

# Pole magnetyczne



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



# Pole magnetyczne

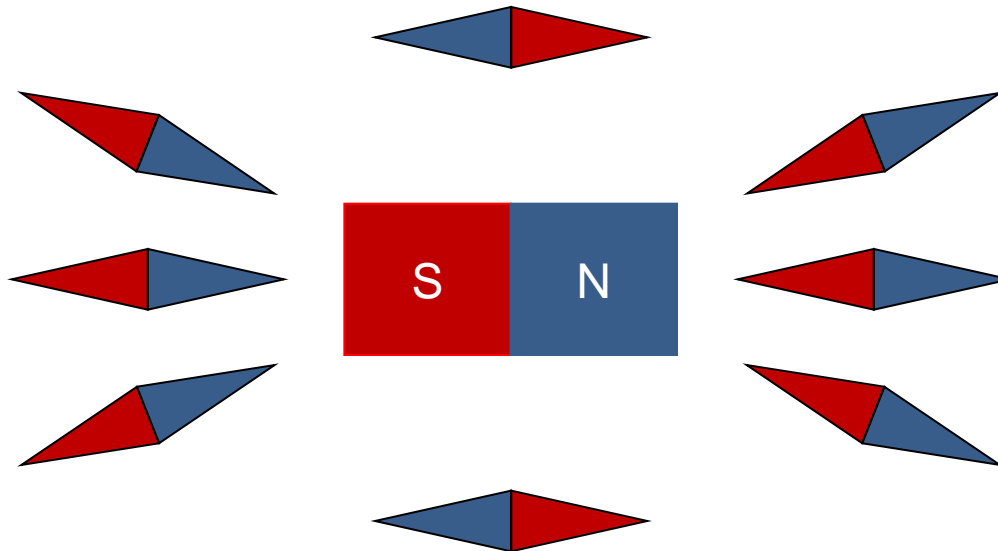
**Pole magnetyczne** jest nierozdzielnie związane z polem elektrycznym. W zależności od układu odniesienia to samo zjawisko może być postrzegane jako efekt działania pola elektrycznego bądź magnetycznego. O ile pole elektryczne wytwarzane jest przez ładunki, o tyle pole magnetyczne wytwarzane jest tylko przez **ładunki w ruchu** bądź ciała posiadające moment magnetyczny. Siły magnetyczne nie działają na ładunki w spoczynku. Ponieważ prąd elektryczny tworzą poruszające się ładunki, przewodniki z prądem będą oddziaływały magnetycznie.

Pola elektryczne i magnetyczne mają dużo wspólnego ale też różnią się w paru kwestiach:

- pole magnetyczne nie działa na ładunki w spoczynku chyba, że posiadają moment magnetyczny
- nie ma ładunków magnetycznych
- linie pola magnetycznego nie mają początku ani końca (są zamknięte)
- potencjał magnetyczny nie ma takiego znaczenia jak potencjał elektryczny
- pole magnetyczne nigdy nie wykonuje pracy

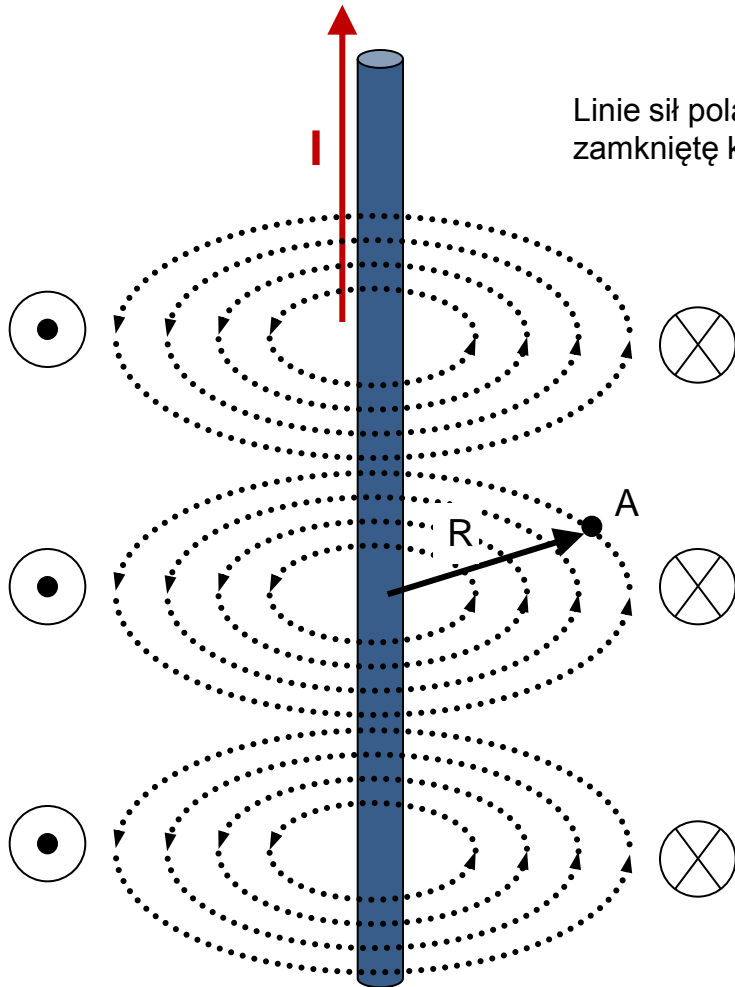
Wygodnym narzędziem do badania pola magnetycznego jest **igła magnetyczna** – namagnesowany kawałek stali.

