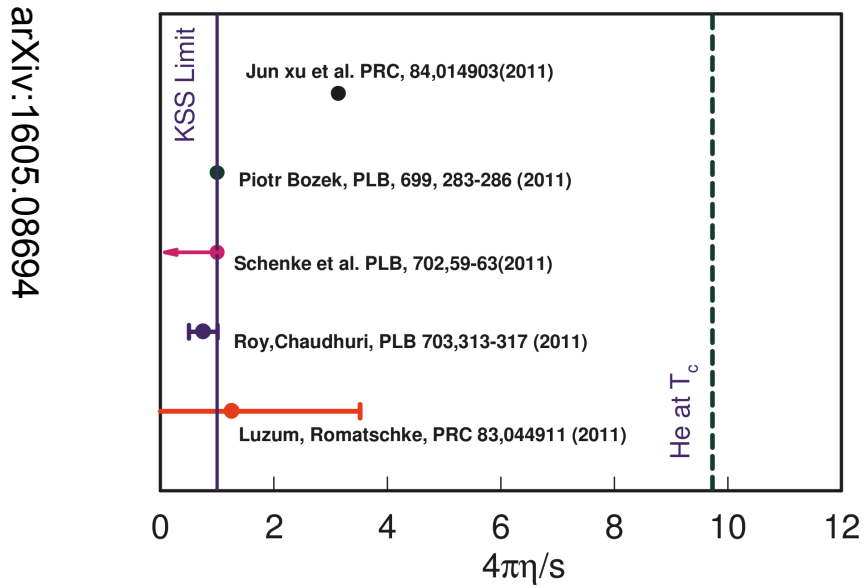


Porównanie η/s dla Au+Au 200 GeV (lewy) oraz Pb+Pb 2.76 TeV (prawy):

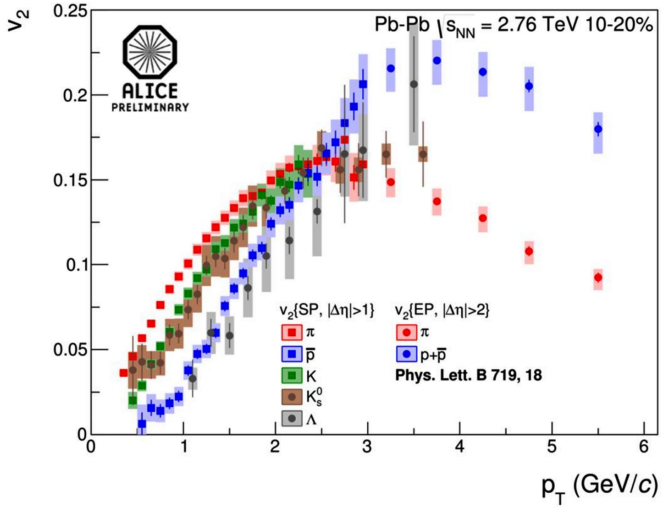
Porównywalne wielkości η/s w RHIC i LHC. Długo oczekiwanej wQGP nie widać również przy LHC... Nadal mamy sQGP. Może w CERN FCC będzie wQGP.

Przypomnienie: dla LHC oczekiwaliśmy, że QGP będzie słabiej związanym systemem (wQGP) z powodu wyższych temperatur, co prowadziłoby do mniejszych wartości v_2 oraz większych η/s niż dla RHIC





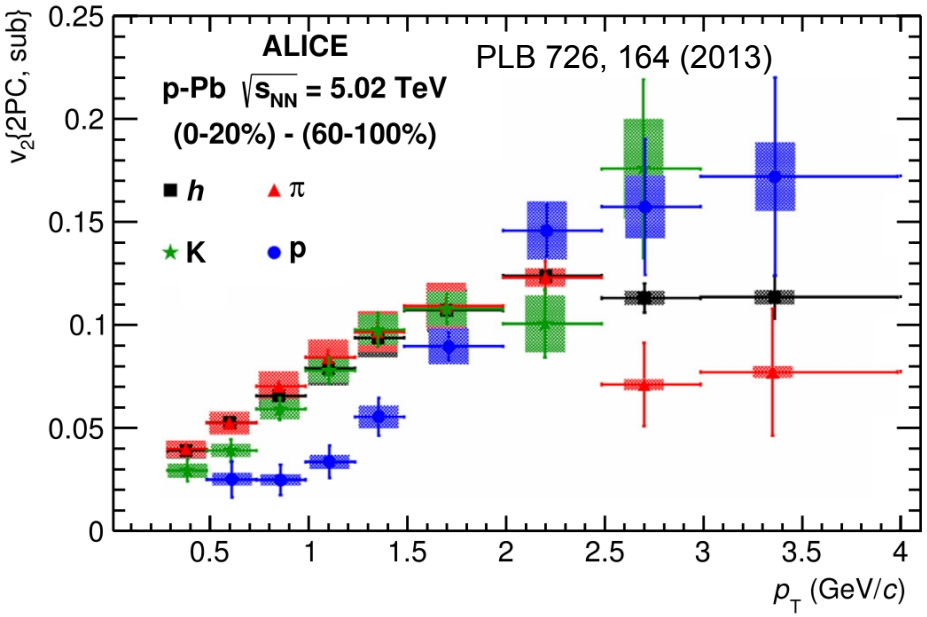
LHC, Pb+Pb



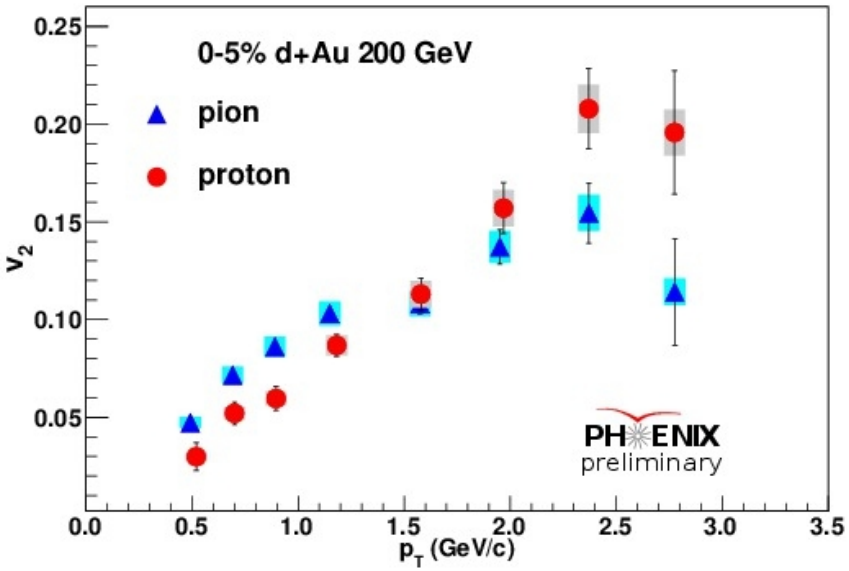
Ciekawe obserwacje: dowody na przepływ kolektywny w małych systemach

- **Hierarchia mas dla v_2 w Pb+Pb** (oraz Au+Au dla top RHIC) jakościowo odtwarzana (przy niskich p_T) przez modele hydrodynamiczne (tu nie pokazane) i rozumiana jako **z powodu przepływu radialnego**; hydro: $v_2 \sim (p_T - \langle v_T \rangle m_T)/T$
- Jakościowo **podobne zachowanie w p+Pb** (oraz d+Au) **o wysokich krotnościach. Czy p+Pb** (d+Au) **płyną?** Zob. też runy 2014/15/16 wyniki dla centr. **^{3}He+Au** i **p+Au**, d+Au (top RHIC) → PHENIX, arXiv:1710.09736 (+ 2107.06634, 2203.09894); STAR, 2312.07464

LHC, centralne p+Pb



top RHIC, centralne d+Au

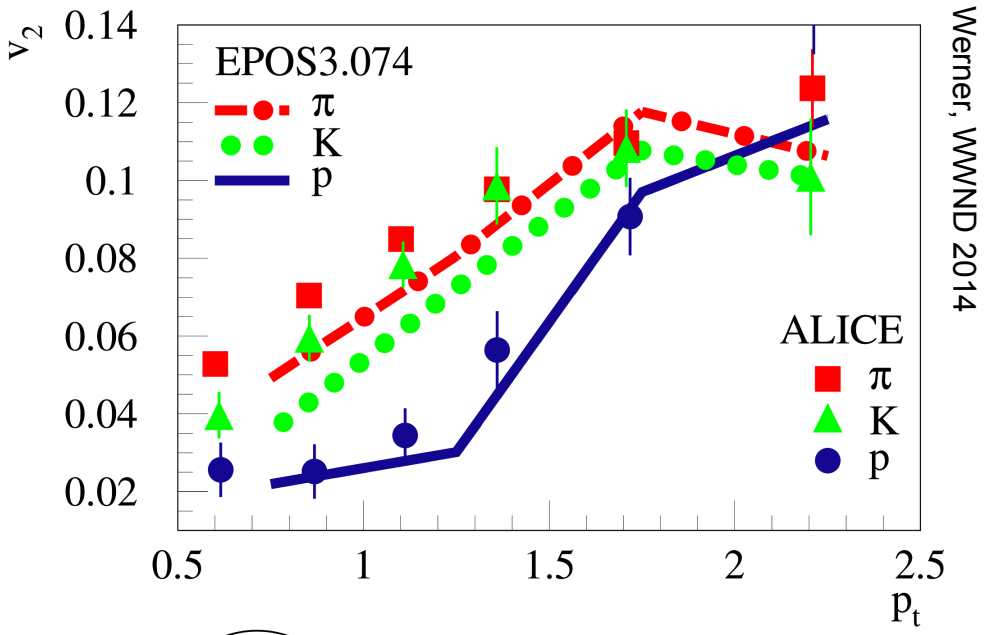


Orjuela-Koop (for PHENIX), WWND 2014 oraz arXiv:1404.7461

Inny dowód na przepływ radialny w p+Pb → wzrost $\langle p_T \rangle$ ze wzrostem masy cząstki i $dN_{ch}/d\eta$ (lub N_{part}) (zob. Loizides, arXiv:1308.1377v2); takie samo zachowanie dobrze znane w Pb+Pb (PRC 88, 044910 (2013)) i odtwarzane przez modele hydrodynamiczne. Dla przepływu radialnego: $\langle p_T \rangle_{(m)} \sim m\, v_T$

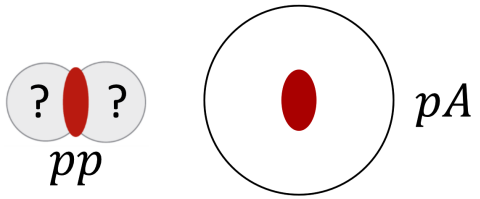
EPOS3, B. Guiot, Y. Karpenko, T. Pierog, K. Werner
arXiv:1312.1233 , arXix:1307.4379

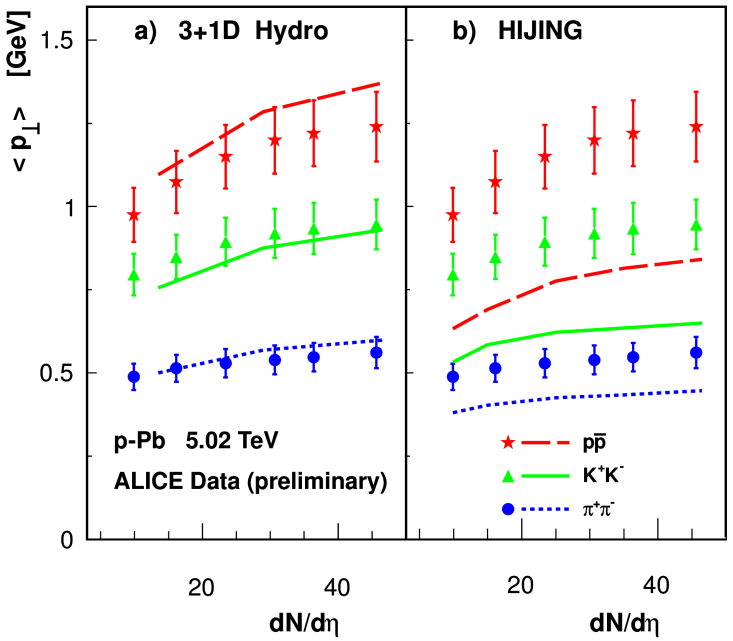
- Initial conditions:
  Gribov-Regge multiple scattering approach,
  elementary object = Pomeron = parton ladder,
  using saturation scale $Q_s \propto N_{part}\,\hat{s}^{\lambda}$
- Core-corona approach
  to separate fluid and jet hadrons
- Viscous hydrodynamic expansion, $\eta/s = 0.08$
- Statistical hadronization, final state hadronic cascade

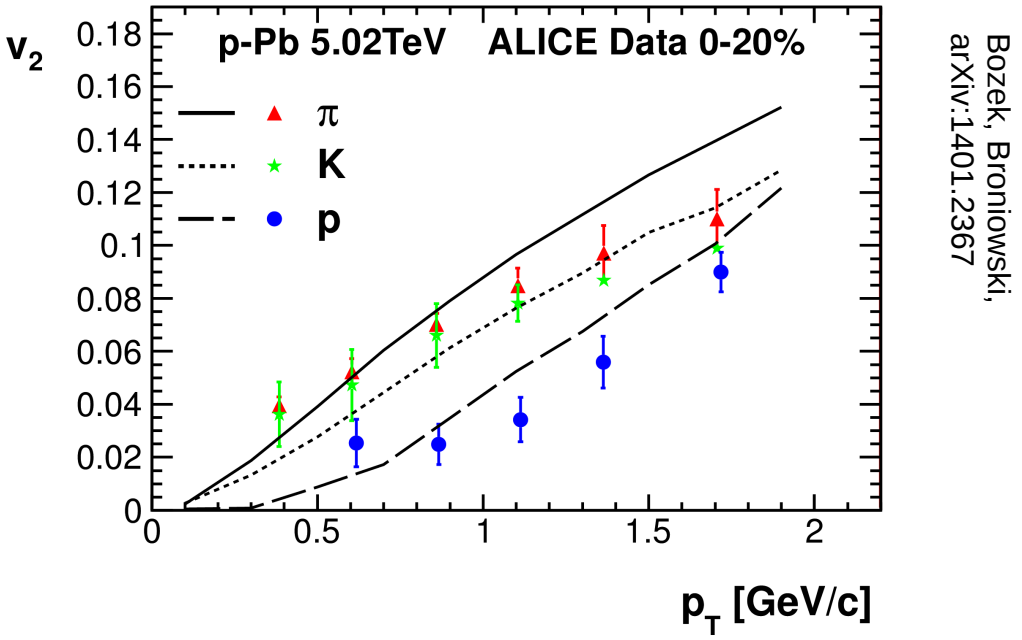


p+Pb, 5.02 TeV. Hierarchia mas, *mass splitting*, (jak w Pb+Pb) z powodu flow

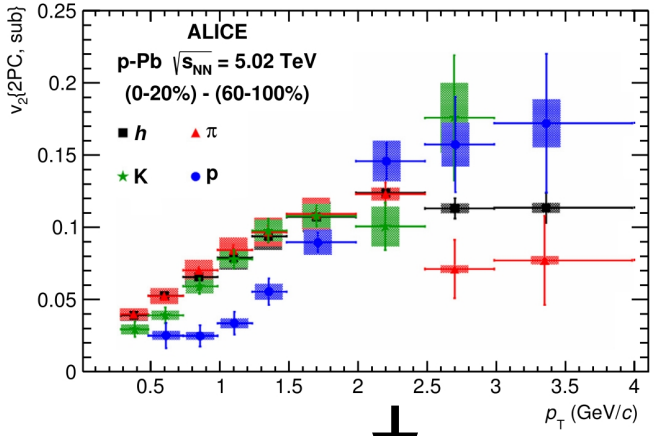
Być może można używać hydrodynamiki do p+p i p+A o wysokich krotnościach. Obszar odddział. jest mały ale gęsty







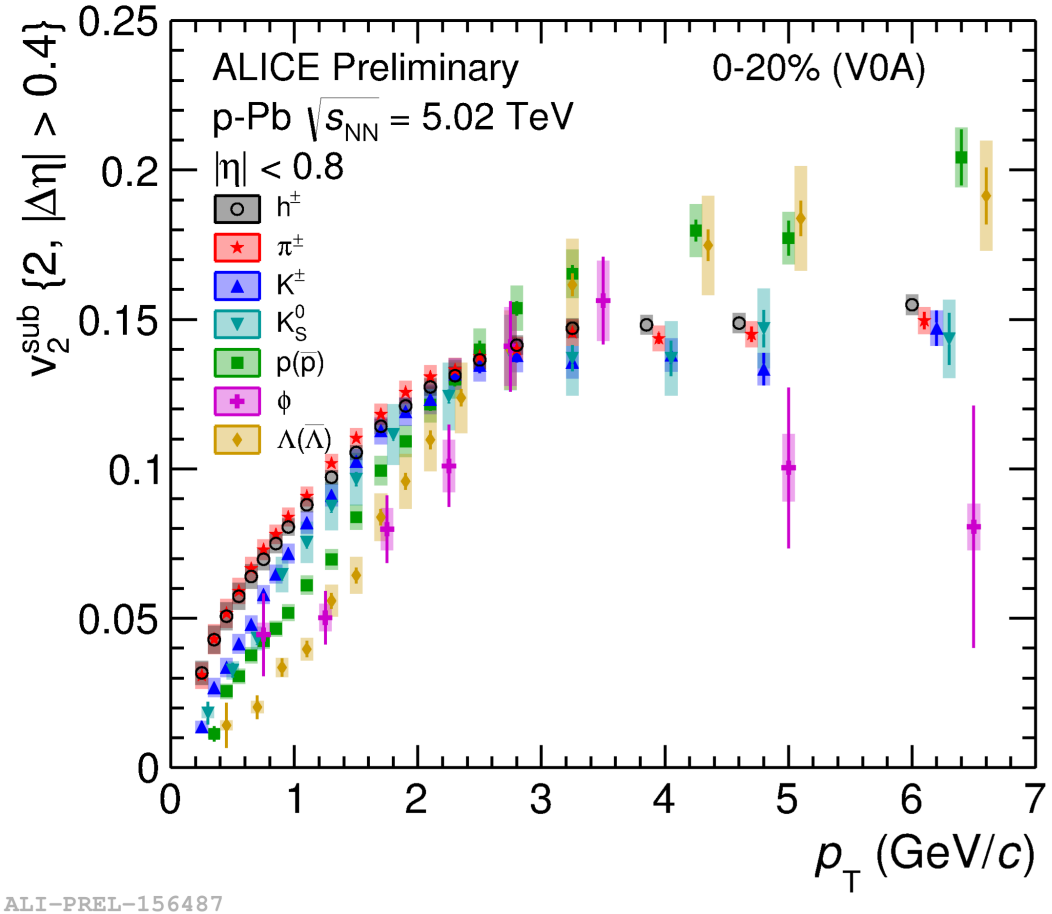
LHC, centralne p+Pb



Rys. dolny lewy: więcej przeanalizowanych cząstek (2018), zachowanie podobne jak w Pb+Pb (hierarchia mas)

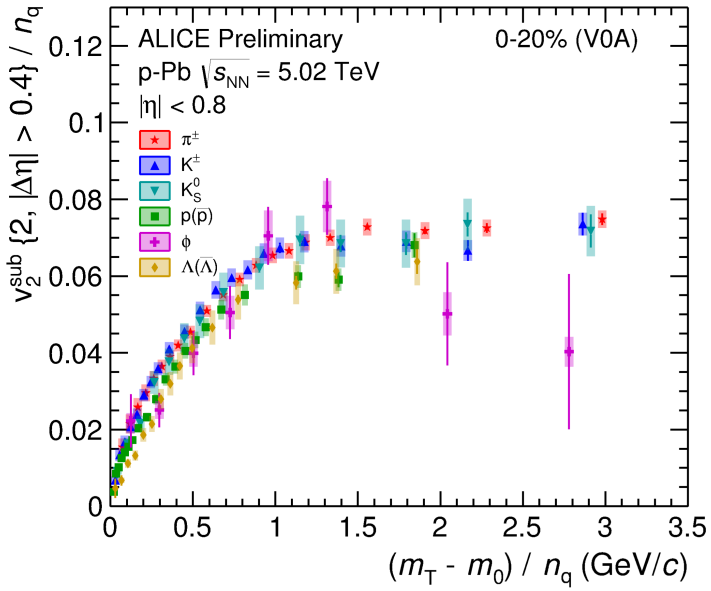
V. Pacik, Nucl. Phys. A982 (2019) 451 [arXiv:1807.04538]

Kolektywne zachowania są obecne w zderzeniach małych systemów o wysokich krotnościach



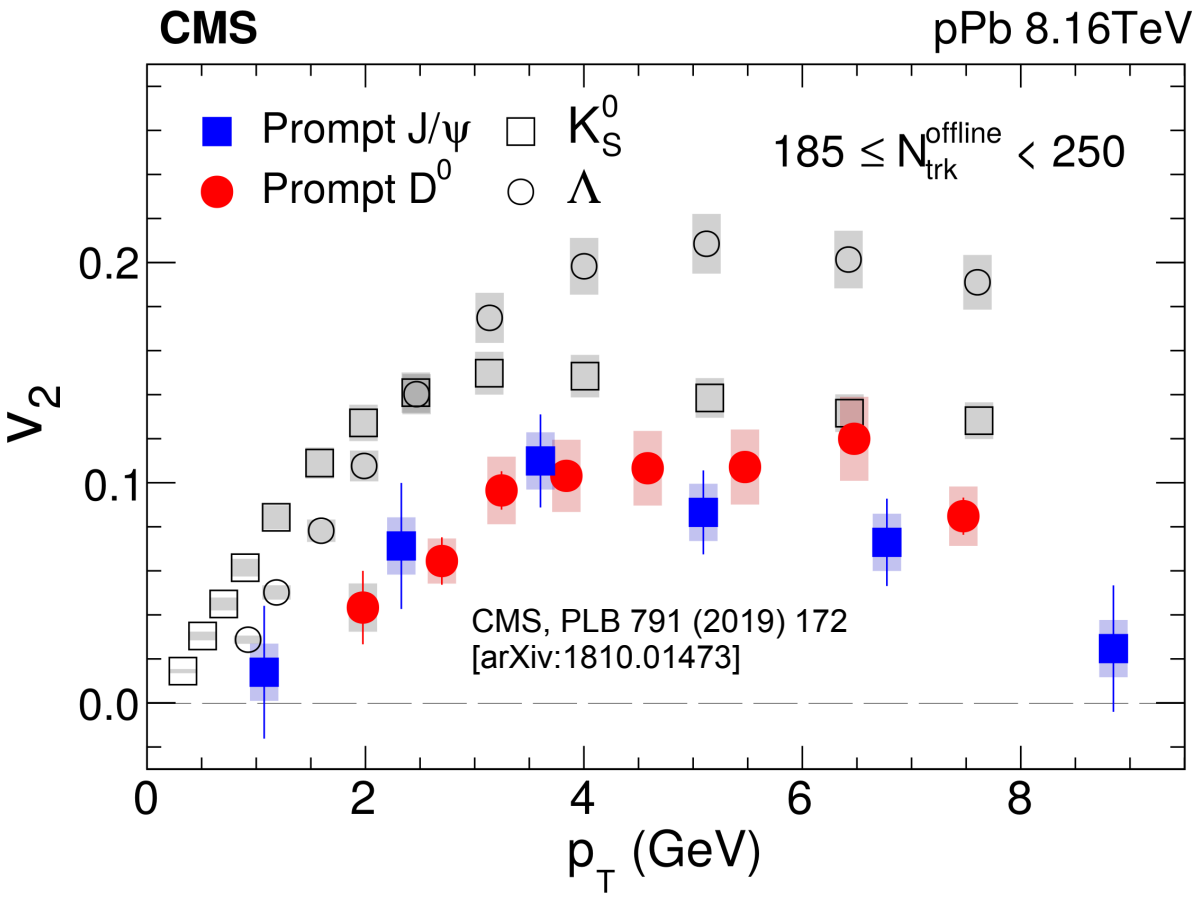
ALI-PREL-156487

Skalowanie v_2 z NCQ dla centralnych zderzeń p+Pb w LHC:

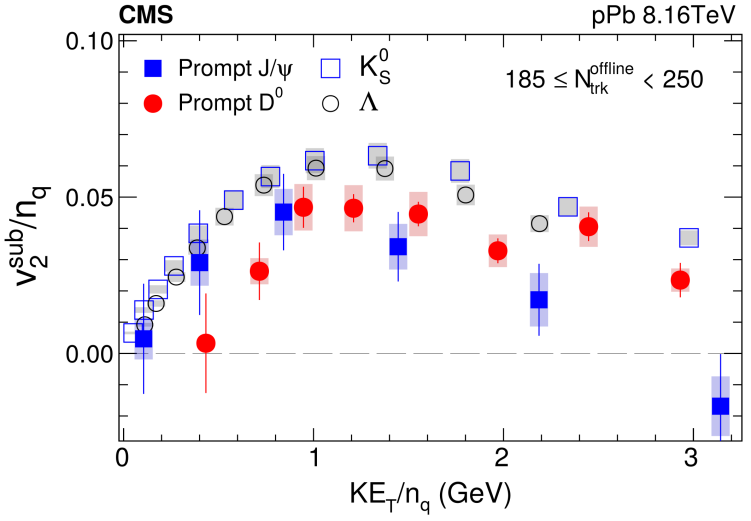


ALI-PREL-156557

Kolejny dowód na przepływ kolektywny w małych systemach: niezerowe wartości v_2 mezonu J/ψ mierzone w zderzeniach p+Pb (LHC) o wysokich krotnościach

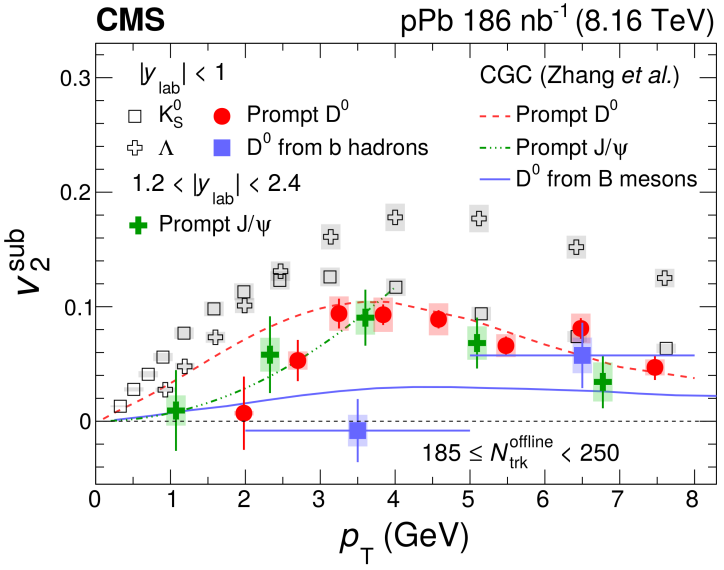


Kolektywność w p+Pb widać ale ze skalowaniem z NCQ jest nieco gorzej (odbiegają cząstki zawierające kwark 'c'):



Mezony D^0 z b-hadronów (v_2 dużo mniejszy niż dla D^0)

CMS, Phys. Lett. B 813 (2021) 136036 [arXiv:2009.07065]

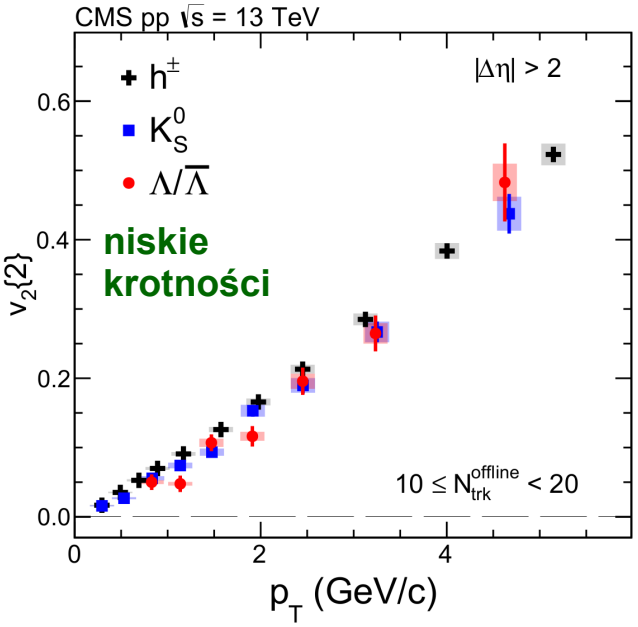


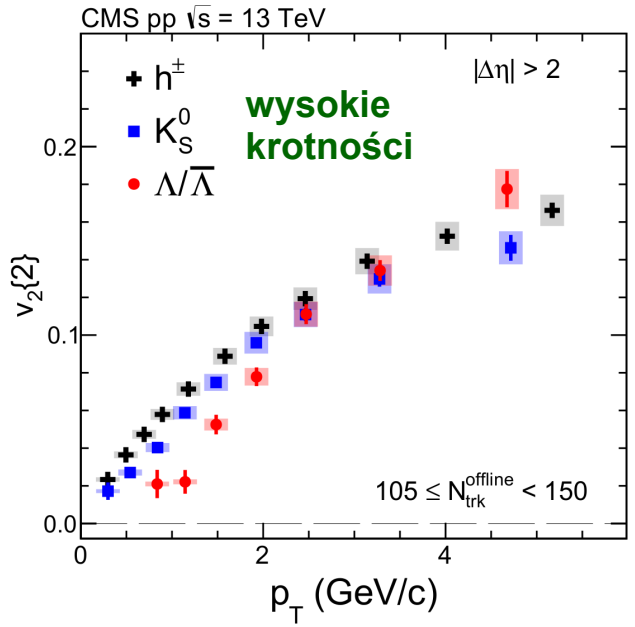
Zob. wyniki v_2 mezonów Υ(1S) w p+Pb przy 8.16 TeV

→ CMS, PLB 850 (2024) 138518 [arXiv: 2310.03233]

Wyniki dotyczące sygnatur przepływu kolektywnego w p+p!

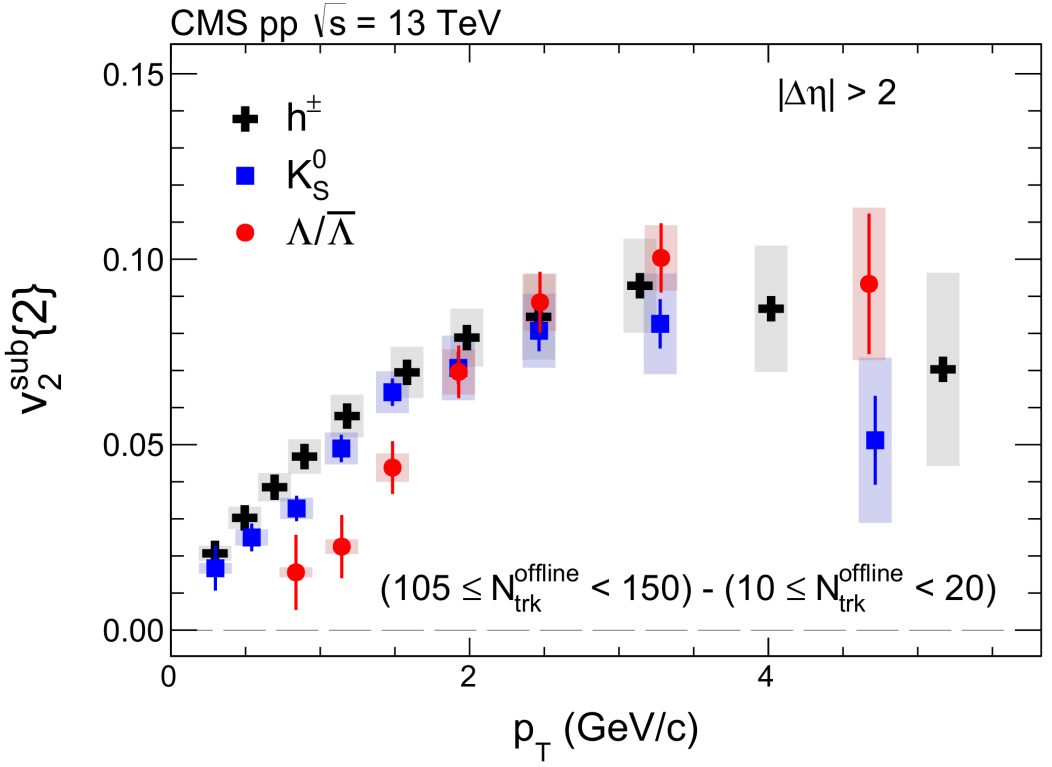
LHC, p+p przy 13 TeV (prawie maksymalna planowana energia)





v_2 uzyskane z dwucząstkowych korelacji w $\Delta\phi$, $\Delta\eta$
CMS, Phys. Lett. B765 (2017) 193 [arXiv:1606.06198]

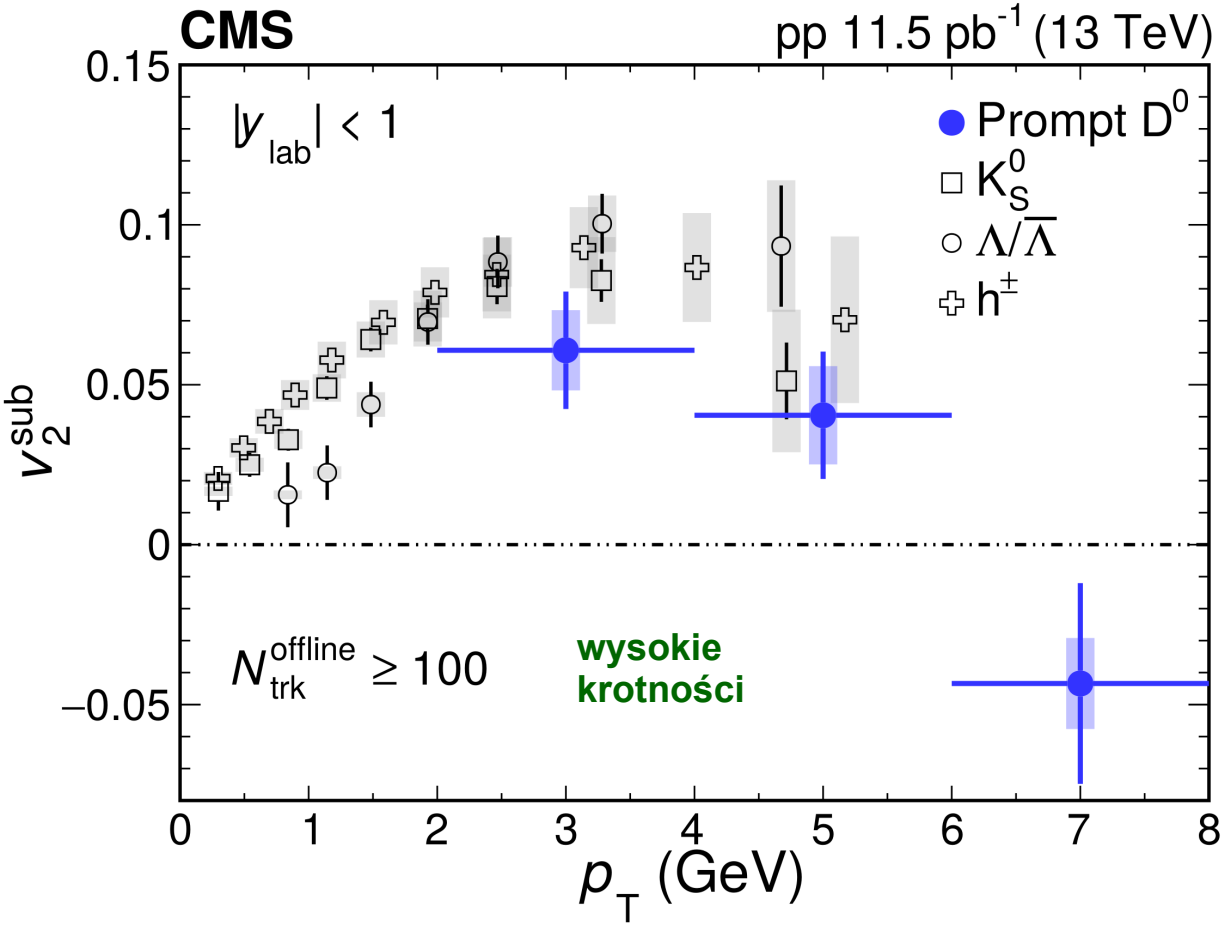
Hierarchia mas dla v_2 w p+p (LHC) o wysokich krotnościach!



Zob. też wyniki ALICE dla p+Pb (5.02 TeV) oraz p+p (13 TeV) o wysokich krotnościach w ALICE, arXiv:2411.09323

Wyniki dotyczące sygnatur przepływu kolektywnego w p+p!

LHC, p+p przy 13 TeV (prawie maksymalna planowana energia)



Dodatkowo wyniki D^0 w p+p

v_2 cząstek D^0 w zderzeniach p+p o wysokich krotnościach porównywalne z lekkimi zapachami

CMS, Phys. Lett. B 813 (2021) 136036 [arXiv:2009.07065]

Zob. też wyniki ATLAS, Phys. Rev. Lett. 124 (2020), 082301 [arXiv:1909.01650]: v_2 mionów z rozpadów c-hadronów (niezerowe wartości) oraz b-hadronów (zgodne z zerem) w **p+p przy 13 TeV**

v_2 cząstki J/ψ w zderzeniach p+p o wysokiej krotności (13 TeV) – zgodne z zerem
→ M. Coquet (for ALICE), PoS ICHEP2022 (2022) 444 [arXiv:2211.13504];
V. V. Torres (for ALICE), PoS ICHEP2024 (2025) 612 [arXiv:2411.15017]

Rozmiary źródeł emitujących cząstki

Interferencja – dobrze znane zjawisko związane z superpozycją dwóch lub więcej fal

1. **Obraz dyfrakcyjny** – np. rezultat interferencji amplitud dwóch fal które poruszają się po różnych drogach (pochodzą z dwóch szczelin) i spotykają się w jednym punkcie w detektorze
2. Inne zjawisko interferencji – **interferencja intensywności** kiedy identyczne cząstki są rejestrowane w różnych czasowo-przestrzennych punktach (lub w różnych punktach energii-pędu)

Ten nowy rodzaj interferencji (2) (teoria interferencji intensywności) został zaproponowany w latach 50-tych: **interferometria HBT (Hanburry-Brown, Twiss)**
Hunbury-Brown and Twiss, Nature 178, 1046 (1956)

Metoda **pierwszy raz zastosowana w astronomii do określenia rozmiarów kątowych gwiazd (z emisji kwantów γ) $\Rightarrow$ interferencja intensywności fotonów. Obserwacje: zachowanie emitowanych fotonów jest konsekwencją statystyki Bose-Einsteina**

Najważniejszym wynikiem eksperymentów HBT w latach 50-tych było pokazanie, że dwie kwantowo nierozróżnialne ale różne cząstki mogą powodować efekt interferencyjny. Metoda ta różni się od klasycznej interferometrii tym, że nie wykorzystuje się (nie zawsze dostępnej) informacji o fazie rejestrowanych cząstek

Pierwotne obserwacje były robione w astronomii i dla fotonów ale efekt jest uniwersalny $\Rightarrow$ **może być stosowany do jakichkolwiek emitujących źródeł** $\Rightarrow$ fizyka cząstek/ciężkich jonów też

Tak więc **interferencja np. identycznych pionów (tego samego znaku) – w analogii do HBT z astronomii – narzędzie do analizy czasowo-przestrzennych rozmiarów emitujących źródeł**

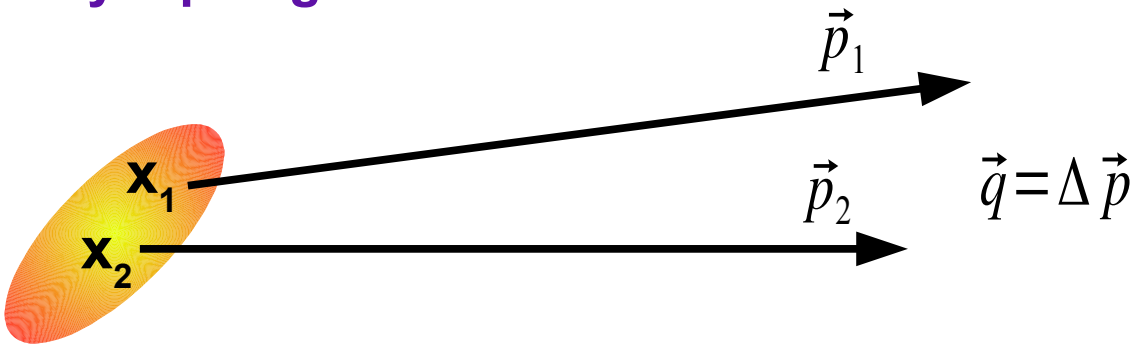
Oryginalnie zaproponowany **efekt HBT dotyczy emisji kwantów γ ze źródła i jest spowodowany statystyką kwantową:**

1. W przypadku identycznych bozonów (np. γ) mamy „przyciąganie” (korelację) między identycznymi cząstkami w przestrzeni fazowej
2. W przypadku identycznych fermionów – przeciwnie – mielibyśmy „odpychanie” (antykorelację) między cząstkami

→ o tym jeszcze później

Pomiar rozmiarów źródeł rzędu 10^{-15} m oraz czasów emisji rzędu 10^{-23} s – nie da się tego zrobić żadnymi „klasycznymi” metodami

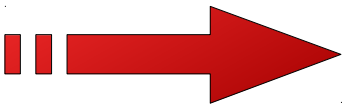
Na czym polega metoda HBT?



różnice pędów ⇒ rozmiary emitujących źródeł

Emisja identycznych cząstek o pędach $\mathbf{p}_1$ i $\mathbf{p}_2$ z punktów $\mathbf{x}_1$ i $\mathbf{x}_2$. Jeśli mamy odpowiednio dużo takich par cząstek to badanie tzw. **funkcji korelacyjnej** pozwala na poznanie rozmiarów źródła emisji, dzięki pomiarowi wektora **q** (różnicy pędów). Eksperymentalnie: mierzymy różnice pędów między cząstkami

Co to jest ta funkcja korelacyjna?



Terminologia i metoda HBT:

Dwucząstkowa funkcja korelacji $\bar{C}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ mierzona jest dla par identycznych cząstek jak np. $\pi^+\pi^+, \pi^-\pi^-, K^+K^+$

$$\bar{C}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{\langle n(\vec{p}_1, \vec{p}_2)\rangle}{\langle n(\vec{p}_1)\rangle\langle n(\vec{p}_2)\rangle} \quad \text{lub} \quad \bar{C}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{d^6N}{dp_1^3 dp_2^3} \Big/ \frac{d^3N}{dp_1^3}\frac{d^3N}{dp_2^3}$$

$n(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ - liczba par cząstek z pędami $\vec{p}_1$ i $\vec{p}_2$

$n(\vec{p})$ - liczba cząstek z pędem $\vec{p}$

Można dokonać zamiany zmiennych:

$\vec{k} = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$ średni pęd

$\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$ różnica pędów

i zdefiniować funkcję:

$C(\vec{k}, \vec{q}) = \bar{C}(\vec{k} + \vec{q}/2, \vec{k} - \vec{q}/2)$

inne oznaczenia na f. korel.
C_2 lub $C_2(\vec{q})$ lub $C(\vec{q})$

Bardzo często używa się pojęcia **prawdopodobieństwa** zaobserw. pary cząstek o danych pędach dzielonego na prawdop. jednej razy prawd. drugiej cząstki przy założeniu, że cząstki nie są skorelowane (np. pochodzą z różnych przypadków)

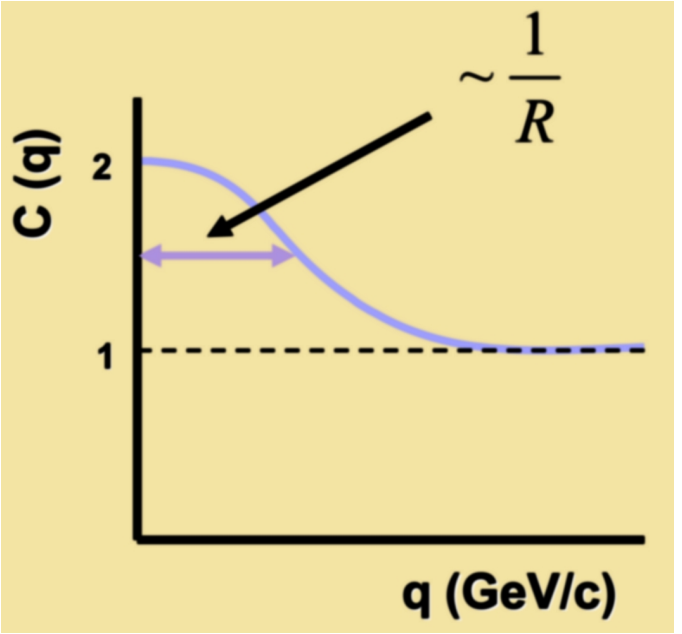
$$\bar{C}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{P_2(\vec{p}_1, \vec{p}_2)}{P_1(\vec{p}_1)P_1(\vec{p}_2)}$$

1. Jeśli $\vec{q}$ staje się b. duże (dla ustalonej wartości $\vec{k}$) korelacja między cząstkami jest gubiona i $C(\vec{k},\vec{q})$ zbliża się do 1
2. Dla ident. bozonów przy małych różnicach pędu funkcja korelacyjna powinna dążyć do 2 (z powodu efektów interferencji Bose-Einsteina)

$\Rightarrow$

3. Otrzymujemy charakterystyczny spadek funkcji ze wzrastającymi wartościami $|\vec{q}|$
Ten **kształt niesie informacje o rozmiarach emitującego źródła**; kształt jest mierzony w momencie kiedy obserwowane cząstki przestają oddziaływać czyli **w momencie wymrożenia termicznego**

Rys. wykł. J. Pluta



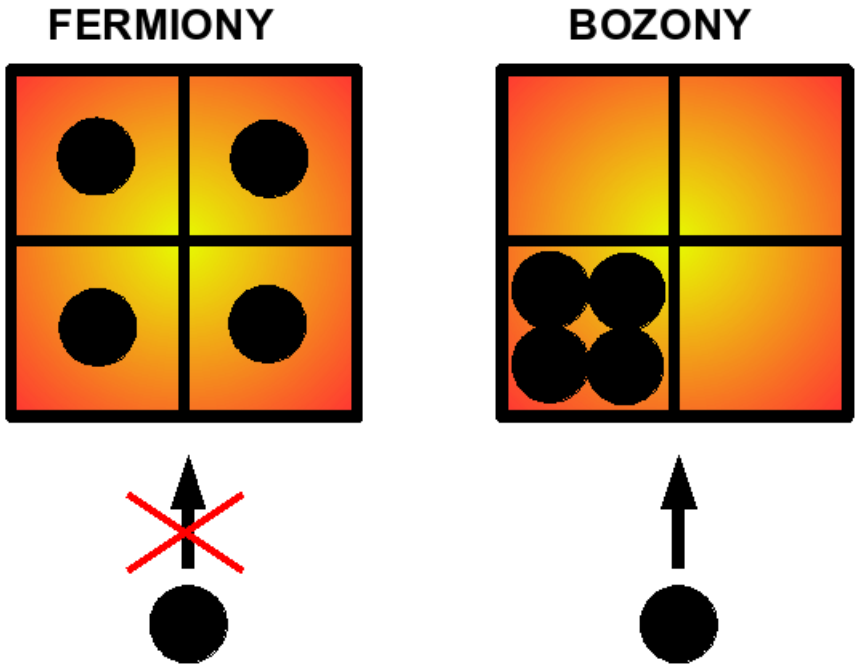
Najprostsza funkcja korelacyjna zaproponowana przez Goldhaber et al. (1959) – zakładająca źródło w postaci kulki:

$C(q) = 1 + \exp(-q^2 R^2)$

Sama idea pozostała, tylko **obecnie robi się to w 3 wymiarach**

Skąd się bierze taki (pop. strona) kształt funkcji korelacyjnej?

Kształt funkcji korelacyjnej w dużej mierze jest efektem statystyki kwantowej (Bose-Einsteina lub Fermiego-Diraca)



Fermiony – cząstki o spinie połówkowym (1/2, 3/2, ...) podporządkowują się regule Pauliego (zakaz współistnienia w identycznym stanie w tym samym miejscu), **podlegają statystyce Fermiego-Diraca**. Leptony i kwarki (spin = 1/2), bariony (spin = 1/2, 3/2, ...)

Bozony – cząstki o spinie całkowitym (0, 1, 2, ...), ignorują zakaz Pauliego, **podlegają statystyce Bose-Einsteina**. Nośniki sił (spin=1 z wyjątkiem grawitonu), mezony (spin = 0, 1, 2, ...)

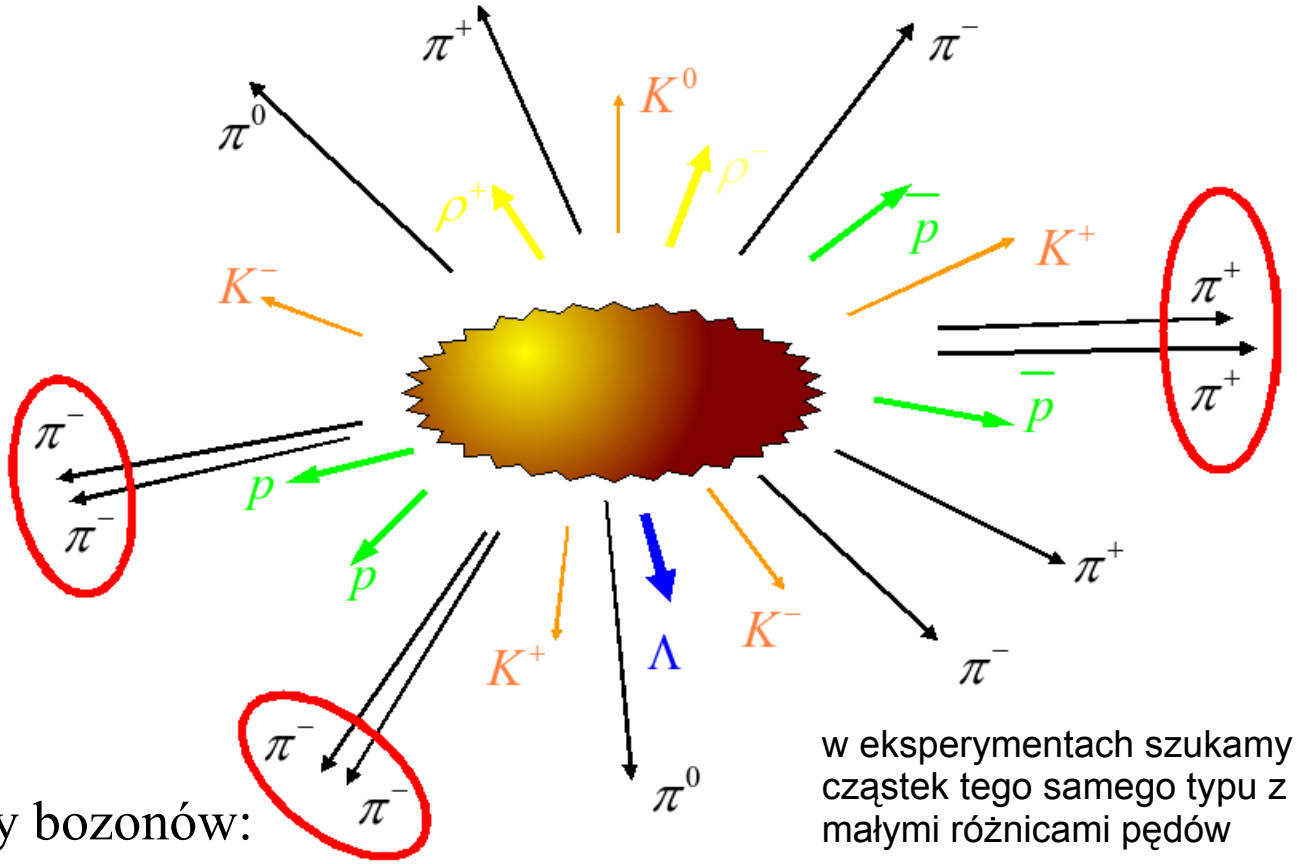
Statystyka BE zwiększa prawdopodobieństwo znalezienia więcej niż jednej cząstki w danym stanie kwantowym (przy b. niskich *T* mamy kondensat BE – wszystkie bozony zajmują ten sam, najniższy, poziom energetyczny a ich f-cje falowe w pełni się przekrywają)

Funkcja falowa dwóch identycznych bozonów musi być symetryczna względem zamiany cząstek, to powoduje, że:

Dla identycznych bozonów (te same ładunki !) symetria wymagana przez statystykę BE powoduje zwiększoną produkcję bozonów z małymi różnicami pędów →

Tak więc identyczne bozony „wolą” produkować się blisko siebie – czyli z małymi różnicami w pędzie (identyczne fermiony wręcz przeciwnie). To powoduje charakterystyczne wzmocnienie w funkcji korelacyjnej dla małych różnic pędu.