Poniżej zachowanie igły magnetycznej w okolicach magnesu sztabkowego. Kierunek igły wskazuje kierunek linii pola magnetycznego



# Pole magnetyczne długiego przewodnika z prądem

Pole magnetyczne pochodzące od nieskończenie długiego przewodnika z prądem.



Linie sił pola magnetycznego. Nie mają początku ani końca tworząc zamkniętą kręgi. Zwrot linii sił pola wyznaczamy stosując regułę prawej dłoni.



Symbol oznaczający wektor skierowany za kartkę



Symbol oznaczający wektor skierowany przed kartkę

$$H = \frac{I}{2\pi R}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$$

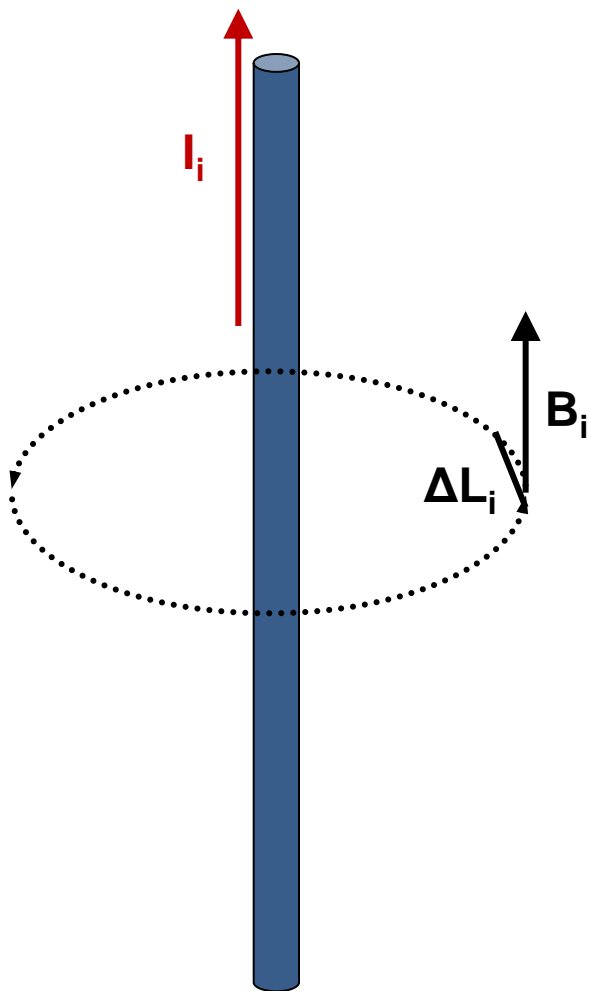
$$[H] = \text{A} / \text{m}$$

$$[B] = \text{T}$$

**H** – natężenie pola magnetycznego w punkcie A,  
**I** – natężenie prądu elektrycznego  
**R** – odległość punktu A od przewodnika z prądem  
**B** – wektro indukcji magnetycznej  
 $\mu_0$  – przenikalność magnetyczna próżni

# Prawo Ampere'a

Prawo Ampere'a jest magnetycznym odpowiednikiem prawa Gaussa.



**Prawo Ampera** : Krążenie wektora indukcji  $\mathbf{B}$  po dowolnej krzywej zamkniętej jest proporcjonalne do sumy natężeń prądów  $I_i$  zawartych wewnątrz tej krzywej.  $\Delta L_i$  oznacza fragment krzywej dla której indukcja ma stałą wartość.

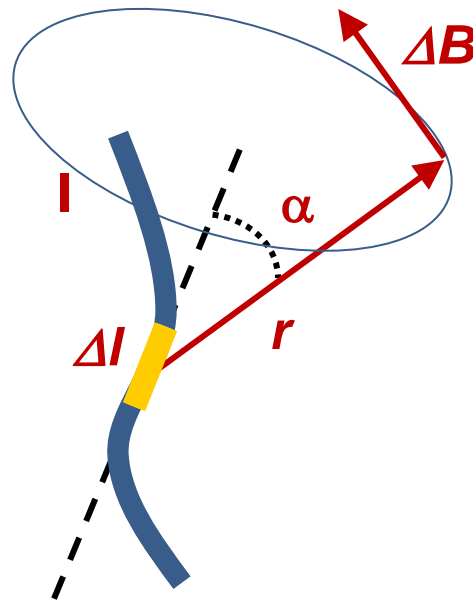
$$\sum B_i \Delta L_i = \mu_0 \sum I_i$$

Ponieważ w stałej odległości od jednego długiego przewodnika wartość indukcji pola magnetycznego jest stała możemy napisać:

$$B \cdot 2\pi R = \mu_0 I \Leftrightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

# Prawo Biota-Savarta

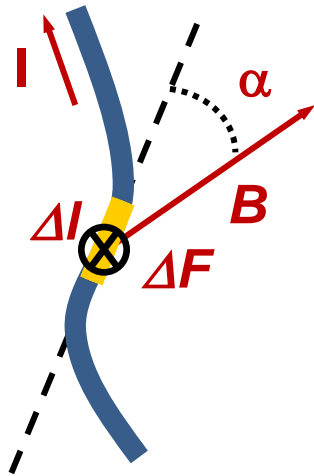
Prawo Biota-Savarta pozwala wyznaczyć wartość indukcji pola magnetycznego dla dowolnego kształtu przewodnika z prądem i dowolnego punktu w przestrzeni. Stosuje się założenie, że wartość indukcji pola magnetycznego w punkcie jest sumą przyczynków do indukcji pochodzące od małych fragmentów przewodnika.



$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

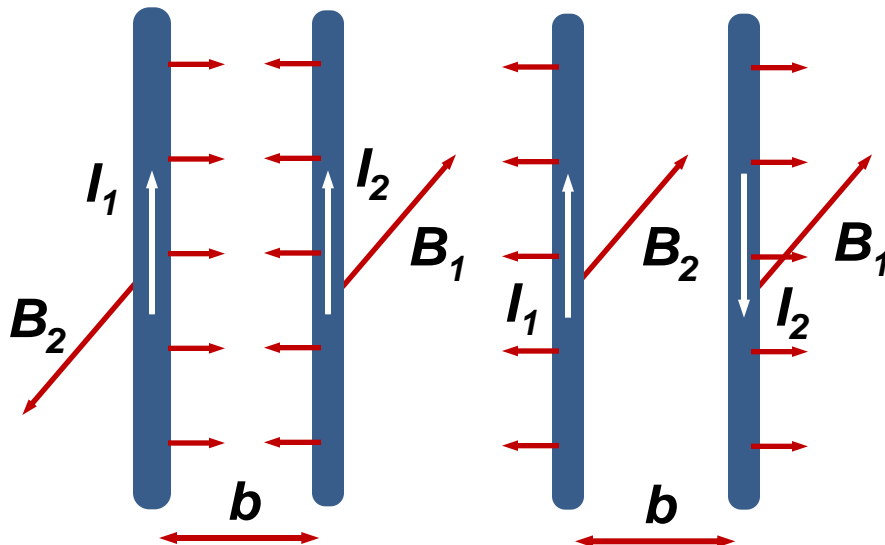
# Siła Ampere'a (siła elektrodynamiczna)