Korelacje Bose–Einsteina (efekt czysto kwantowy) – obserwacja, że charakterystyczną cechą bozonów jest ich tendencja do pojawiania się w większej ilości w tym samym stanie



w eksperymentach szukamy par cząstek tego samego typu z małymi różnicami pędów

Dla identycznych bozonów moduł z funkcji falowej pary bozonów:

$$\left|\psi(\vec{q},\vec{r}\,)\right|^2 = 1+\cos(\vec{q}\,\vec{r}\,)$$

f-cja korelacyjna $C(\vec{q}\,) = \langle|\psi|^2\rangle = 1+\langle\cos(\vec{q}\,\vec{r}\,)\rangle$

$\vec{q}\to 0 \Rightarrow C(\vec{q}\,)\to 2$

$\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \qquad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

W ogólności można użyć również korelacji między 3 i więcej cząstkami (patrzymy na małe różnice pędów we wszystkich kombinacjach par cząstek). Przykład użycia korelacji trzech pionów (małe tło nie-femtoskopowe), razem z wzorem na kształt funkcji korelacyjnej np. w pracy STAR, arXiv:nucl-ex/0306028 lub ALICE, arXiv:1404.1194. Korelacje 3- oraz 4-cząstkowe w: ALICE, arXiv:1512.08902

W większości pomiarów HBT używa się **specyficznego układu odniesienia:**
(tzw. **układ LCMS** – Longitudinal co-moving system)

oś z (***long*** *axis, longitudinal axis*)
– wzdłuż osi zderzenia

osie x i y – zdefiniowane **oddzielnie dla każdej pary** cząstek (!)

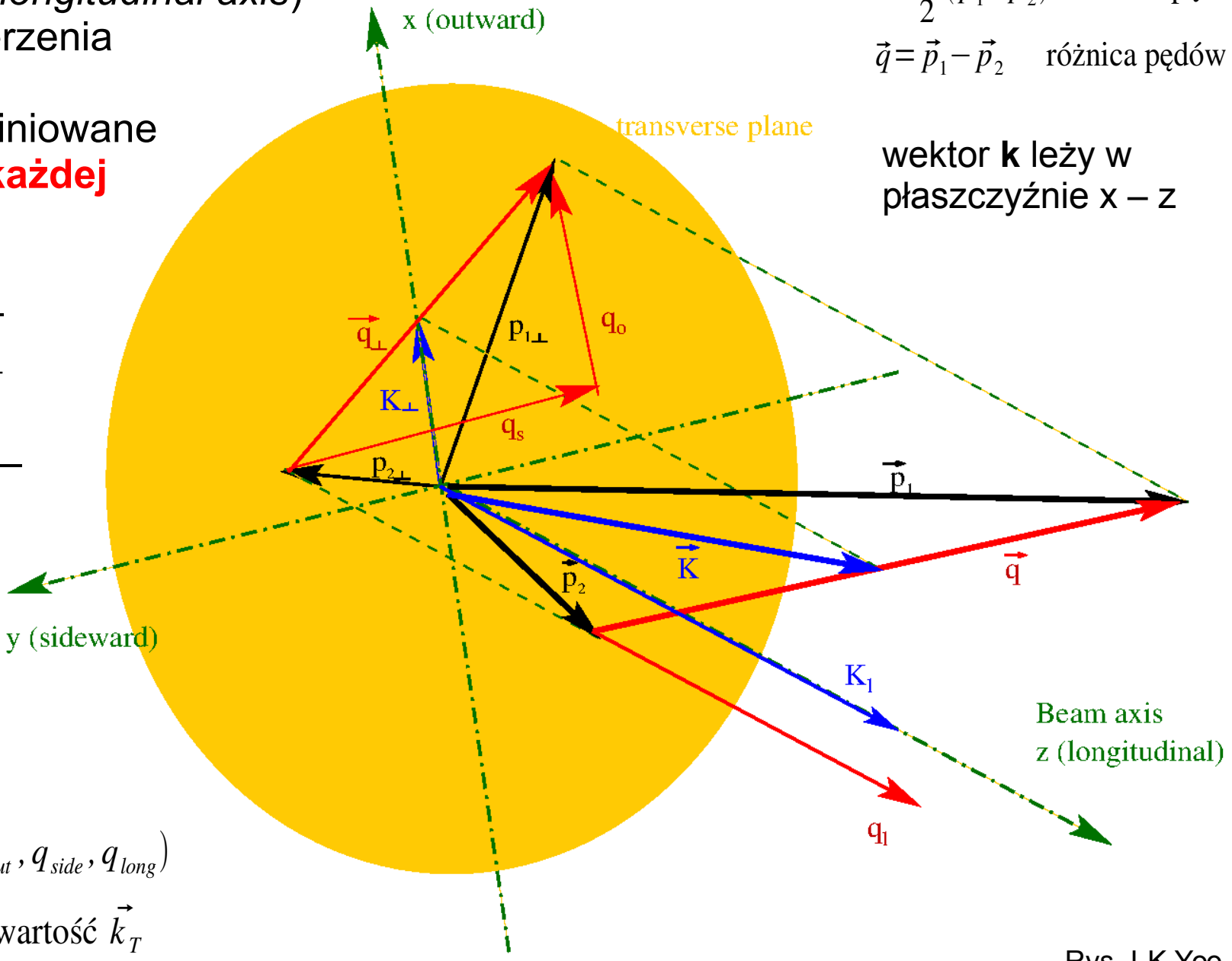
oś x (***out*** *axis*) – równoległa do k_T

oś y (***side*** *axis*) – prostopadła do *long* i *out*

$\vec{k}=\frac{1}{2}(\vec{p}_1+\vec{p}_2)$ średni pęd

$\vec{q}=\vec{p}_1-\vec{p}_2$ różnica pędów

wektor **k** leży w płaszczyźnie x – z



pęd względny $\vec{q}=(q_{out}, q_{side}, q_{long})$

$k_T=\frac{1}{2}\left|\vec{p_{T,1}}+\vec{p_{T,2}}\right|$ to wartość $\vec{k}_T$

Rys. I-K Yoo

Jak otrzymać funkcję korelacyjną w eksperymencie?

Wybieramy rodzaj cząstek do analizy np. ujemne piony i będziemy łączyć je w pary pionów (każdy pion z każdym). Dla każdej pary znajdujemy jej różnicę pędów ale będą nas interesowały właściwie tylko pary z małymi różnicami pędów

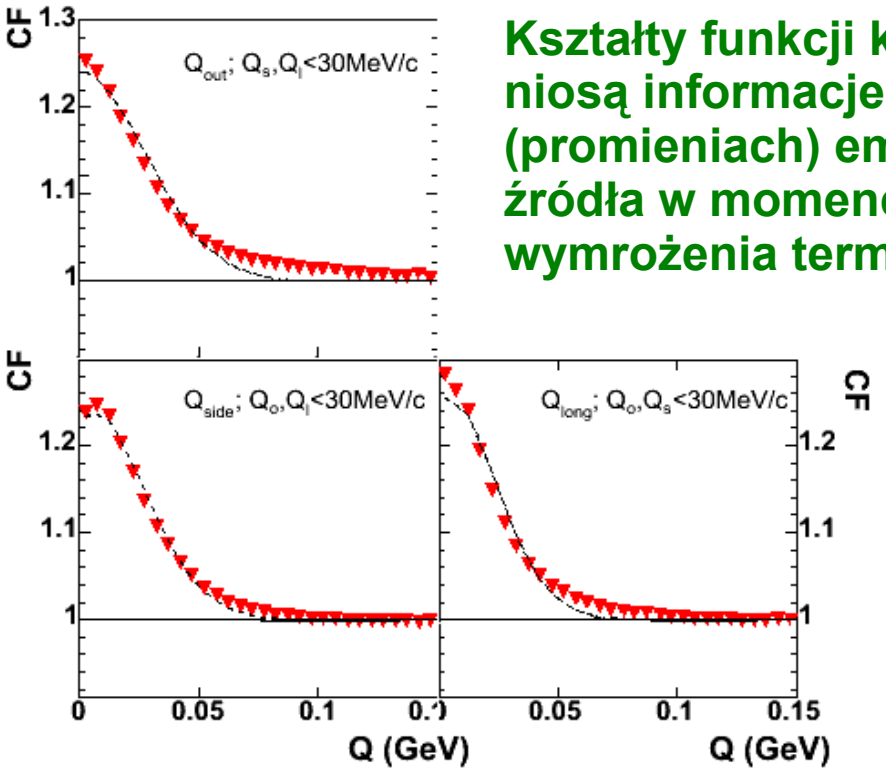
S – rozkład-sygnał jest otrzymany poprzez korelację wszystkich pionów z tego samego zderzenia/przypadku (pary pionów)

B – rozkład-tło jest zwykle otrzymywany przez korelację pionów pochodzących z różnych przypadków (piony z jednego zderzenia A+A łączymy w pary i liczymy **q** nie z samymi sobą w tym samym zderzeniu tylko z listą pionów z np. drugiego zderzenia A+A)

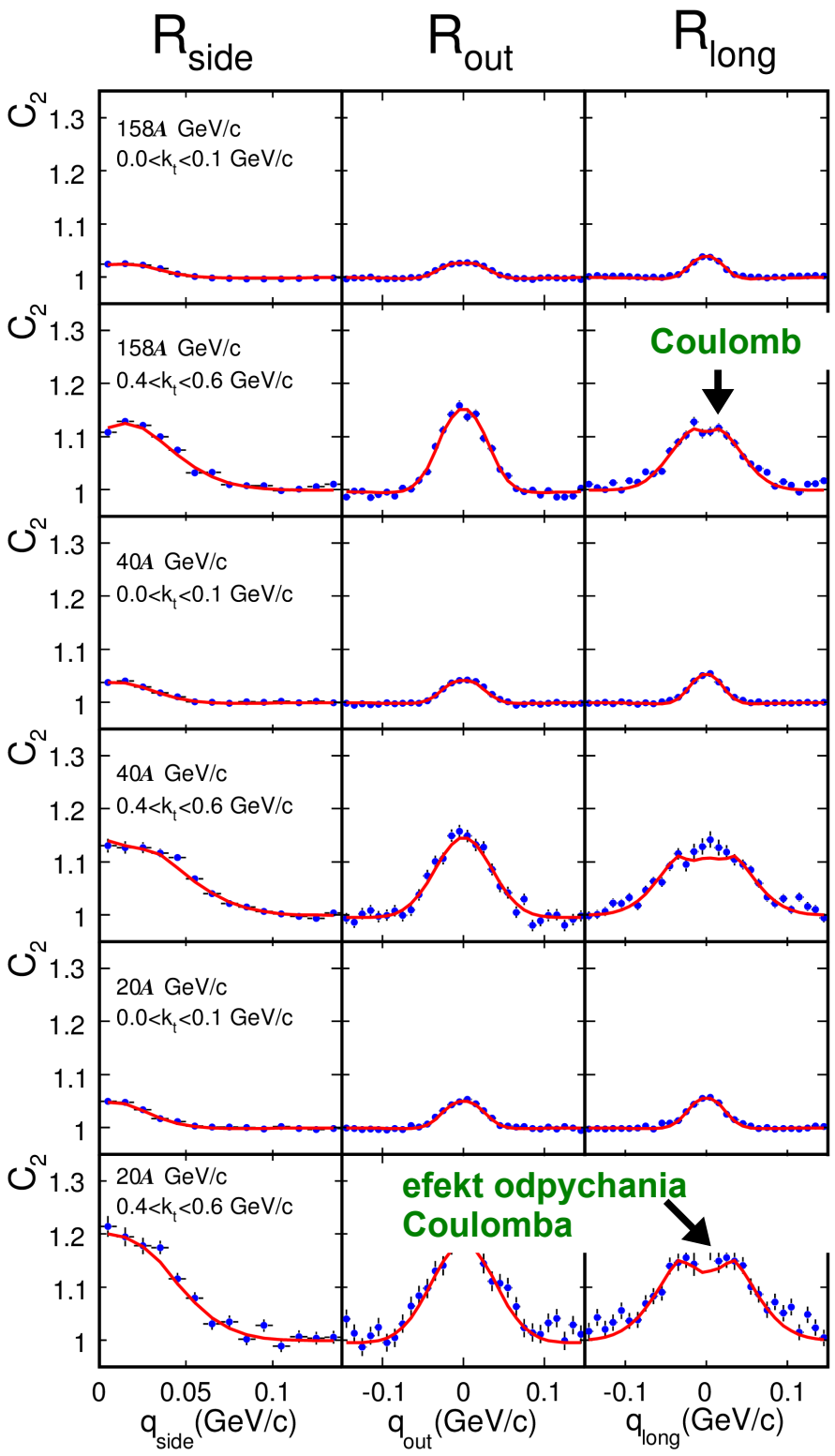
$$C(\vec{q}) = \frac{S(\vec{q})}{B(\vec{q})} = \frac{real\ event\ pairs}{mixed\ event\ pairs}$$

czyli histogram $\vec{q}$ dla sygnału jest dzielony przez histogram $\vec{q}$ dla tła

W ogólności funkcja korelacyjna jest trójwymiarowa więc trzeba rzutować ją na różne osie



Kształty funkcji korelacyjnej niosą informacje o rozmiarach (promieniach) emitującego źródła w momencie wymrożenia termicznego



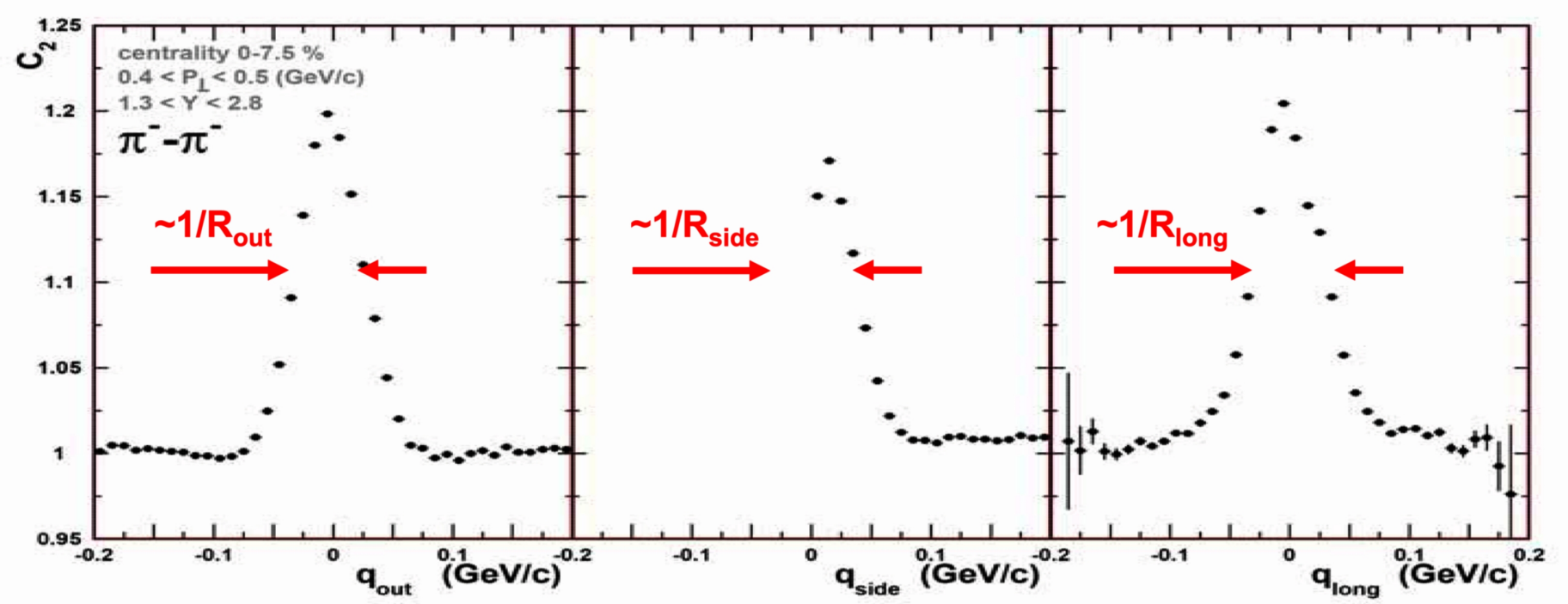
pęd względny $\vec{q}=(q_{out}, q_{side}, q_{long})$
k_T to wartość $\vec{k}_T$

Przykłady kształtu funkcji korelacyjnej dla identycznych pionów (projekcje na składowe q_{side}, q_{out} lub q_{long}) mierzone w eksperymencie NA49 przy SPS (obszar mid-rapidity, rysunki dla małych i dużych k_T)

Dane dla różnych energii i różnych przedziałów k_T

Funkcja korelacyjna dąży do 1 dla dużych różnic pędów (**q**). Tak więc efekty korelacyjne widoczne są jedynie na poziomie małych różnic pędów (cząstki blisko siebie)

Dla małych różnic pędów (**q**) **funkcja korelacyjna nie osiąga 2** – tak jak byłoby w przypadku samych korelacji Bose-Einsteina ⇒
Musi być coś jeszcze poza statystyką kwantową (tu: BE)



Przykład kształtu funkcji korelacyjnej w eksperymencie CERES – dane Pb+Au, top SPS
Tu również widać, że **dla małych różnic pędów** (**q**) **funkcja korelacyjna nie osiąga 2**

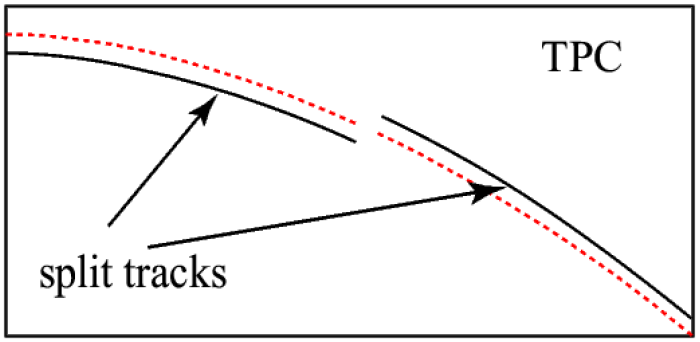
Jakie efekty prowadzą do otrzymywanego ostatecznie kształtu funkcji korelacyjnej:

1. **Efekty statystyki kwantowej** (Bose-Einsteina lub Fermiego-Diraca)
2. **Oddziaływania w stanie końcowym** (**F**inal **S**tate **I**nteractions) np.
   - 2.1 Efekty oddziaływania Coulombowskiego
   - 2.2 Efekty oddziaływań silnych
3. **Efekty detektorowe** np. ograniczona rozdzielczość pędowa, zła identyfikacja, tzw. split tracki (podzielone ślady), merging

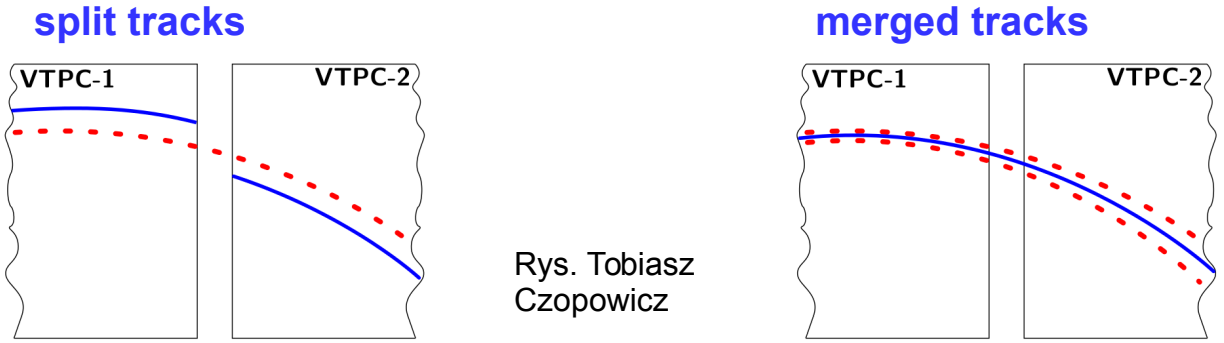
Dwa ważne efekty detektorowe:

a) ***Splitting*** **(podwajanie torów)** gdy jedna cząstka zostaje błędnie zrekonstruowana jako dwa leżące blisko siebie tory – **zawyża wartość funkcji korelacyjnej** C dla małych q. Jak się tego pozbyć: np. odrzucenie par cząstek które współdzielą więcej niż pewną ustaloną liczbę klastrów (np. jeden klaster w ALICE), liczba klastrów na śladzie dzielona przez maksymalną (hipotetyczną) liczbę klastrów dla śladu (wynikająca z geometrii toru) > 0.5 (NA49, NA61/SHINE)

b) ***Merging*** **(łączenie torów)** gdy dwa blisko siebie leżące tory zostaną błędnie zrekonstruowane jako jeden – **zaniża wartość funkcji korelacyjnej** C dla małych q. Pozbycie się: np. wyznacza się minimalną odległość śladów dla której dana para jest akceptowana



← Rys. we wszystkich analizach korelacyjnych (nie tylko HBT) należy bardzo uważać na podzielone ślady (**split tracki**) → z definicji mają bardzo podobne pędy → sztuczne zawyżenie funkcji korelacyjnej C, korelacji w pędzie, pędzie poprzecznym, etc.



Rys. Tobiasz Czopowicz

Ww. (poprzednie dwie strony) efekty (nie związane ze statystyką kwantową) mogą różnie wpływać na wygląd funkcji korelacyjnej – w ogólności wysokość funkcji korelacyjnej ($\neq 2$) zależeć będzie od rozmiaru systemu (bo Coulomb, efekty detektorowe etc. mogą inaczej zmniejszać C(q) dla p+p i A+A)

Ad 2, 3 – **pozostałe wkłady fizyczne i detektorowe (poza korelacjami BE) do funkcji korelacyjnej**

- **Ograniczona rozdzielczość pędowa** zniekształca efekt (poszerza f-cję korelacyjną, czyli zmniejszyłaby wartości promieni) $\rightarrow$ procedury Monte Carlo żeby się tego pozbyć
- Wzmocnienie w funkcji korelacyjnej BE jest rozmyte jeśli do tworzonych par „dostaną się" **cząstki z wtórnych oddziaływań** (*secondary interactions*), z **rozpadów słabych** lub **źle zidentyfikujemy cząstkę** (zamiast drugiego pionu w parze będzie np. kaon) $\rightarrow$ żeby poprawić na ten efekt wprowadza się tzw. *purity factor* w procedurze dopasowywania.
- **Odpychanie Coulombowskie** między cząstkami o tym samym znaku powoduje obniżenie funkcji korelacyjnej dla b. małych wartości **q**
- Pozostałe wkłady (np. z powodu oddziaływań silnych lub praw zachowania) są do zaniedbania w analizach identycznych pionów (efekty oddziaływań silnych mają większe znaczenie w analizach korelacji barionów)

Naszym celem jest uzyskanie promieni źródeł pochodzących z efektu Bose-Einsteina, eksperymentalne wycięcie pozostałych efektów nie jest proste... → (szczegóły np. w arXiv:0709.4507). Ostatecznie otrzymuje się zależność na **zmierzoną** funkcję korelacyjną:

$$C_{meas}(q) = S(q)/B(q) = n \cdot (p \cdot C_{BE} \cdot C_{coulomb} + (1-p))$$

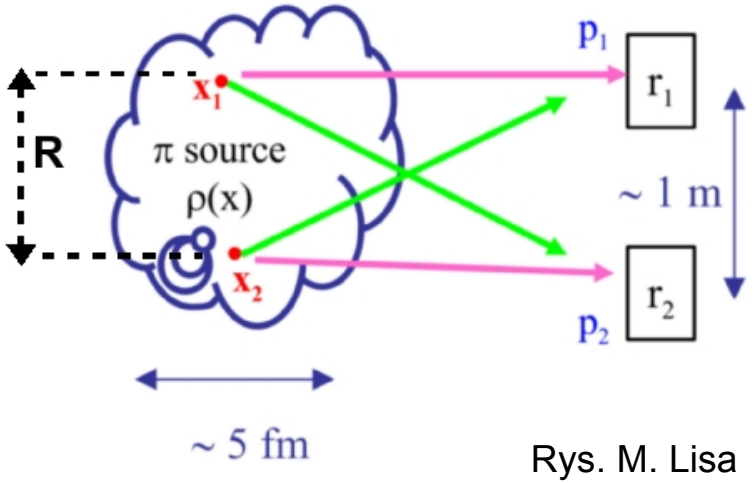
n – czynnik normalizacyjny (gdy różna liczba wejść w rozkładach S i B)
p – purity factor

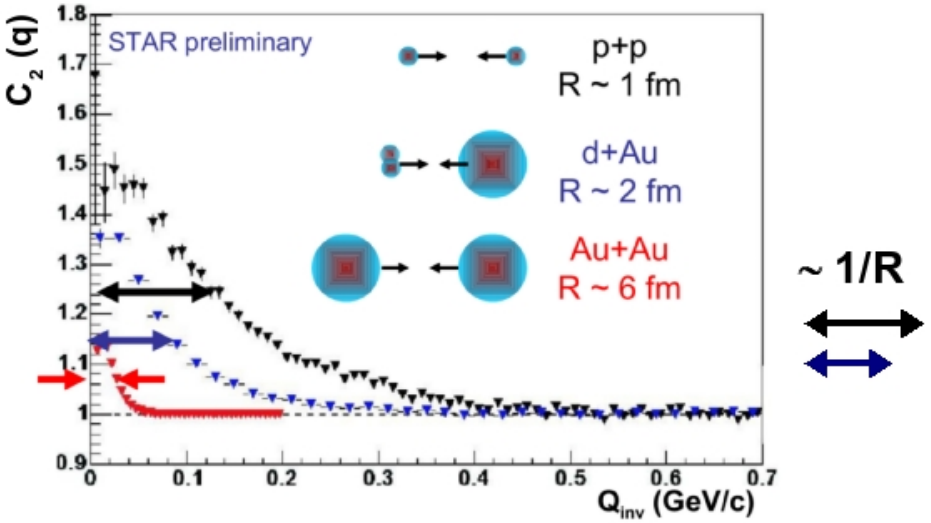
Najprostsza (Gaussowska) parametryz. **samego wkładu od Bose-Einsteina** jest postaci:

$$C_{BE}(Q_{inv}) = 1 + \lambda \exp(-Q_{inv}^2 R_{inv}^2)$$

$$Q_{inv} = \sqrt{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2 - (E_1 - E_2)^2} \quad \text{(zał. kuliste źródło)}$$
$$\vec{p}_1 - \vec{p}_2 = \vec{q}$$

Najczęściej używa się jednak bardziej skomplikowanej parametryzacji →





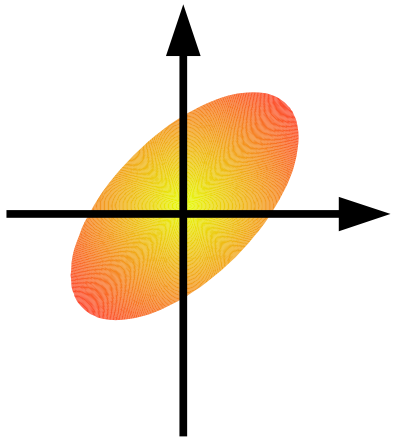
Rys. M. Lisa

Sam wkład Bose-Einsteina jest jednak najczęściej ostatecznie parametryzowany jako funkcja promieni źródeł emitujących cząstki. Parametryzacja funkcji korelacyjnej (zmienne **out, side, long** wg. Bertscha i Pratta):

Dwucząstkowa funkcja korelacyjna BE jest dość dobrze opisana trójwymiarową funkcją Gaussa (tylko wkład od BE, bez Coulomb i FSI)

$$C_{BE}(\vec{k},\vec{q}) = 1 + \lambda(\vec{k}) \exp\left(- \sum_{i,j = out, side, long} R_{ij}^2(\vec{k}) q_i q_j \right)$$

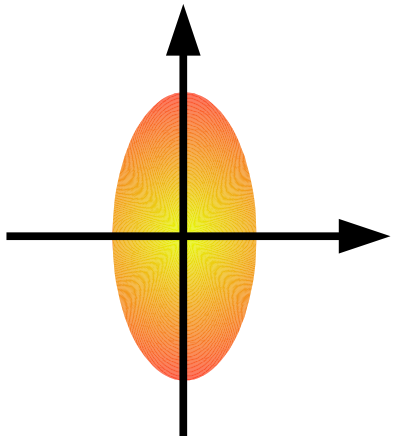
przykład 2D
R_{out}, R_{long}, $R_{outlong}$



To które wyrazy R_{ij} (*cross terms*) trzeba uwzględniać zależy od różnych symetrii źródła np. $R_{outside}$ używamy dla niecentralnych zderzeń (b≠0). W NA49 przy SPS używa się outlong za to outside i sidelong zanikają:

$$C_{BE}(\vec{k},\vec{q}) = 1 + \lambda \exp[-R_{long}^2 q_{long}^2 - R_{out}^2 q_{out}^2 - R_{side}^2 q_{side}^2 - 2 R_{outlong}^2 q_{out} q_{long}]$$

przykład 2D
R_{out}, R_{long}



Dla <u>centralnych</u> danych przy RHIC przy mid-rapidity (*longitudinally boost-invariant source*) można uprościć:

$$C(\vec{k},\vec{q}) = 1 + \lambda \exp[-R_{long}^2(k_T) q_{long}^2 - R_{out}^2(k_T) q_{out}^2 - R_{side}^2(k_T) q_{side}^2]$$

gdzie k_T to wartość $\vec{k}_T$

pęd względny $\vec{q} = (q_{out}, q_{side}, q_{long})$

$R_{out}, R_{side}, R_{long}$ są nazywane promieniami Bertscha-Pratta

Wyniki przy top SPS (158A GeV wiązki):
Zależność promieni HBT od k_T dla najwyższej energii SPS w okolicy mid-rapidity

Najważniejsze: Promienie źródeł mają kilka fm czyli mają sens ! To potwierdzenie, że metoda HBT działa również dla zderzeń ciężkich jonów

Promienie HBT zmniejszają się ze wzrostem pędu poprzecznego. W zderzeniach ciężkich jonów **takie zachowanie jest przypisane do kolektywnej ekspansji (przepływ)** a wielkość tego spadku odzwierciedla „siłę" tego przepływu ⇒ **silny przepływ poprzeczny – radialny – (spadek R_{out}, R_{side}) i podłużny (spadek R_{long})**

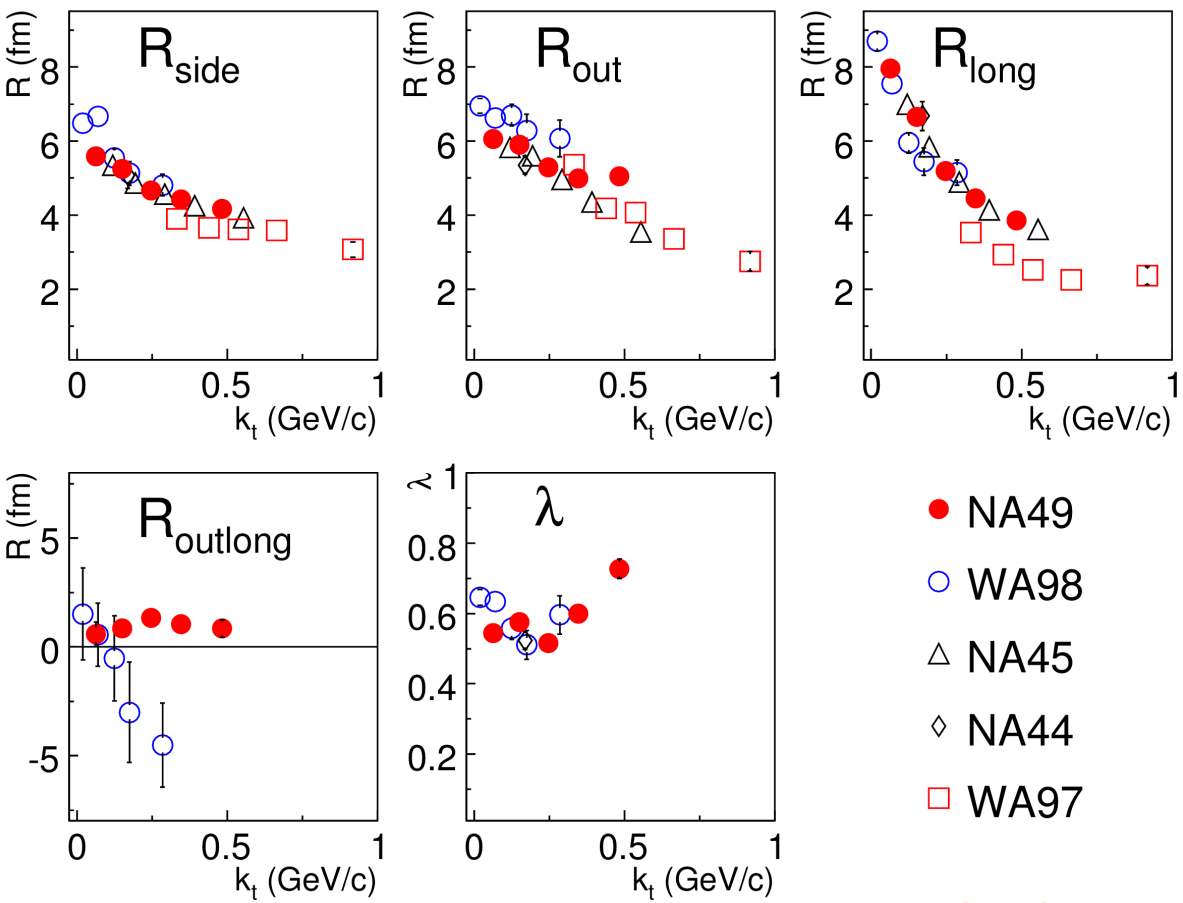
$R_{outlong}$ małe (ale tylko dla mid-rap.)

Tu (NA49) **parametr λ** (≠ 1) uwzględnia pozostałe źródła (poza już wymienionymi) które mogą zmniejszać f-cję korelacyjną (w tym odstępstwa f-cji korelacyjnej od Gaussa);

Gdy jedynym źr. korel. jest BE to λ interpretuje się jako **parametr chaotyczności źródła** lub **parametr niekoherencji**

$\lambda = \pm 1$ to pełna niekoherencja/ chaotyczność (+ dla bozonów, - dla fermionów); cząstki ze źródła emitowane niekoherentnie czyli z przypadkowymi fazami; efekt korelacji najsilniejszy

$\lambda = 0$ to całkowicie spójna emisja (źródło idealnie koherentne) ⇒ nie ma efektu korelacyjnego



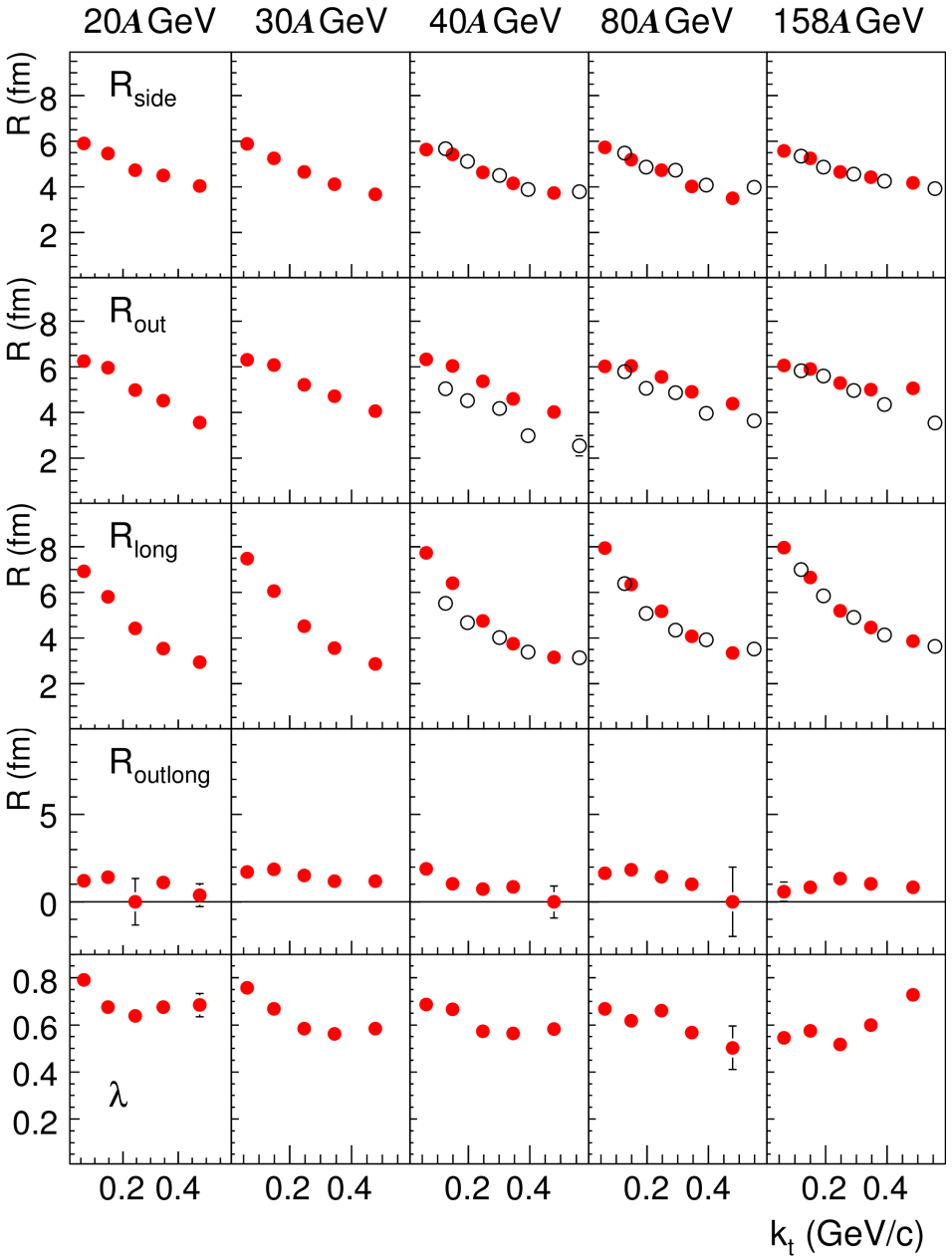
NA49, PR C77 (2008) 064908

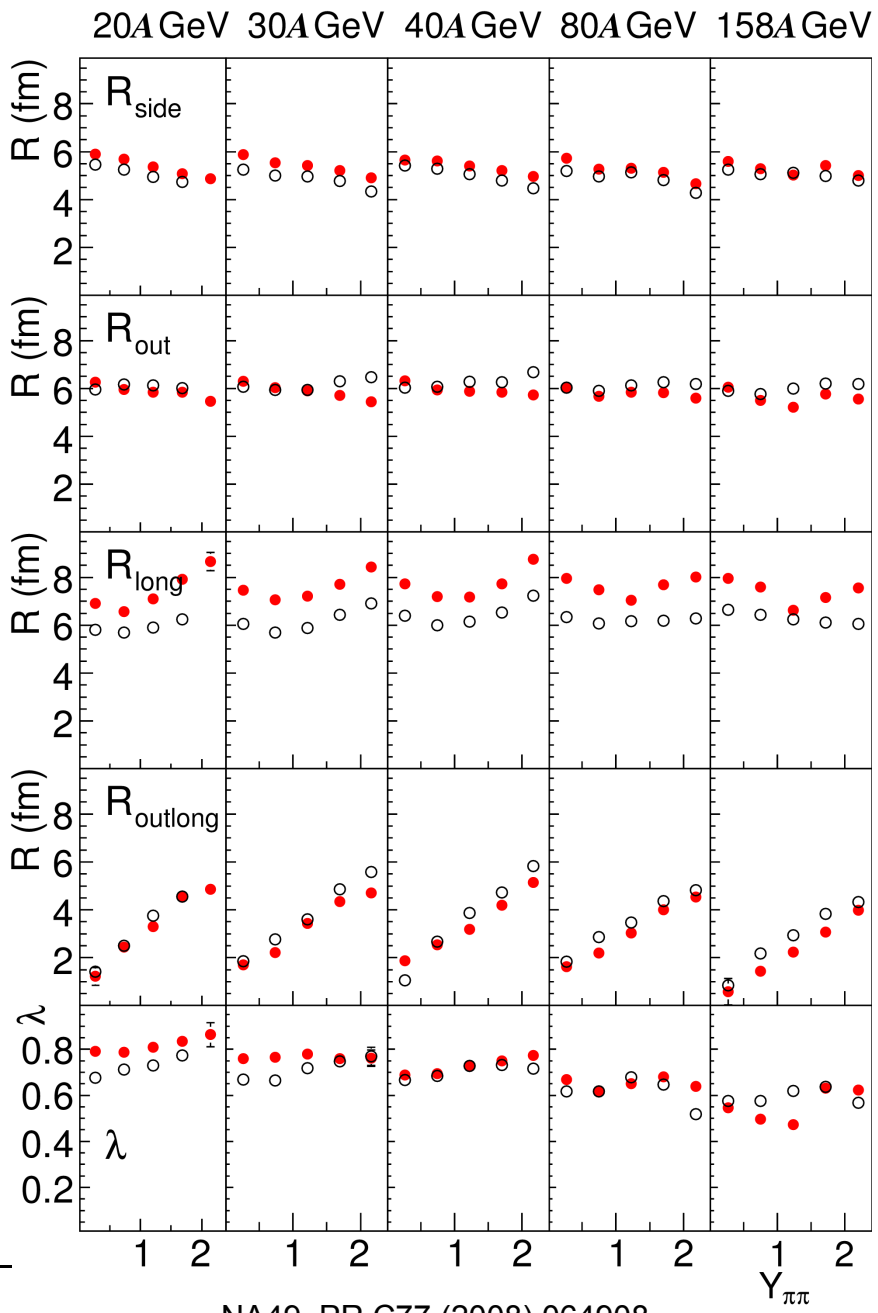
top SPS

lewy: przy midrapidity 2.9 < $Y_{\pi\pi}$ < 3.4

energie SPS

prawy: przy niskich k_T
zamknięte: 0.0 < k_T < 0.1 GeV/c
otwarte: 0.1 < k_T < 0.2 GeV/c



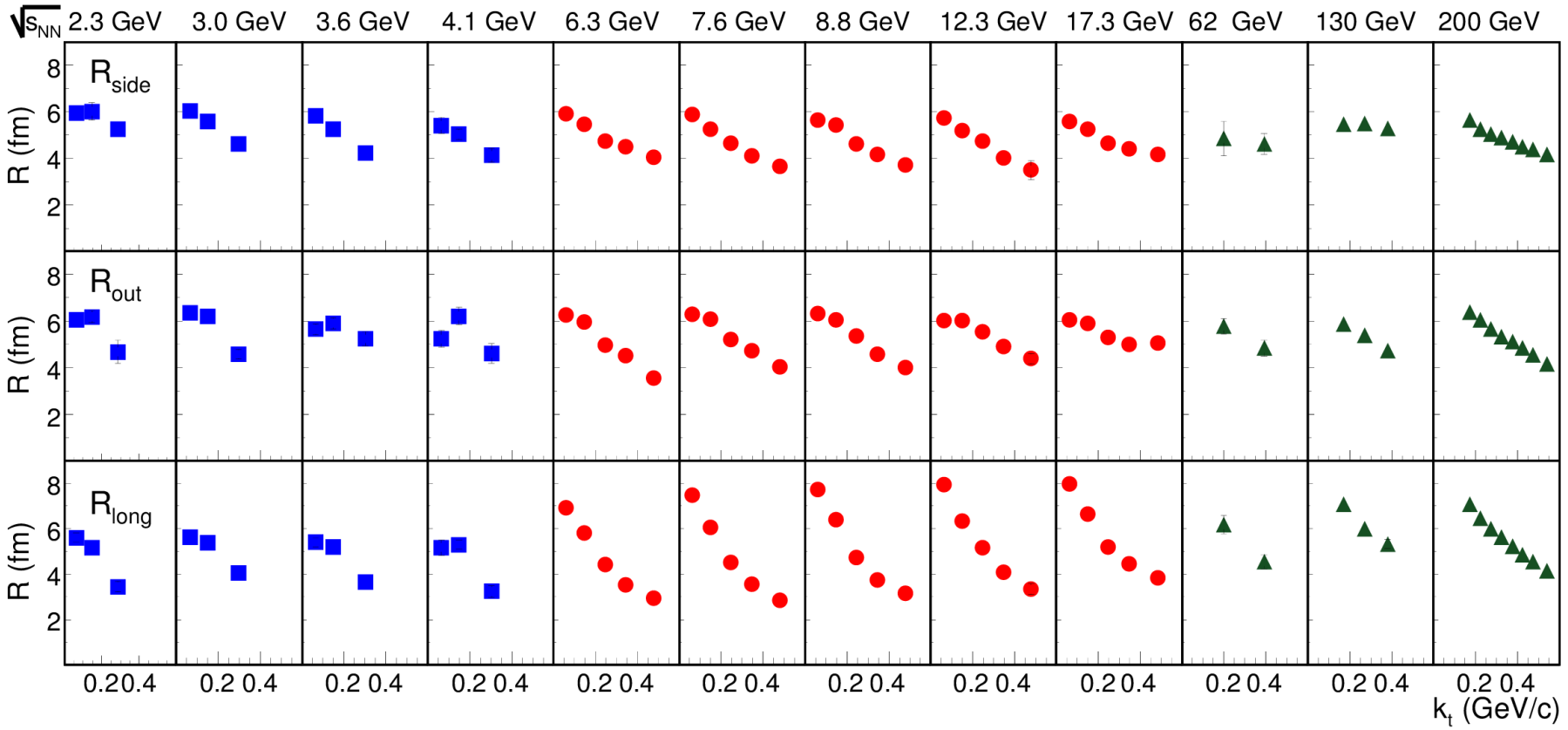


$$k_T = \frac{1}{2}\left|\vec{p_{T,1}} + \vec{p_{T,2}}\right|$$

$$Y_{\pi\pi} = \frac{1}{2}\ln\frac{E_1 + E_2 + p_{z,1} + p_{z,2}}{E_1 + E_2 - p_{z,1} - p_{z,2}}$$

NA49, PR C77 (2008) 064908

Centralne dane A+A (AGS, NA49, PHOBOS, STAR)



Porównanie danych przy AGS, SPS i RHIC (przy mid-rapidity)

Szczegóły analiz, traktowanie popr. Coulomba – różnią się między eksperymentami

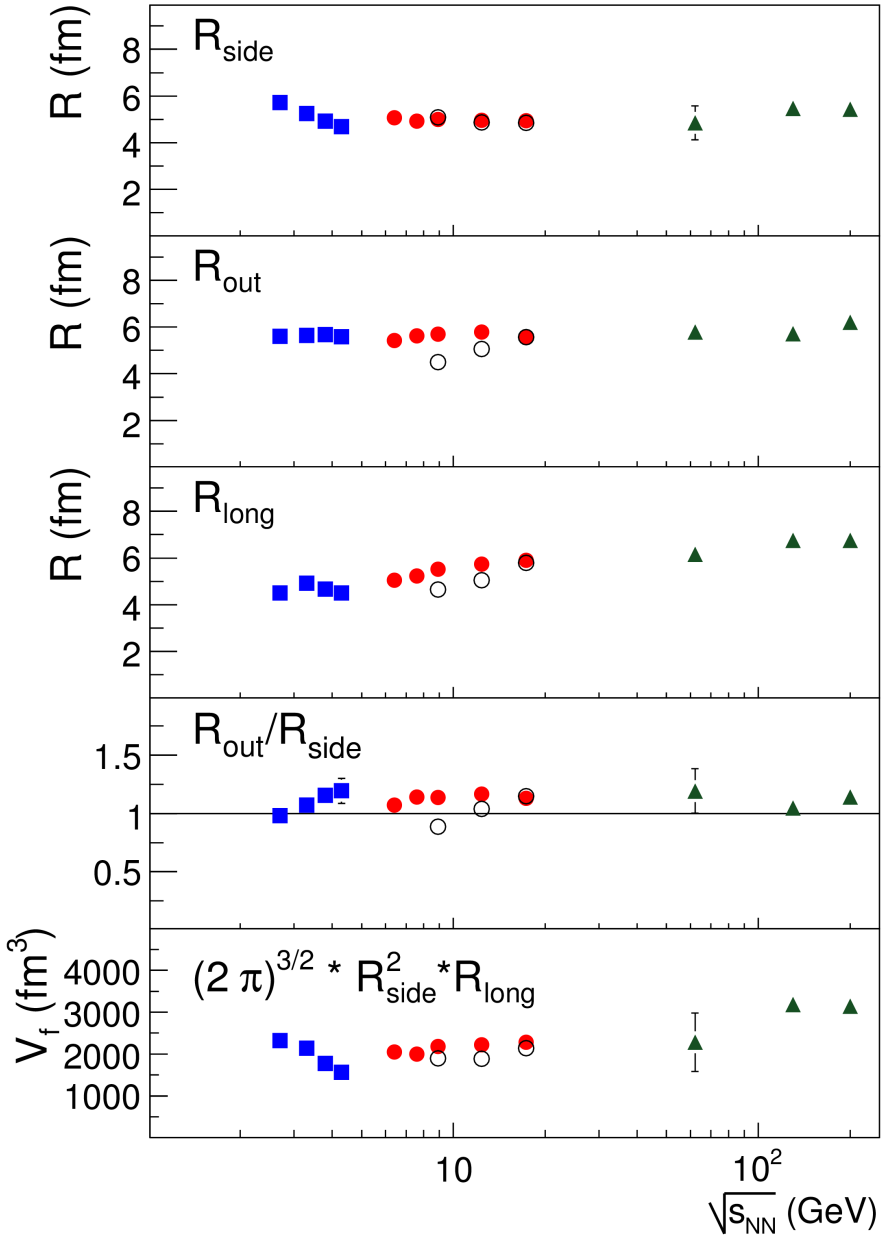
Spadek promieni ze wzrostem pędu poprzecznego – charakterystyczne dla **silnego przepływu kolektywnego** w źródle pionów (szybsze cząstki (duży pęd) są emitowane z obszarów o mniejszych rozmiarach ⇒ ekspansja)

pęd względny $\vec{q} = (q_{out}, q_{side}, q_{long})$

$k_T = \frac{1}{2}\left|\vec{p_{T,1}} + \vec{p_{T,2}}\right|$ to wartość $\vec{k_T}$

NA49, PR C77 (2008) 064908

Słaba zależność promieni (i ich zależności od k_T) od energii (AGS → RHIC)



V_f – oszacowana objętość („zasięgu korelacji pionów" – zob. dalej) **w momencie wymrożenia termicznego.** Szacuje się z: $V_f \propto R_{side} R_{out} R_{long}$ lub $V_f \propto R^2_{side} R_{long}$ bo R_{side} jest zbliżone do R_{out}

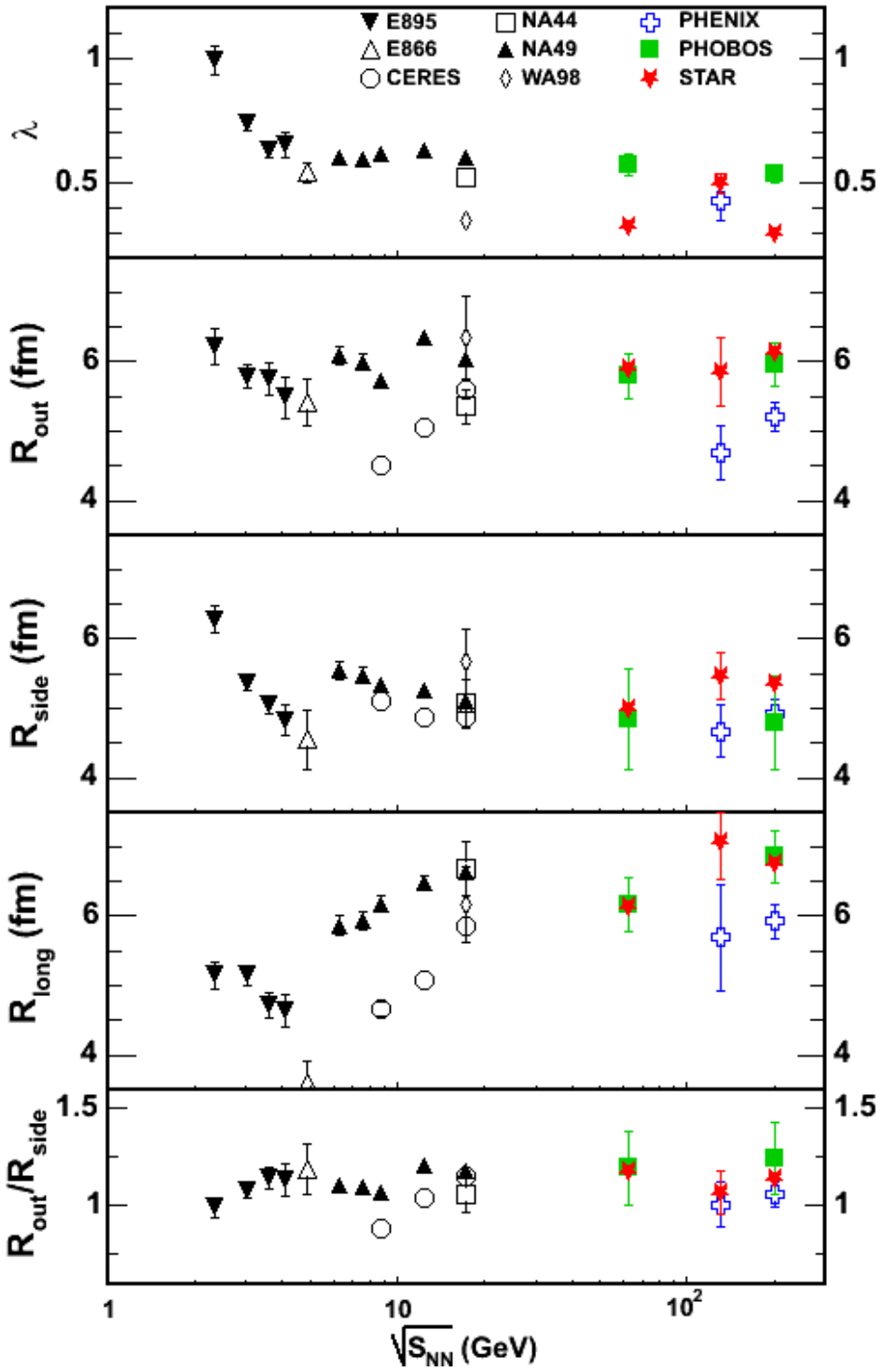
Zależność promieni HBT od energii dla k_T = 0.2 GeV/c – zależność słaba (AGS → RHIC)

Tu tylko centralne zderzenia a więc **początkowy obszar przekrywania (geometria) podobny od AGS do RHIC ale gęstości energii wzrastają o czynnik 10 od AGS do RHIC**

Ten wzrost gęstości energii powoduje np. wzrost krotności cząstek ale **nie widać znaczącego wzrostu promieni HBT (zasięgi korelacji) dla RHIC! Jedynie lekka tendencja wzrostowa R_{long}**

Czy dla LHC rozmiary będą takie same ??