Siła Ampere'a - siła działająca na element  $\Delta l$  przewodnika z prądem  $I$  w polu  $B$ :



$$\Delta F = IB \sin \alpha \Delta l$$

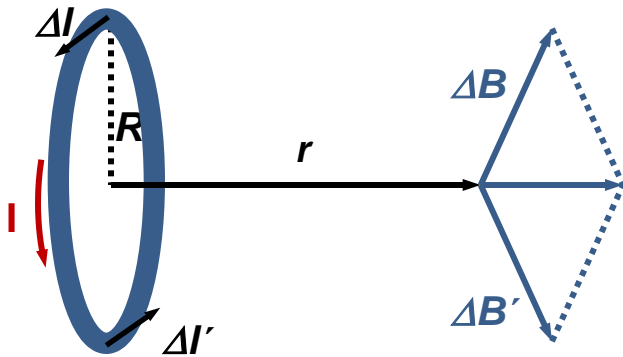
Oddziaływanie dwóch prostych przewodników z prądem



$$\frac{\Delta F}{\Delta l} = I_1 B_2 = I_2 B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b}$$

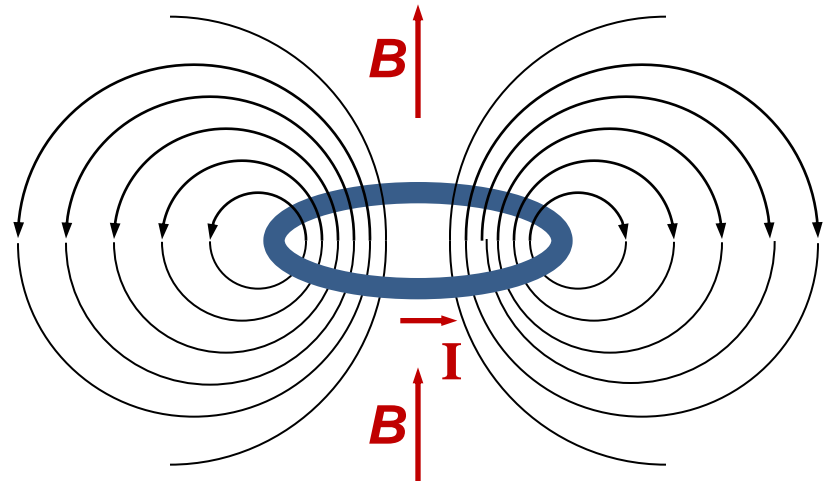
# Pole magnetyczne pętli z prądem

Pole magnetyczne na osi prądu kołowego  
 $R$  – promień obwodu kołowego z prądem,  
 $r$  – odległość od płaszczyzny obwodu



$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

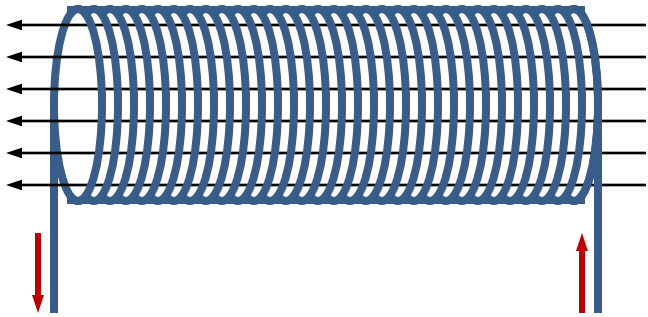
w środku obwodu ( $r = 0$ ):



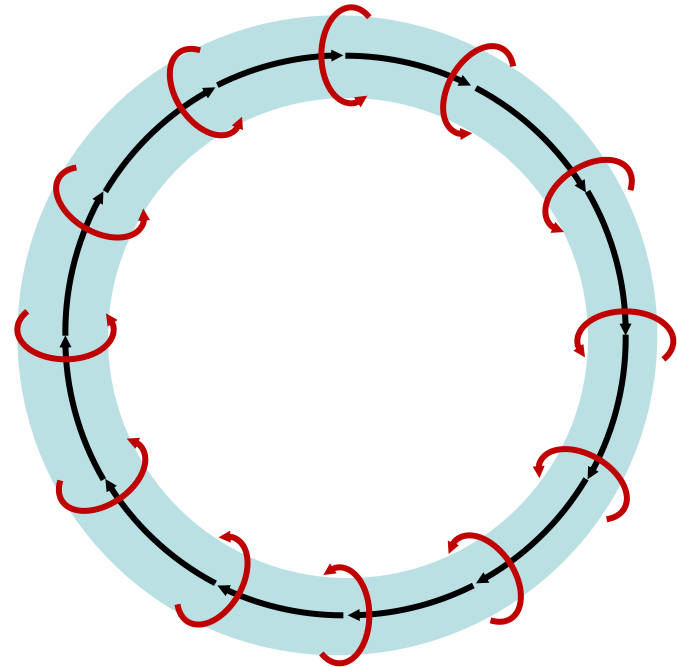
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