NA49, PR C77 (2008) 064908



R_{out}/R_{side} jest powiązane z czasem emisji

Np. zgodnie z U. Heinz (uwaga: wzory słuszne przy pewnej liście założeń):

$$R_{out}^2 - R_{side}^2 = \Delta\tau^2 \cdot \beta_T^2$$
$$R_{long} = \tau \cdot (T/m_T)^{1/2}$$

$$\beta_T = \frac{k_T}{m_T}$$
$$m_T = (m_\pi^2 + k_T^2)^{1/2}$$

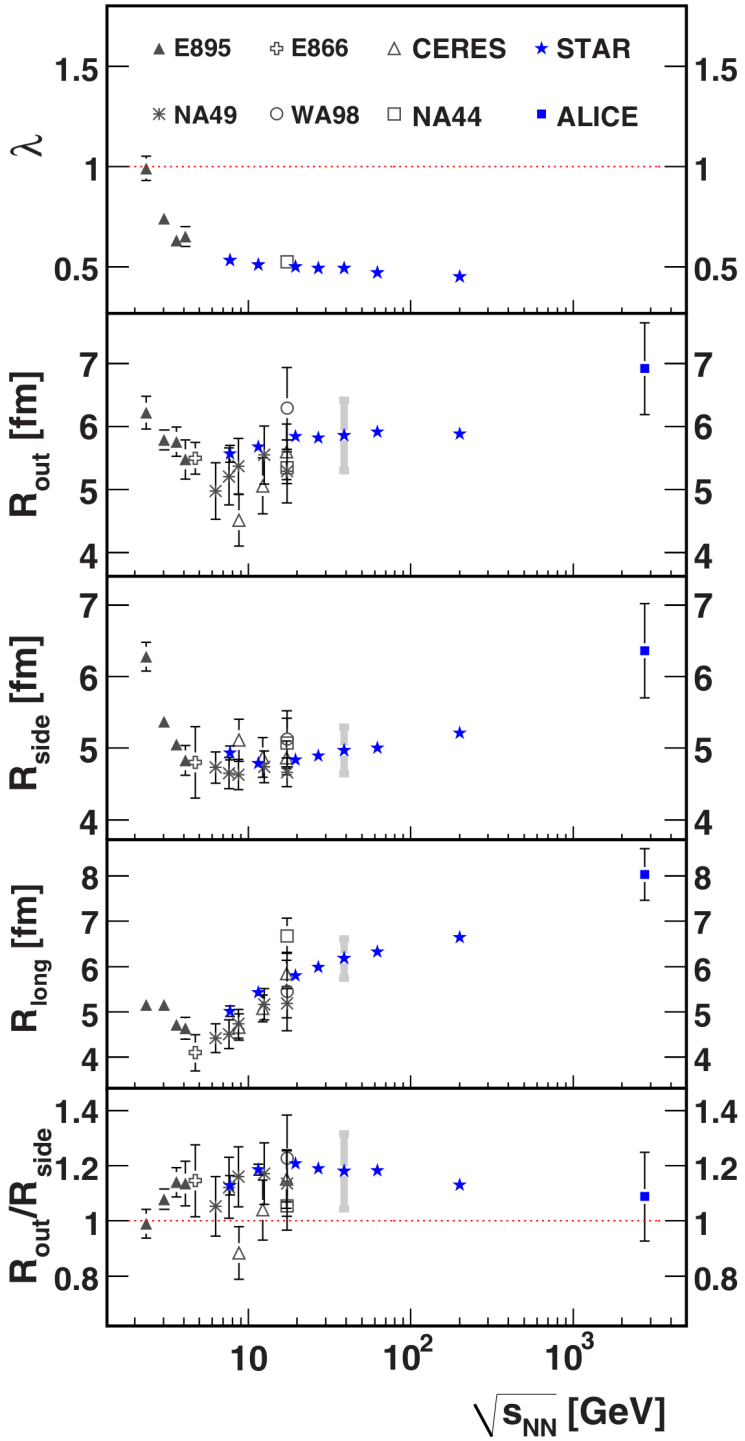
$\Delta\tau$ - czas trwania emisji cząstek

τ - całkowity czas życia systemu (do wymroż.)

T - temparatura (wymr. termiczne)

R_{out}/R_{side} w danych AGS ↔ RHIC jest bliskie 1 i raczej niezależne od energii. Zgodnie ze wzorem odpowiada to krótkim czasom emisji $\Delta\tau$ czyli tzw. **nagłe wymrożenie (*sudden freezeout*)**

A zgodnie z **D. H. Rischke, M. Gyulassy, Nucl. Phys. A 608, 479 (1996)** jeśli system przechodzi przez **przejście fazowe I rodzaju** spodziewamy się, że **$R_{out} >> R_{side}$ → efekt raczej nie obserwowany w tych danych (AGS → RHIC) ale zob. też 2 strony dalej**

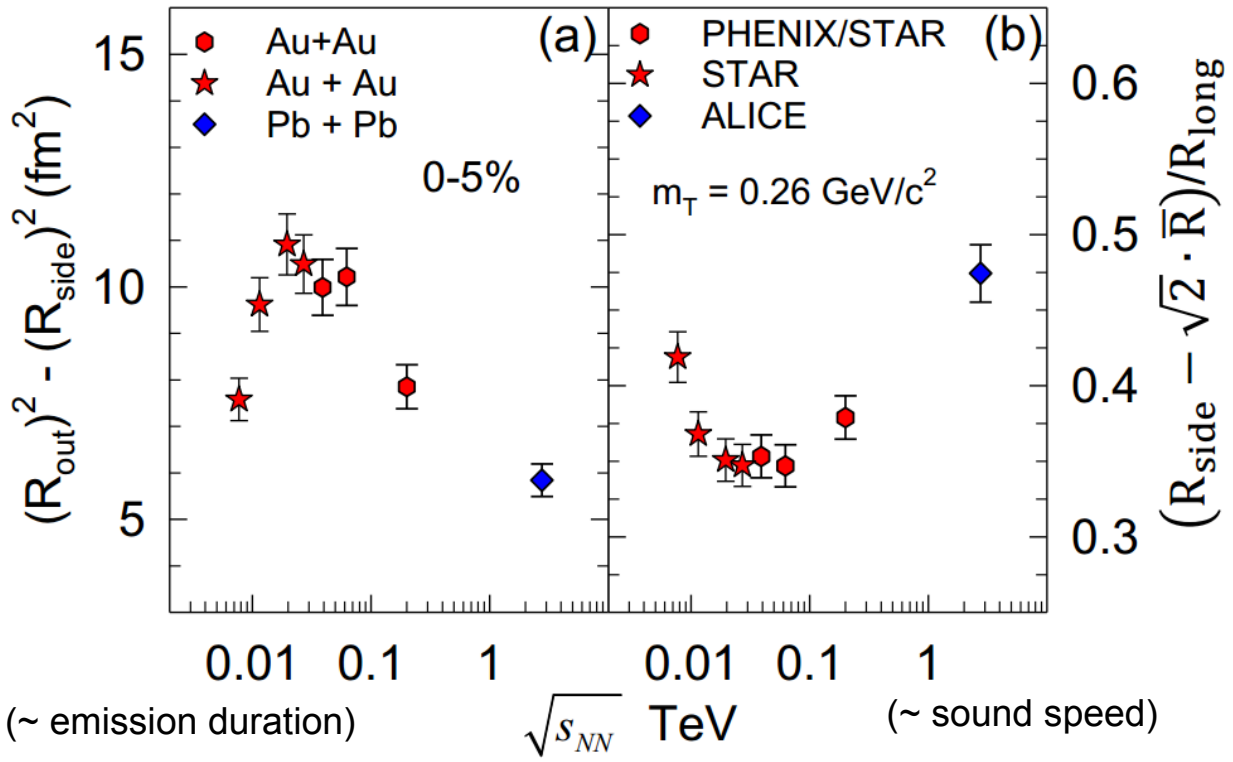


Promienie HBT w zależności od energii dla centralnych Au+Au (STAR BES), Pb+Pb, Pb+Au przy mid-rapidity. Obliczenia dla $\langle k_T \rangle \approx 0.22$ GeV/c. Punkty NA44, NA49, WA98, CERES, ALICE zawierają niepewności systematyczne. W przypadku STAR niepewności systematyczne są podobne dla wszystkich energii i pokazane jako szara (reprezentatywna) linia przy 39 GeV

Znaczący wzrost promieni HBT widoczny dopiero przy przejściu do LHC (zob. też dalej)

STAR, Phys. Rev. C 92 (2015) 1, 014904 [arXiv:1403.4972]

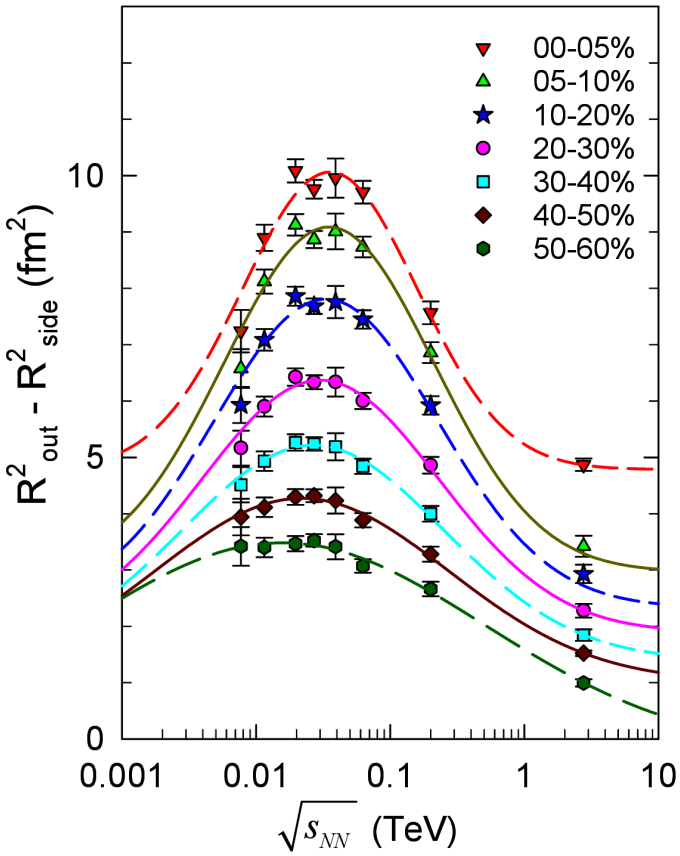
Softest point of EoS ?
Indication for CP ?



← PHENIX:
M. Csanad, arXiv:1503.03688 (CPOD 2014);
D. Kincses, arXiv:1602.04578 (WPCF 2015);

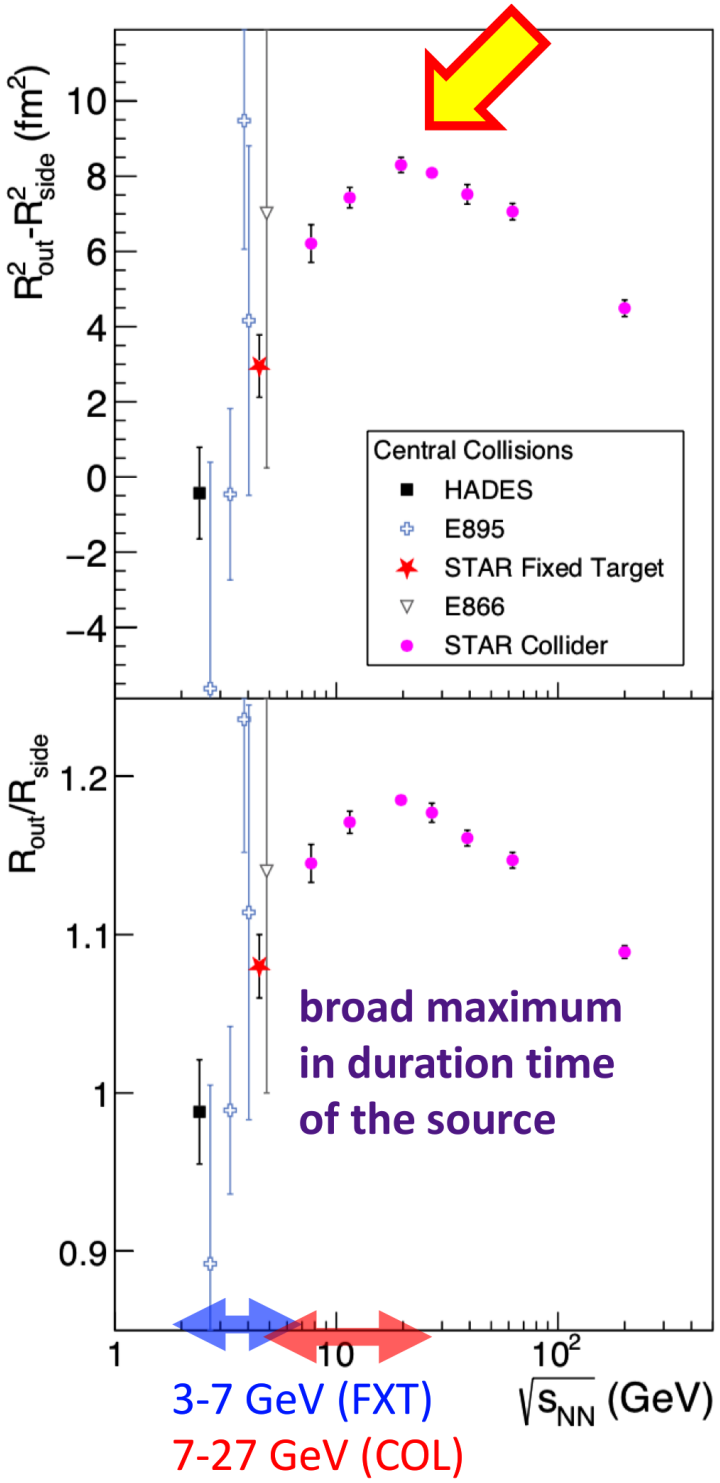
P. Garg, arXiv:1512.09231 (QM 2015):
„Non-monotonic behavior (...) may point to a softening of equation of state that may coincide with the QCD critical point"

PRL 114, 142301 (2015)



- $(R_{out})^2$-$(R_{side})^2$ jest proporcjonalne do czasu emisji cząstek. Intuicyjnie, maksimum może być związane z obecnością długo żyjącego fireballa z powodu przejścia I rodzaju, ale:

- Bardziej szczegółowe analizy teoretyczne (R. A. Lacey, PRL 114, 142301 (2015) (arXiv:1411.7931); arXiv:1512.09152 (QM 2015); zob. też analizy fluktuacyjne Sσ, κσ^2 netto-protonów → R. A. Lacey i inni, arXiv:1606.08071) sugerują, że jest to przejście II rodzaju, zgodne z punktem krytycznym przy **T^{CP} ~ 165 MeV oraz μ_B^{CP} ~ 95 MeV**



Nowe wyniki STAR BES

S. Esumi (for STAR) CPOD 2021

Opublikowane w STAR, Phys. Rev. C 103 (2021) 3, 034908 [arXiv:2007.14005]

Maksimum dla $\sqrt{s_{NN}}$ około 20 GeV

- **Przejście fazowe 1-szego rodzaju?**
- **Punkt krytyczny?**

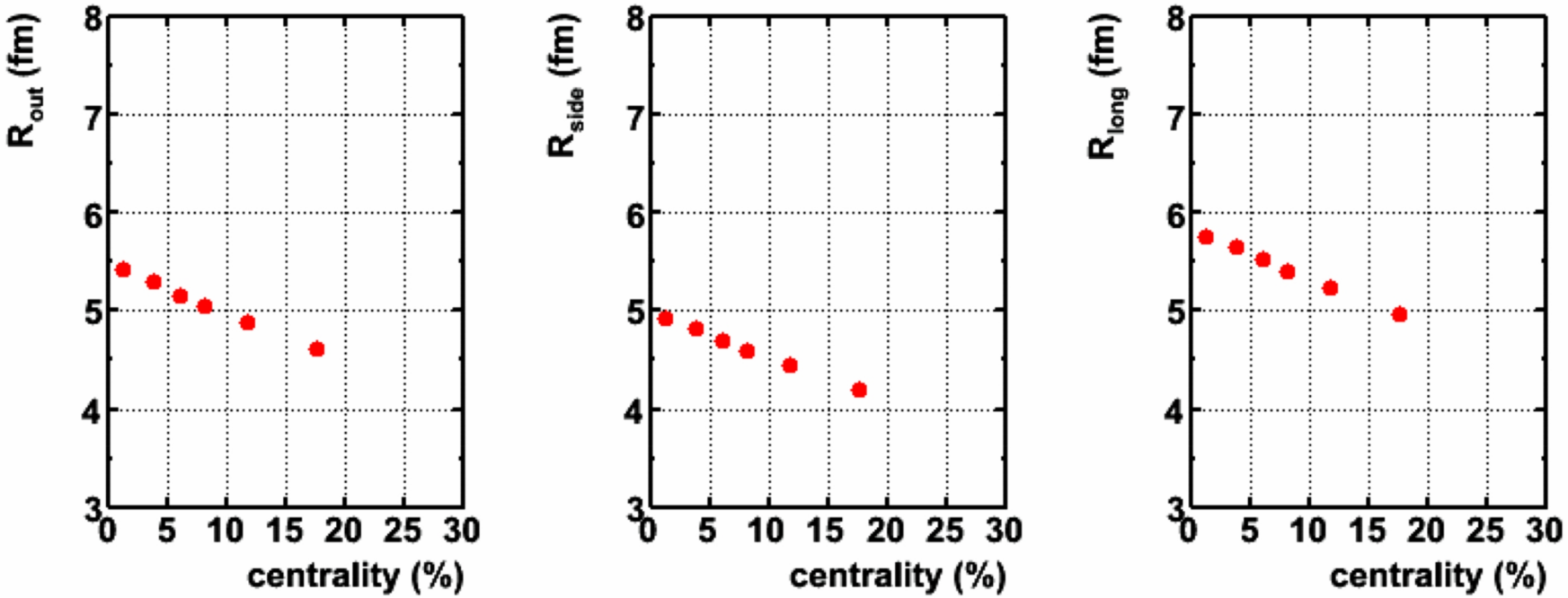
arXiv:2007.14005:

In the absence of collective flow, the emission timescale is related [60] to the transverse femtoscopic radii as $\beta^2\tau^2 = R^2_{\rm out} - R^2_{\rm side}$, where β is the transverse velocity of the emitted pions. While collective flow complicates the interpretation [80], an extended emission timescale will increase $R_{\rm out}$ relative to $R_{\rm side}$. A long emission timescale may arise if the system equilibrates close to the deconfinement phase boundary and then evolves through a first-order phase transition in the QCD phase diagram [60, 60, 69]. Relativistic hydrodynamic calculations [59] predict that a QCD first-order phase transition should produce a peak in the energy dependence of $R_{\rm out}/R_{\rm side}$ near the QGP creation threshold. Such a peak has also been suggested [81, 82] as a signal of hadronization near a critical end point in the QCD phase diagram.

1. Centralne zderzenia Pb+Pb, Au+Au: dla energii od AGS do RHIC mamy słabą zależność promieni HBT od energii; jedynie R_{long} pokazuje tendencję wzrostową

2. Zupełny kontrast mamy jeśli rozpatrujemy zależność od parametru zderzenia ⇒ wtedy wszystkie 3 promienie wzrastają od peryferycznych do centralnych

Silna zależność promieni HBT od centralności



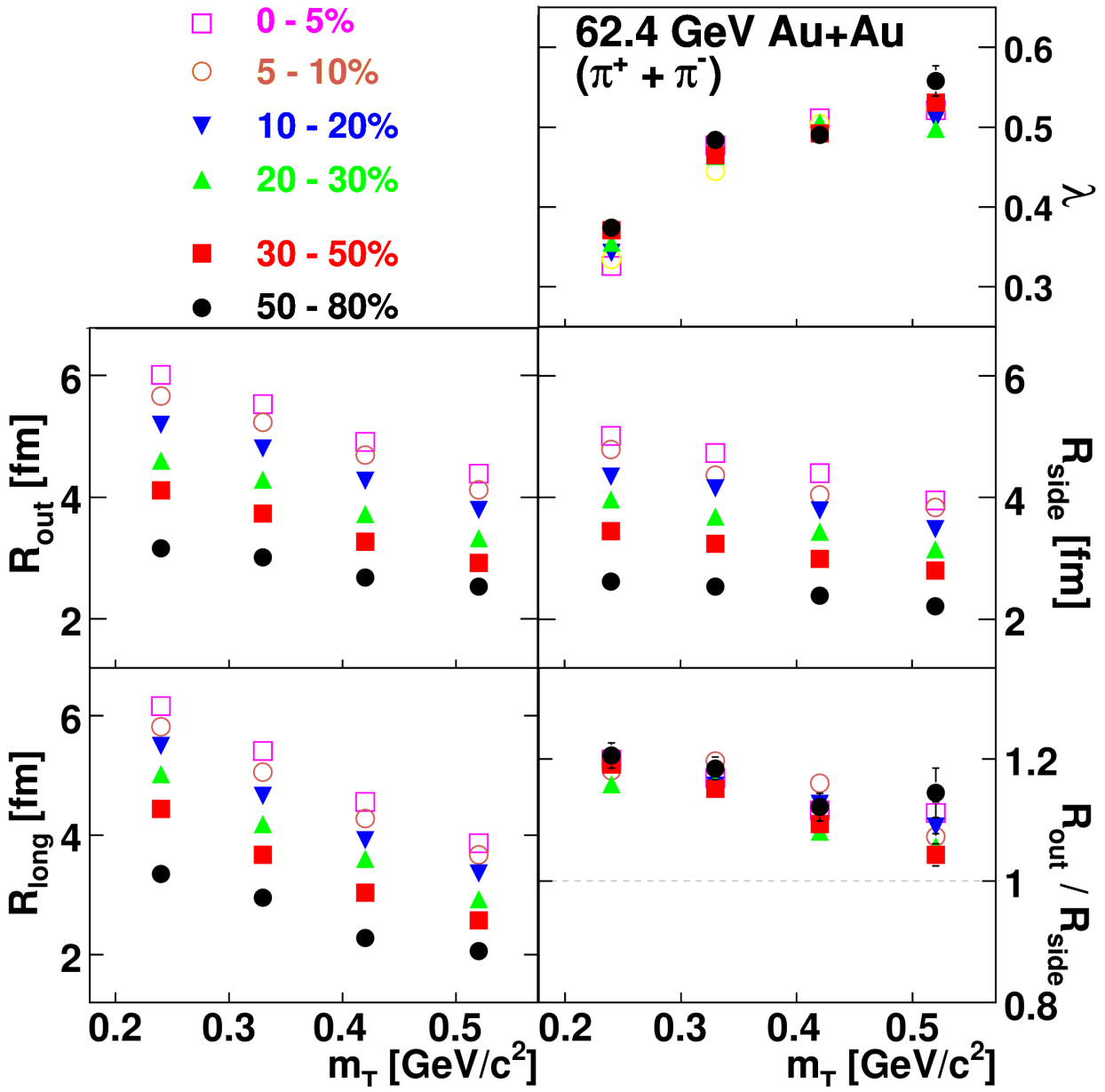
centralne → peryferyczne

centrality – fraction of σ_{GEOM} = 6.94 b

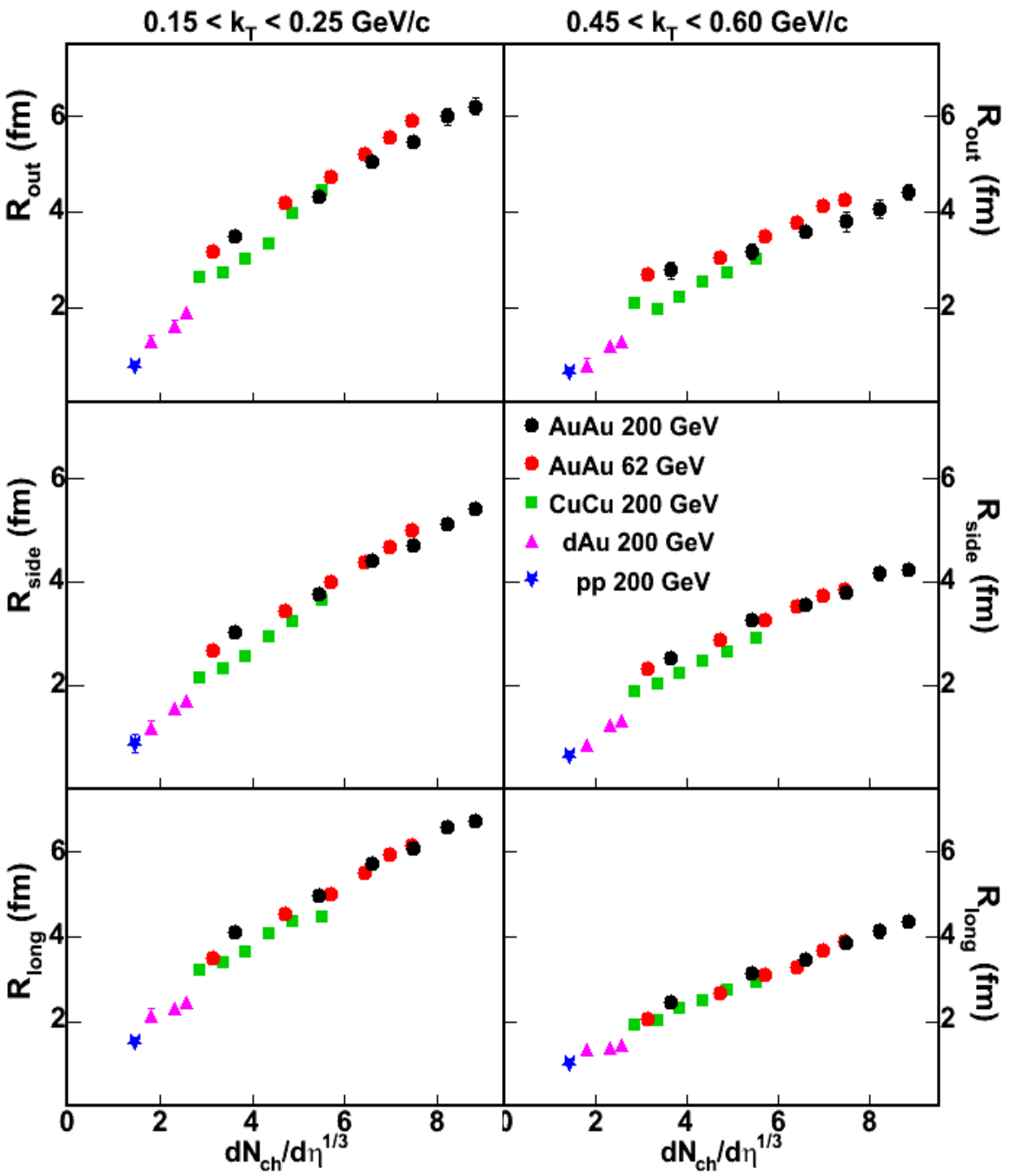
Dane CERES Pb+Au, 158A GeV (top SPS) $\langle k_T \rangle$ = 0.47 GeV/c

Dane STAR – zależność promieni HBT od centralności dla danych Au+Au $\sqrt{s_{NN}}$ = 62.4 GeV. **Silny wzrost promieni HBT przy przechodzeniu od peryferycznych (czarne) do najbardziej centralnych (różowe)**

(podobne zachowanie również dla Cu+Cu przy 62.4 i 200 GeV → zob. arXiv:0903.1296)



STAR, PR C80 (2009) 024905 [arXiv:0903.1296]



Dane RHIC

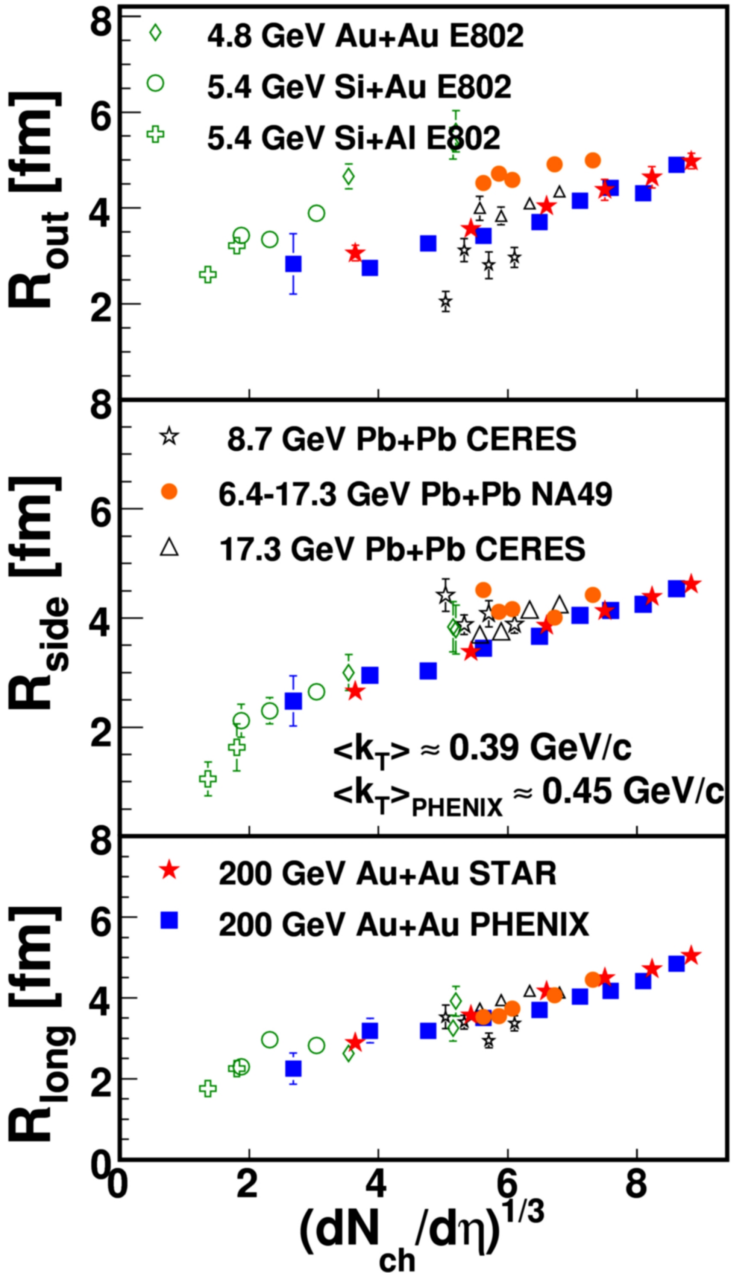
1. Pokazane jak promienie źródeł skalują się z gęstością cząstek $dN_{ch}/d\eta$ ale tak jakby w jednym kierunku bo $dN_{ch}/d\eta$ do potęgi 1/3

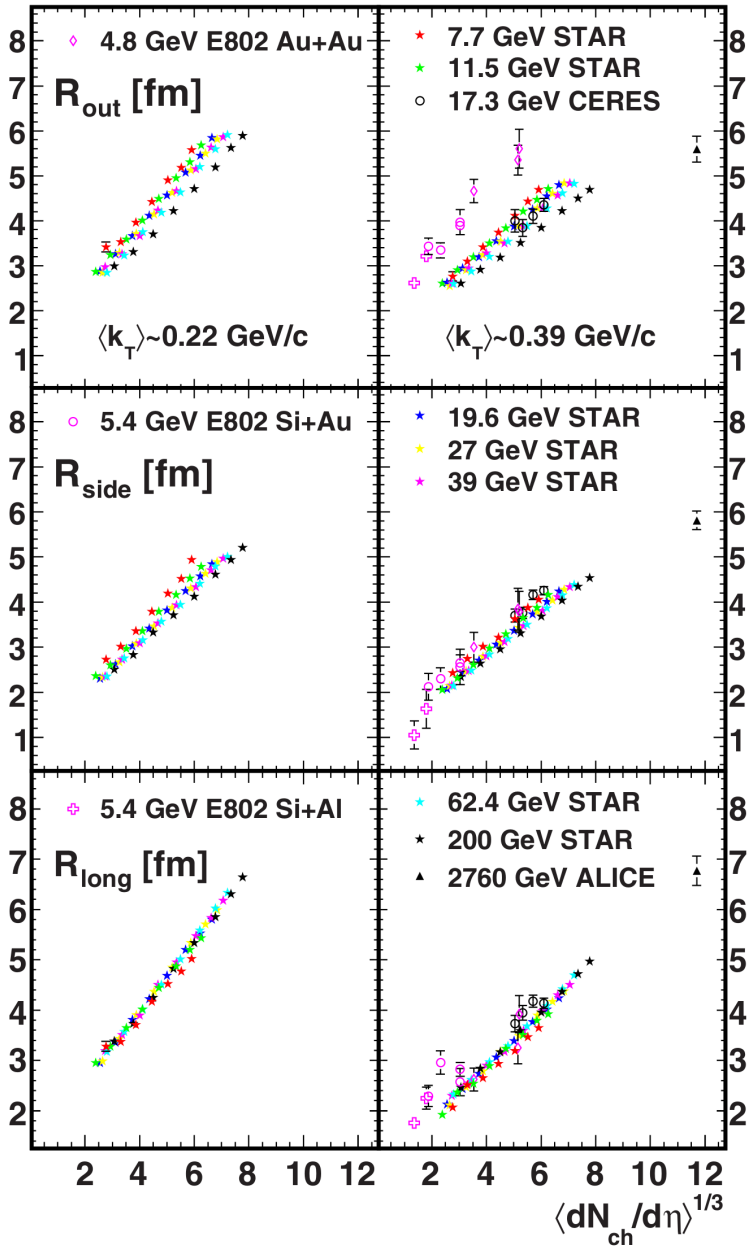
Promienie HBT dla różnych systemów i dla różnych energii wydają się skalować z $(dN_{ch}/d\eta)^{1/3}$ chociaż nowsze dane LHC (→ dodatki) pokazują, że dane p+p (różne krotności) leżą na krzywej o nieco innym nachyleniu

2. Dodatkowo bardzo ładny **przykład różnic w rozmiarach źródeł dla różnych systemów**:
p+p – małe promienie
d+Au – nieco większe
Cu+Cu – jeszcze większe
Au+Au – największe

Dane RHIC + SPS + AGS + LHC

To samo co na poprzedniej stronie ale dodatkowo SPS, AGS i (na prawym) LHC





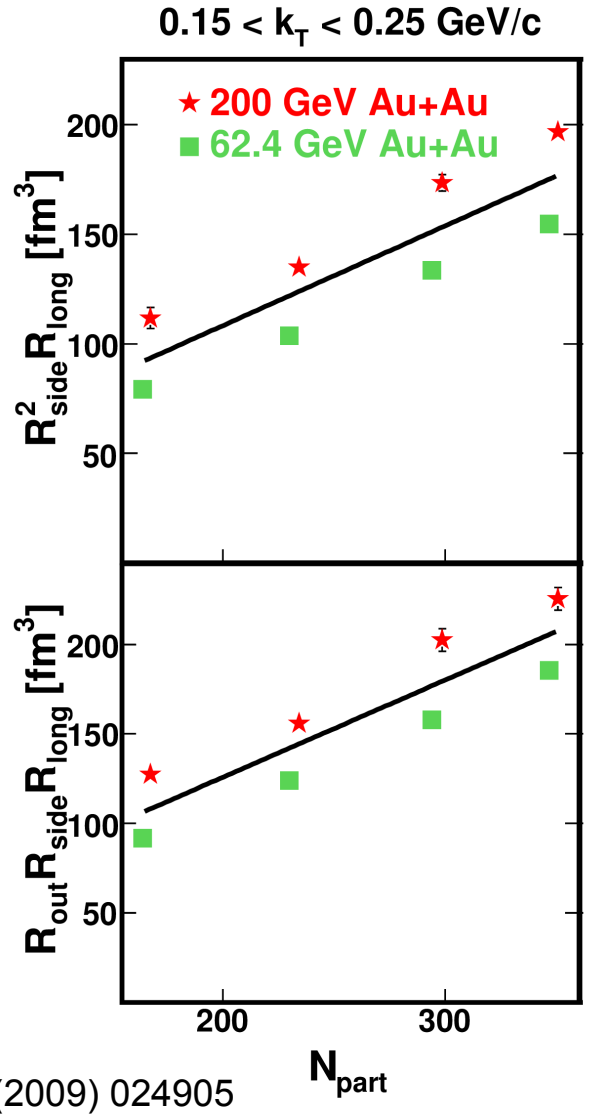
arXiv:0901.4078

STAR, Phys. Rev. C 92 (2015) 1, 014904 [arXiv:1403.4972]

Podsumowując (wyniki AGS → RHIC):

1. **Promienie HBT prawie nie zależą od energii jeśli rozpatrujemy centralne zderzenia** podobnych systemów A+A (Pb+Pb, Au+Au)
2. **Zależą natomiast od rozmiaru systemu** czyli rosną przy przejściu p+p → d+Au → Au+Au oraz przy przejściu od najbardziej peryferycznych do najbardziej centralnych zderzeń A+A ⇒
3. **Ale to może być jakoś związane z początkową geometrią!**

4. Niestety mierzone **źródła pionów (w momencie wymrożenia) tworzone w RHIC nie okazały się być drastycznie większe niż źródła pionów przy SPS**



Rys. zależność $R^2_{side}R_{long}$ od liczby partycypantów przy RHIC.

Pomiary przy tych samych centralnościach Au+Au ale przy różnych energiach. Gdyby $R^2_{side}R_{long}$ (prop. do objętości) zależało tylko od początkowego rozmiaru geometrycznego opisywanego np. przez N_{part} (*initial overlap geometry*) punkty leżałyby na tej samej krzywej

Czyli jednak mamy jakieś odbieganie od skalowania z N_{part} ale jest ono raczej niewielkie!

Objętości źródeł pionów w momencie wymrożenia prawie wcale nie zależą od energii (AGS → top RHIC) a jedynie od centralności lub N_{part}

STAR, PRC 80 (2009) 024905

Ale chwila! ....

Co my tak naprawdę mierzymy promieniami HBT???

Zmierzone wartości promieni zwykle nie przekraczają 6 fm

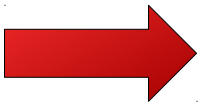
W zderzeniu najbardziej centralnym A+A geometryczny obszar przekrywania jest równy przekrojowi jądra atomowego

Zgodnie z modelem kroplowym promień jądra $\mathbf{R = 1.2\ A^{1/3}\ [fm]}$
A – liczba masowa

dla ^{208}Pb R = 7.1 fm
dla ^{197}Au R = 7.0 fm

no to my nie mierzymy nawet tego!!!

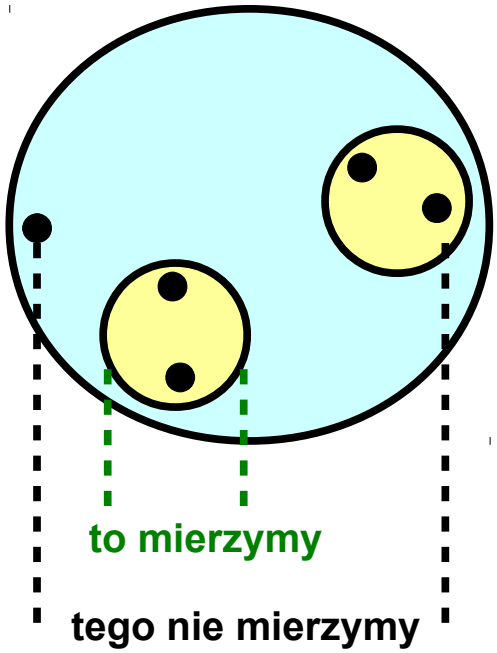
A przecież pomiar promieni HBT jest w momencie wymrożenia termicznego czyli wcześniej system musiał się rozszerzyć...



Bardzo ważna uwaga: co my tak naprawdę mierzymy promieniami HBT?

NIE mierzymy rozmiaru całego fireballa w stanie końcowym a jedynie zasięg/obszar korelacji cząstek

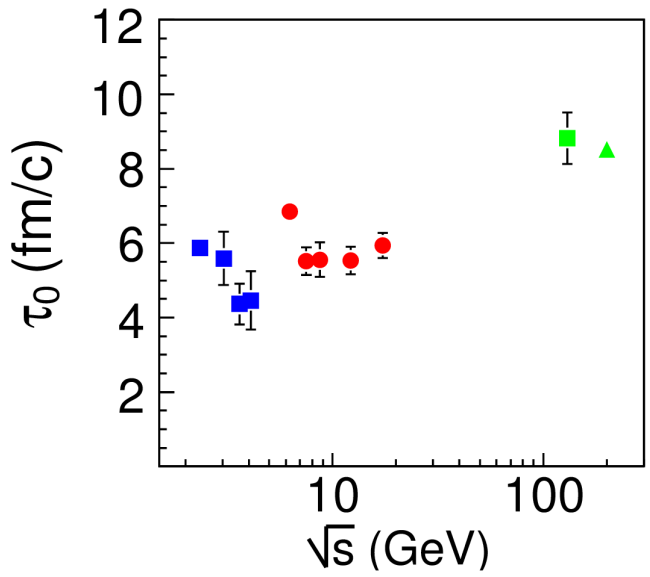
Zrozumienie tego było przełomowe i kluczowe w interpretacji mierzonych promieni



Całego rozmiaru fireballa nie da się zmierzyć bezpośrednio metodami HBT można jedynie próbować to oszacować w modelach np. Blast-Wave Model (M. Lisa i F. Retiere)

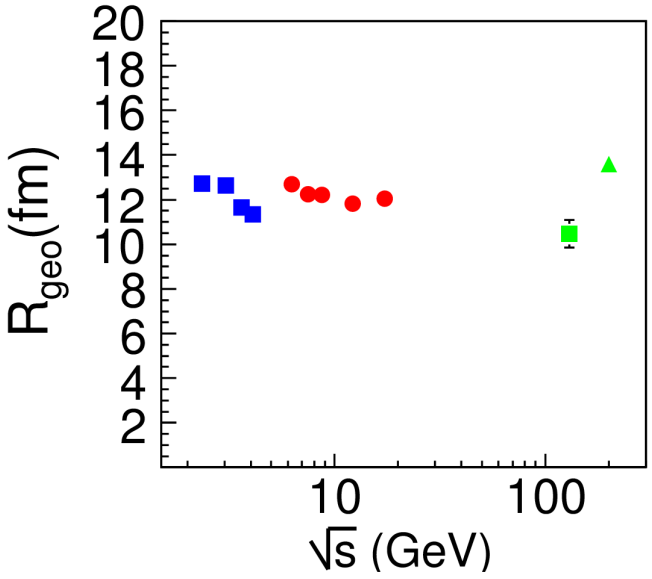
→ tego typu obliczenia **NIE** są modelo-niezależne

Dopasowanie mierzonych promieni HBT do Blast-Wave Model (szczegóły np. w NA49, PR C77 (2008) 064908 [arXiv:0709.4507]) daje jako jeden z parametrów wolnych **poprzeczny rozmiar fireballa R_{geo}** (założono emisję z powierzchni walca) **w momencie freeze-outu termicznego:**



Tutaj τ_0 oznacza (inaczej niż w modelu Bjorkena!!) czas życia systemu (fireballa) do momentu wymrożenia termicznego – słabo ale zależy od energii (uwaga: te wartości sporo różnią się między używanymi modelami)

Dla energii AGS → RHIC poprzeczny rozmiar w momencie freezeoutu NIE zależy od energii (podobnie jak same promienie HBT) i jest rzędu 12 fm czyli około 2 x rozmiar jądra ołowiu czy złota.



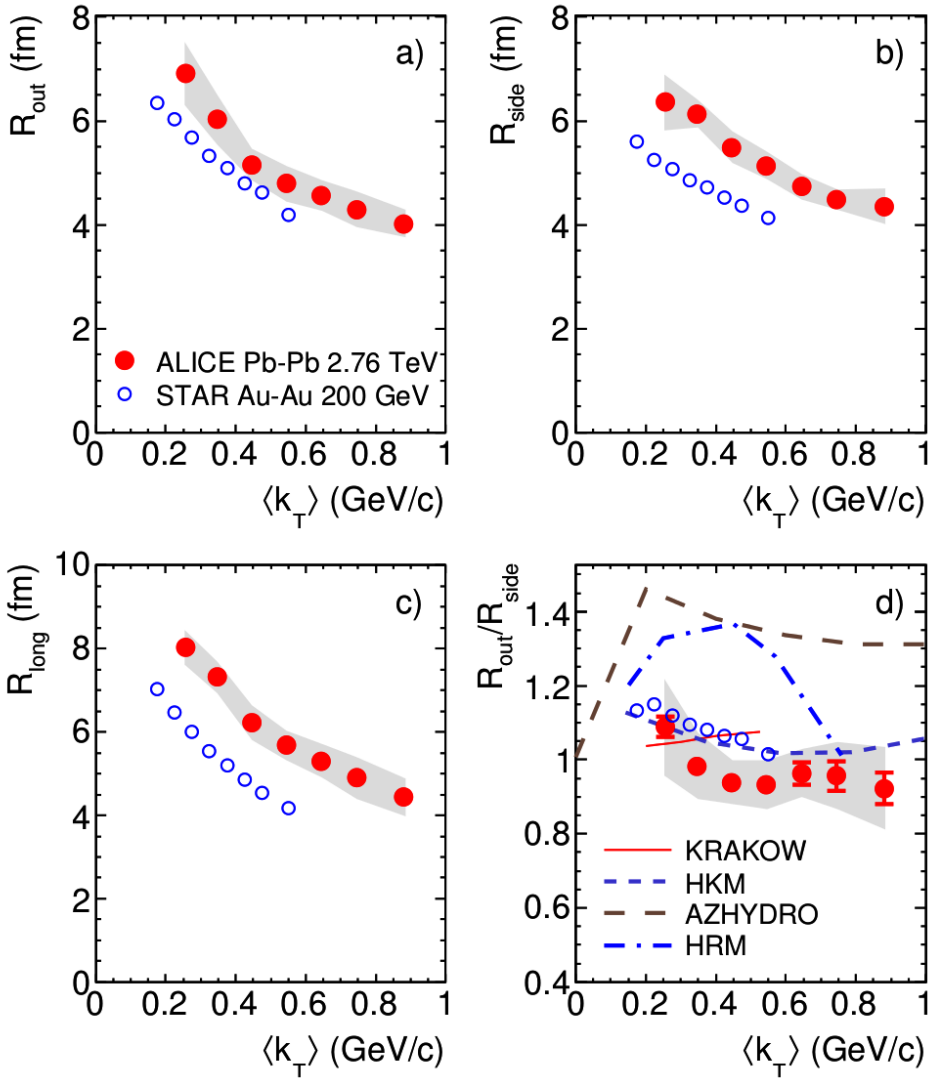
- AGS (E895)
- SPS (NA49)
- PHENIX ($\sqrt{s}$=130 GeV)
- STAR ($\sqrt{s}$=200 GeV)

W ogólności **w zderzeniach A+A przy AGS, SPS i RHIC** (przy różnych centralnościach oraz różnych A) **mierzony poprzeczny rozmiar końcowy fireballa** (w momencie wymrożenia termicznego) **jest około 2 razy większy niż rozmiar początkowy** (*initial overlap geometry*) – **który znamy znając parametr b. To potwierdza ekspansję systemu!**

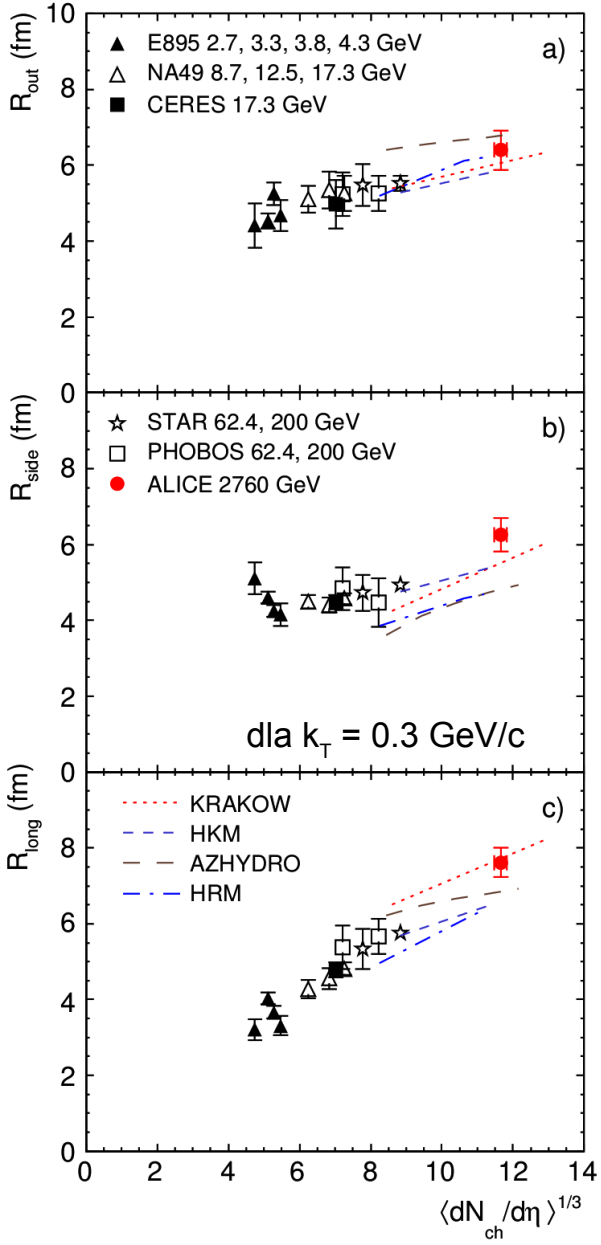
Co na to LHC? Pierwsze wyniki HBT dla LHC

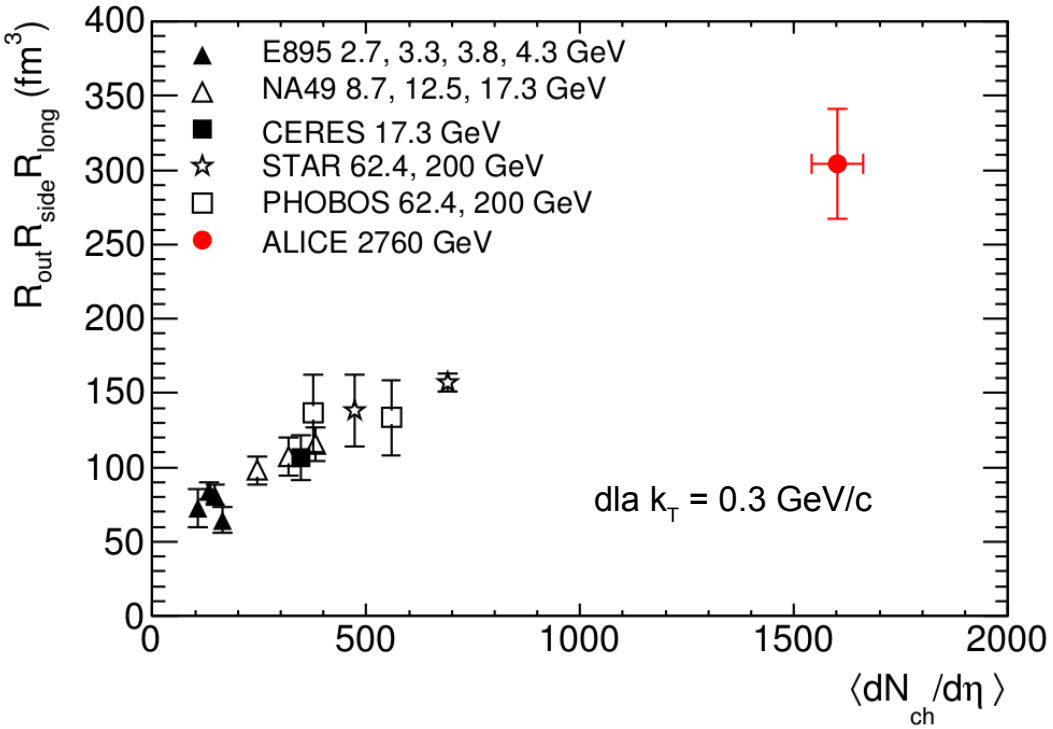
Promienie HBT (R_{out}, R_{side}, R_{long}) dla **danych centralnych Pb+Pb przy energiach LHC są około 10–35% większe niż dla centralnych Au+Au przy RHIC. Wreszcie mamy wzrost!**

Dotychczas jedynie R_{long} pokazywał lekką tendencją wzrostową przy przejściu od SPS do RHIC; przy przejściu od RHIC do LHC widzimy wzrost wszystkich trzech promieni



arXiv:1012.4035, 1107.0479



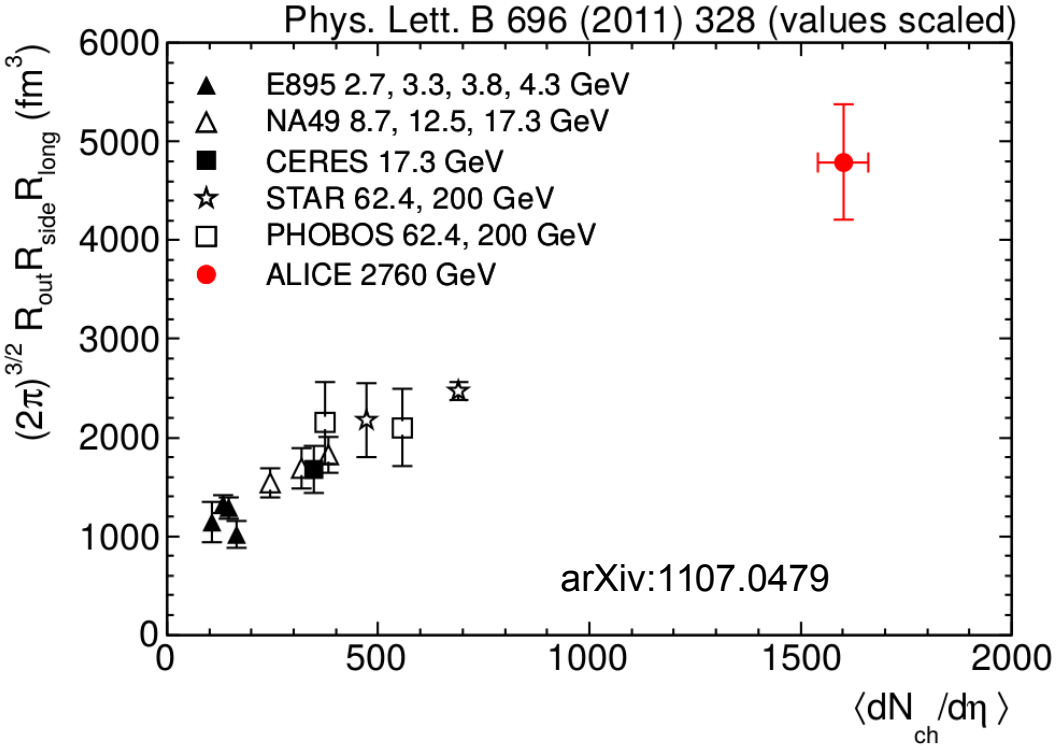


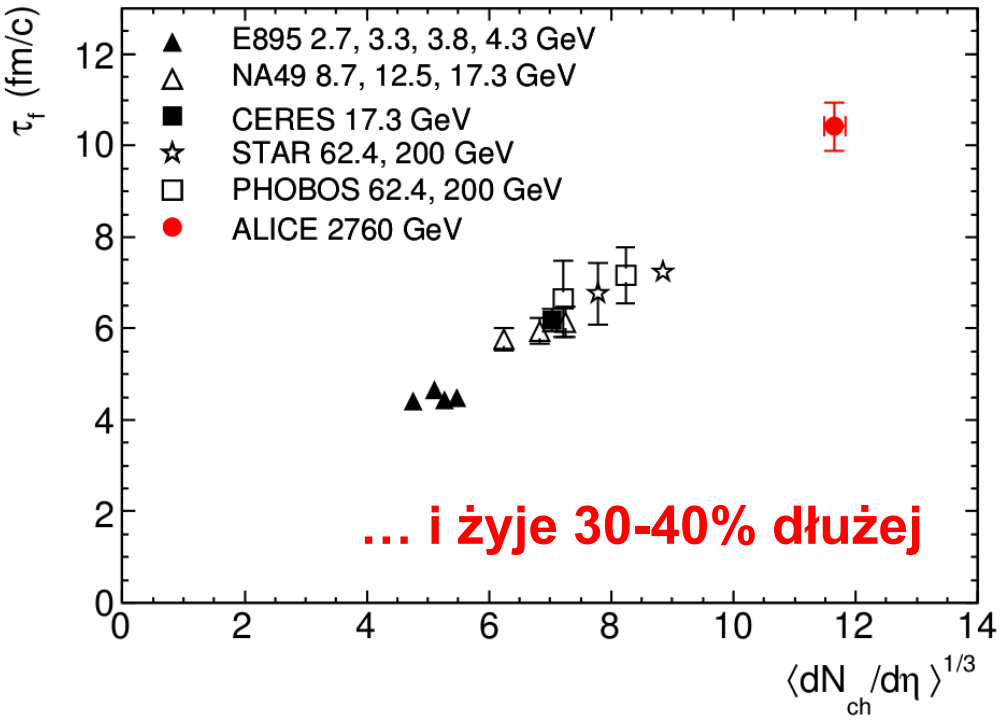
arXiv:1012.4035, 1103.3474
oraz PLB 696, 328 (2011)

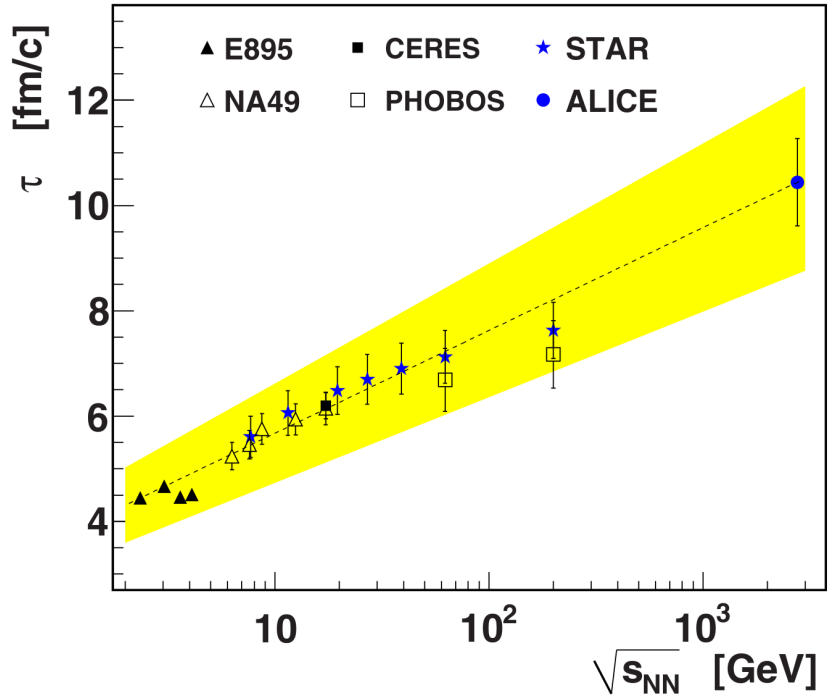
W LHC 2x większy system niż przy RHIC ...

$V=(2\pi)^{3/2}R_{out}R_{side}R_{long} \approx 4800$ fm^3 dla LHC (prawie 5x więcej niż objętość jądra Pb)

Uwaga: to „V" to objętość „zasięgu korelacji pionów"; R_{geo} eksperyment ALICE nie podaje ze względu na jego silną zależność od modeli







arXiv:1012.4035, 1103.3474, oraz PLB 696, 328 (2011)

Czas życia systemu (*decoupling time*) szacowany zgodnie z modelem hydro jako:

$$R_{\mathrm{long}}{}^2(k_T) = \frac{\tau_f^2 T}{m_T}\frac{K_2(m_T/T)}{K_1(m_T/T)}\ ,\quad m_T = \sqrt{m_\pi^2 + k_T^2}$$

gdzie T jest temp. kinetycznego wymrożenia wziętą jako 0.12 GeV a K_1 i K_2 to zmodyfikowane funkcje Bessela (arXiv:1012.4035)

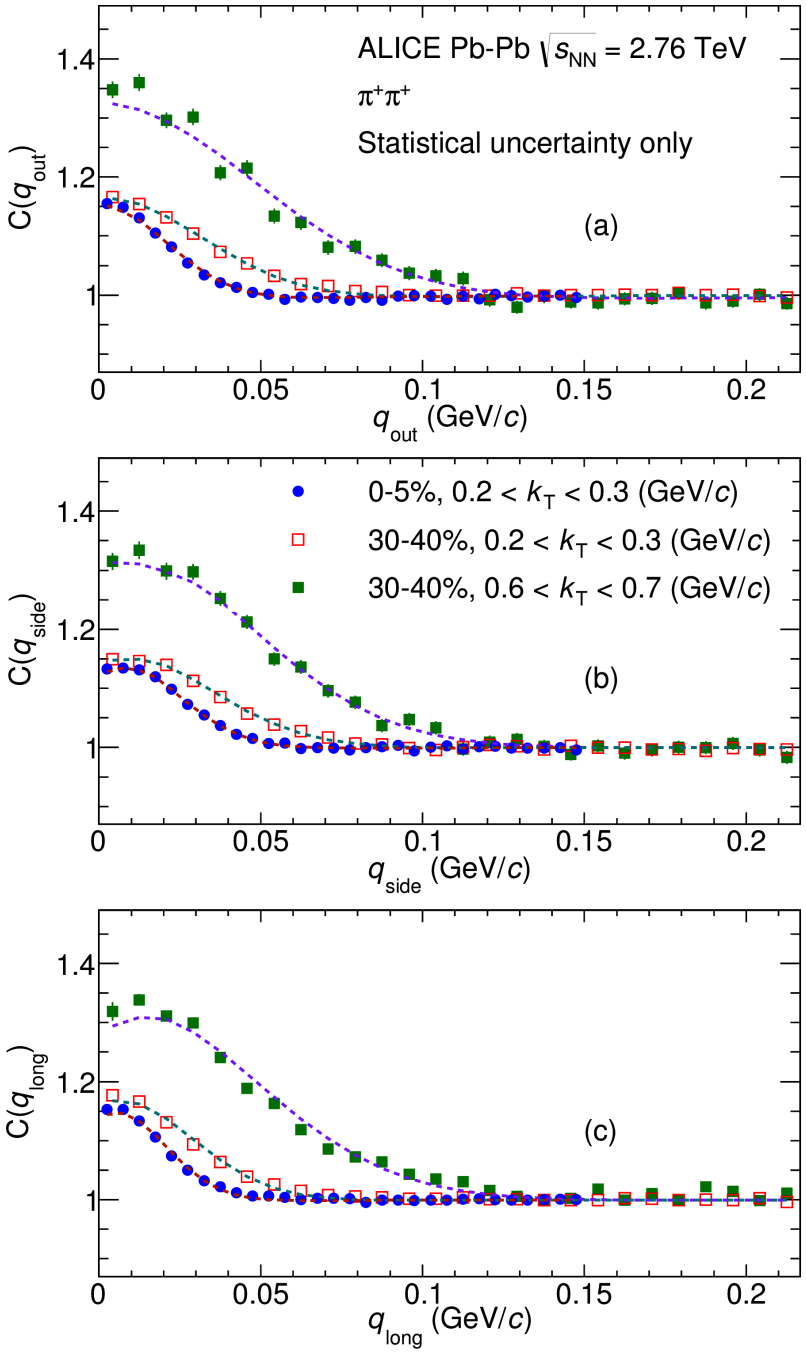
Wartości τ_f dla LHC są o 30–40% większe niż przy RHIC

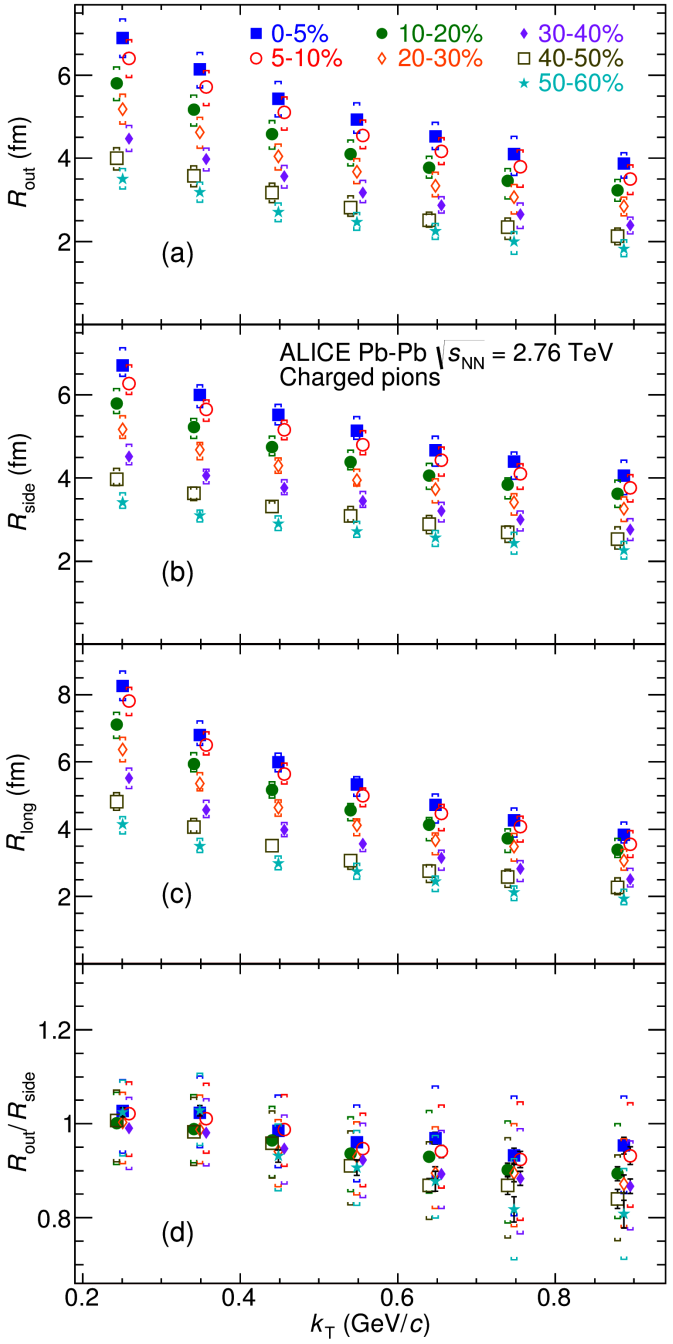
Fireball tworzony przy LHC jest gorętszy (wyższe $\varepsilon \Rightarrow$ wyższe T), **żyje** dłużej (**nawet powyżej 10 fm/c**) i rozszerza się do większych rozmiarów przy wymrożeniu term. niż w RHIC

← Wyniki STAR BES; czas liczony przy użyciu R_{long} (zasięg korelacji wzdłuż osi wiązki) oraz T_{term} (temperatura wymrożenia termicznego); żółta banda – zakres obliczeń dla $T_{\mathrm{term}} = 120 \pm 20$ MeV

STAR, Phys. Rev. C 92 (2015) 1, 014904 [arXiv:1403.4972]

Wyniki Pb+Pb przy LHC – zależność od centralności





Korelacje
$\pi^+\pi^+$ oraz $\pi^-\pi^-$

ALICE, PR C93 (2016), 024905 [arXiv:1507.06842]

Różne uwagi na zakończenie:

- Do zapamiętania: metodami HBT nie mierzy się rozmiarów przestrzennych ale zasięg korelacji. Rozmiary całego systemu w czasie wymrożenia – z modeli. Pędy i punkty emisji cząstek ze źródła są skorelowane również z powodu przepływu (poprzecznego i podłużnego) i dlatego **mierzone promienie odnoszą się raczej do obszarów jednorodności** (***lengths of homogenity***) **niż do aktualnych rozciągłości źródła**. To pozwala na „wyciągnięcie" dynamicznych parametrów źródła jeśli mierzy się funkcję korelacyjną w zależności od zmiennych kinematycznych $y_{\pi\pi}$ czy k_T

- Rozmiary źródeł mogą być mierzone nie tylko dla pionów ale i dla np. kaonów (zob. slajdy dodatkowe) – jedyny problem to mniejsza statystyka. Można badać również korelacje protonów (tu kontrybucja od oddziaływań silnych, odpychania Coulombowskiego, statystyki Fermiego-Diraca)

- Ostatnimi czasy uważa się że **źródło niekoniecznie jest Gaussowskie**; używa się np. **kształtu Levy'ego: $C(q) = 1 + \lambda \cdot \exp(-|qR|^{\alpha})$**, gdzie $\alpha = 1$: rozkład Cauchy'ego, $\alpha = 2$: źródło Gaussowskie. Ciekawostka: $\alpha = 0.5$ (lub niżej) w przypadku punktu krytycznego!
  Zob. np. prace przeglądowe: S. Lokos, APP Supp. 15 (2022) 3, 30 [arXiv:2206.13952]; M. Csanad, D. Kincses, Universe 10 (2024) 2, 54 [arXiv:2401.01249]

- Bardzo obiecujący pomysł to badanie **interferometrii fotonów bezpośrednich** (fotony nie oddziałują silnie więc stanowią „czystą" próbkę) – chociaż z wykładu 10 wiemy, że technicznie to bardzo ciężkie analizy (wyniki np. w arXiv:0901.3610 str. 42/43)

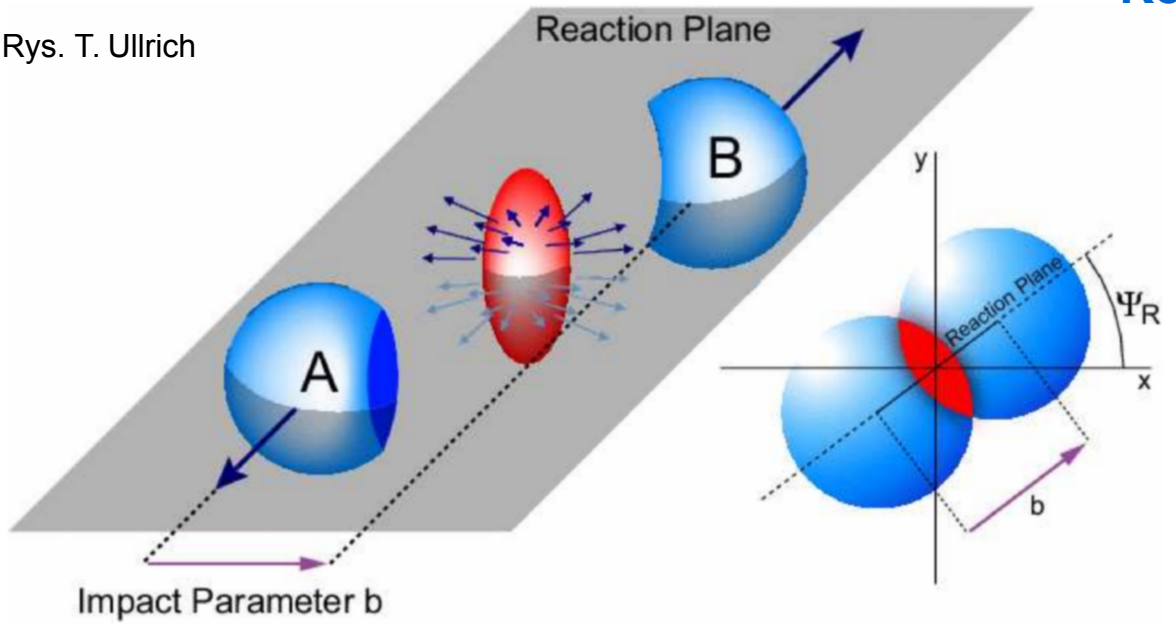
- Wreszcie, można badać korelacje cząstek **nieidentycznych** (zob. slajdy dodatkowe)

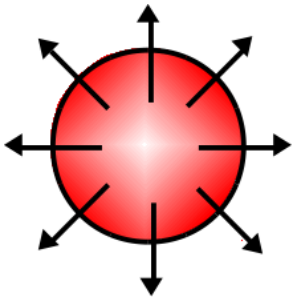
- **Dane p+p przy LHC wydają się również pokazywać przepływ kolektywny (zależność prom. HBT od k_T) dla zderzeń o wysokich krotnościach (zob. slajdy dod.)**

Slajdy dodatkowe
(dla zainteresowanych)

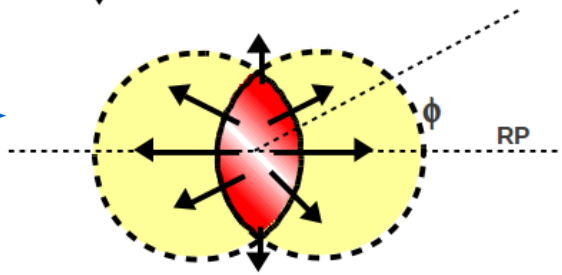
Kolektywność w zderzeniach A+A

Rys. T. Ullrich





$$\phi = \operatorname{atan} \frac{p_y}{p_x}$$



- Przepływ radialny dla centralnych (b=0) zderzeń
- Przepływ anizotropowy dla niecentralnych (b≠0) zderzeń

$$E\frac{d^3N}{dp^3} = \frac{1}{2\pi}\frac{d^2N}{p_T dp_T dy}\left(1 + 2v_1\cos(\phi - \Phi_R) + 2v_2\cos[2(\phi - \Phi_R)] + \ldots\right)$$

emisja izotropowa
(1 reprezentuje przepływ radialny)

przepływ skierowany
(*directed flow*)

przepływ eliptyczny
(*elliptic flow*)

Początkowa anizotropia przestrzenna + rozpraszania → gradienty ciśnień → **anizotropia w przestrzeni pędu** (więcej cząstek „in-plane” niż „out-plane”)

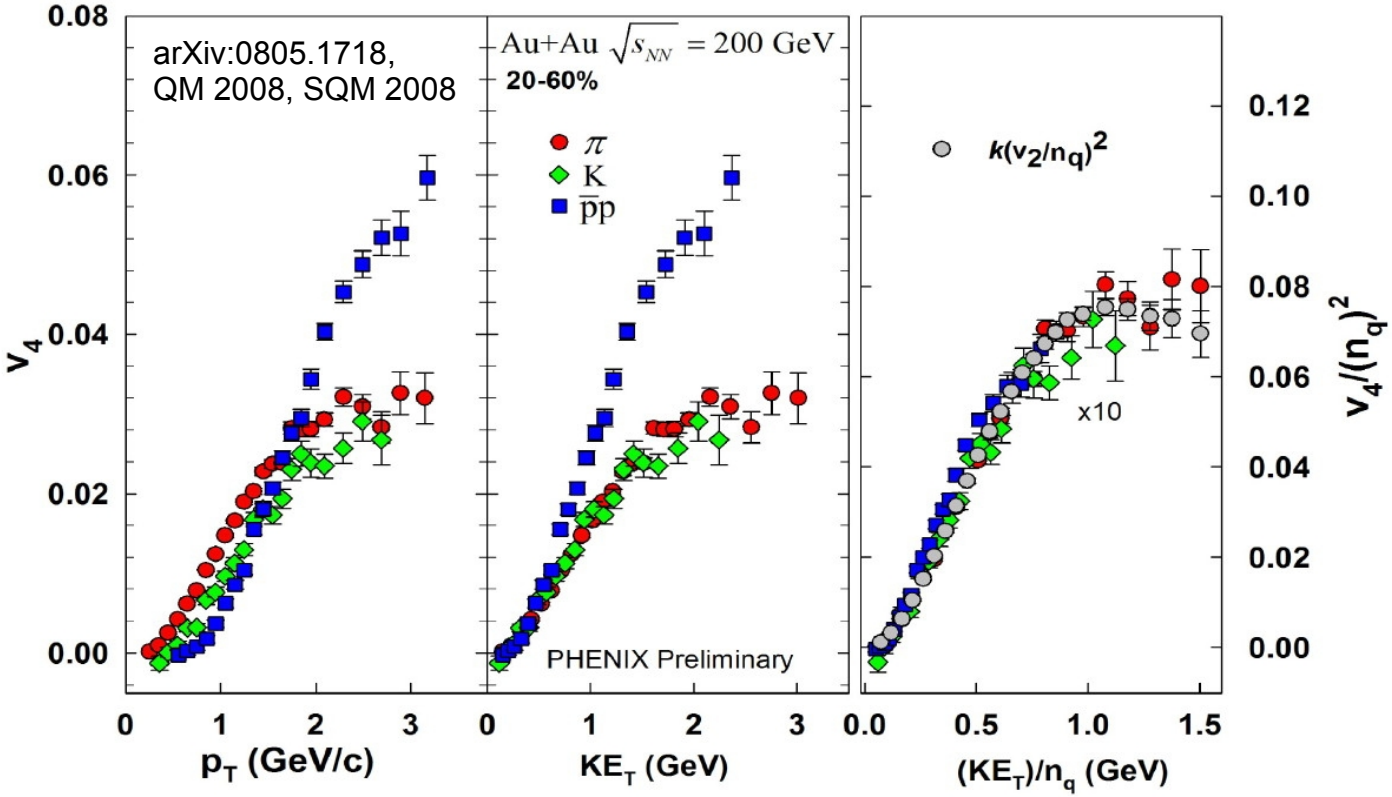
Współczynniki Fouriera:

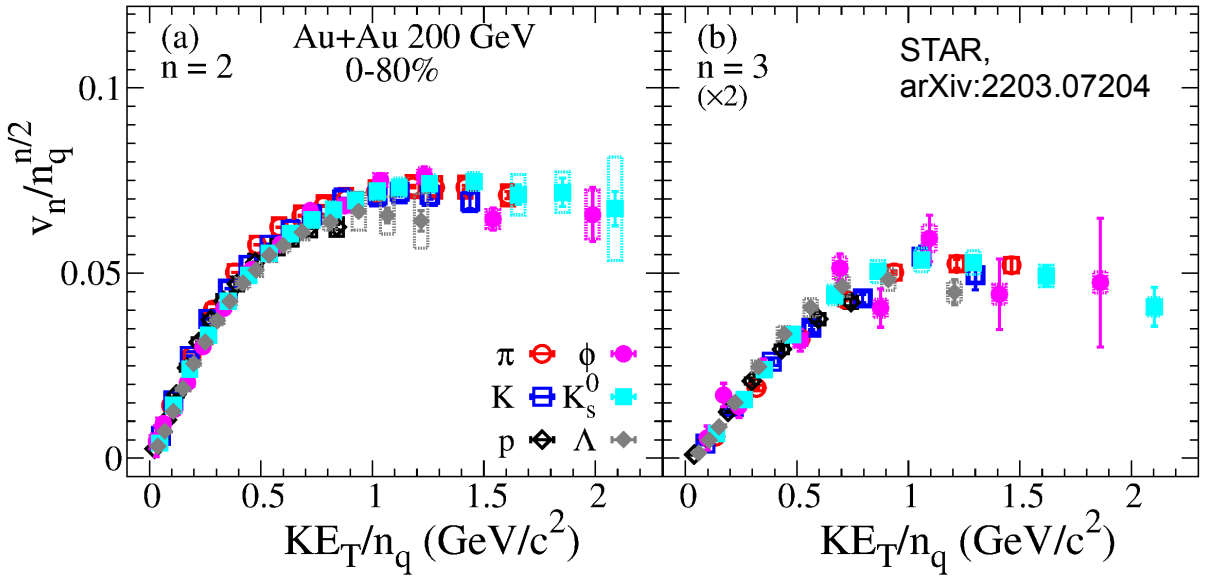
$$v_n = \langle \cos[n(\phi - \Phi_R)] \rangle$$

Kolejny test opisu hydrodynamicznego: **v_4 powinno skalować się podobnie tylko, że z n_q^2 i dodatkowo powinno być równoważne z v_2^2/n_q^2** → jak pokazuje rysunek (prawy) tak właśnie jest

v_2 skaluje się z n_q,
v_4 skaluje się z n_q^2,
w ogólności $v_n \sim v_2^{n/2}$
czyli np. $v_4 \sim v_2^2$

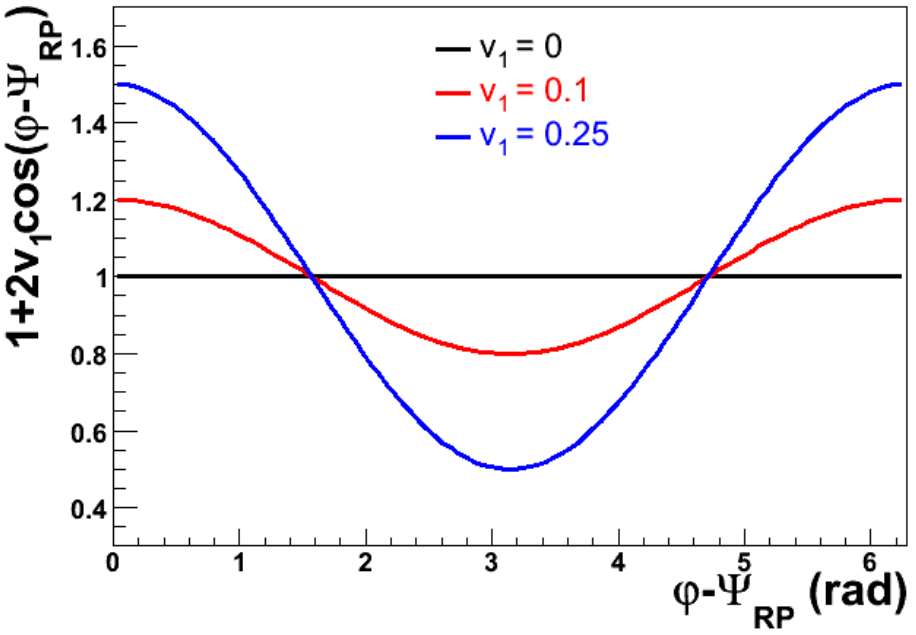
Zob. też $v_3^{1/3}/v_2^{1/2}$ dla ujemnie naładowanych pionów przy energii SPS (Pb+Au, 17.3 GeV) → CERES, Eur. Phys. J. C 84 (2024) 10, 1090 [arXiv:2402.10895]



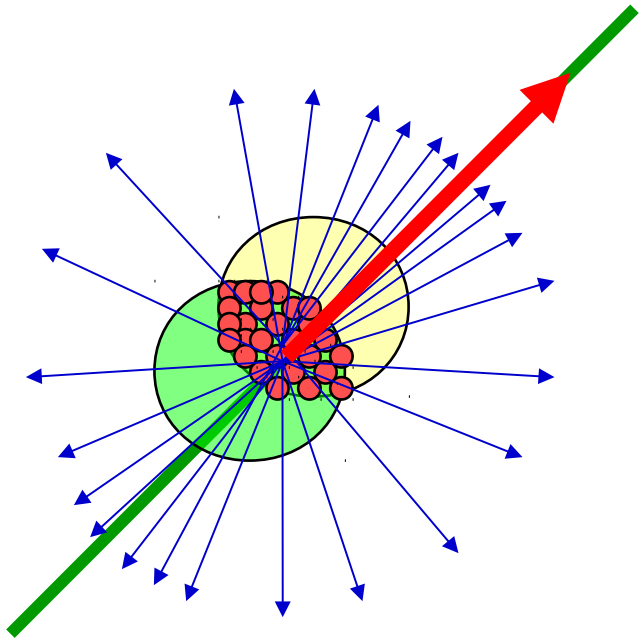


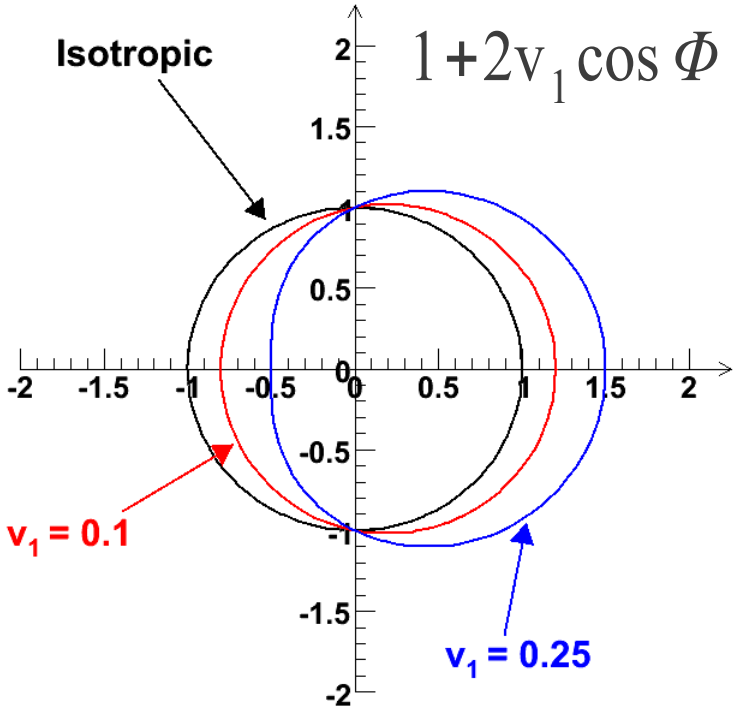
Directed flow

$$v_1 = \langle \cos(\phi - \Phi_R) \rangle$$



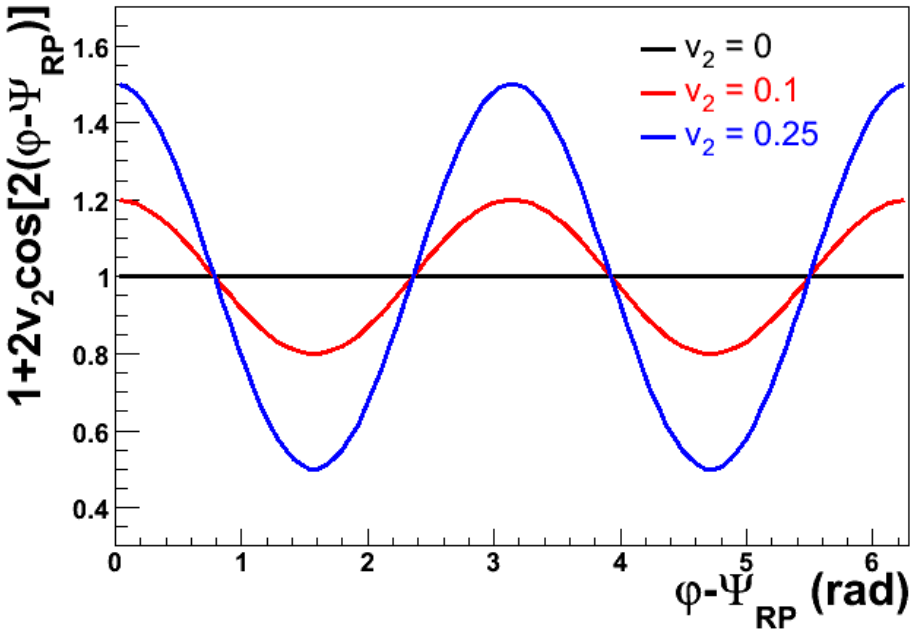
Rys. z wykładów
Francesco Prino



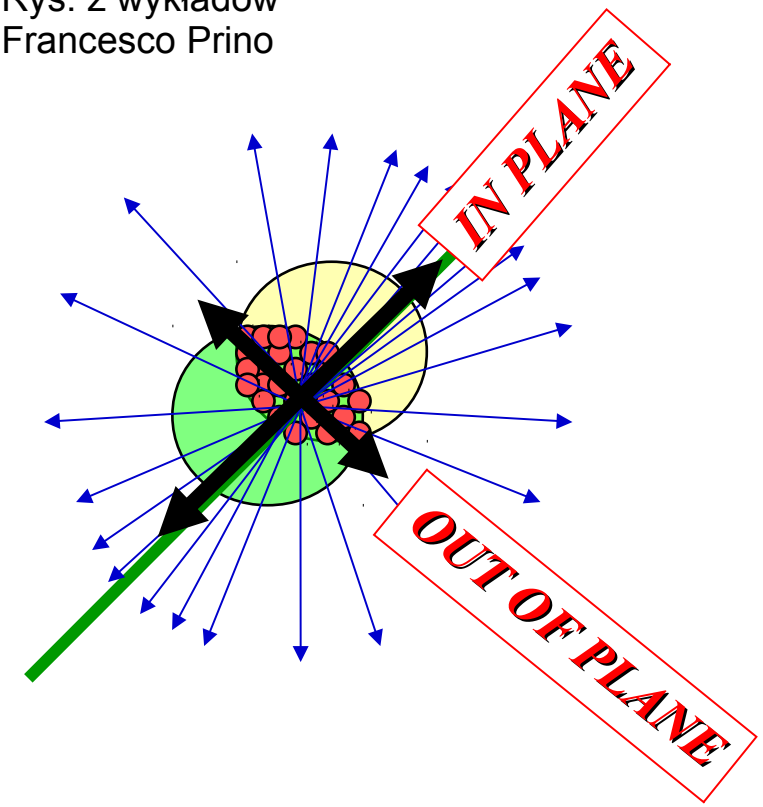


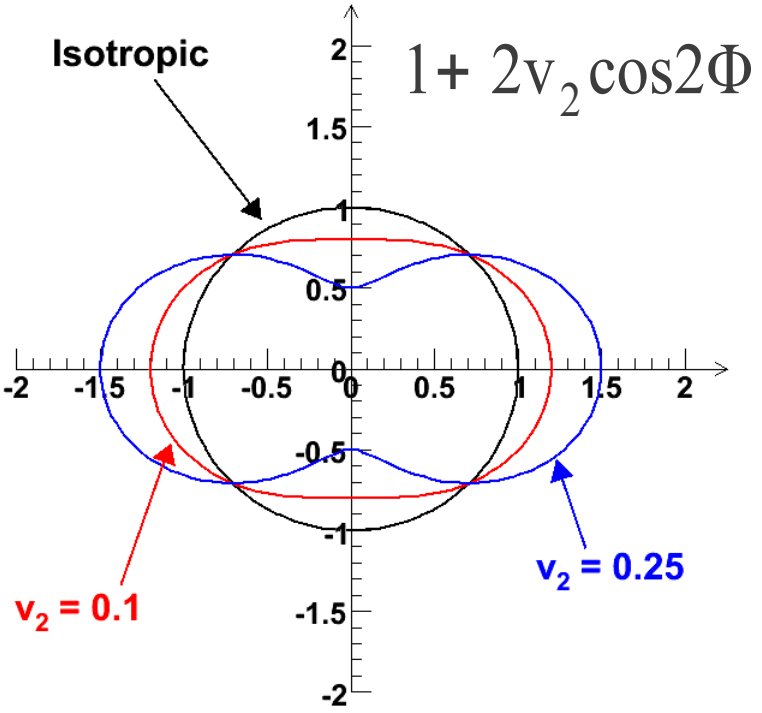
Elliptic flow

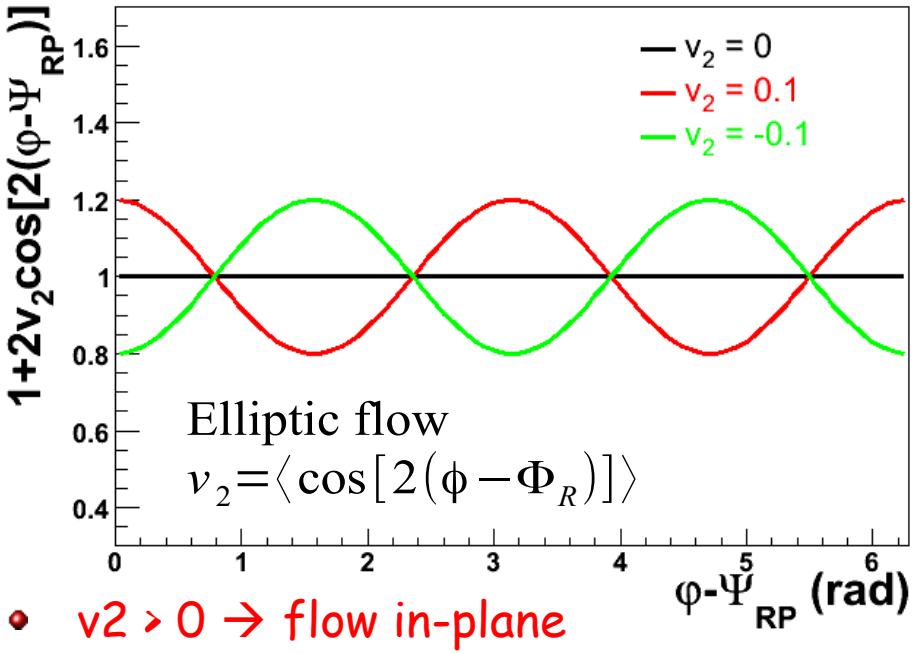
$$v_2 = \langle \cos[2(\phi - \Phi_R)] \rangle$$



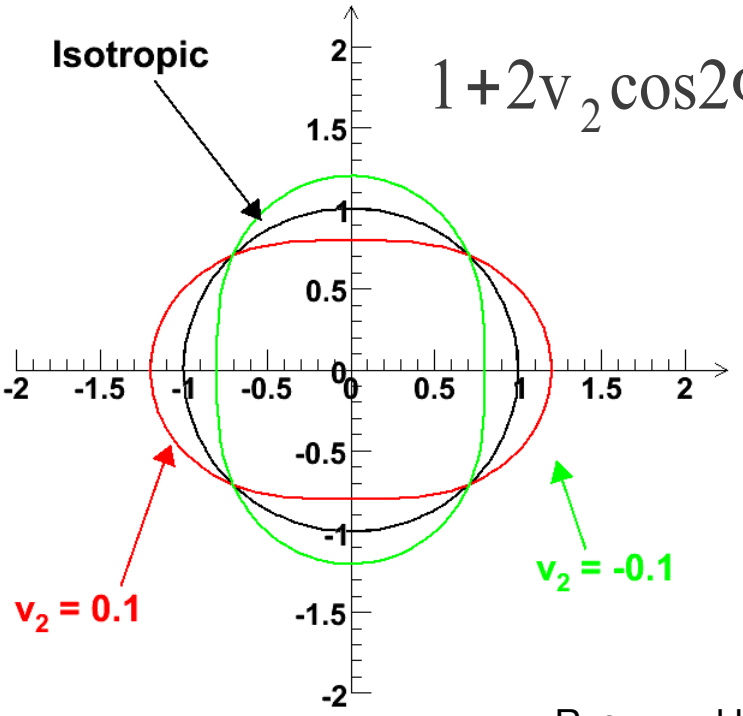
Rys. z wykładów
Francesco Prino



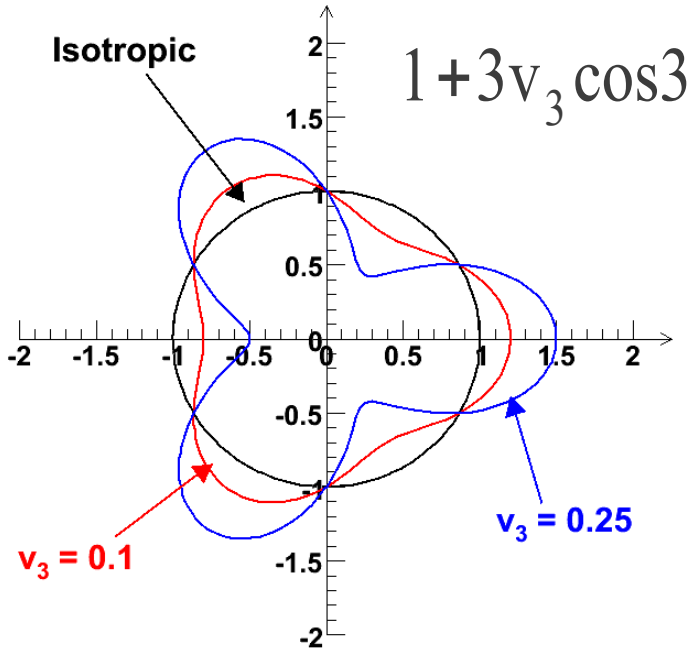


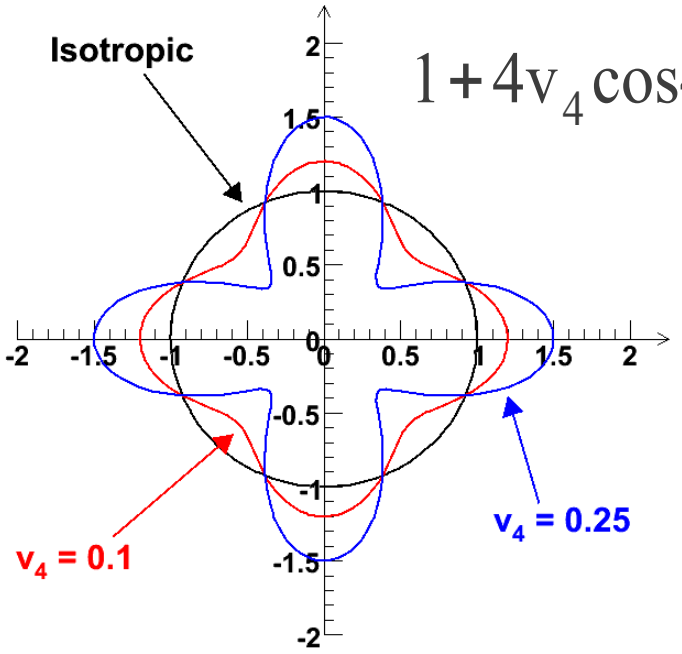


- v2 > 0 → flow in-plane
- v2 < 0 → flow out-of-plane



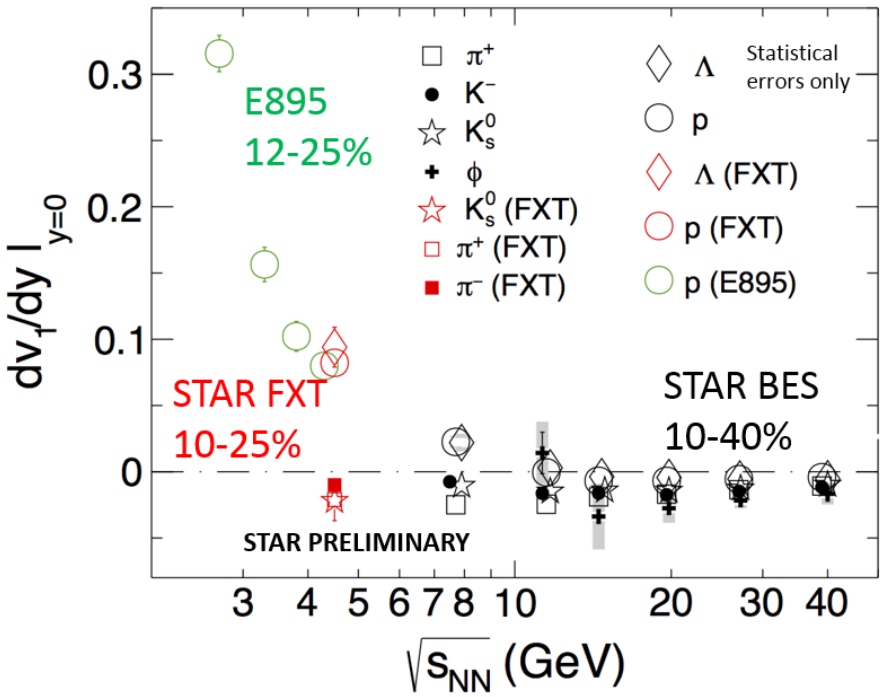
Rys. z wykładów
Francesco Prino

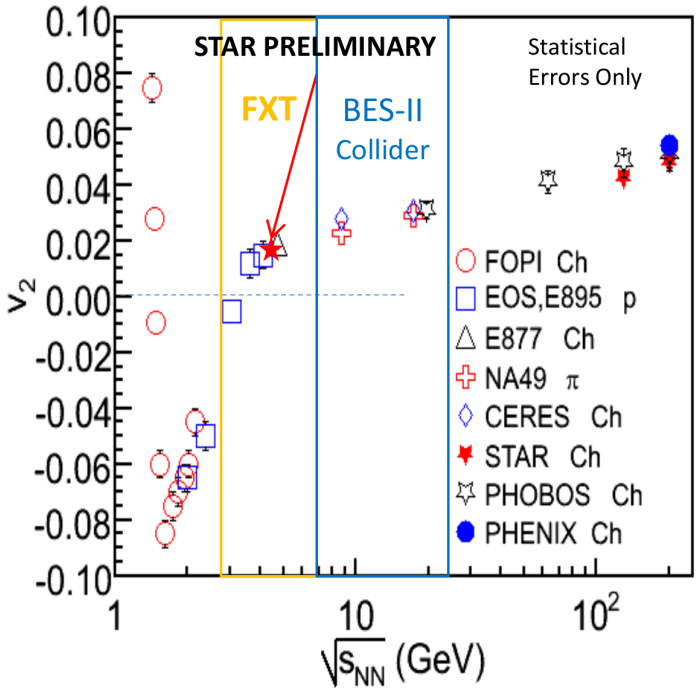




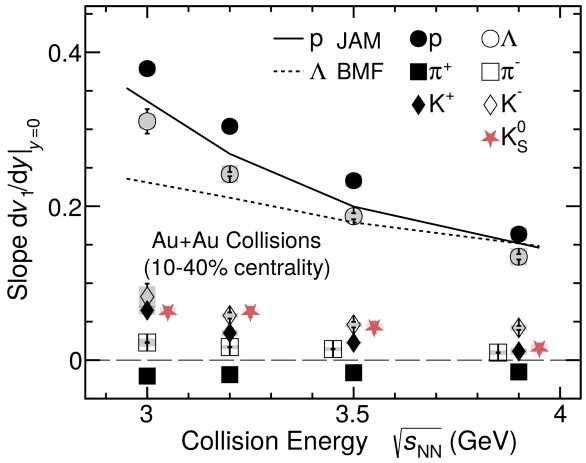
Górny panel: pierwsze wyniki **STAR** z programu **„fixed target”** ($\sqrt{s_{NN}}$ = **4.5** GeV)

Meehan (for STAR), arXiv:1704.06342 (QM 2017); CPOD 2017 (slajdy) (pokazano również inne obserwable np. promienie HBT).
Zob. też Wu (for STAR), arXiv:1807.06738 (QM 2018)

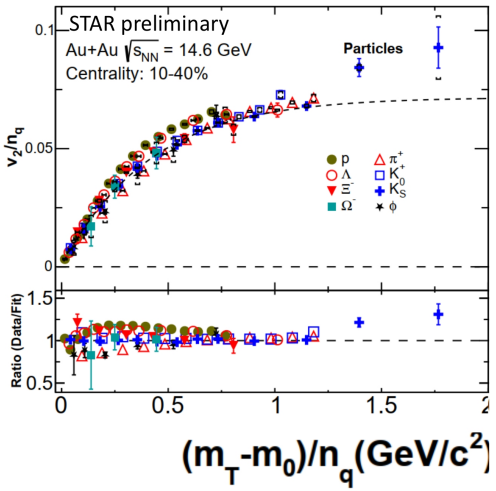




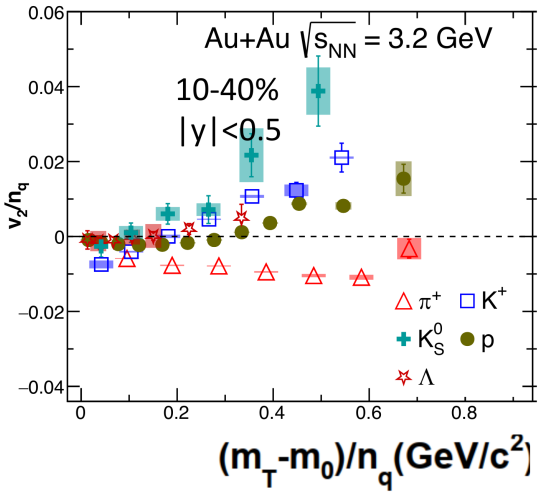
STAR, arXiv:2503.23665



NCQ scaling 14.6 GeV



NCQ scaling breaks 3.2 GeV

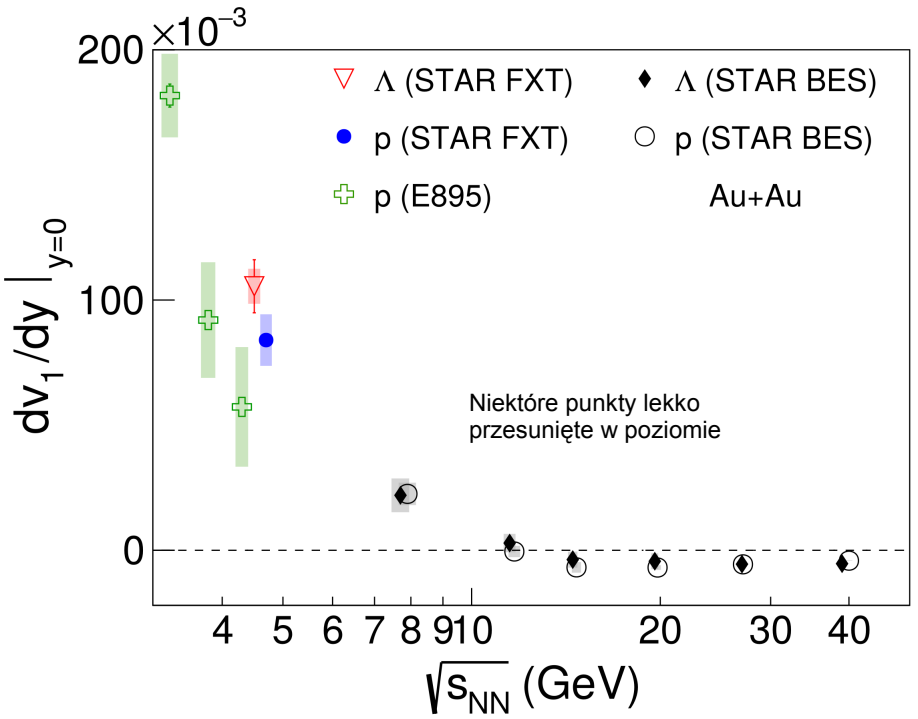


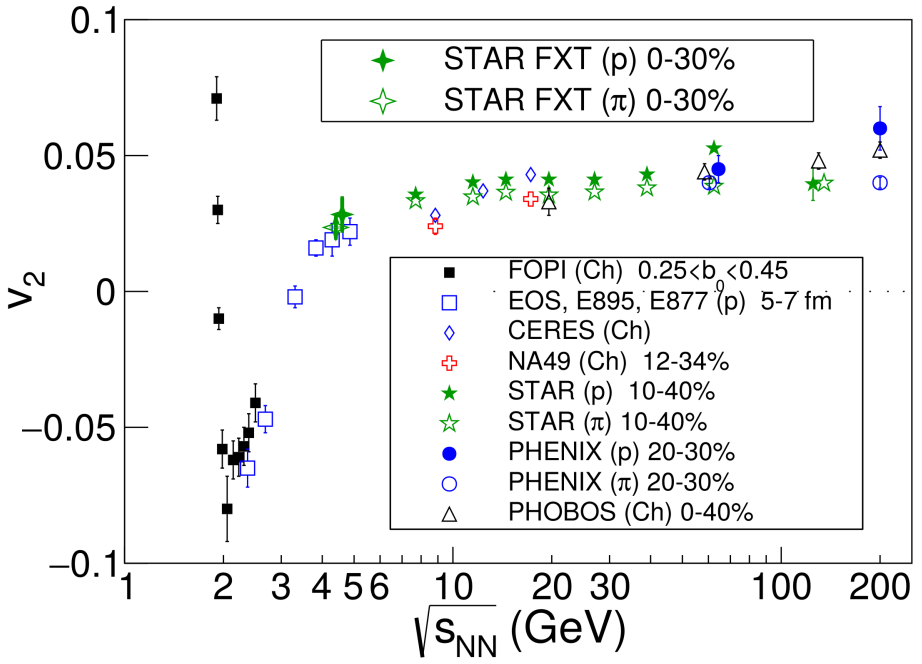
R. Reed (for STAR), Quark Matter 2023 (slajdy); zob. też Z. Liu (for STAR), arXiv:2312.16758; D.Neff (for STAR), arXiv:2405.20928

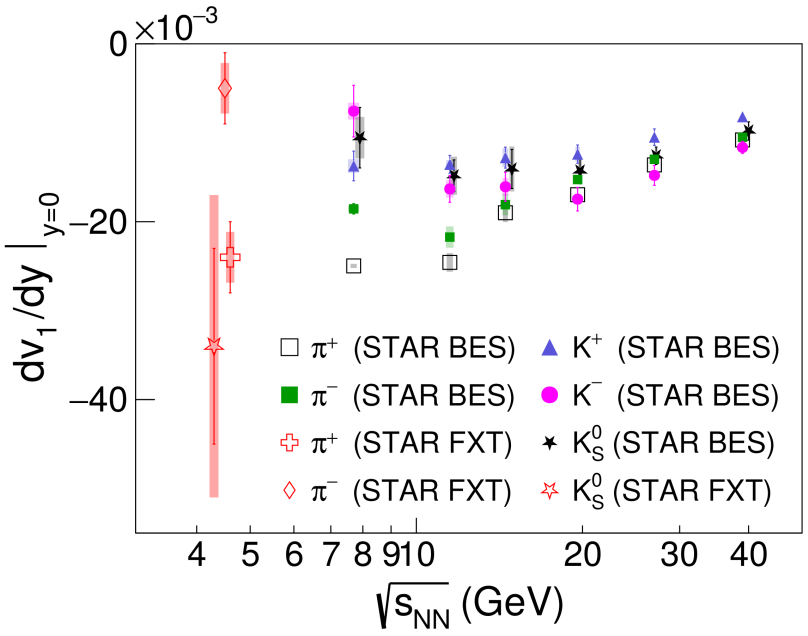
Wyniki **STAR** z programu **„fixed target”** ($\sqrt{s_{NN}}$ = **4.5** GeV)

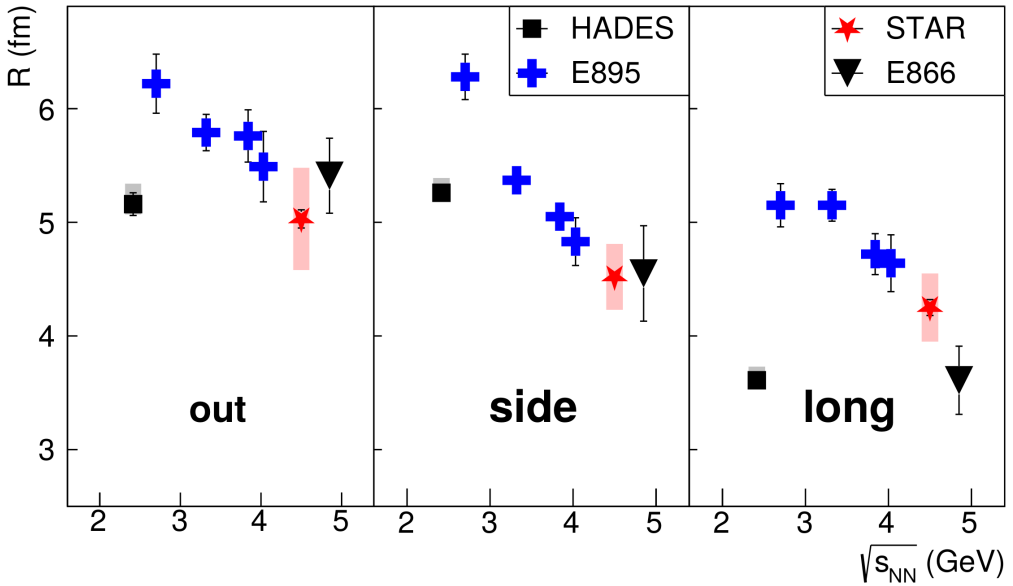
STAR, Phys. Rev. C 103 (2021) 3, 034908 [arXiv:2007.14005]

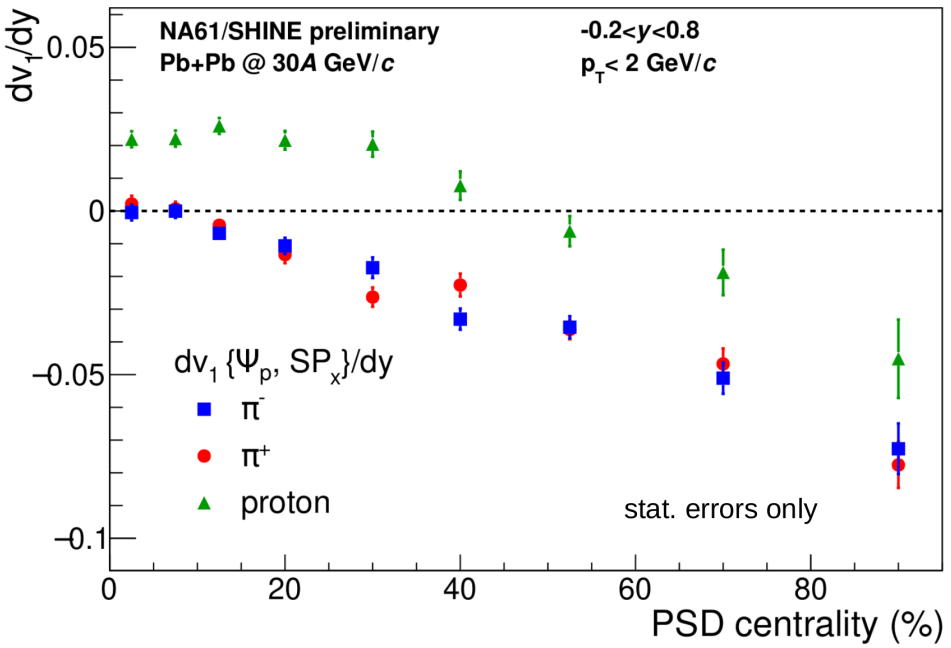
Wyniki dla energii 3 GeV → zob. S. Esumi (for STAR), CPOD 2021; S. Lan (for STAR), CPOD 2021; G. Xie (for STAR), arXiv:2108.05424; STAR, PLB 827 (2022) 137003 [arXiv:2108.00908]









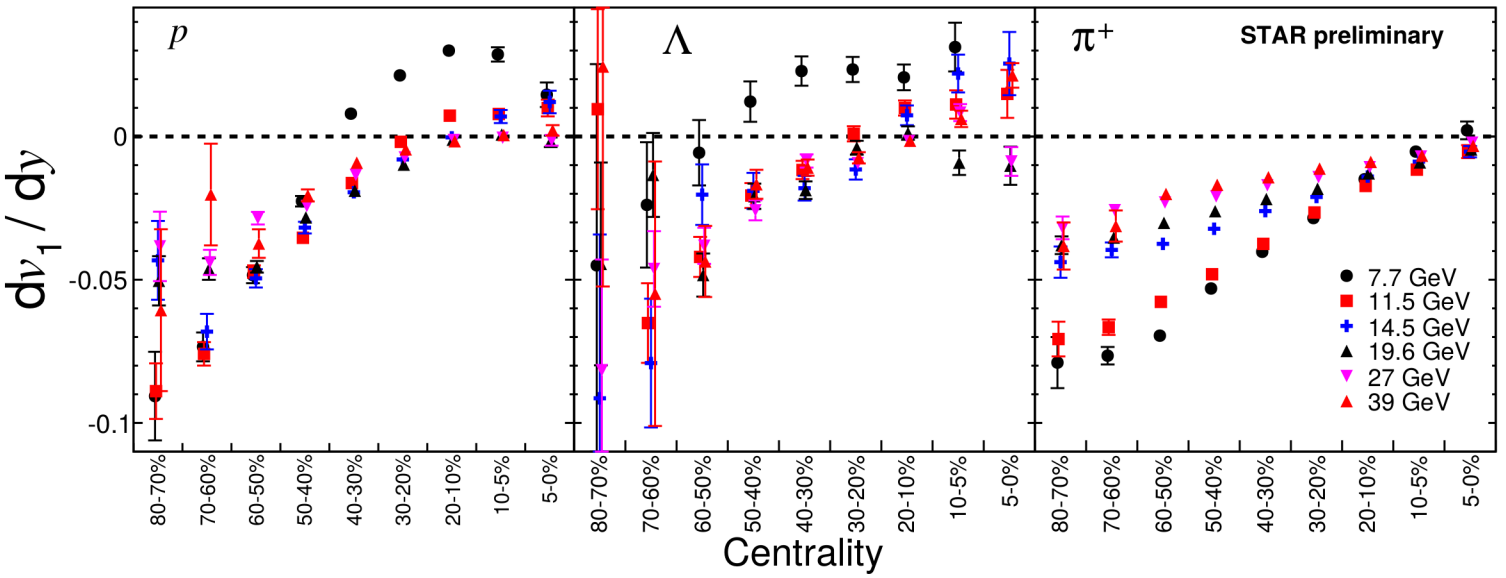


Wyniki **NA61/SHINE** (QM 2018): zal. dv_1/dy od centralności dla Pb+Pb przy $\sqrt{s_{NN}}$ = 7.6 GeV

(30*A* GeV/c wiązki; zgodnie z „horn" w $\langle K^+\rangle/\langle\pi^+\rangle$ jest to energia uwolnienia); wyniki (w tym v_1) dla 13*A* GeV/c → zob. E. Kashirin (for NA61), WPCF 2019; M. Kuich, arXiv:2003.13346; M. Maćkowiak-Pawłowska, arXiv:2002.04847 i 2112.01877; S. Puławski, arXiv:1911.01398; E. Kashirin (for NA61), Nucleus 2022

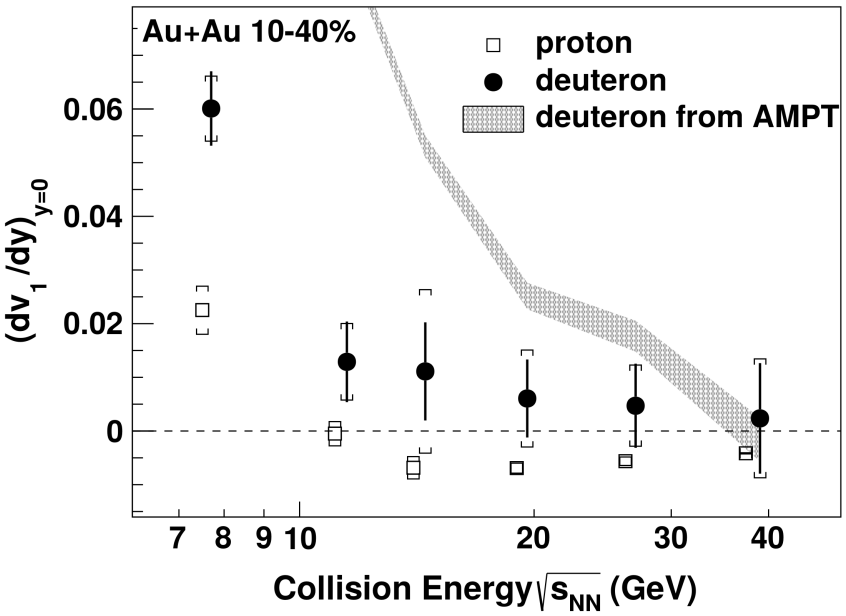
Wyniki **STAR BES** (QM 2015): zależność dv_1/dy od centralności dla Au+Au (różne energie) → NPA 956 (2016) 260 [arXiv:1512.09009]

- Nachylenie v_1 **protonów** zmienia znak przy centralności rzędu 50%
- Nachylenie v_1 pionów jest zawsze ujemne

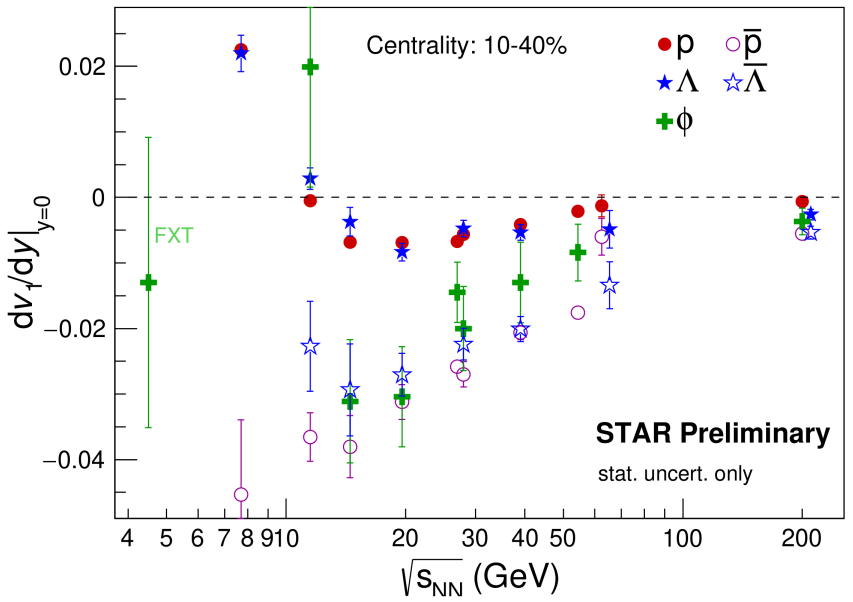


Wyniki **STAR**

STAR, Phys. Rev. C 102 (2020) 4, 044906 [arXiv:2007.04609]



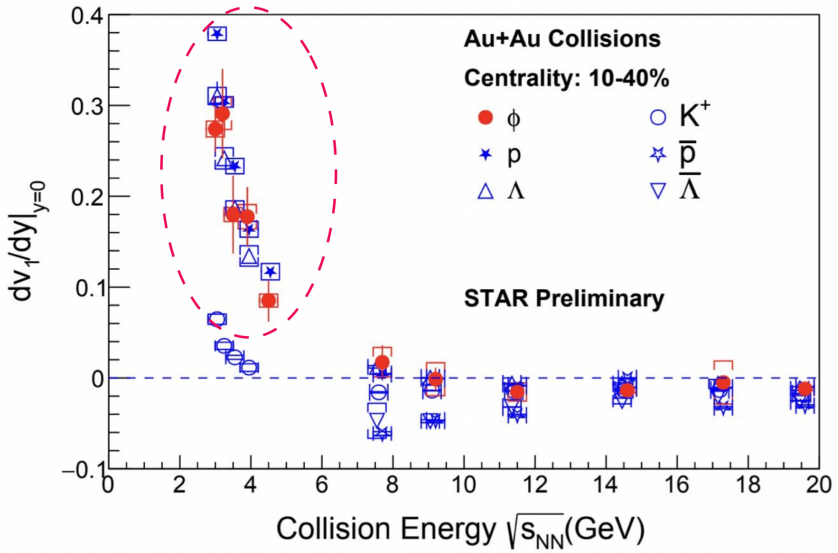
K. Nayak (for STAR), Nucl. Phys. A 1005 (2021) 121855 [arXiv:2002.12066]



d, t, ^{3}He, ^{4}He dla Au+Au przy 3 GeV (STAR FT) → zob. STAR, PLB 827 (2022) 136941; $_\Lambda{}^3$H, $_\Lambda{}^4$H dla Au+Au przy 3 GeV (STAR FT) → zob. STAR, PRL 130 (2023) 21, 212301; p, d, t, Λ, ^{3}He, ^{4}He dla Au+Au przy 3.2–4.5 GeV (STAR FT) → zob. J. Han (for STAR), EPJ Web Conf. 316 (2025) 07008 [arXiv:2412.00871]

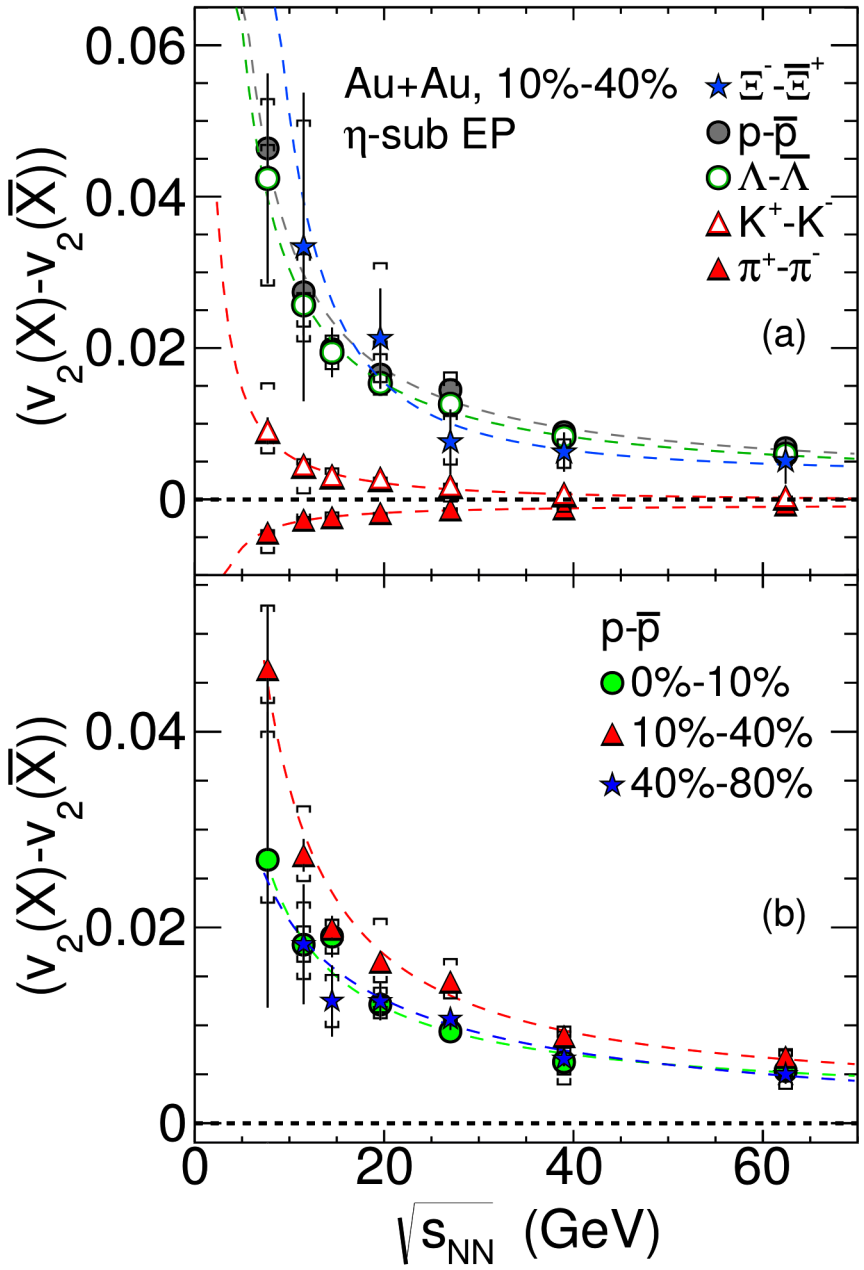
- Directed flow sensitive probe of early time interactions and EoS

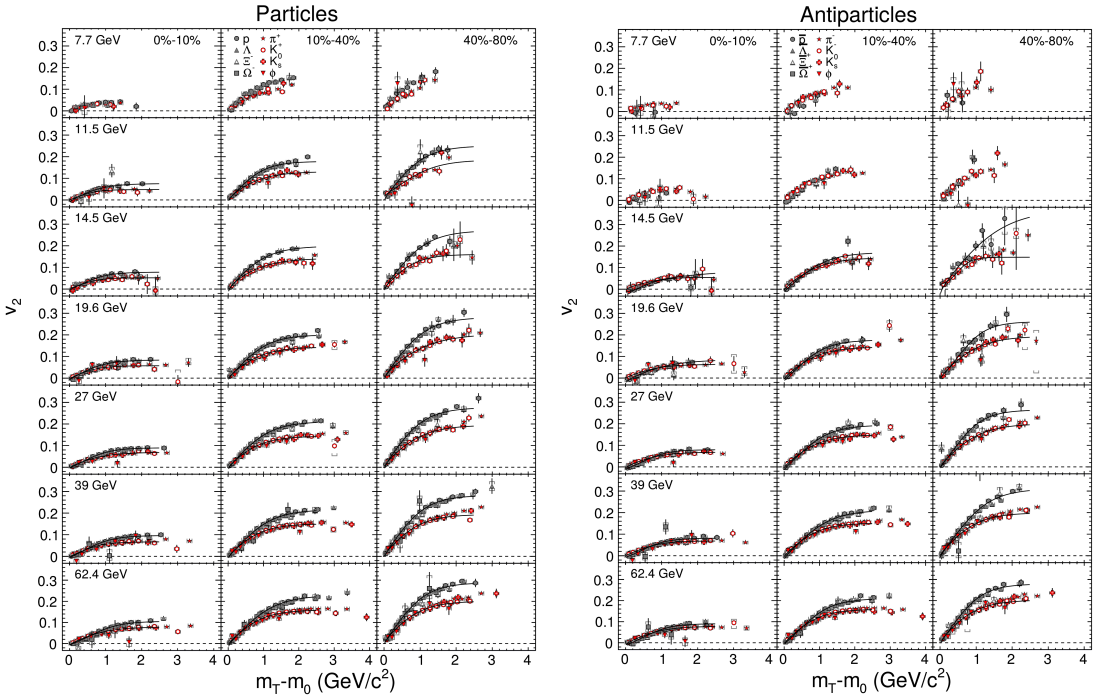
S. Radhakrishnan (for STAR), Quark Matter 2025

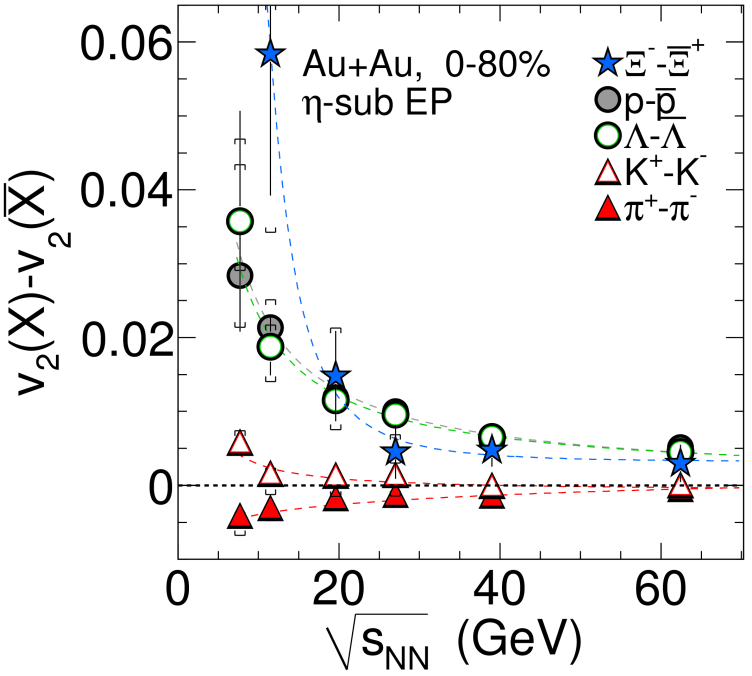


- Precision measurement of v_1 of various identified particles across the collision energies
- Kaons show sign change as protons, but with minimum between 4.5 and 7.7 GeV

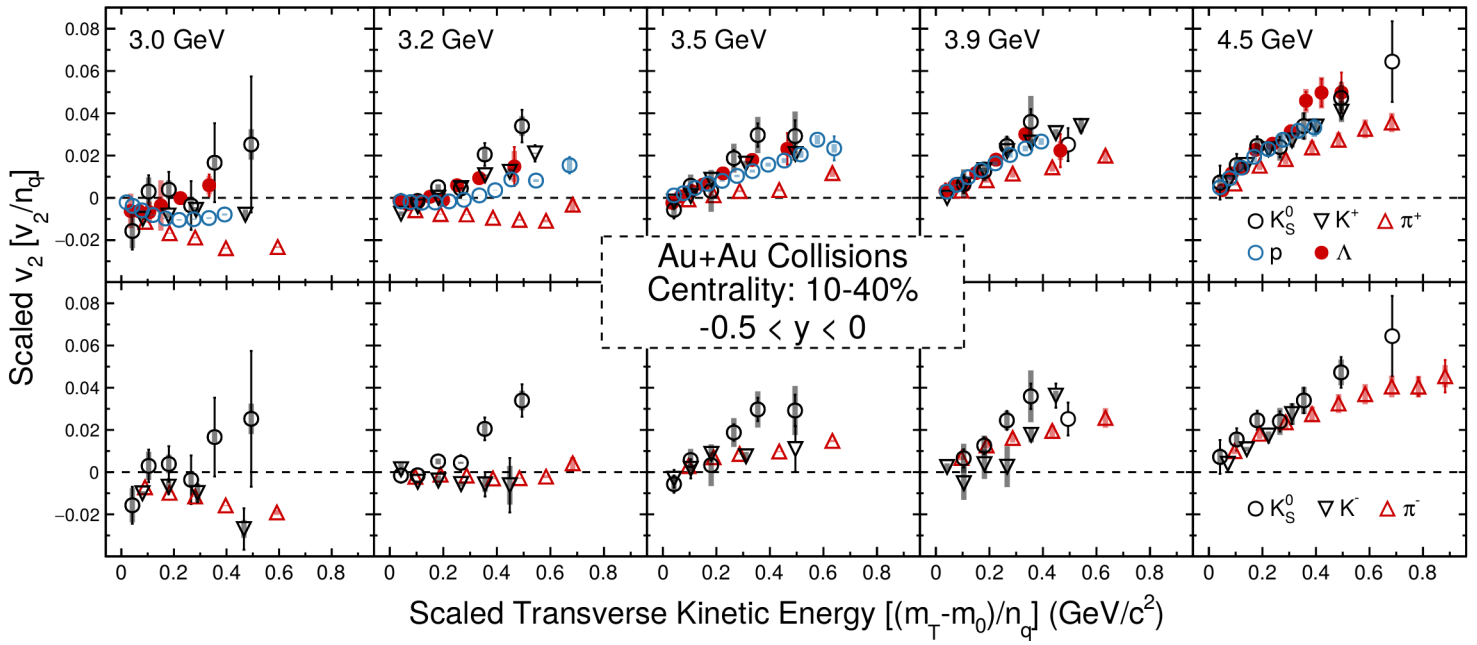
- Unexpectedly large v_1 for ϕ mesons in the high μ_B region, similar v_1 as protons and Λ!

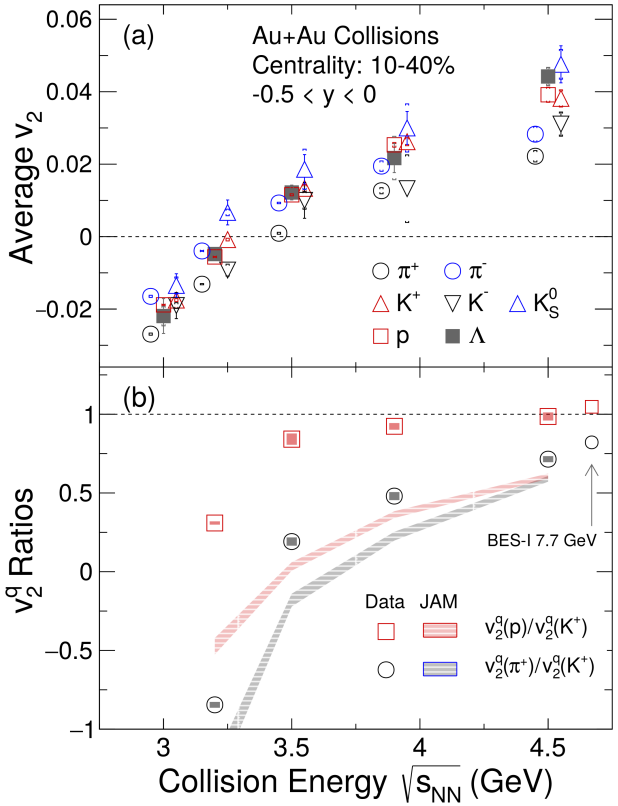






Lewy oraz górne:
STAR, PR C93, 014907, 2016 [arXiv:1509.08397];
Dolny prawy: STAR, PRL 110, 142301 (2013)



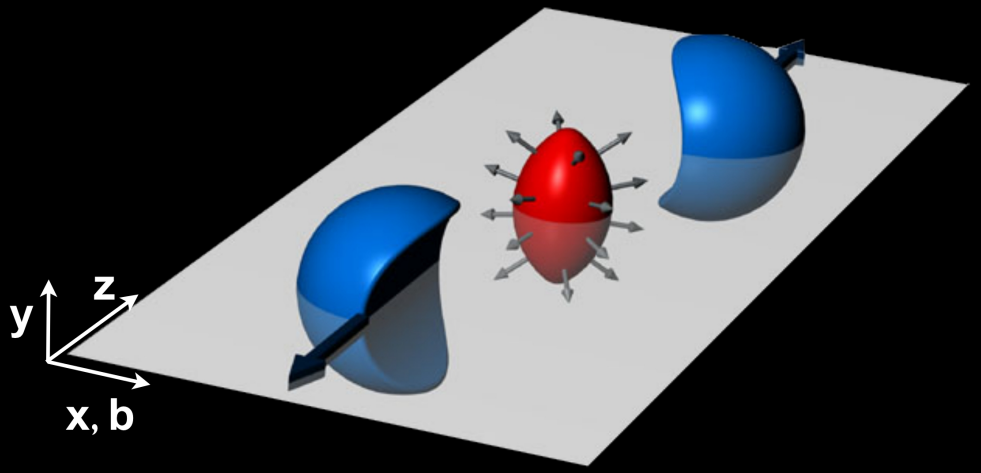


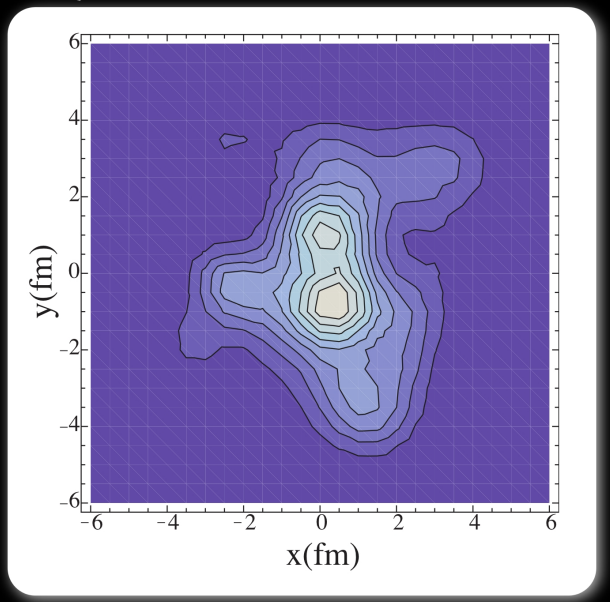
Uwaga: w pracy STAR, arXiv:2504.02531 autorzy analizując m.in. v_2/n_q w funkcji KE_T/n_q dla zderzeń Au+Au przy energiach od 3.0 do 4.5 GeV (STAR fixed target) wyciągają wnioski, że „onset of dominant partonic interactions" jest już przy $\sqrt{s_{NN}}$ = 4.5 GeV (to energia niższa niż minimum w dv_1/dy protonów!)

FIG. 4. (a): The energy dependence of p_T integrated v_2 for $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, K^0_S, p, and Λ in 10-40% centrality from Au+Au collisions at $\sqrt{s_{\rm NN}}$ = 3.0, 3.2, 3.5, 3.9, and 4.5 GeV. For clarity, the x-axis values of pions and kaons are shifted by $\pm$0.05 respectively. (b): The energy dependence of n_q scaled v_2 ratios of $v_2^q(\pi^+)/v_2^q(K^+)$ and $v_2^q(p)/v_2^q(K^+)$ at $E_T/n_q = 0.4$ GeV/c^2 in the same centrality. Statistical and systematic uncertainties are shown as bars and bands, respectively. The JAM calculations with baryonic mean field are shown as dashed bands.

Initial conditions and v_n

G. Qin, H. Petersen, S. Bass, and B. Muller





$$\frac{2\pi}{N}\frac{dN}{d\phi} = 1 + \sum_{n=2,4,6,\ldots}^{\infty} 2v_n \cos n(\phi - \Psi_R)$$

$$\frac{2\pi}{N}\frac{dN}{d\phi} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos n(\phi - \Psi_n(p_T, \eta))$$

Gardim, Grassi, Luzum, Ollitrault
arXiv:1211.0989

Initial spatial geometry is not a smooth almond (for which all odd harmonics are zero due to reflection symmetry) and, in addition, it fluctuates from event to event.

- Fluctuations of initial energy/pressure distributions lead to “irregular” shapes that fluctuate e-by-e
- Higher harmonics each one having its own symmetry plane

Event plane method :

The event plane angle : $$\Psi_{EP,n} = \frac{1}{n}\tan^{-1}\frac{\sum_i w_i \sin(n\phi_i)}{\sum_i w_i \cos(n\phi_i)}$$

Estimate of v_n : $$v_n\{EP\} = \frac{\langle \cos(n(\phi - \Psi_{EP,n}))\rangle}{R_n}$$

Resolution calculated using three sub-event method.

$$R_n = \sqrt{\frac{\langle \cos(n(\Psi_A - \Psi_B)\rangle \langle \cos(n(\Psi_A - \Psi_C)\rangle}{\langle \cos(n(\Psi_B - \Psi_C)\rangle}}$$

Poskanzer and Voloshin, Phys.Rev.C 58,1671 (1998).

Cumulants : For the detectors with uniform acceptance 2nd and 4th order cumulants are given by

$$c_n\{2\} \equiv \left\langle\left\langle e^{in(\phi_1-\phi_2)}\right\rangle\right\rangle = v_n^2 + \delta_2$$

$$c_n\{4\} \equiv \left\langle\left\langle e^{in(\phi_1+\phi_2-\phi_3-\phi_4)}\right\rangle\right\rangle - 2\left\langle\left\langle e^{in(\phi_1-\phi_2)}\right\rangle\right\rangle^2$$

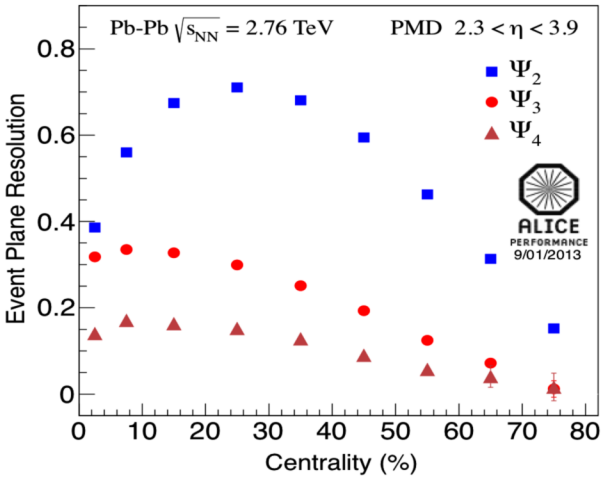
$$= v_n^4 + 4v_n^2\delta_2 + 2\delta_2^2 - 2(v_n^2 + \delta_2)^2$$

$$= -v_n^4$$

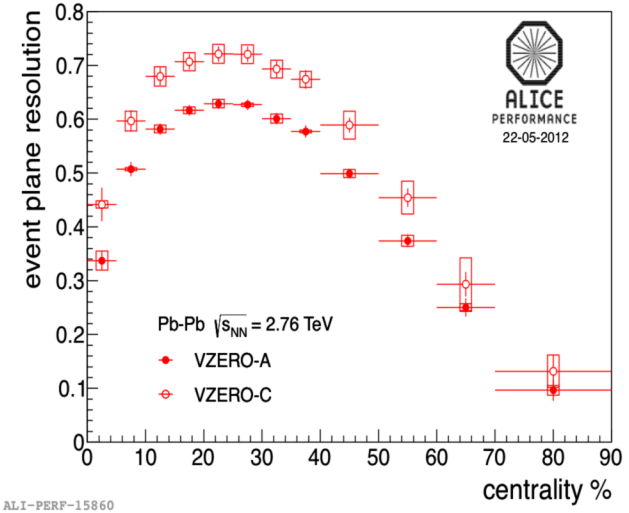
δ_2 - contribution from the non-flow correlations, $\delta_2 \sim 1/M$

Borghini, Dhin and Ollitrault, Phys. Rev. C 64, 054901 (2001).

PMD Event Plane Resolution (Ψ_n)

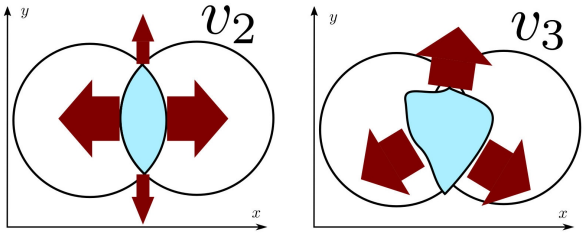


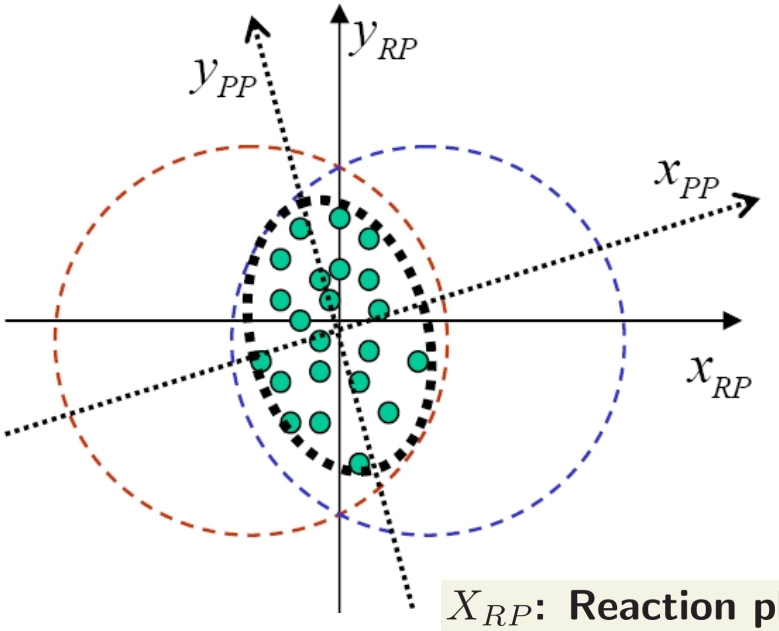
VZERO Event Plane Resolution (for n=2)



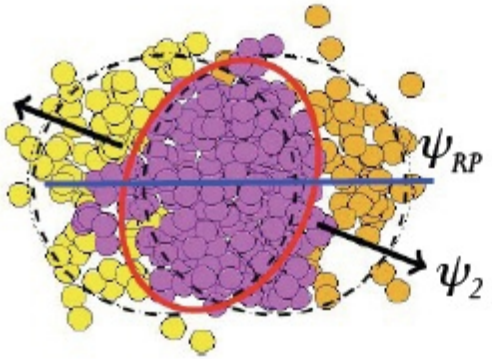
Teoria (gdy migdałek nie jest gładki, mamy fluktuacje położenia partycypantów):
Reaction plane (Φ_{RP}, Φ_R) $\rightarrow$ nth order participant plane

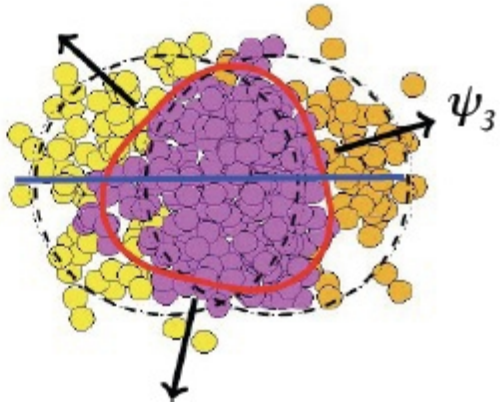
arXiv:2004.13812





Voloshin et al. PLB 659, 537 (2008)





X_{RP}: **Reaction plane, spanned by beam and impact parameter**
X_{PP}: **Participant plane, maximises spatial anisotropy** ϵ_n
Ψ_n: **Event plane, maximises anisotropy** v_n

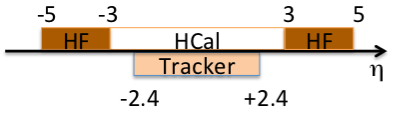
Praktyka:

Tak naprawdę to nie jesteśmy w stanie wyznaczyć ani Φ_{RP} ani Φ_{PP} a to co wyznaczamy w eksperymentach to tylko Φ_n^{EP} (n-tego rzędu), które ma być dobrym przybliżeniem Φ_n^{PP} (n-tego rzędu).

- **Φ_2^{EP}** (ozn. tu również jako Ψ_2, second order event plane) **$\approx \Phi_{RP}$**
- **Φ_3^{EP} nie jest skorelowane z Φ_{RP}**
- Jeśli mielibyśmy idealnie gładki migdałek bez fluktuacji to $\Phi_{RP} = \Phi_2^{PP} = \Phi_2^{EP}$

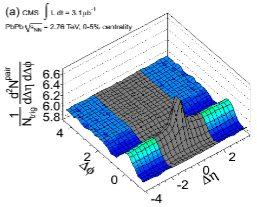
v_n Measurement Methods

Event-Plane

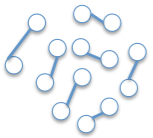


$$\frac{dN}{d\phi} \sim 1 + 2v_2\cos 2(\phi - \psi_2) + 2v_3\cos 3(\phi - \psi_3) + \ldots$$

Di-hadron Correlation

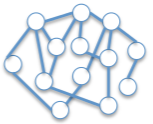


Cumulant



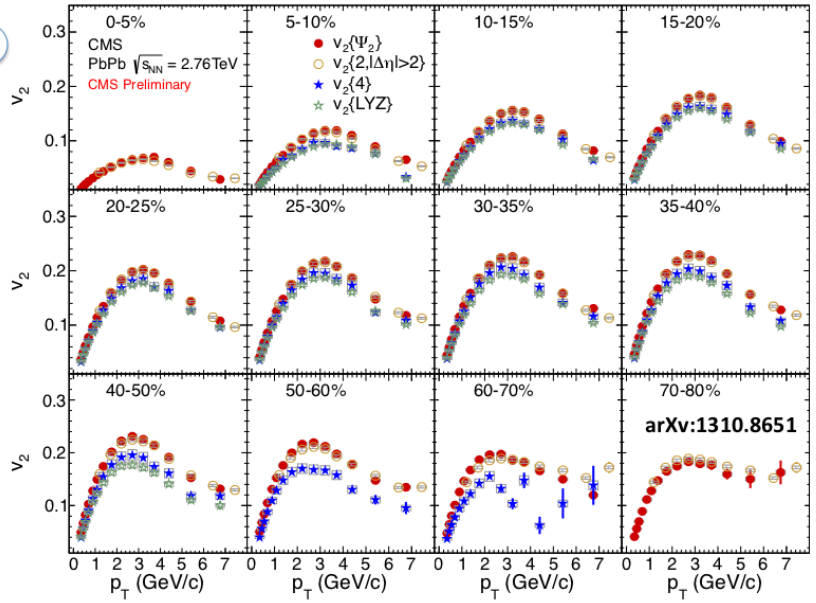
Genuine 2- and 4-particle correlations

Lee-Yang-Zeros



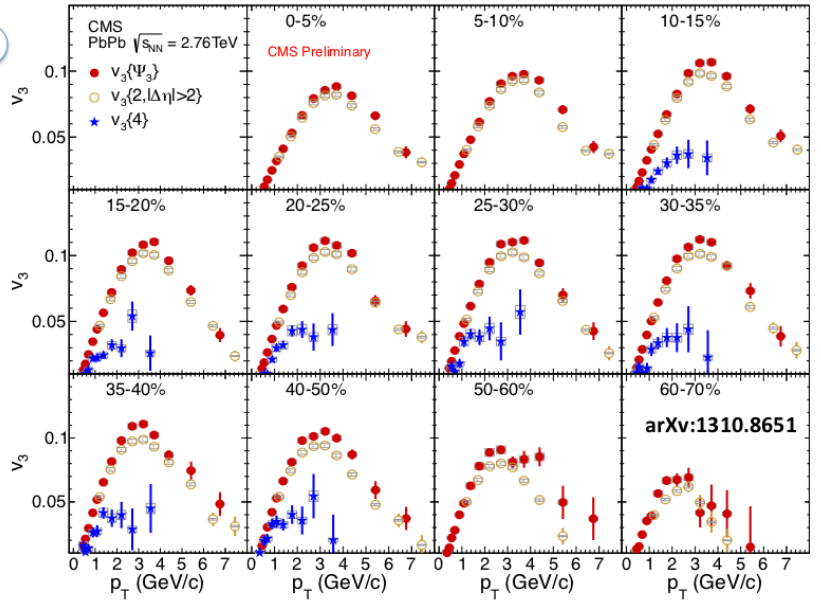
Genuine all particle correlations

PbPb Charged Particle v_2 Results



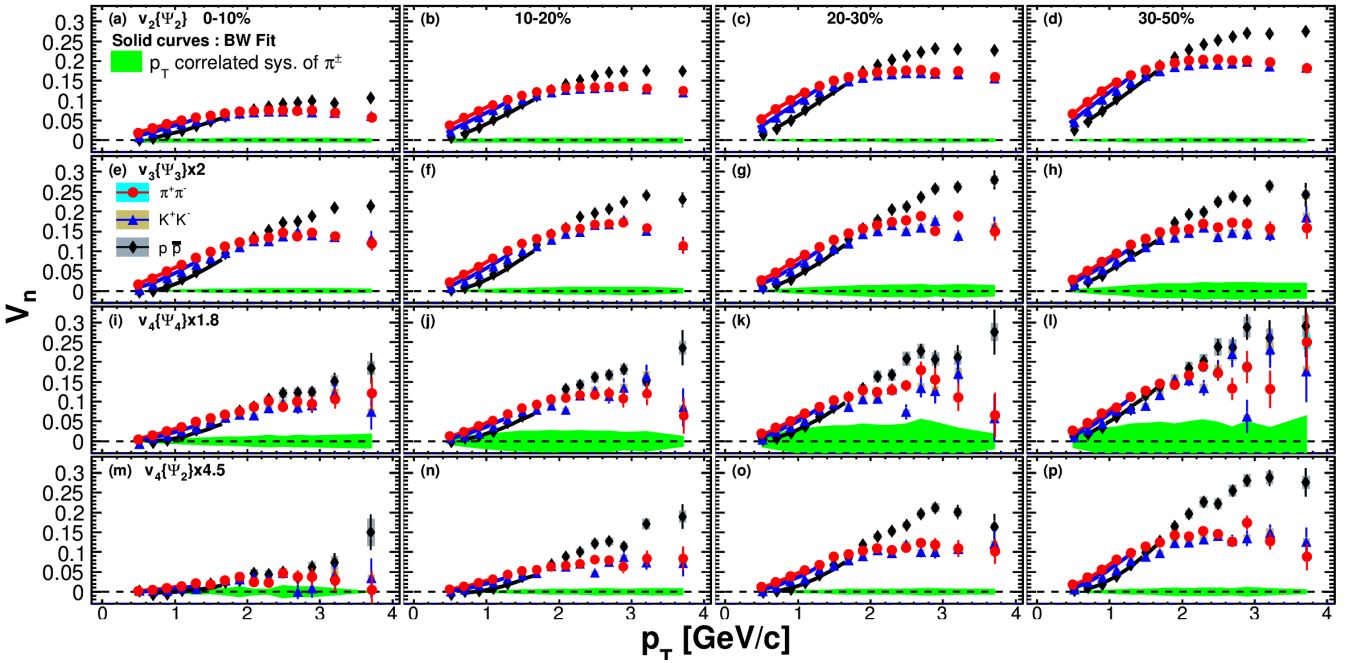
➢ **Four methods, different non-flow sensitivity**

PbPb Charged Particle v_3 Results



➢ **Little centrality dependence, fluctuations dominate**

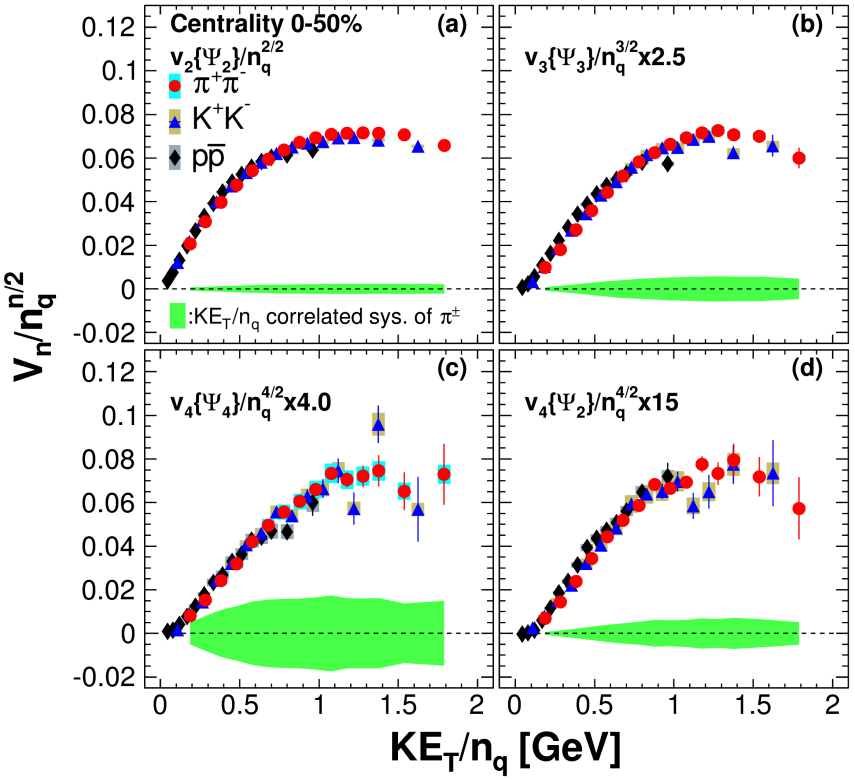
Współczynniki Fouriera mierzone względem *event planes* Ψ_n w eksperymencie PHENIX, top RHIC. Rys. z PHENIX, arXiv:1412.1038

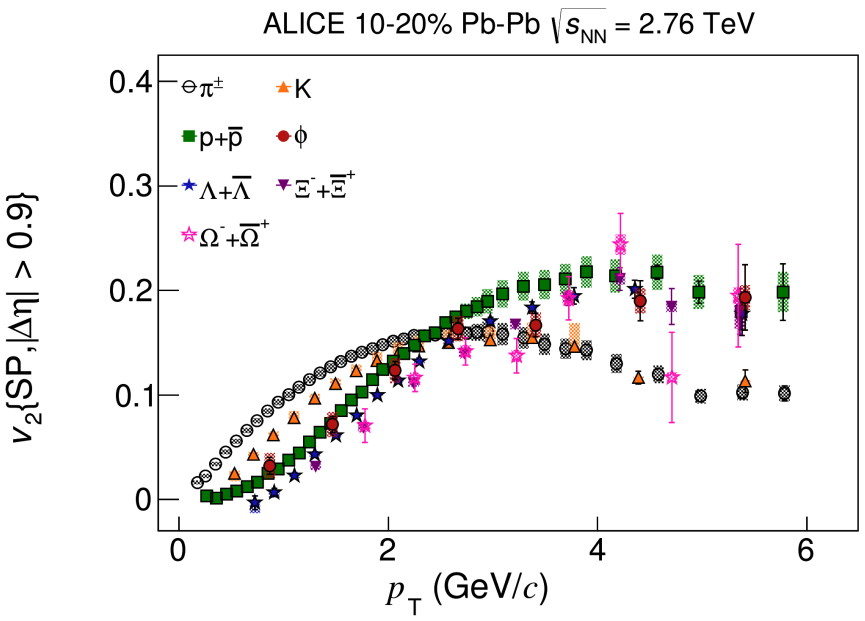


- 1. Silna zależność od centralności widziana tylko dla v_2 → zob. też wykład 13

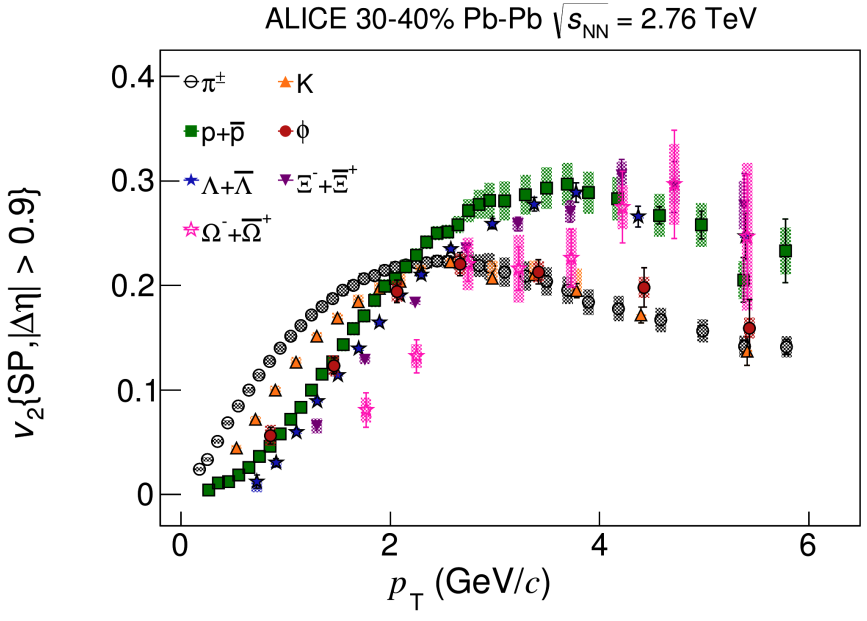
- 2. Rozszerzenie skalowania z n_q na v_n

Oczekujemy skalowania $v_n/(n_q)^{n/2}$ z KE_T/n_q → zgodne z modelami koalescencji

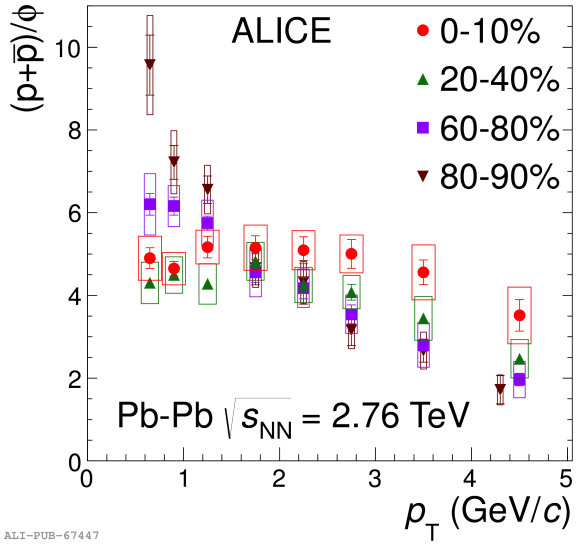




ALI-PUB-82977



LI-PUB-82985



ALI-PUB-67447

3.3. *The ϕ Meson*

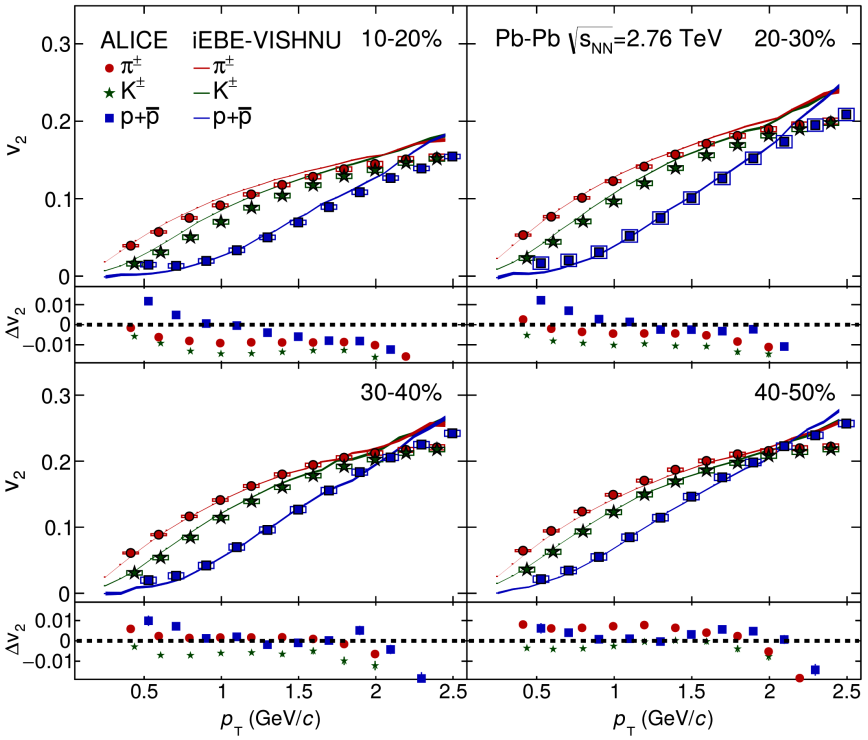
The v_2 of the ϕ shows an interesting pattern: below a p_T of 2.5 GeV/c it follows mass ordering while at higher p_T the behavior depends on centrality: in central collisions, its v_2 is close to that of the p, while in mid-central collisions its v_2 is closer to the one of the π (see Fig. 5). Comparing the p_T spectra of ϕ and p reveals that they have a similar shape in central collisions up to about 4 GeV/c (left panel of Fig. 6) [6, 48]. This is expected in a picture where the spectral shape is driven by radial flow. Combining this finding with that for the v_2 suggests that the mass (and not the number of constituent quarks) drives v_2 and spectra in central Pb–Pb collisions for $p_T < 4$ GeV/c. It is interesting to note that also in p–Pb collisions the shape of the p_T spectra of ϕ and p become more similar for high-multiplicity events [3].

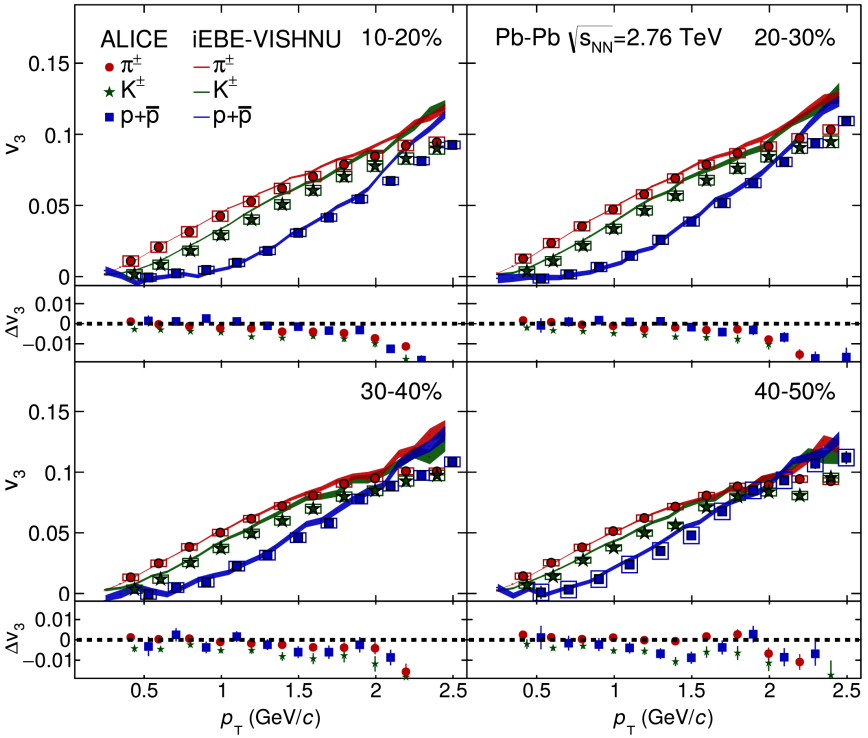
Rys. z J. Grosse-Oetringhaus (for ALICE), arXiv:1408.0414 (QM2014)

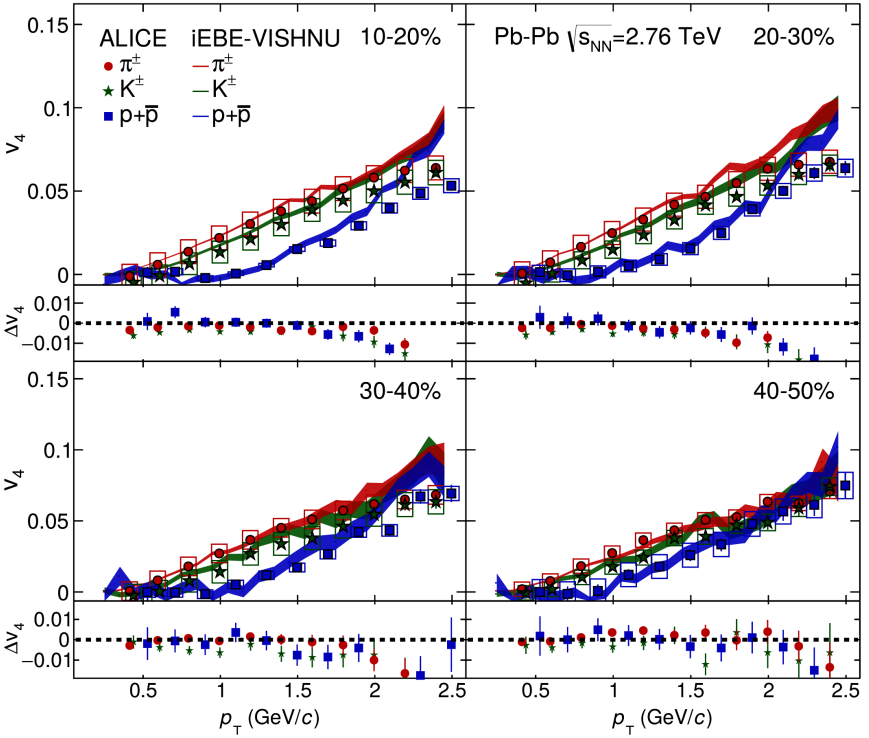
ALICE, arXiv:1606.06057

6.5.1 *Comparison with iEBE-VISHNU*

Figures 11, 12 and 13 present the comparison between the ALICE measurements of v_n^{sub} and recent v_n hydrodynamical calculations from [49]. These calculations are based on iEBE-VISHNU, an event-by-event version of the VISHNU hybrid model [54] which couples 2+1 dimensional viscous hydrodynamics (VISH2+1) to a hadron cascade model (UrQMD) [55] and uses a set of fluctuating initial conditions generated with AMPT. The iEBE-VISHNU model makes it possible to study the influence of the hadronic stage on the development of elliptic flow and higher harmonics for different particles. In this model, the initial time after which the hydrodynamic evolution begins is set to $\tau_0 = 0.4$ fm/c and the transition between the macroscopic and microscopic approaches takes place at a temperature of $T = 165$ MeV. Finally, the value of the shear viscosity to entropy density ratio is chosen to be $\eta/s = 0.08$, corresponding to the conjectured lower limit discussed in the introduction. These input parameters were chosen to best fit the multiplicity and transverse momentum spectra of charged particles in most central Pb–Pb collisions as well as the p_{T}-differential v_2, v_3, and v_4 for charged particles for various centrality intervals.

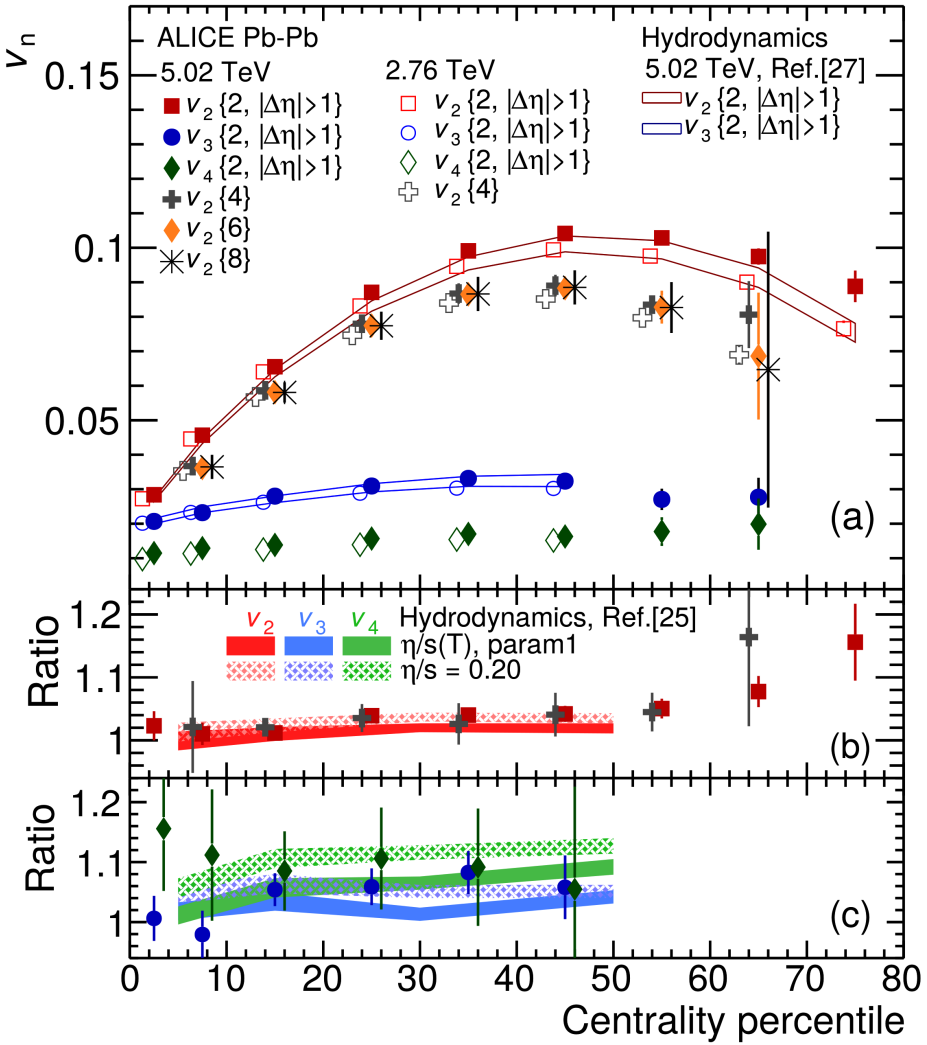


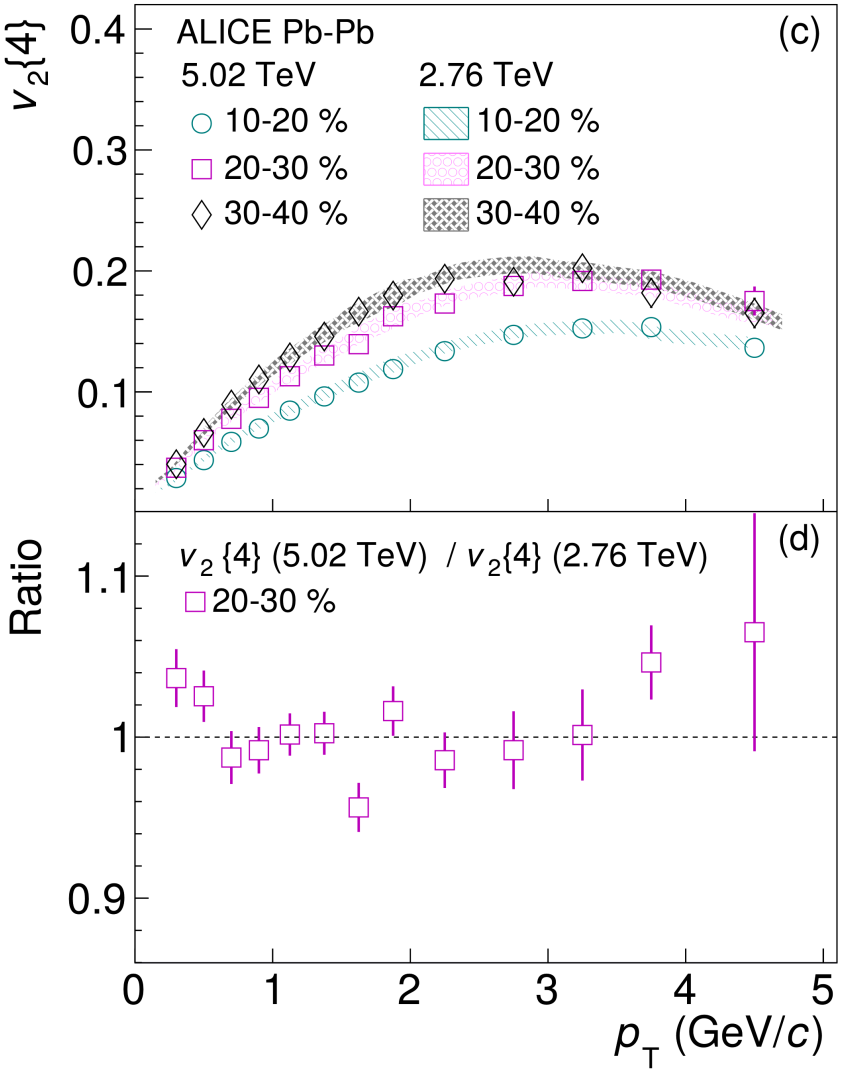




Przepływ anizotropowy dla cząstek naładowanych – wyniki ALICE (LHC) dla Pb+Pb przy 5.02 TeV

ALICE, PRL 116 (2016), 132302 [arXiv:1602.01119] – lewy i prawy





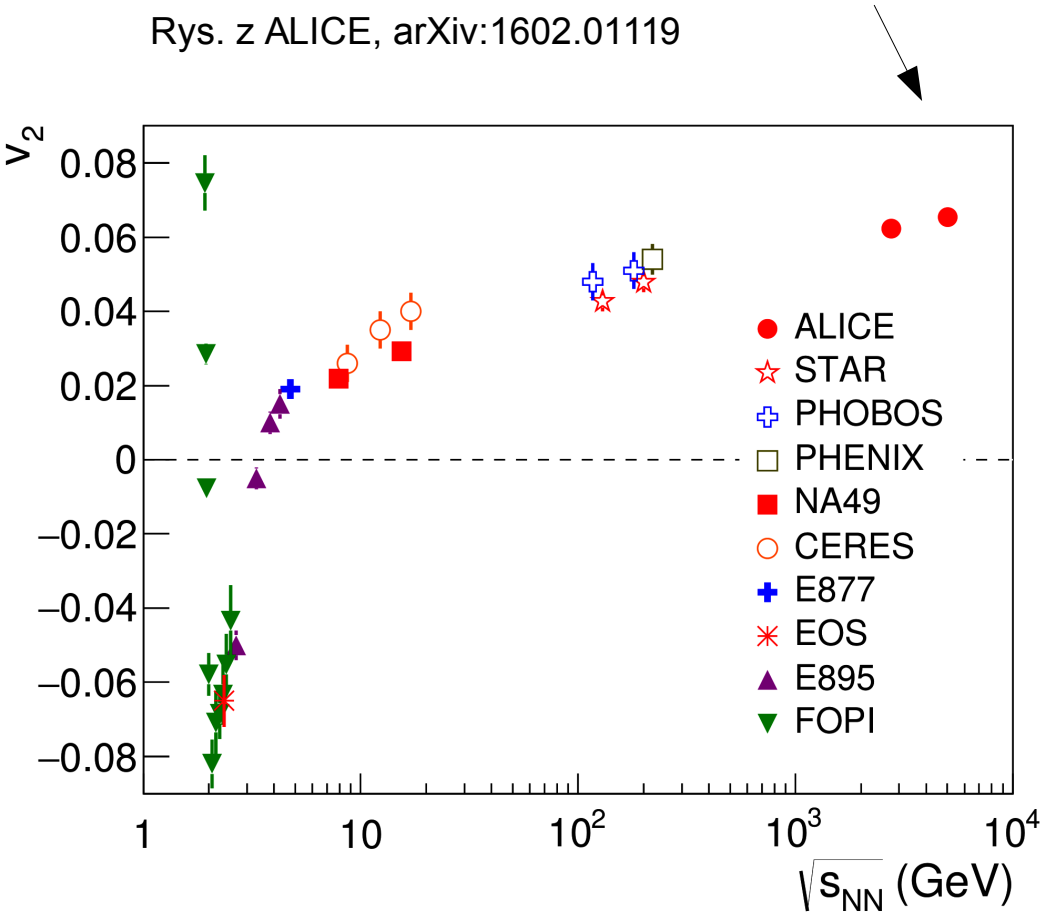
Flow dla różnych cząstek **zidentyfikowanych** (piony, kaony, protony, mezony ϕ, etc.) przy energii 5.02 TeV → zob. ALICE, arXiv:1805.04390

Flow cząstek naładowanych dla Pb+Pb przy 5.02 TeV w CMS (p_T aż do 100 GeV/c) → zob. CMS, arXiv:1702.00630; w ATLAS (p_T aż do 60 GeV/c) → zob. ATLAS, arXiv:1808.03951

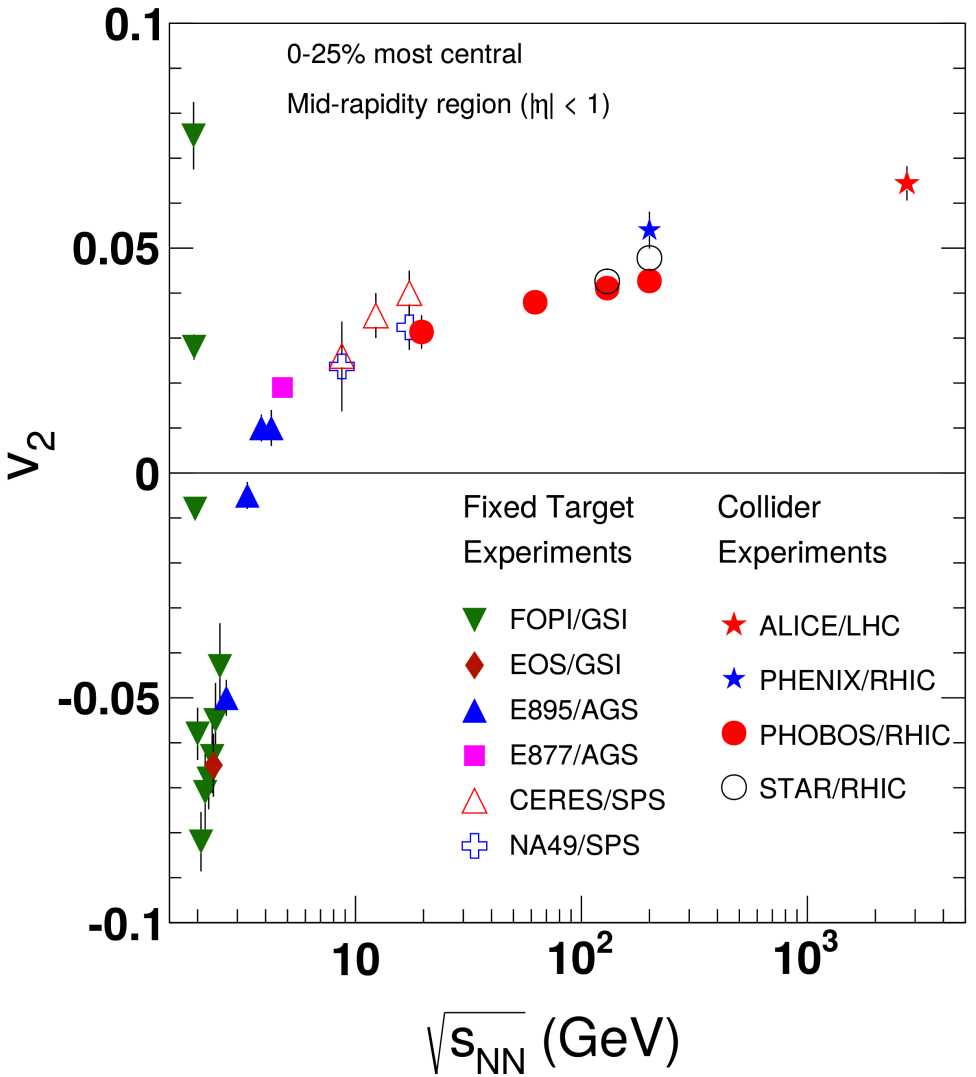
v_2 dla cząstek naładowanych – zależność od energii

Punkt dla LHC, Pb+Pb, 5.02 TeV

Rys. z ALICE, arXiv:1602.01119



Rys. z pracy przeglądowej arXiv:1512.08993



Przy przejściu od 2.76 TeV do 5.02 TeV
v_2 (scałkowane po p_T) rośnie o 3%
(centralność 0-50%)

M. J. Tannenbaum, arXiv:1904.08995
(praca przeglądowa)

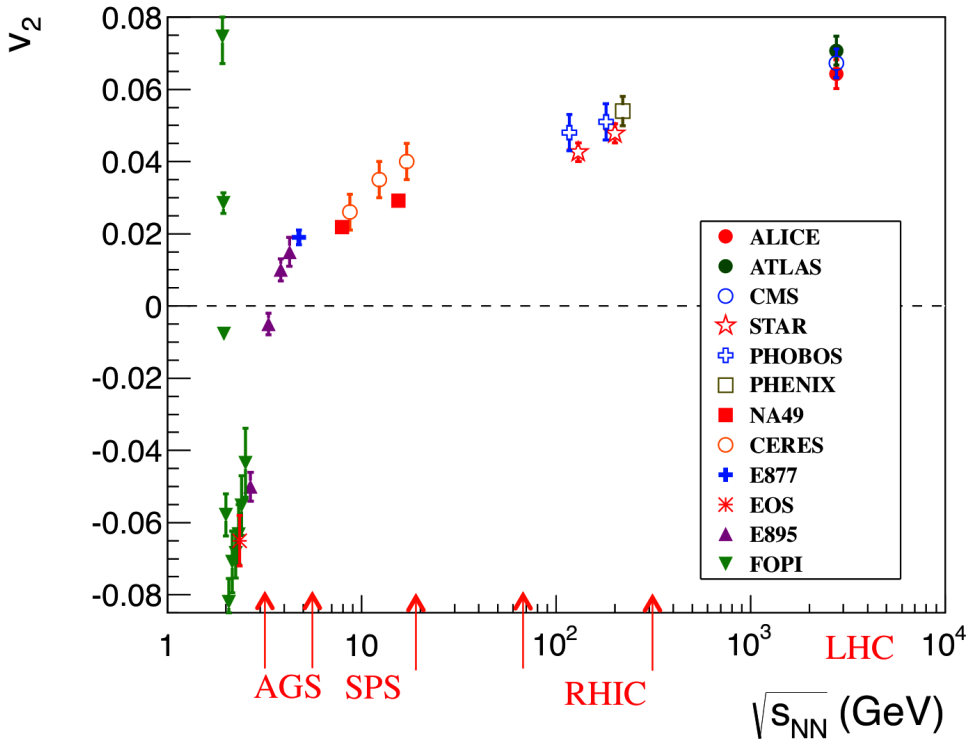
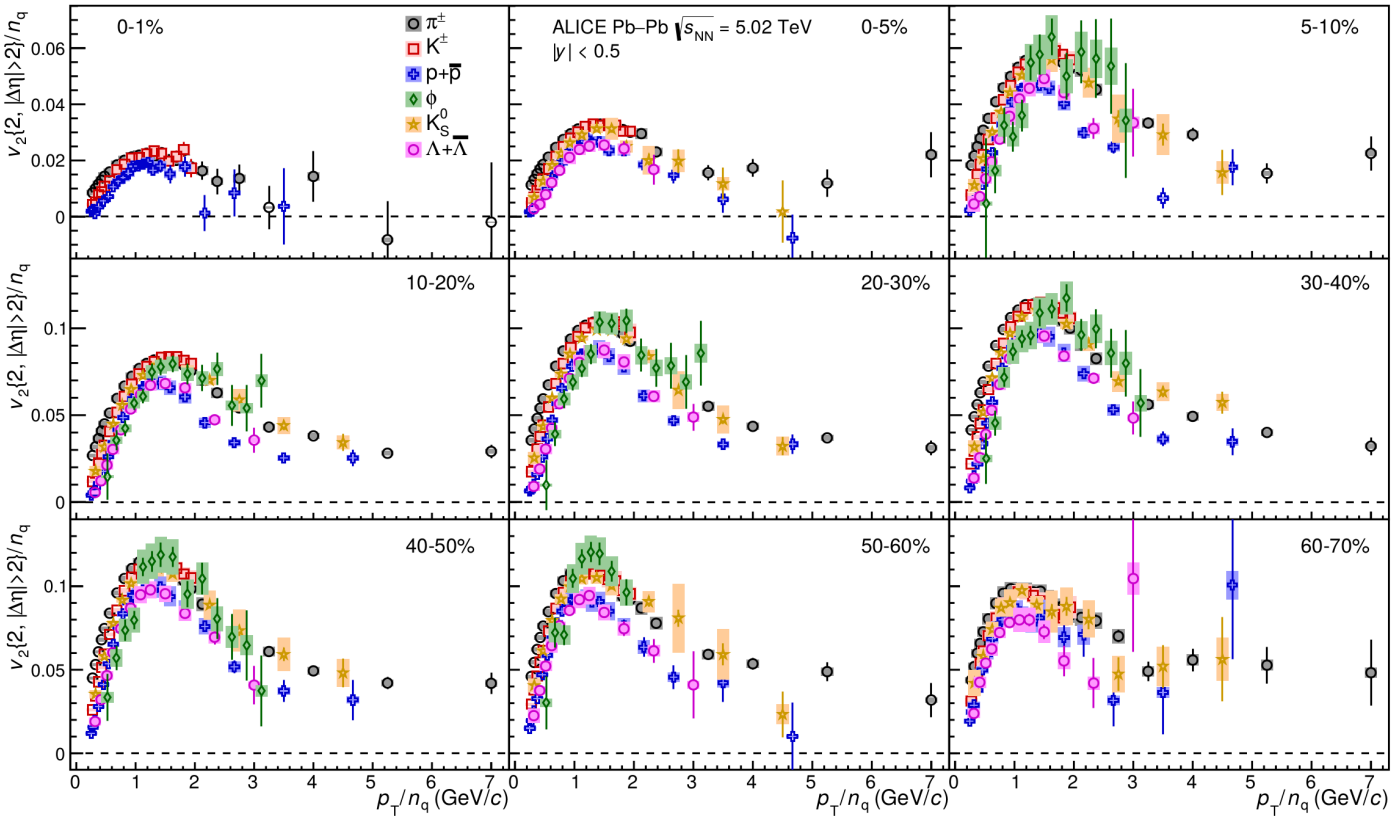


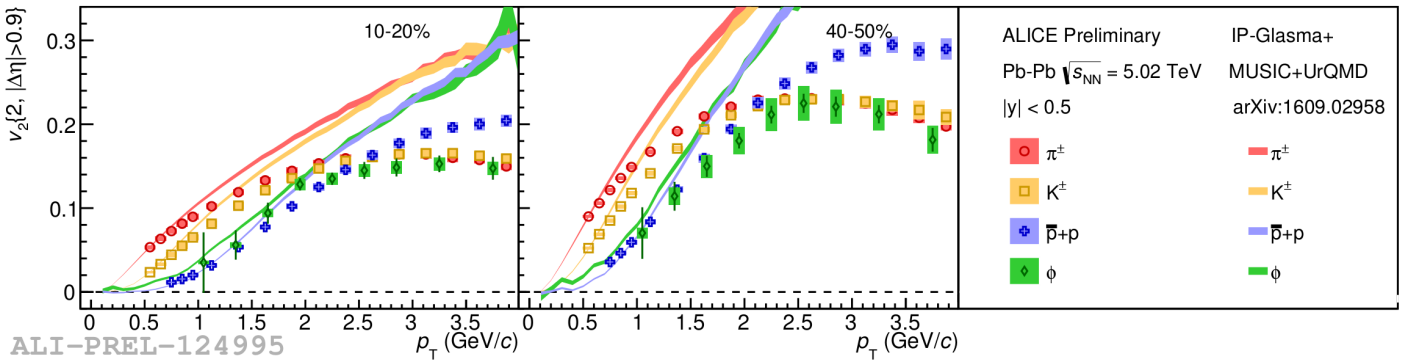
Figure 25: Values of Elliptical flow (v_2) as a function of $\sqrt{s_{NN}}$ from all A+A collision measurements.

Figure 25 shows that Elliptical flow (v_2) exists in all A+A collisions measured. At very low $\sqrt{s_{NN}}$ the main effect is from nuclei bouncing off each other and breaking to fragments. The negative v_2 at larger $\sqrt{s_{NN}}$ is produced by the effective "squeeze-out" (in the y direction) of the produced particles by slow moving minimally Lorentz-contracted spectators which block the particles emitted in the reaction plane. With increasing $\sqrt{s_{NN}}$, the spectators move faster and become more contracted so the blocking stops and positive v_2 returns.

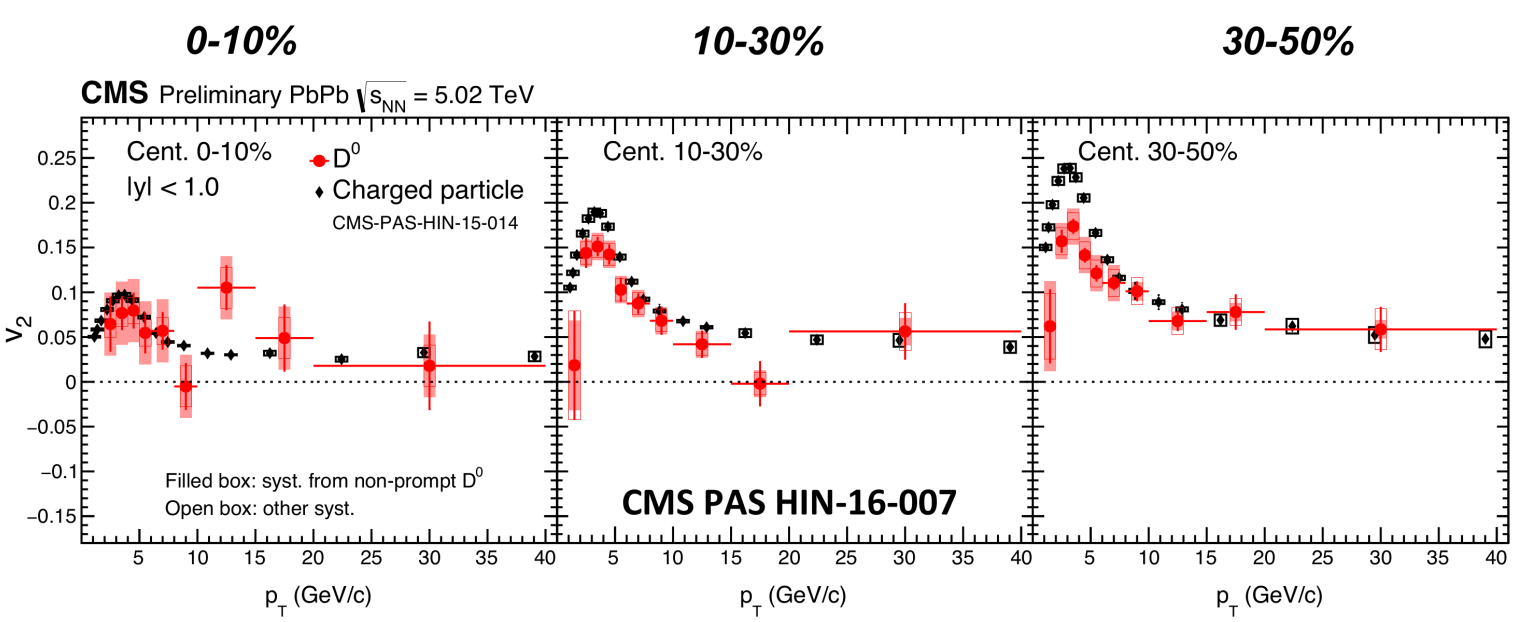
Skalowanie v_2 z NCQ (Pb+Pb, 5.02 TeV) ALICE, JHEP 09 (2018) 006 [arXiv:1805.04390]

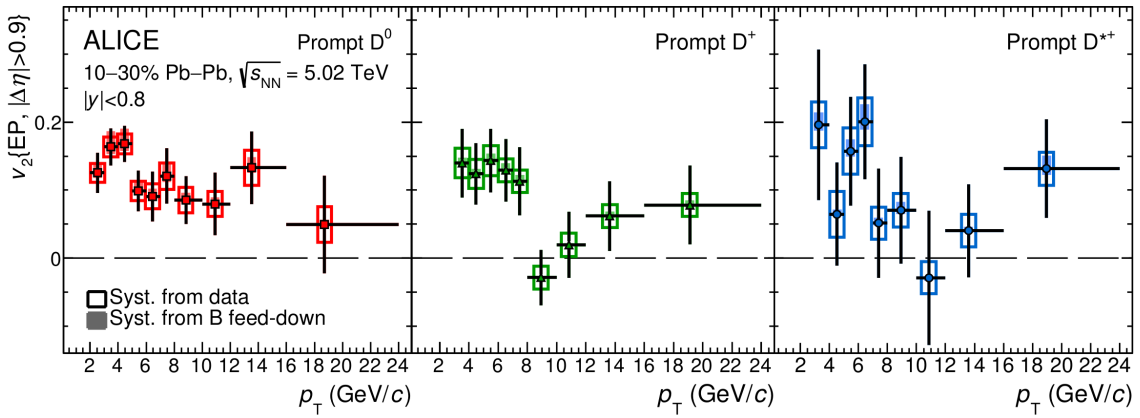
Podobnie jak dla 2.76 TeV skalowanie v_2 z NCQ wygląda gorzej niż przy energiach RHIC !





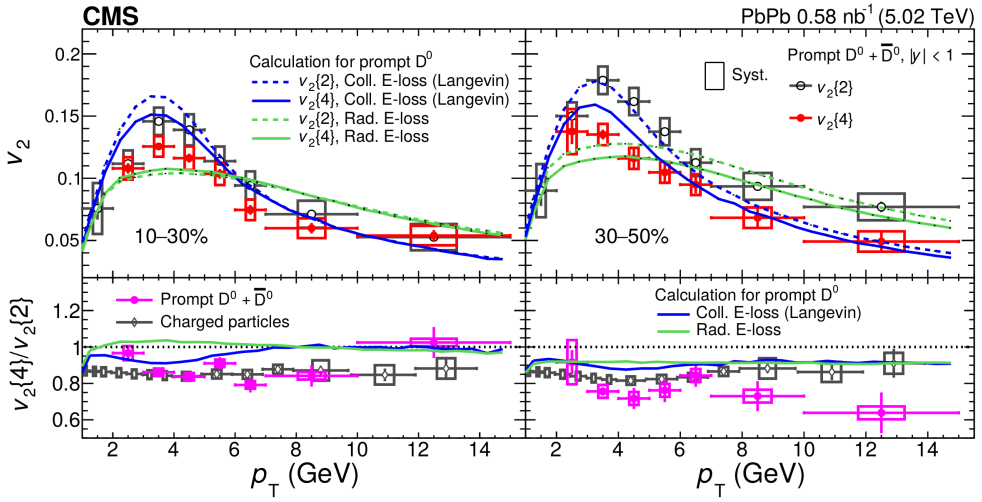
Model hydrodynamiczny (η/s = 0.095) oparty o IP-GLASMA + MUSIC + UrQMD. Rys. z prac: arXiv:1711.03369; arXiv:1710.05210

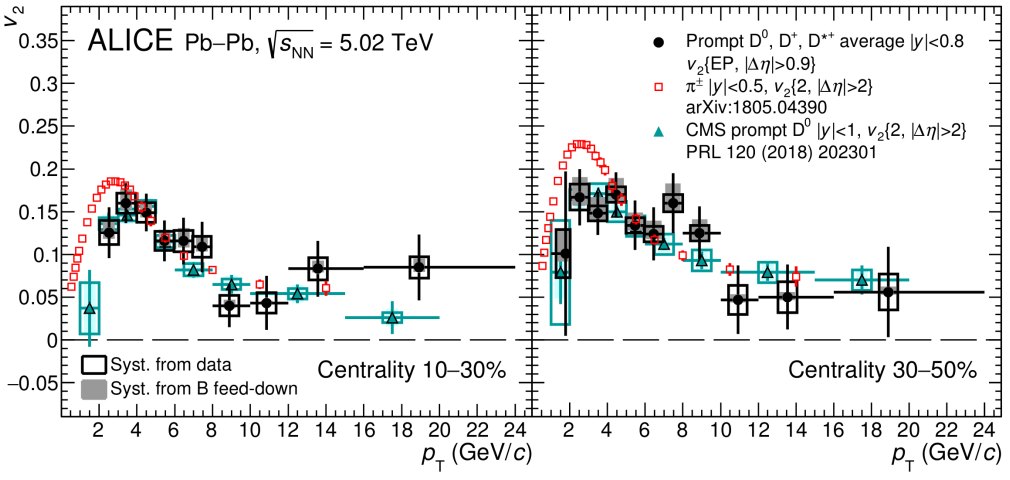




Flow mezonów D w CMS i ALICE (Pb+Pb, 5.02 TeV)

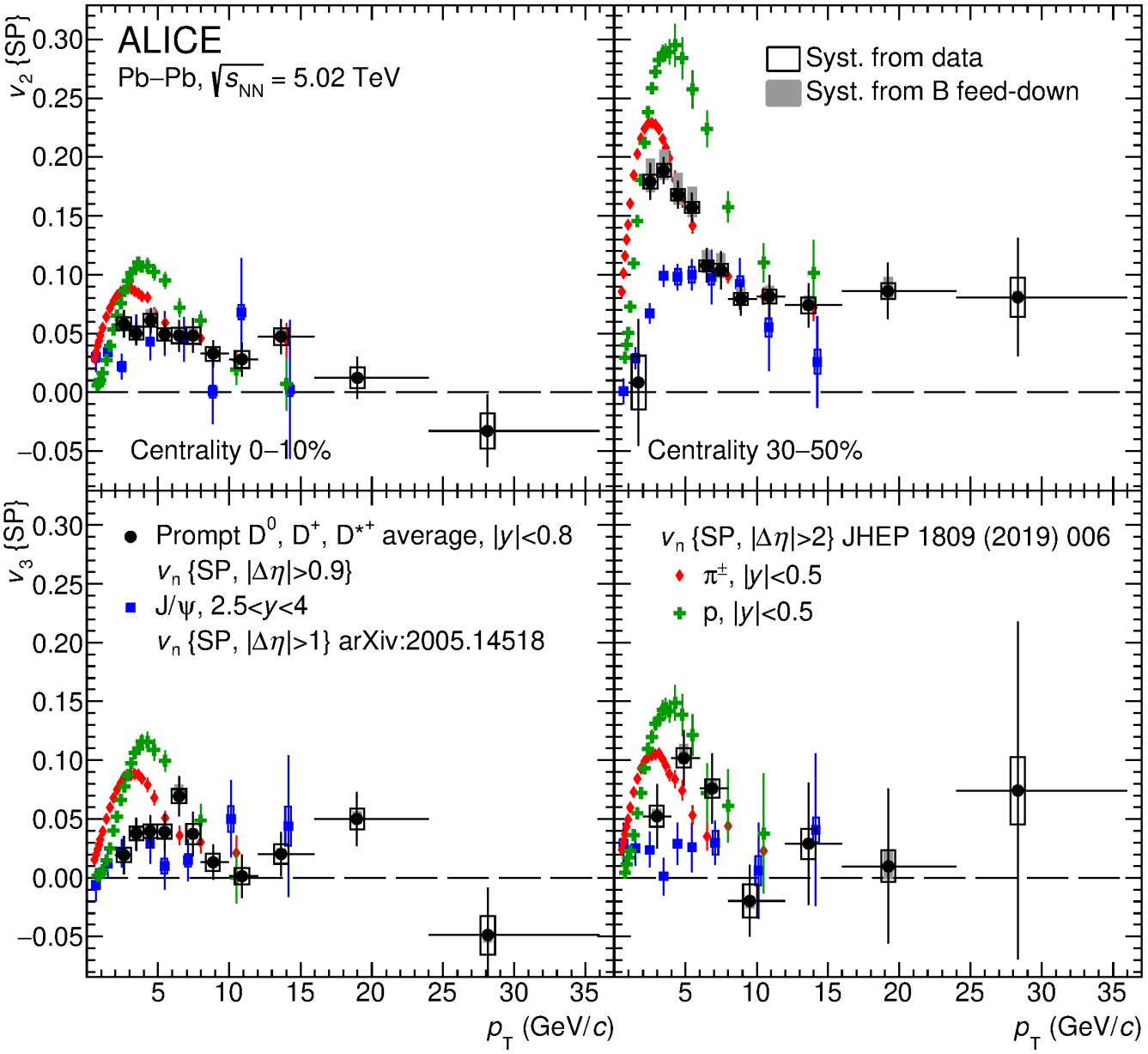
J. Milosevic (for CMS), PoS, EPS-HEP2017, 175;
ALICE, JHEP 02 (2019) 150 [arXiv:1809.09371];
CMS, PRL 129 (2022) 2, 022001 [arXiv:2112.12236]





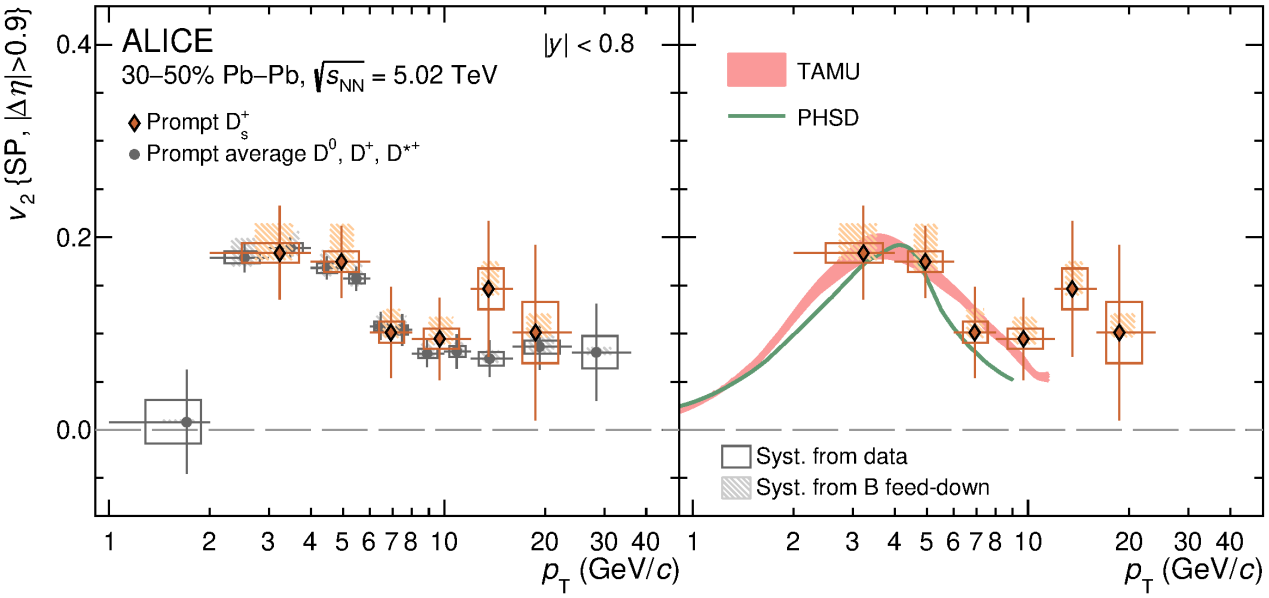
Flow mezonów D w ALICE (Pb+Pb, 5.02 TeV)

ALICE, Phys. Lett. B 813 (2021) 136054 [arXiv:2005.11131]



Flow mezonów D_s^+ w ALICE (Pb+Pb, 5.02 TeV)

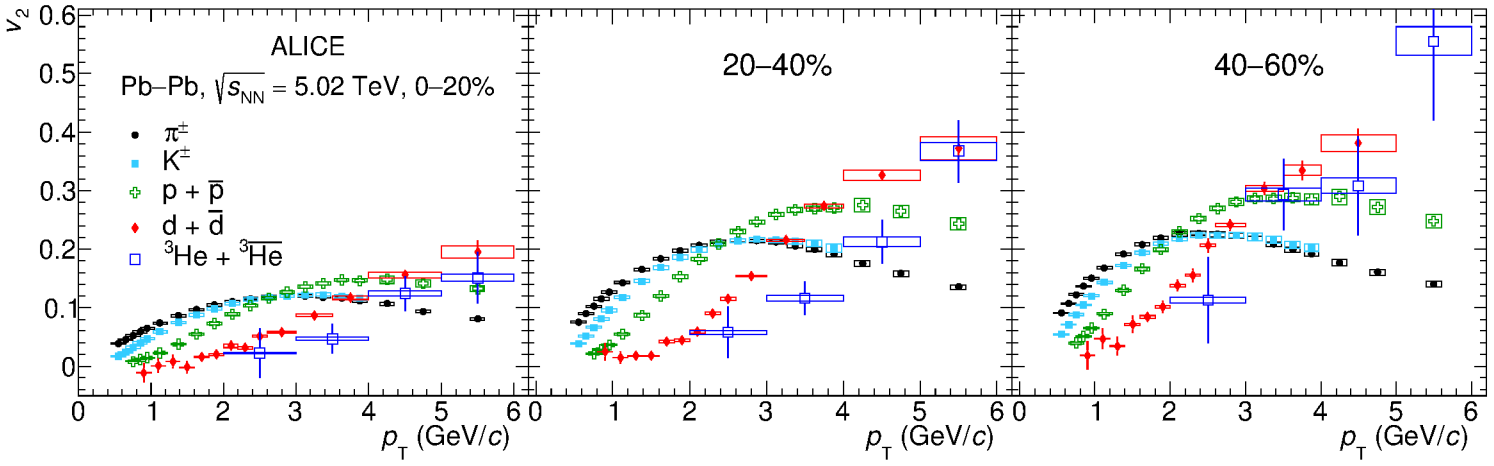
ALICE, Phys. Lett. B 827 (2022) 136986 [arXiv:2110.10006]

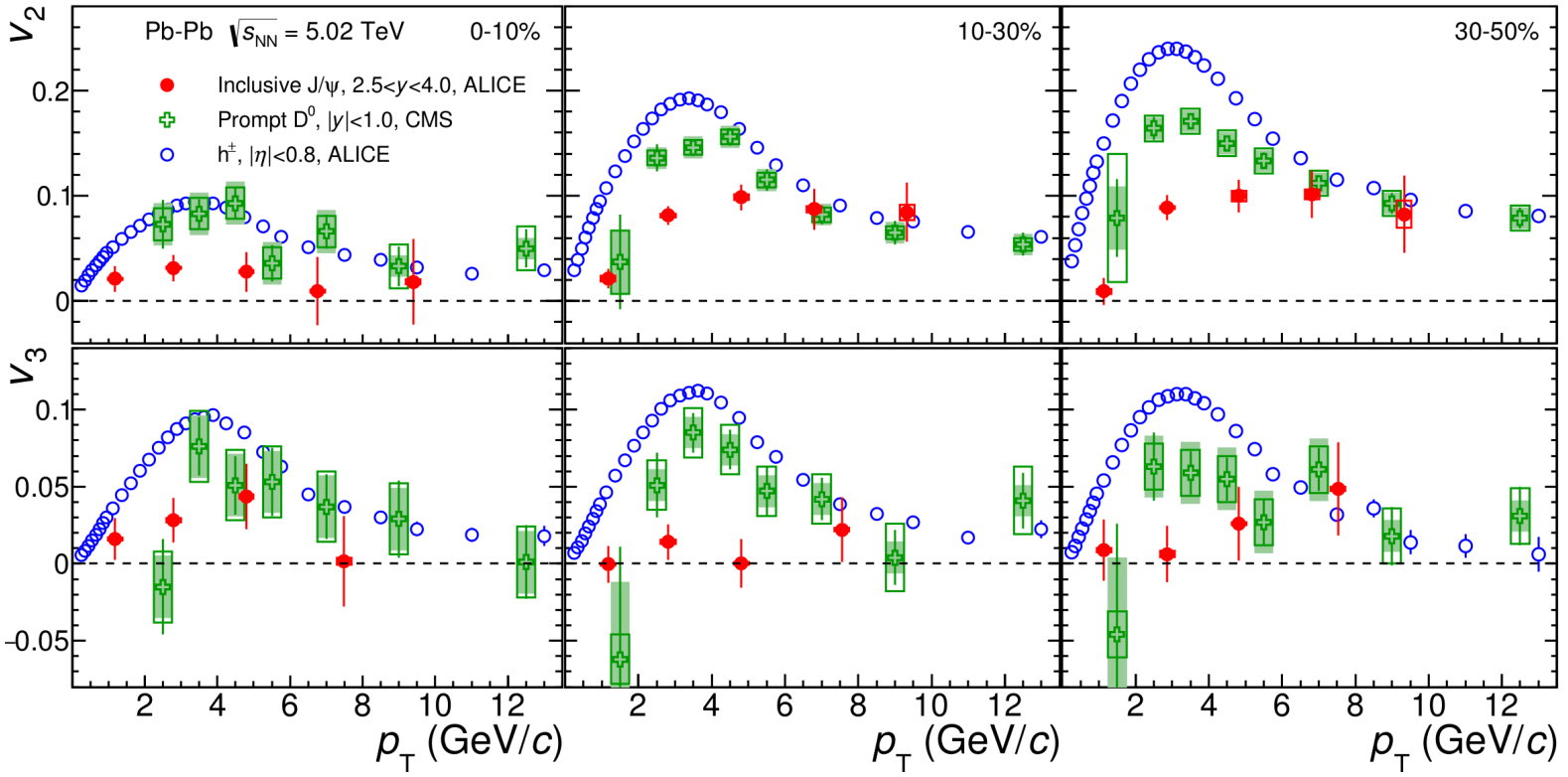


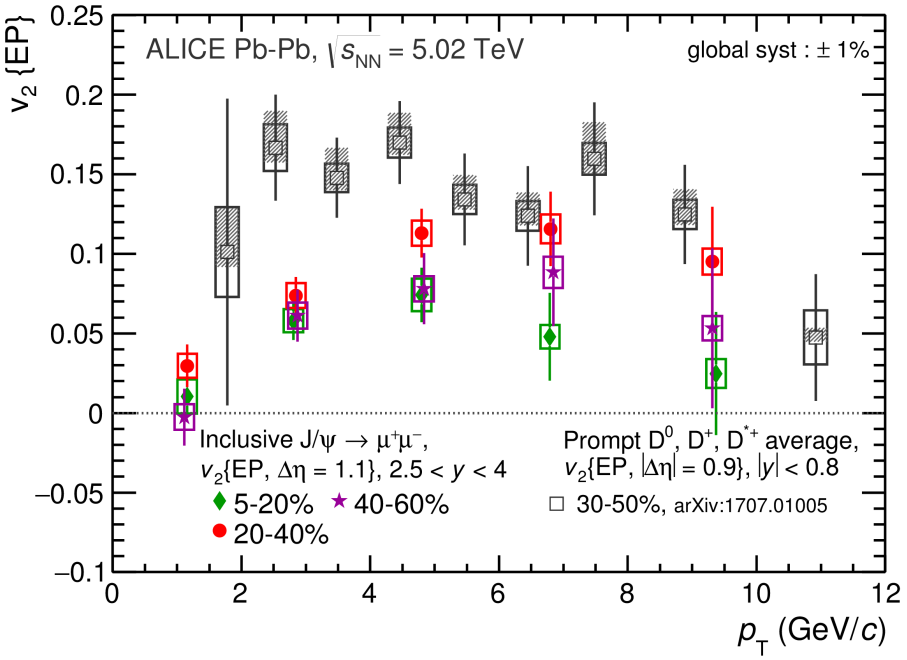
Flow cząstek zidentyfikowanych w ALICE (Pb+Pb, 5.02 TeV)

ALICE, Phys. Rev. C 102 (2020) 5, 055203 [arXiv:2005.14639]

Lekkie jądra uczestniczą w przepływie!





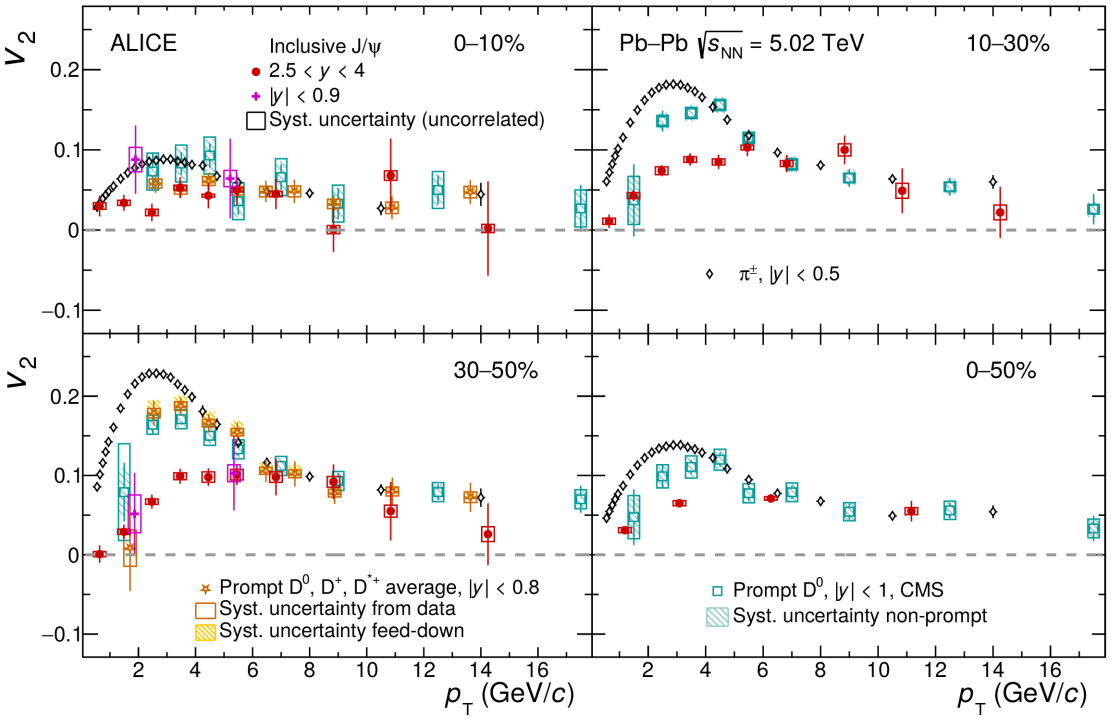


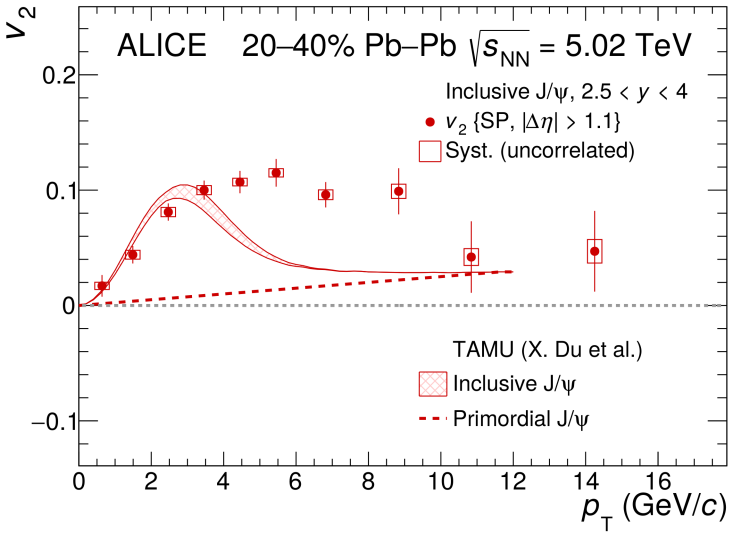
Flow mezonów J/ψ w ALICE (Pb+Pb, 5.02 TeV)

Górny: ALICE, JHEP 02 (2019) 012 [arXiv:1811.12727]

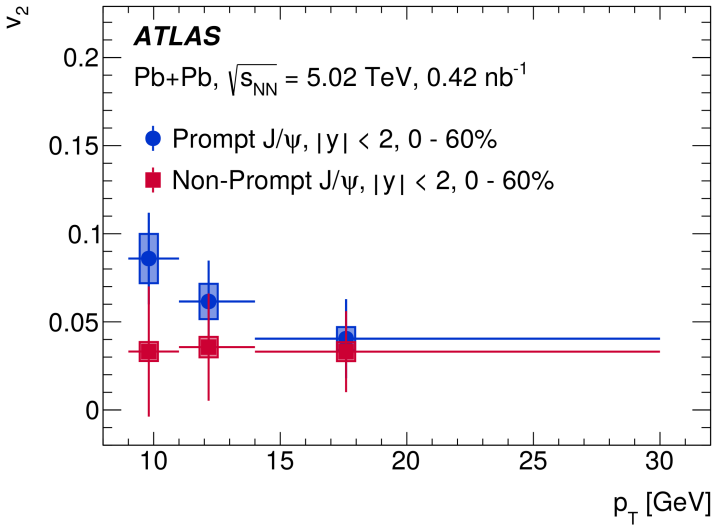
Dolny: porównanie mezonów D i mezonów J/ψ przy różnych centralnościach dla 5.02 TeV
ALICE, PRL 119 (2017) 24, 242301 [arXiv:1709.05260]

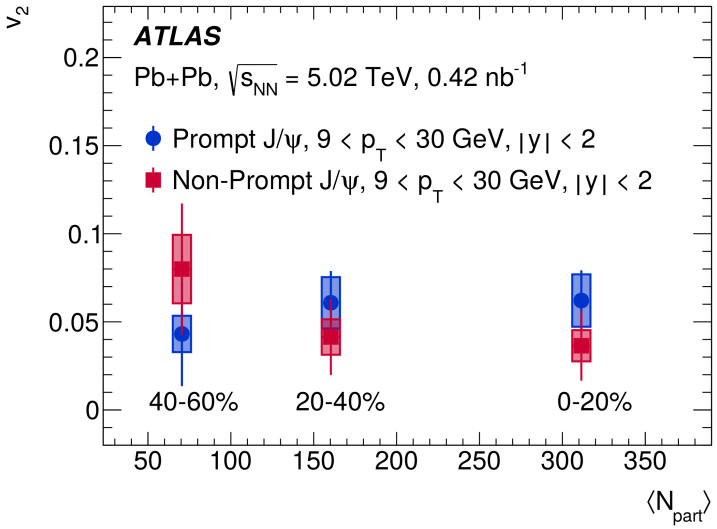
Flow mezonów J/ψ w ALICE (Pb+Pb, 5.02 TeV) ALICE, JHEP 10 (2020) 141 [arXiv:2005.14518]





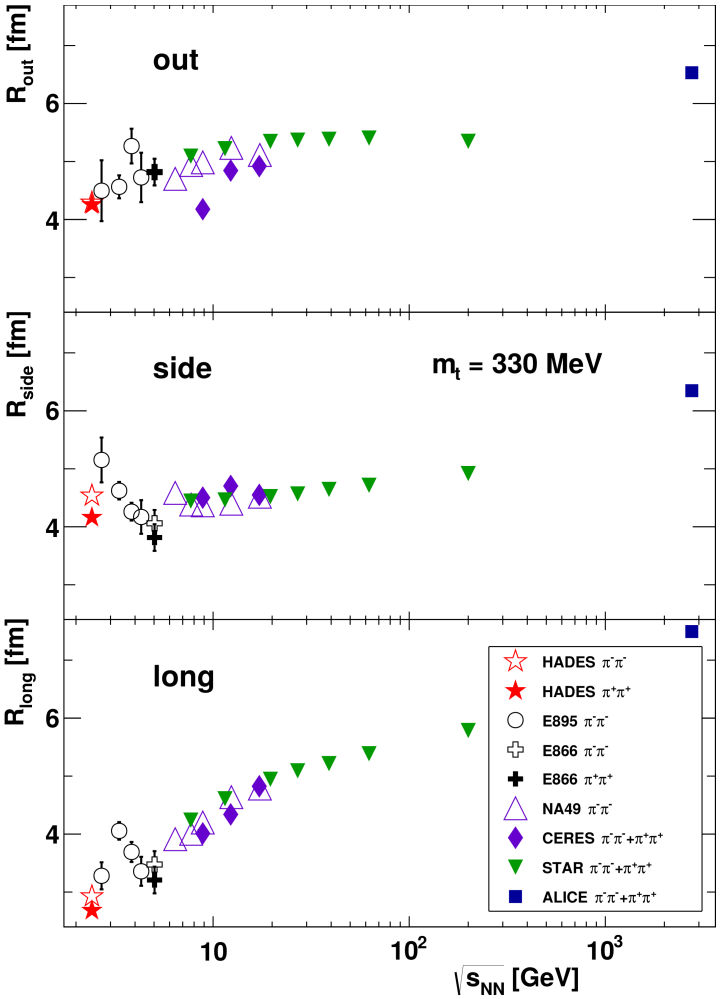
Brak znaczącej zależności od centralności

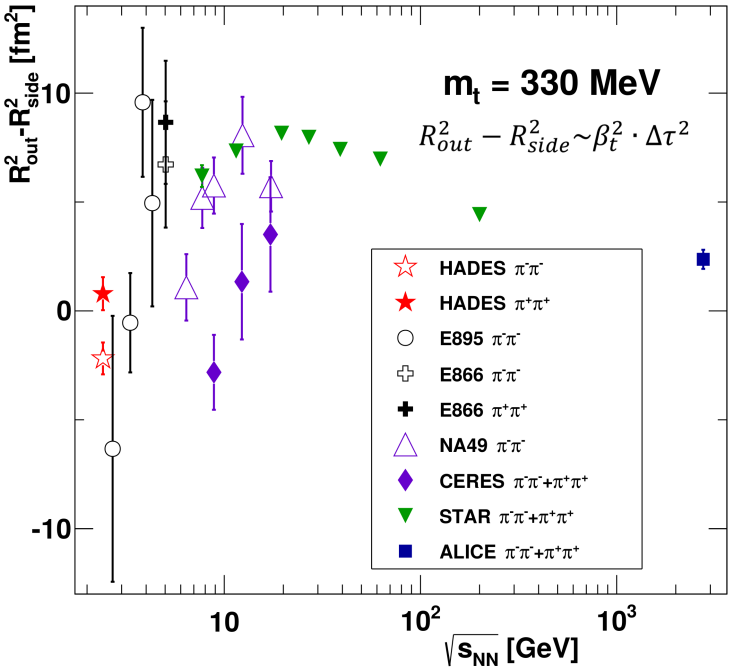


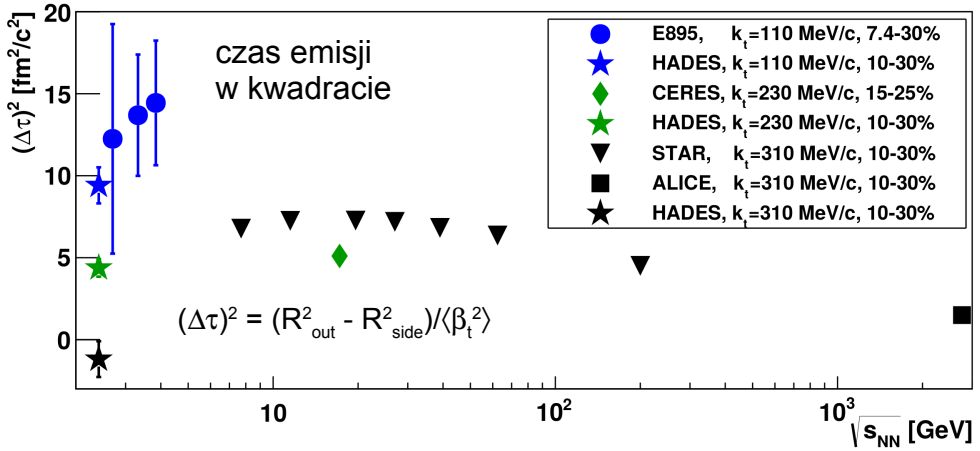


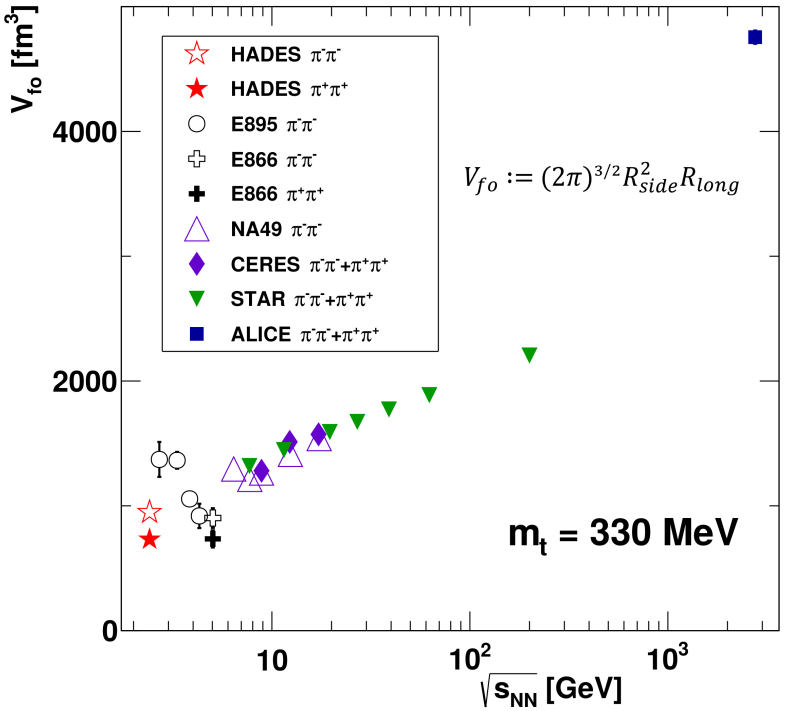
v_2 mezonów J/ψ oraz tzw. **„non-prompt" J/ψ (z rozpadów b-hadronów) w Pb+Pb przy LHC (5.02 TeV)** ATLAS, EPJC 78 (2018), 784 [arXiv:1807.05198]. **Niezerowe wartości v_2 zarówno dla „prompt" jak i „non-prompt" J/ψ** chociaż ich zależność od p_T jest inna

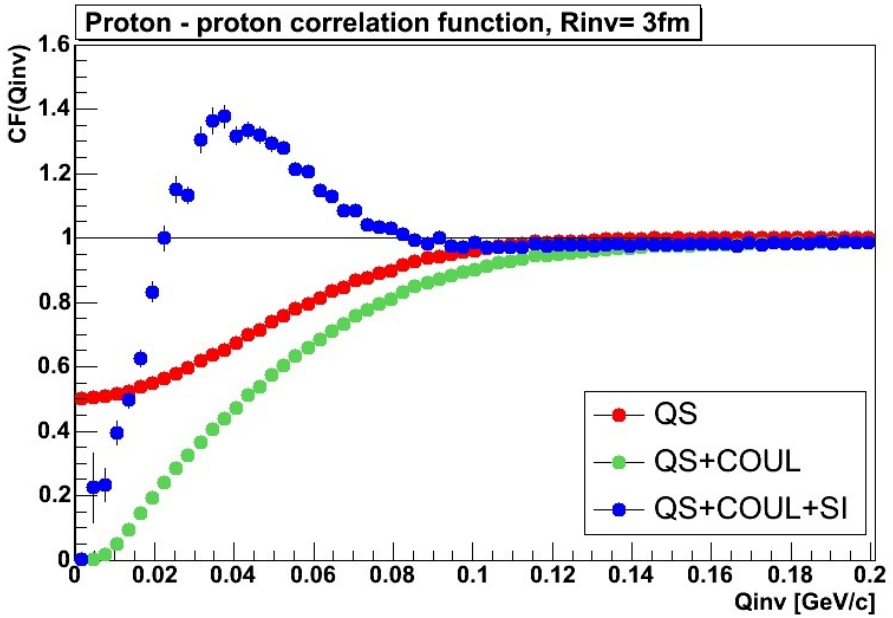
Rys. z HADES, EPJ A56 (2020) 5, 140
[arXiv:1910.07885] Zob. wcześniejsze wyniki w HADES,
Phys. Lett. B 795 (2019) 446-451 [arXiv:1811.06213]











Funkcja korelacyjna nie zawsze wygląda tak jak dla identycznych pionów. Przykład obok: funkcja korelacyjna dla układu dwóch protonów (QS – tylko statystyka kwantowa, QS+COUL – stat. kwantowa wraz z oddziaływaniem kulombowskim, QS+COUL+SI – dodatkowo oddziaływania silne

Rys. H. Zbroszczyk

Korelacje cząstek nieidentycznych

Dlaczego badamy: same informacje z interferometrii HBT (BE) przestały nam wystarczać ponieważ cząstki wcale nie muszą być emitowane z tego samego regionu czasowo-przestrzennego. Mogą być np. różnice w regionach oraz czasach emisji np. kaonów i pionów

Korelacje identycznych bozonów (np. pionów tego samego znaku) ⇒ głównie ***statystyka BE i oddziaływania Coulombowskie*** ⇒ informacje o rozmiarach przestrzennych źródeł emisji (kilka femtometrów)

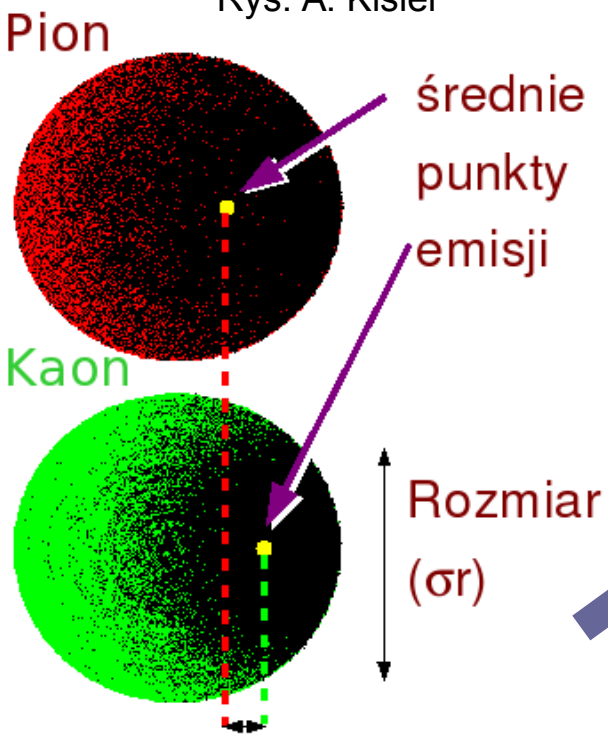
Korelacje cząstek nieidentycznych (np. kaony i piony) ⇒ ***oddział. w stanie końcowym (Coulombowskie, silne)*** ⇒ dodatkowo informacja m.in. o różnicach w czasach emisji różnych produkowanych cząstek (asymetrie emisji)

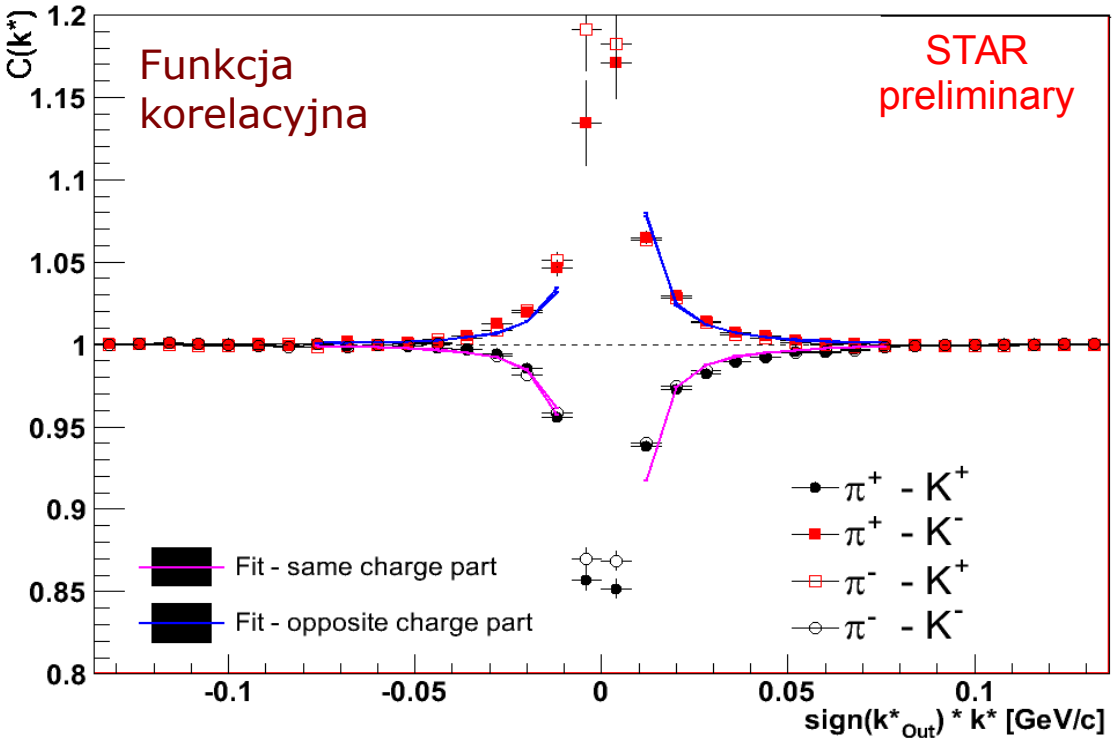
Korelacje cząstek nieidentycznych

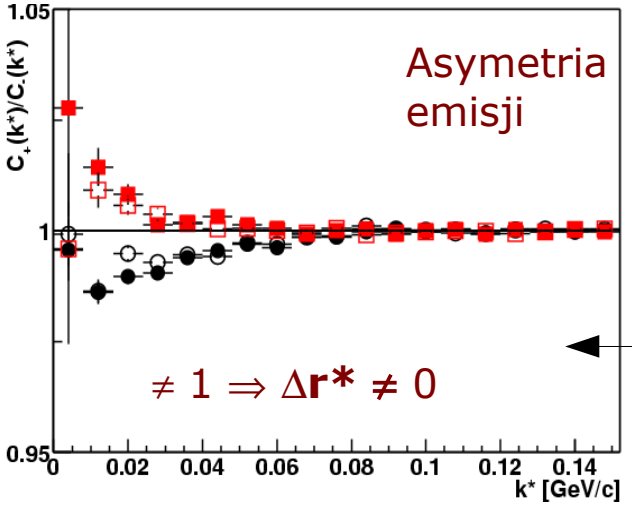
informacja o rozmiarze i średnich punktach emisji

Oddziaływanie Coulomba ale brak efektów statystyki BE

Rys. A. Kisiel







Δ**r*** – różnica między średnimi punktami emisji w układzie pary

Δ**r** – różnica w układzie źródła

β – prędkość pary w układzie źródła

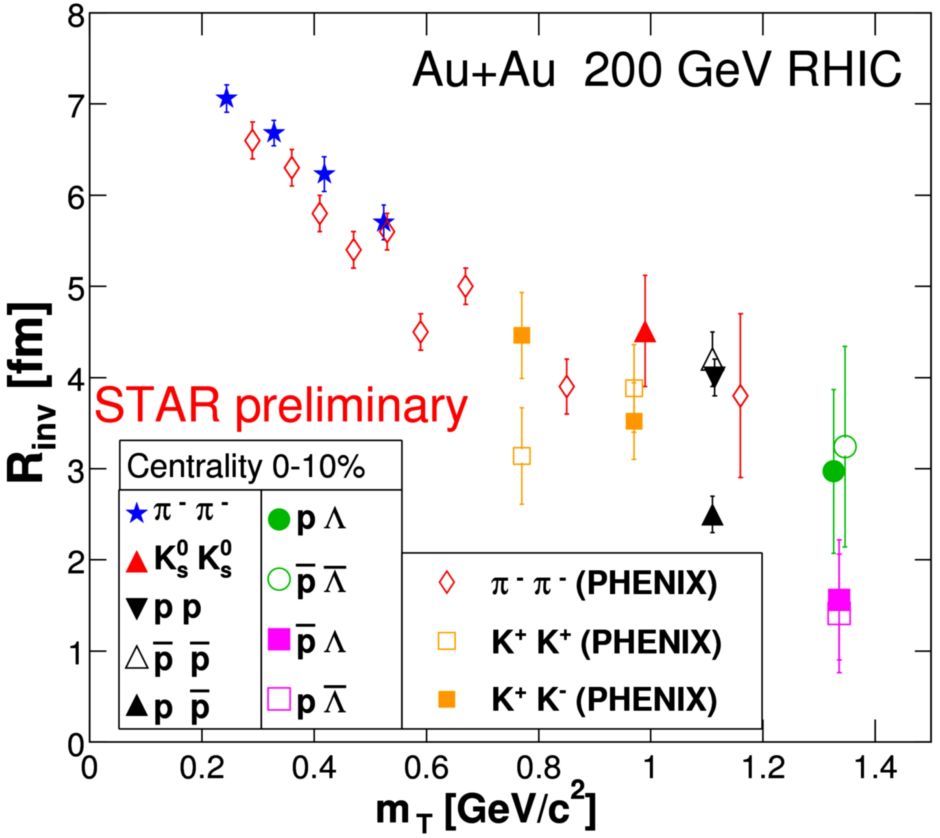
Δt – różnica czasowa w układzie źródła

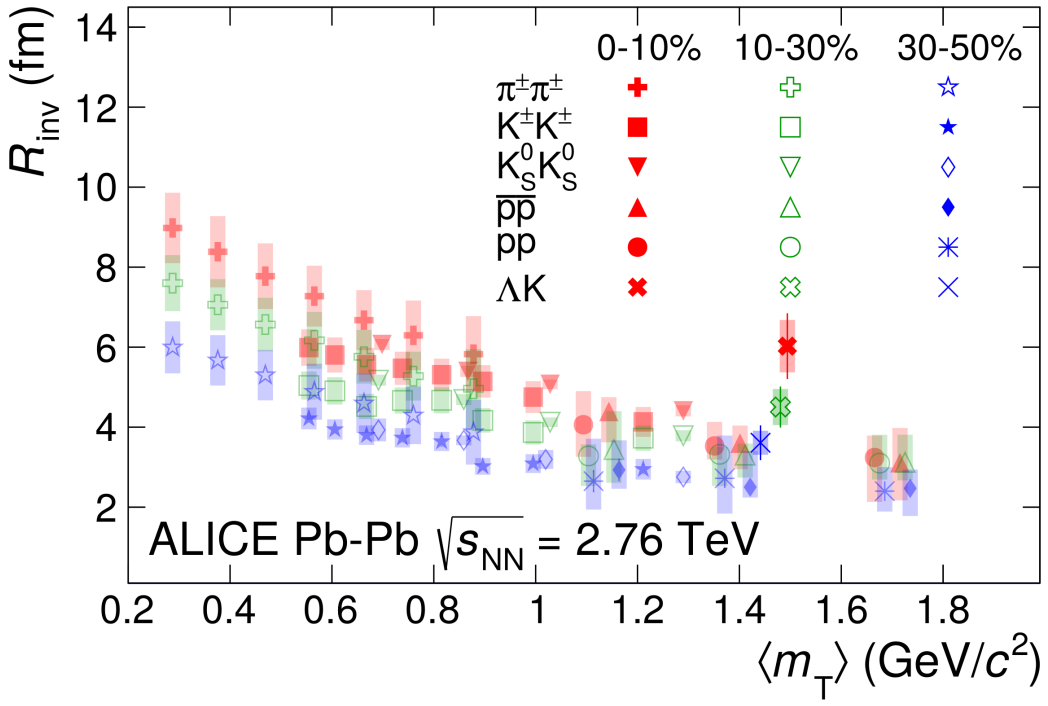
k^* – pęd jednej cząstki w układzie spoczynkowym pary $\mathbf{k}^* = \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$

prawa strona/ lewa strona

Pomiar rozmiarów źródeł za pomocą korelacji różnych cząstek

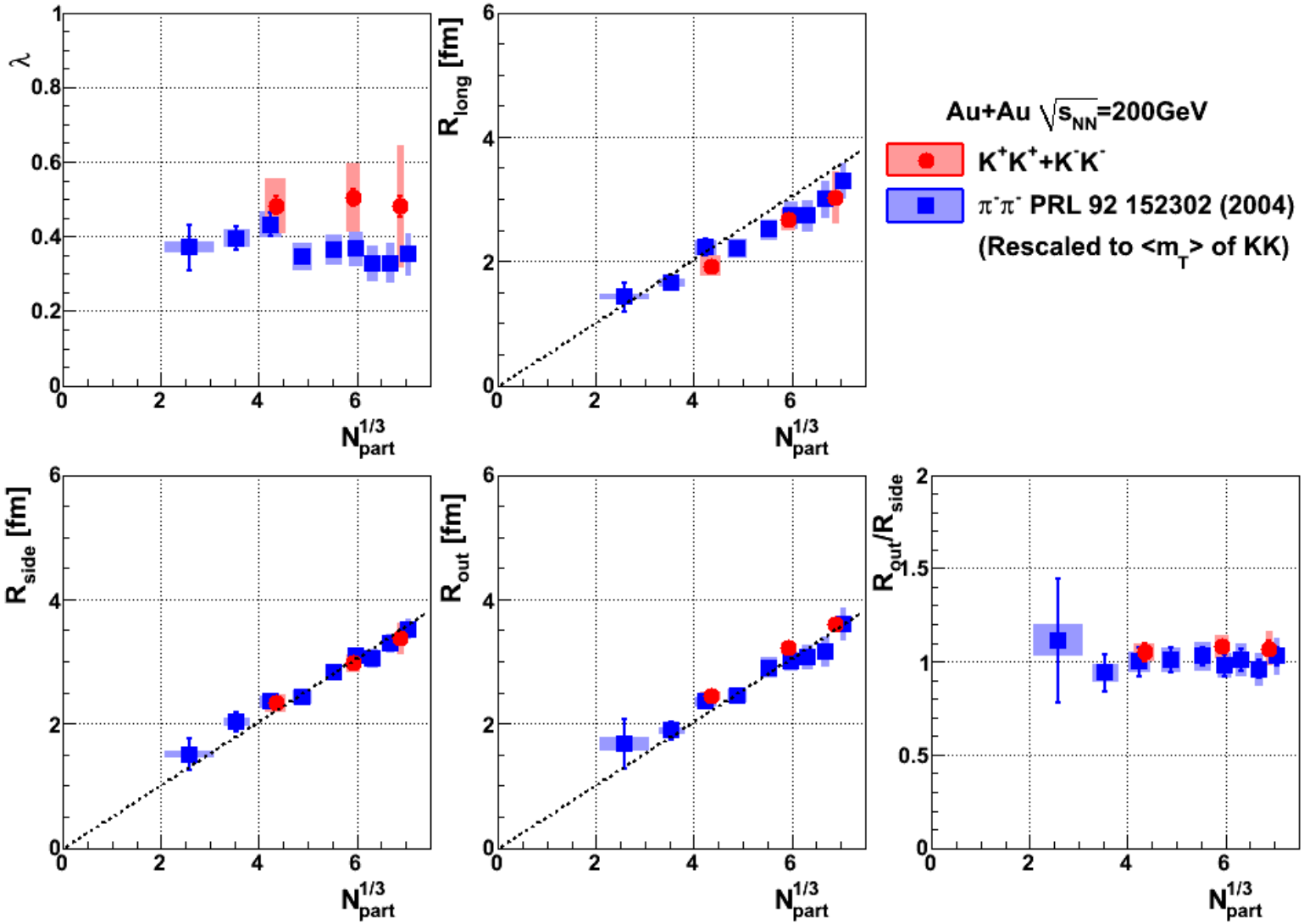
Można mierzyć rozmiary źródeł zarówno przy pomocy korelacji pionów jak i innych cząstek (w tym nieidentycznych). Rys. z arXiv:0901.4078 (lewy) oraz ALICE, Phys. Rev. C 103 (2021) 5, 055201 [arXiv:2005.11124] (prawy). Zob. też korelacje $K^0_S K^0_S$ dla Pb+Pb przy 5.02 TeV → CMS, Phys. Lett. B 857 (2024) 138936 [arXiv:2301.05290]; korelacje πd dla Pb+Pb przy 5.02 TeV → ALICE, arXiv:2504.02333





Uniwersalna zależność od m_T (z powodu przepływu kolektywnego) jest obserwowana nie tylko dla pionów ale i dla innych cząstek

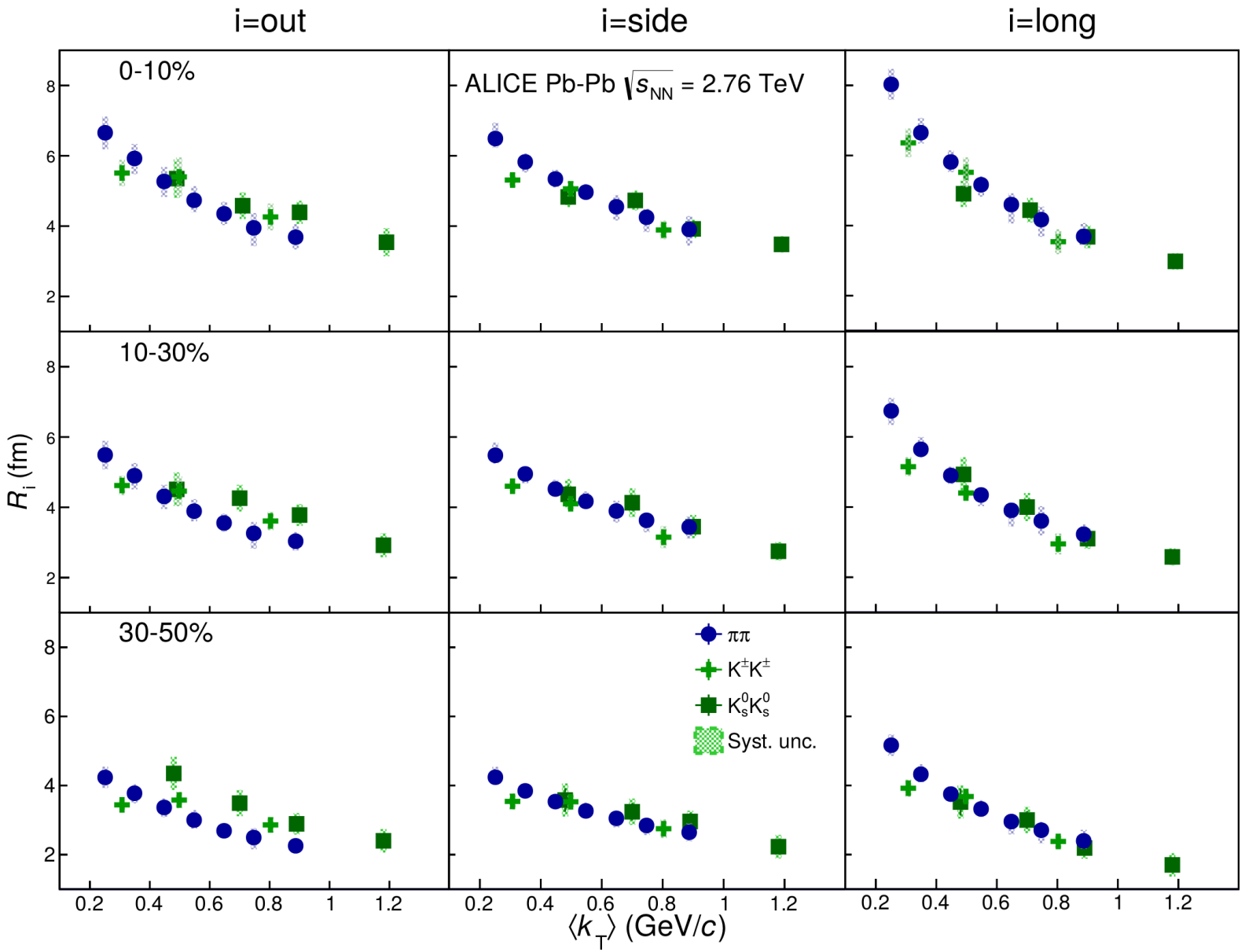
Przykłady promieni HBT mierzonych **przy użyciu naładowanych kaonów**
PHENIX, Au+Au, top RHIC (200 GeV) Rys. z arXiv:0907.5002 (QM 2009)



Pomiar dla naładowanych kaonów w eksperymencie STAR (Au+Au, 200 GeV, różne centralności) → zob. Nigmatkulov (for STAR), arXiv:1712.09964

Przykłady promieni HBT mierzonych **przy użyciu kaonów**

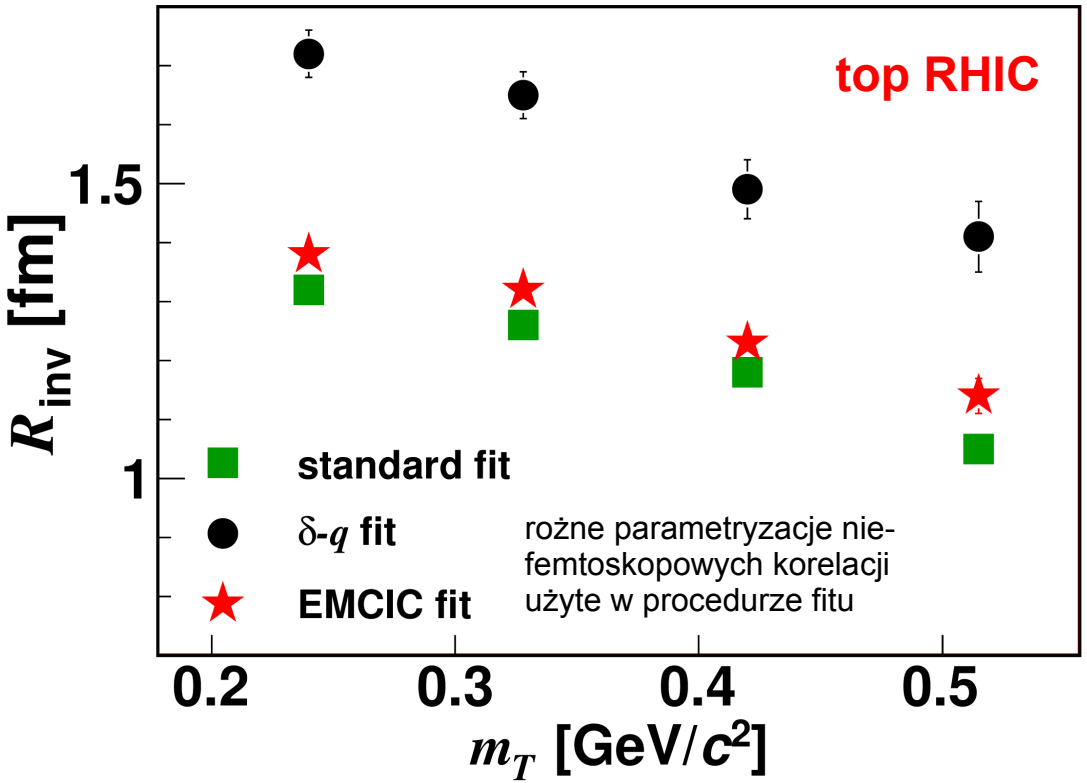
ALICE, Pb+Pb, LHC (2.76 TeV) ALICE, PR C96 (2017) 064613 [arXiv:1709.01731]



Rozmiary źródeł były mierzone również **dla zderzeń elementarnych** (zderzenia leptonów i hadronów).
Nieoczekiwana zależność od m_T (spadek, uważany w A+A za przejaw kolektywnego przepływu) → przegląd wyników oraz możliwych wyjaśnień spadku z m_T w zderzeniach elementarnych (zasada nieoznaczoności, fragmentacja strun, rezonanse, etc.) w pracach Z. Chajęcki, arXiv:0901.4078 oraz STAR, arXiv:1004.0925

Rys.: badano m.in. rozmiary źródła w zderzeniach **p+p przy top RHIC przy użyciu par pionów tego samego znaku**
arXiv:0907.5002 (PHENIX, QM 2009) oraz arXiv:1004.0925 (STAR)

Rys. dla p+p (top RHIC)
STAR, PR C83 (2011) 064905 [arXiv:1004.0925]



$$Q_{inv} = \sqrt{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2 - (E_1 - E_2)^2}$$

$$C_{BE}(Q_{inv}) = 1 + \lambda e^{-Q_{inv}^2 R_{inv}^2}$$

(zał. kuliste źródło)

Idea, że np. p+p / małe systemy pokazują przepływ (stanowią system) tak jak A+A jest na razie różnie odbierana ...
Powszechnie uważa(ło?) się, że p+p jest zbyt mały żeby wygenerować kolektywny przepływ

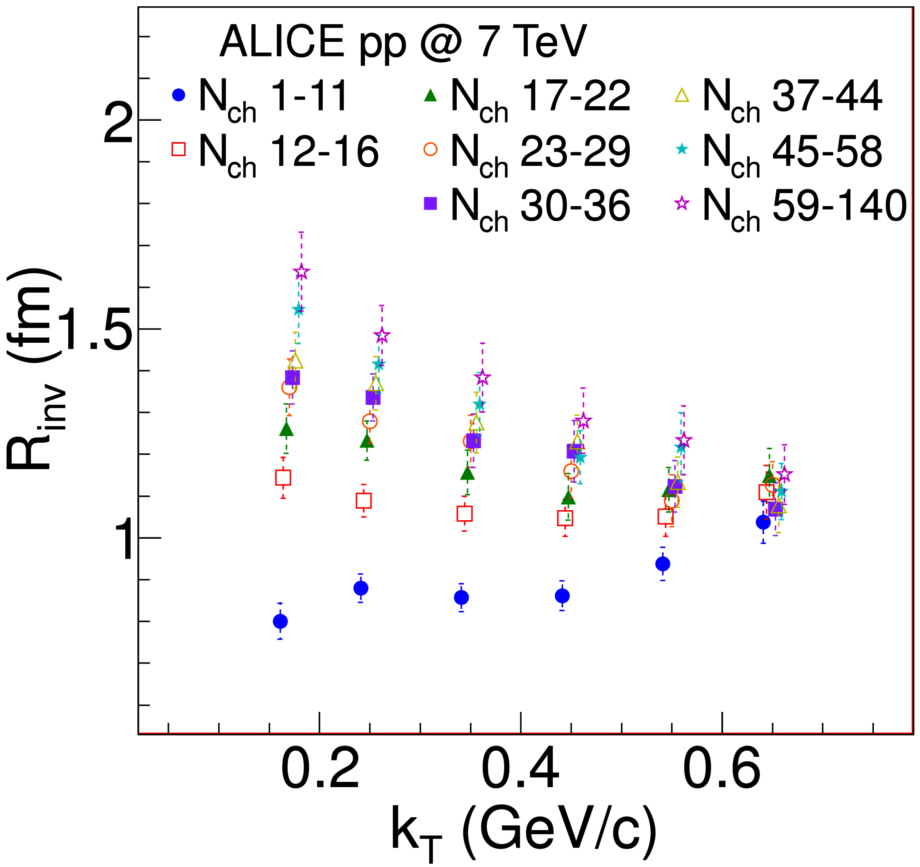
Wyniki badania **HBT przy LHC (dane p+p)**

$$\vec{k} = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$$

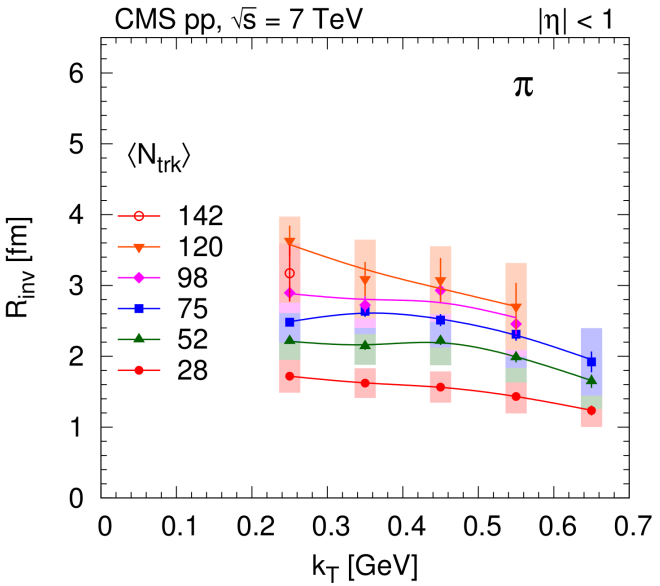
$$k_T = \frac{1}{2}\left|\vec{p_{T,1}} + \vec{p_{T,2}}\right|$$

Tutaj użyto funkcji korelacyjnej $C(q_{inv})$, gdzie dla dwóch cząstek o identycznej masie q_{inv} jest modułem różnicy pędu dwóch cząstek $|\mathbf{q}|$ w tzw. *pair rest frame* PRF (układ w którym pędy obu cząstek są takie same co do wartości ale mają przeciwne znaki). R_{inv} jest promieniem mierzonym w PRF. W ALICE oprócz pomiarów w układzie PRF robiono również pomiary w LCMS (pomiar 3D – out, side, long) i wyniki/wnioski są podobne (arXiv:1101.3665)

Miśkowiec (for ALICE) PoS WPCF2011, 001 [arXiv:1204.1224]



- **Spadek promieni HBT ze wzrostem k_T w A+A był interpretowany jako z powodu kolektywnej ekspansji**: szybsze cząstki (wyższe pędy) pokazują obszary o mniejszych rozmiarach → ekspansja
- W LHC takie zachowanie widziane dla zderzeń p+p o wysokich krotnościach ! **Kolektywność systemu rozwinięta dla p+p o wysokich krotnościach przy LHC ??**

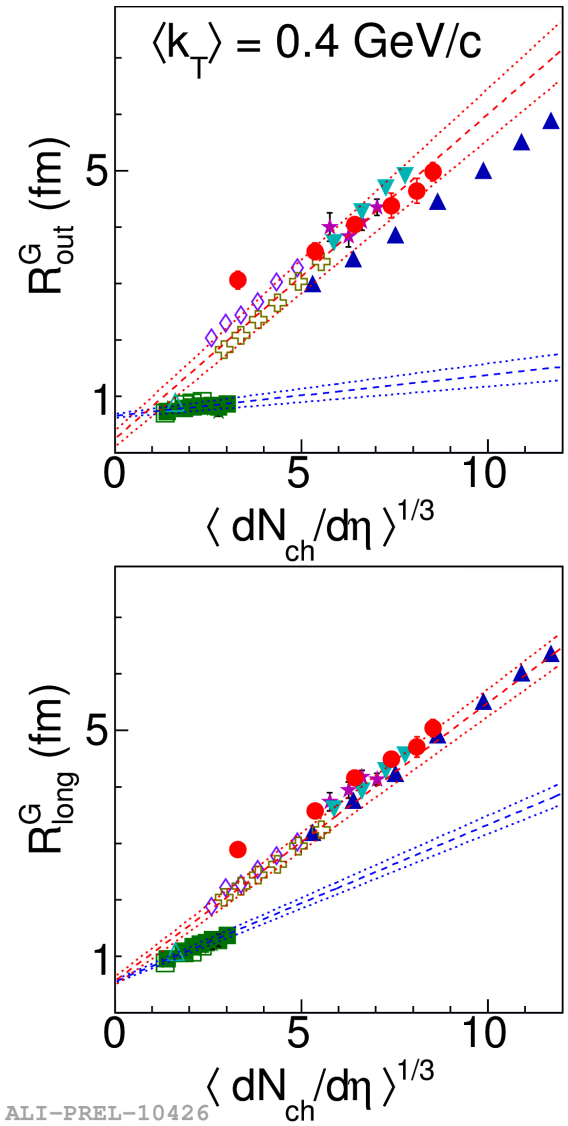


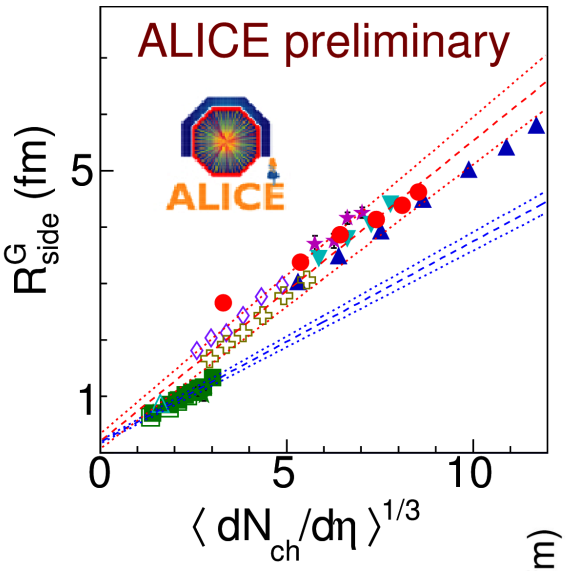
← podobne wyniki dla CMS (7 TeV)
PR C97, 064912 (2018) [arXiv:1712.07198]

p+p, 13 TeV → zob. CMS, JHEP 03 (2020) 014 [arXiv:1910.08815]; ATLAS, EPJC 82 (2022) 7, 608 [arXiv: 2202.02218]; ALICE, PRC 109 (2024) 2, 024915 [arXiv:2310.07509]

Takie efekty widziane również w 0-10% centralnych d+Au przy top RHIC → Mwai (for PHENIX), WWND 2014

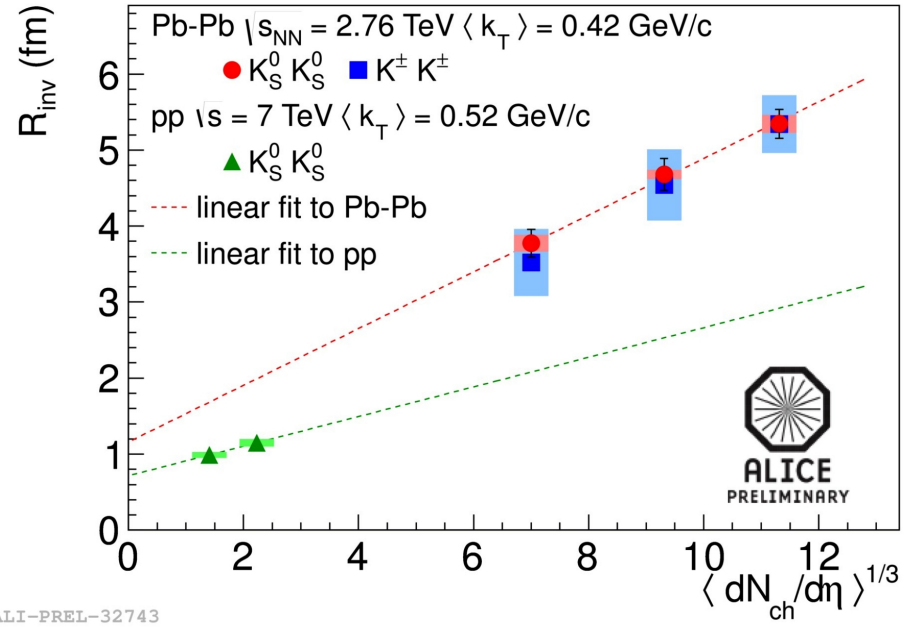
Promienie HBT skalują się liniowo z dN/dη $^{1/3}$ ale **nachylenie prostej jest inne dla p+p i dla ciężkich jonów**





STAR AuAu @ 200 AGeV
STAR CuCu @ 200 AGeV
STAR AuAu @ 62 AGeV
STAR CuCu @ 62 AGeV
CERES PbAu @ 17.2 AGeV
ALICE PbPb @ 2760 AGeV
ALICE pp @ 7000 GeV
ALICE pp @ 2760 GeV
ALICE pp @ 900 GeV
STAR pp @ 200 GeV
fits to ALICE pp
fits to AA @ ≤ 200 AGeV

Po lewej: femtoskopia pionów
Po prawej: femtoskopia kaonów



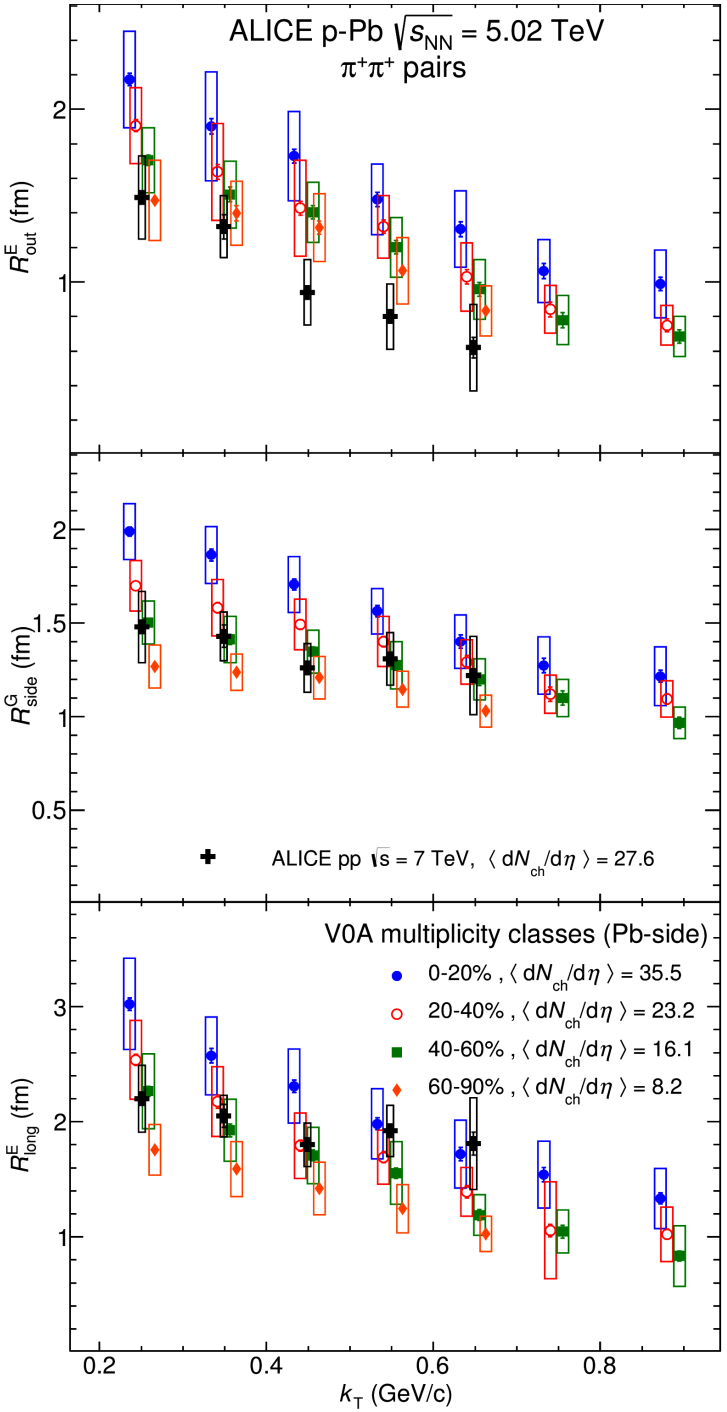
D. Miśkowiec (for ALICE), arXiv:1204.1224;
Ł. Graczykowski (for ALICE), arXiv:1402.2138;
zob. wyniki końcowe w ALICE, PR C91, 034906, 2015 [arXiv:1502.00559]

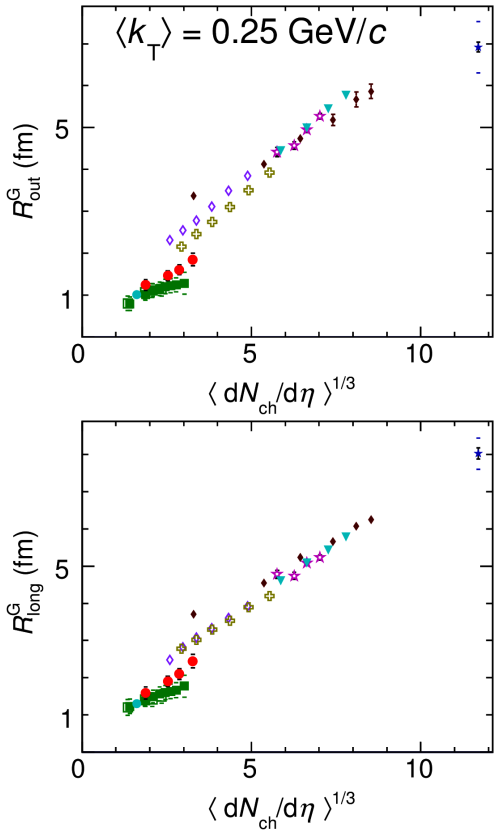
A. Kisiel, HQCP 2012, Warszawa

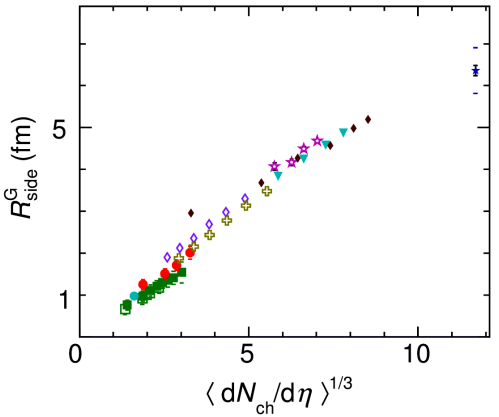
Promienie **HBT dla danych p+Pb (LHC, ALICE)**

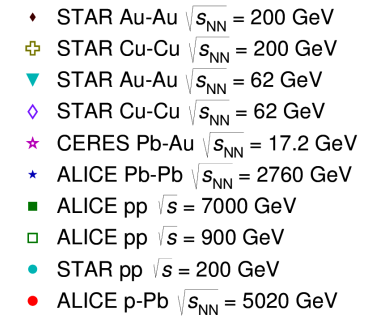
Spadek wszystkich promieni z k_T – podobnie jak dla danych A+A oraz danych p+p o wysokich krotnościach

Rys. z ALICE, PR C91 (2015), 034906 [arXiv:1502.00559]





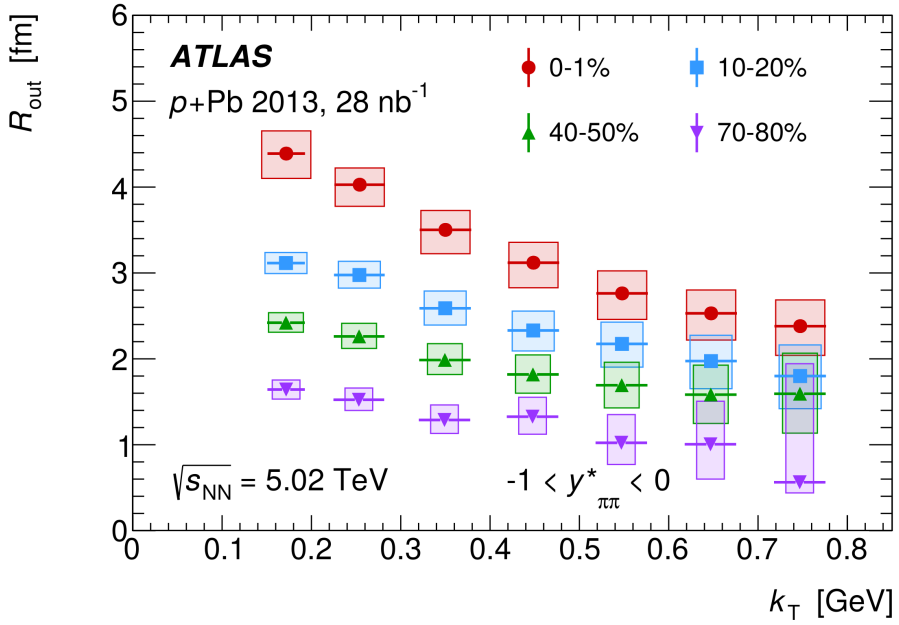


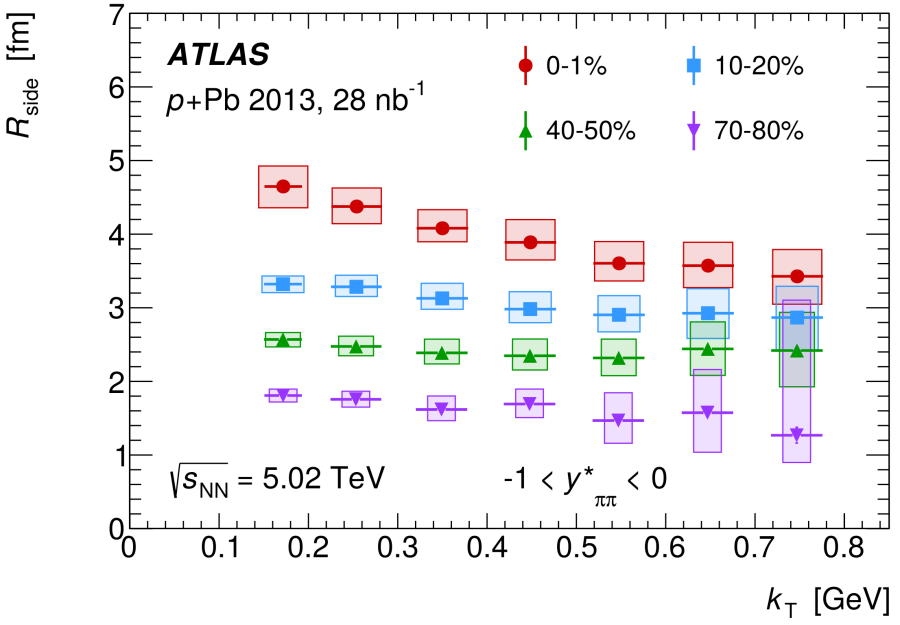


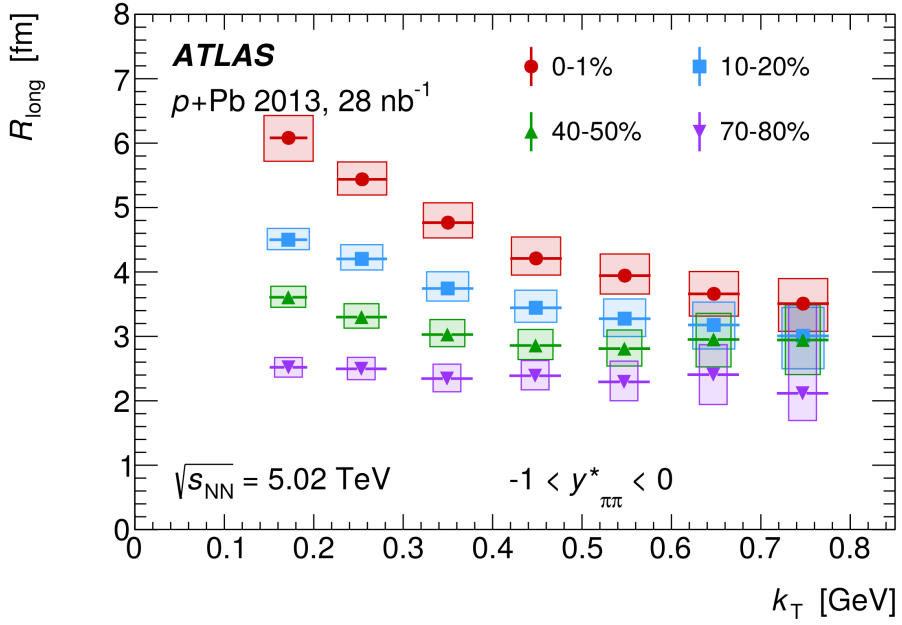
Promienie **HBT dla danych p+Pb (LHC, ATLAS)**

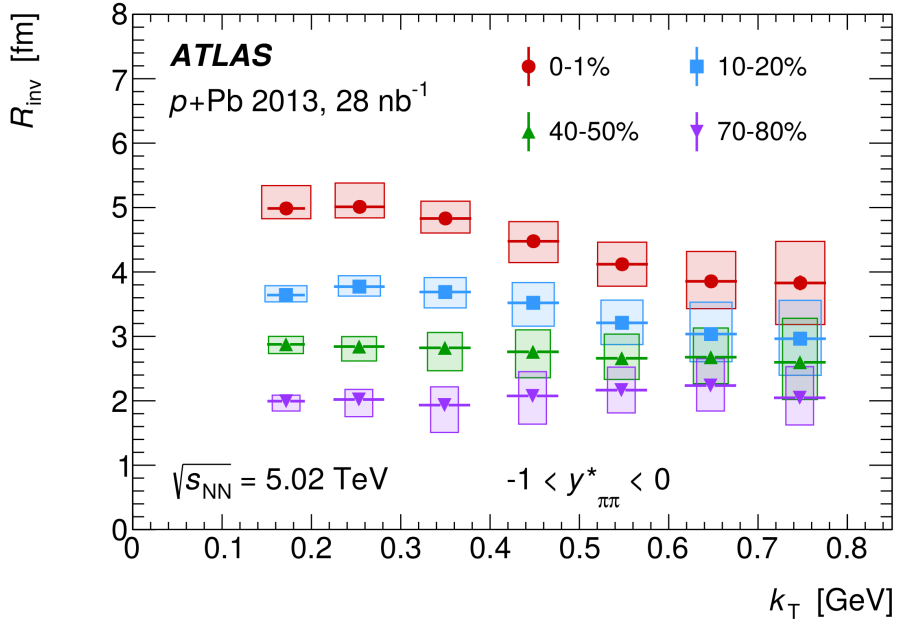
Spadek wszystkich promieni z k_T – podobnie jak dla danych A+A oraz danych p+p o wysokich krotnościach

ATLAS, PR C96 (2017), 064908 [arXiv:1704.01621]



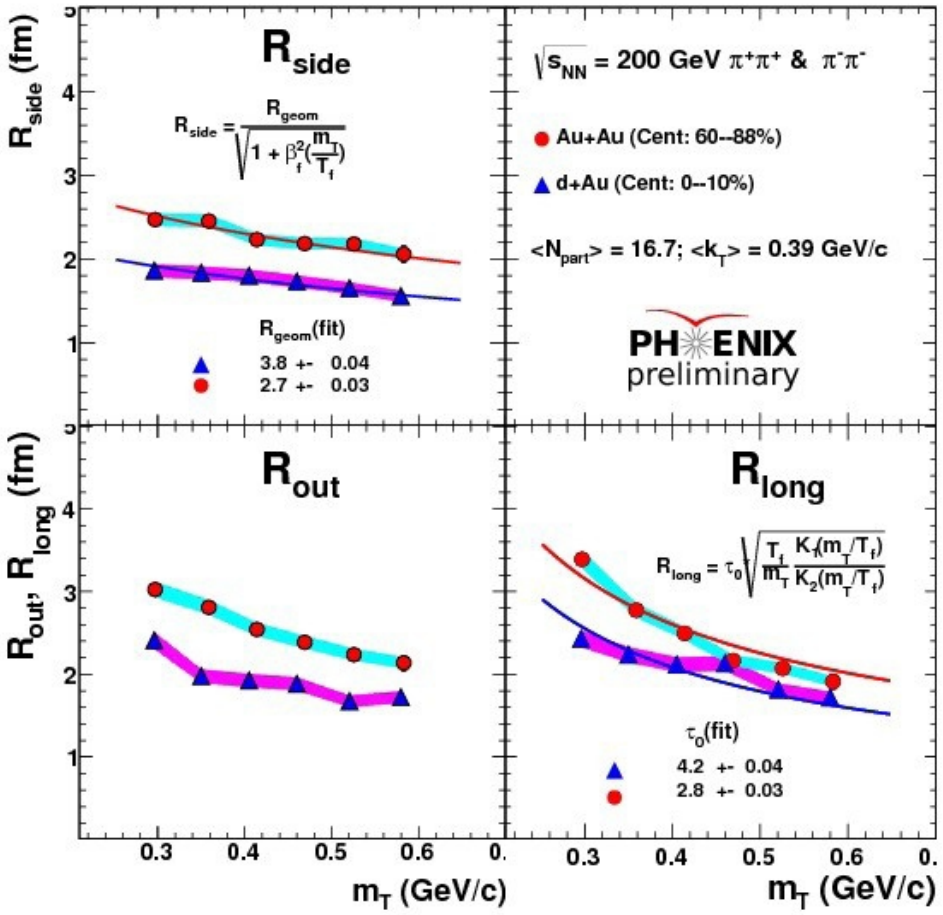


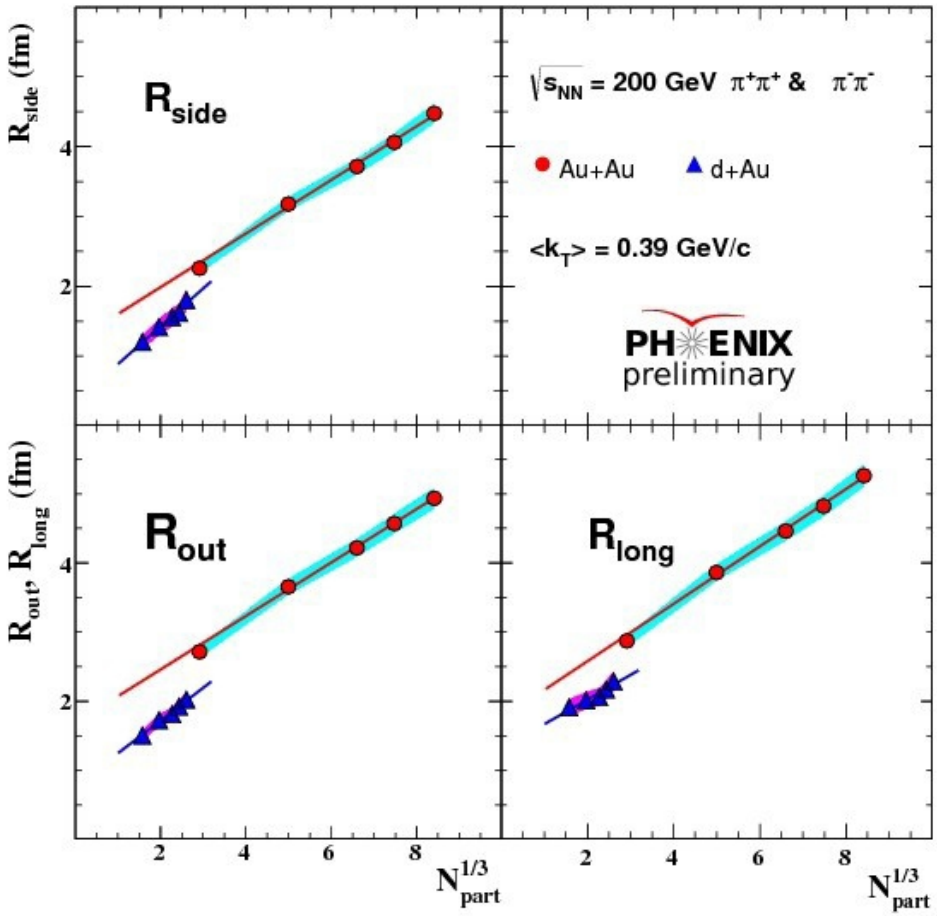




Zależność promieni HBT od m_T dla d+Au i Au+Au przy top RHIC

Podobny trend w d+Au i Au+Au → sygnał przepływu radialnego w d+Au?



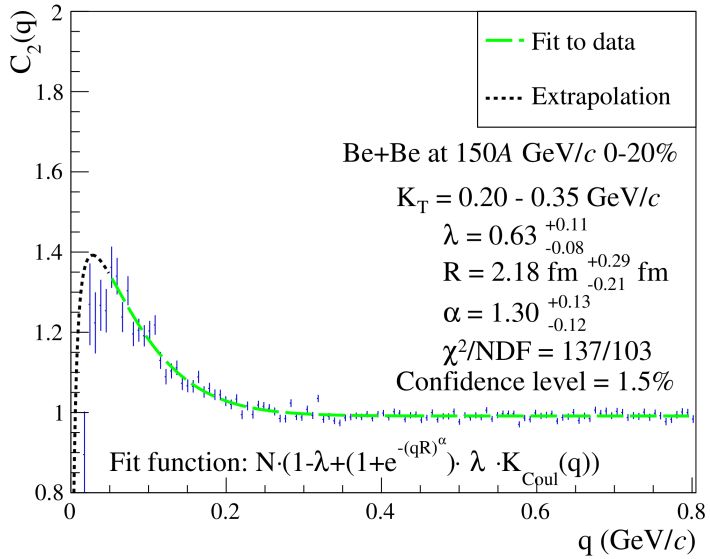


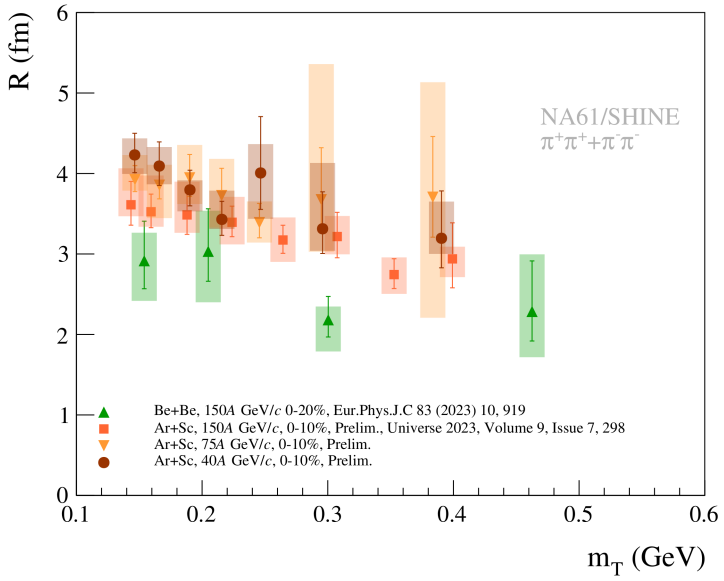
Alex Mwai (for PHENIX), WWND 2014
Zob. też Mate Csanad (for PHENIX), arXiv:1503.03688 (CPOD 2014)

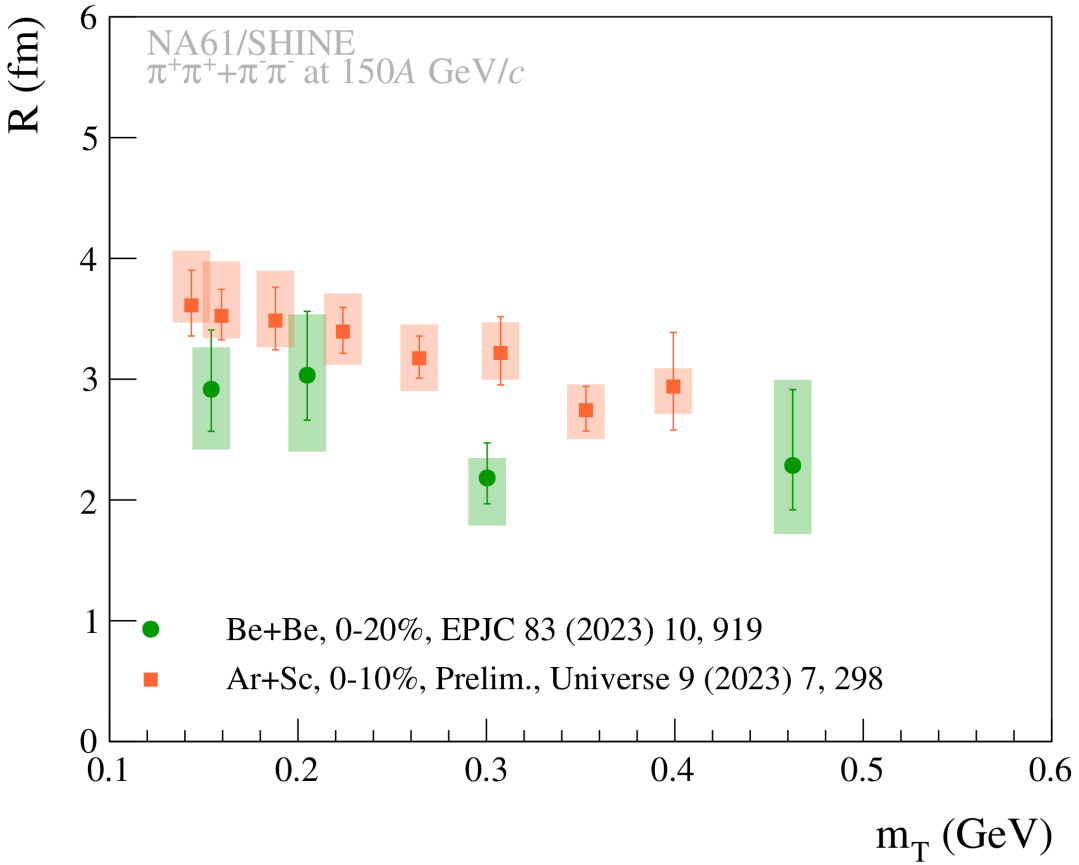
(Słaba) zależność promieni HBT od m_T dla Be+Be przy top SPS

→ sygnał przepływu radialnego w Be+Be ?

przykładowy fit (NA61/SHINE, EPJC 83 (2023) 10, 919 [arXiv:2302.04593])







Dla porównania Ar+Sc (efekt silniejszy)

B. Porfy (for NA61/SHINE), Nuovo Cim. C 48 (2024) 1, 28 [arXiv:2405.01061] oraz EPJ Web Conf. 296 (2024) 06004 [arXiv:2401.02553] (Quark Matter 2023) – górny prawy;
B. Porfy (for NA61/SHINE), Zimanyi School 2023 – dolny

Pomiary femtoskopowe

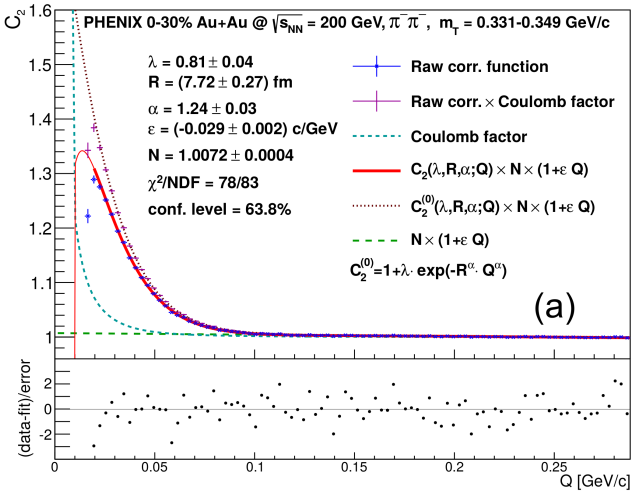
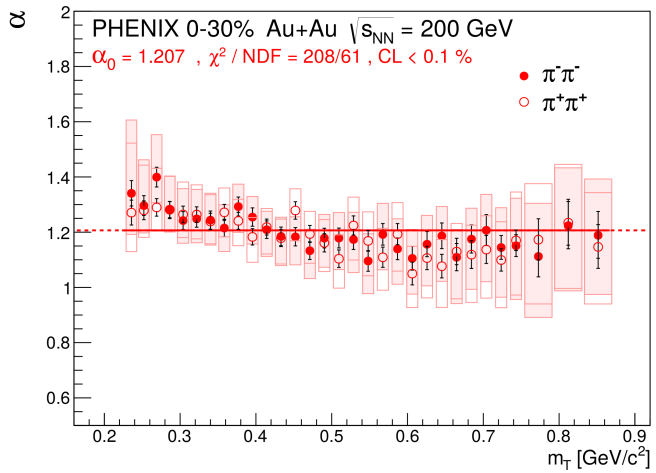
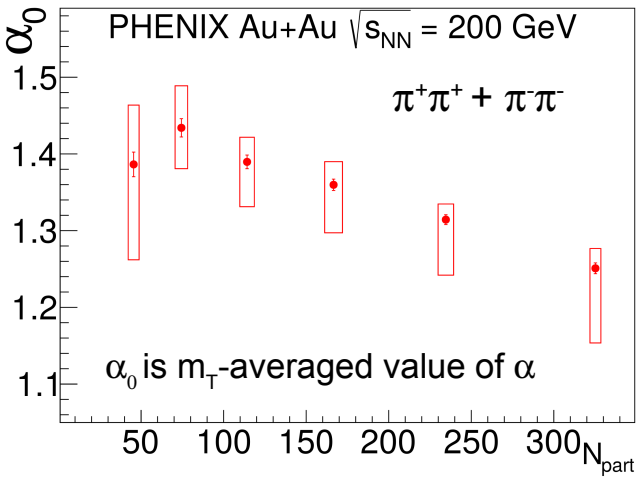
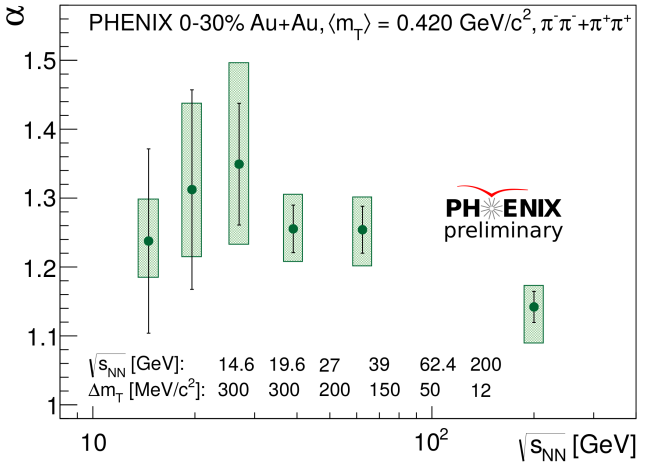
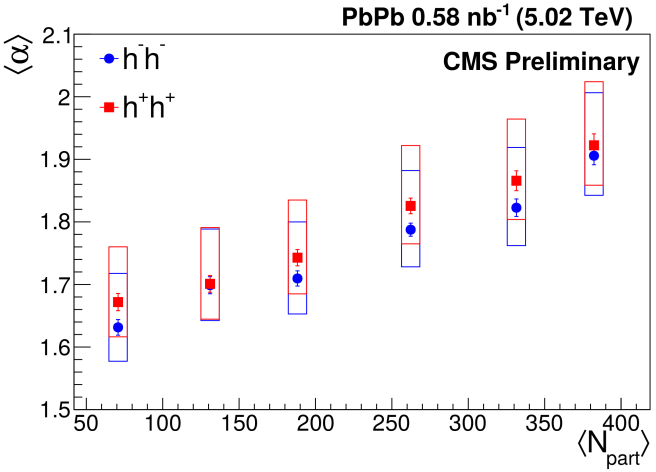
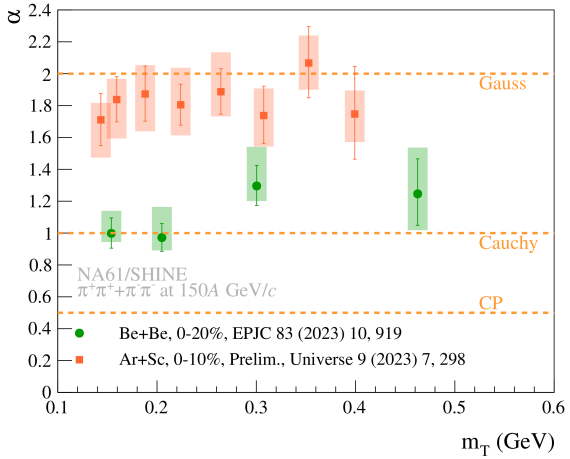
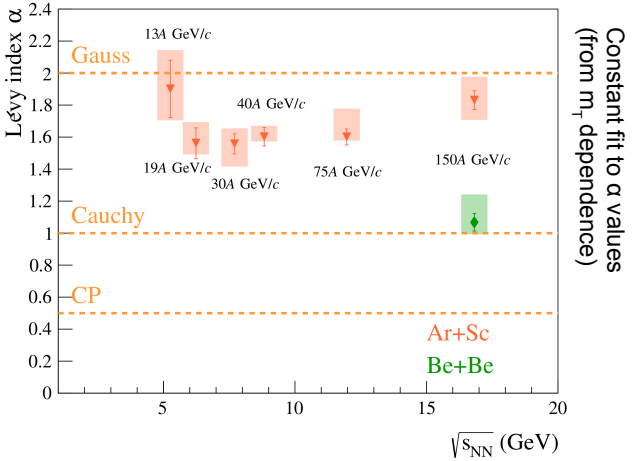
Do fitów funkcji korelacyjnej używa się np. **kształtu Levy'ego: $C(q) = 1 + \lambda \cdot \exp(-|qR|^{\alpha})$**

$\alpha = 1$: rozkład Cauchy'ego,

$\alpha = 2$: źródło Gaussowskie,

$\alpha = 0.5$ (lub niżej) w przypadku punktu krytycznego (nie obserwowane w danych);

ciekawy efekt – minimum w α dla pośrednich energii SPS (Ar+Sc)



S. Lokos, Acta Phys. Polon. Supp. 15 (2022) 3, 30 – przeglądowa (środkowe lewy i prawy, dolny lewy); PHENIX, Phys. Rev. C 110 (2024) 6, 6 (środkowy w środku); B. Porfy (for NA61/SHINE), Nuovo Cim. C 48 (2024) 1, 28 (dolny środkowy); B. Porfy, PoS ICHEP2024 (2025) 603 (dolny prawy)