# Pole magnetyczne selenoidu

Pole magnetyczne wewnątrz nieskończonego solenoidu (zwojnicy), a także wewnątrz torusa ( $n$  – liczba zwojów na jednostkę długości solenoidu lub torusa) :



$$B = \mu_0 n I$$





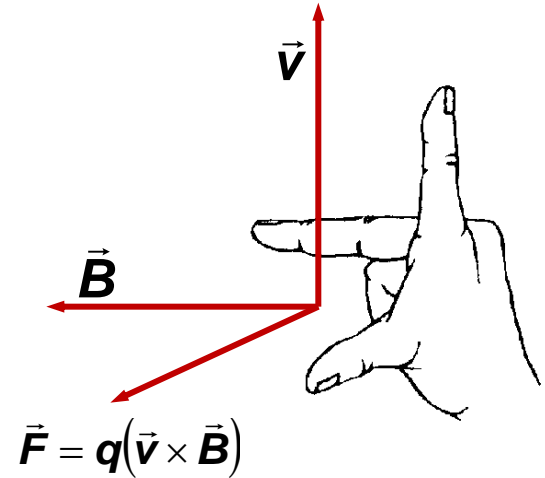
# Siła Lorentza

Jeśli ładunek porusza się w polu magnetycznym działa na niego **siła Lorentza**

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Siła działająca na ładunek  $q$  w polu elektrycznym i magnetycznym

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$



Własności siły Lorentza:

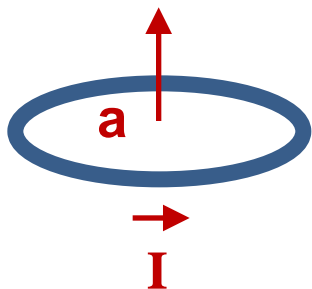
- działa tylko na ładunki w ruchu
- skierowana zawsze w kierunku prostopadłym zarówno do linii sił pola jak i wektora prędkości
- nigdy nie wykonuje pracy gdyż jest prostopadła do przesunięcia

# Moment magnetyczny pętli z prądem

**Dipol magnetyczny** - układ wytwarzający pole magnetyczne, które cechuje magnetyczny moment dipolowy np. magnes trwały, solenoid lub pojedyncza pętla z prądem.

Wszystkie skończone źródła pola magnetycznego są dipolami.

Dla prądu płynącego w cienkim przewodzie w płaskiej pętli, dipolowy moment magnetyczny jest pseudowektorem skierowanym prostopadle do powierzchni pętli, określony wzorem:



$$\vec{\mu} = I\vec{a}$$

$I$  – wartość natężenia prądu elektrycznego płynącego w przewodniku

$\vec{a}$  – wektor normalny do powierzchni pętli

$\vec{\mu}$  - wektor momentu magnetycznego

Wymiarem momentu magnetycznego jest  $A \cdot m^2$  lub  $J/T$ .

## Moment magnetyczny w polu magnetycznym

Na moment magnetyczny  $\vec{\mu}$  w polu magnetycznym  $\vec{B}$  działa moment siły  $\vec{\tau}$  :

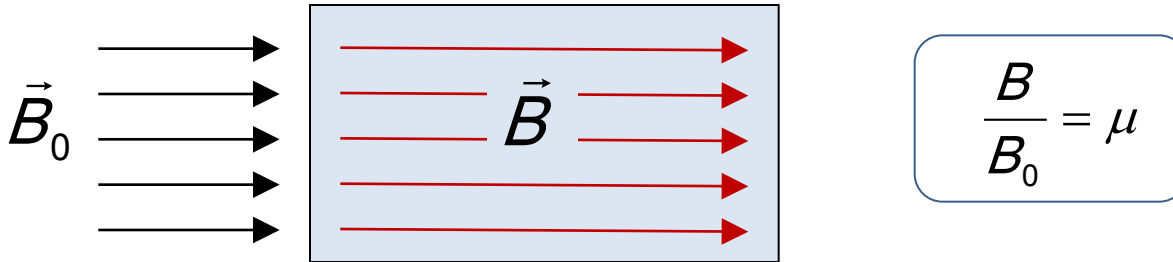
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Moment magnetyczny  $\vec{\mu}$  w polu magnetycznym  $\vec{B}$  posiada energię potencjalną  $U$ :

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

# Pole magnetyczne w materii

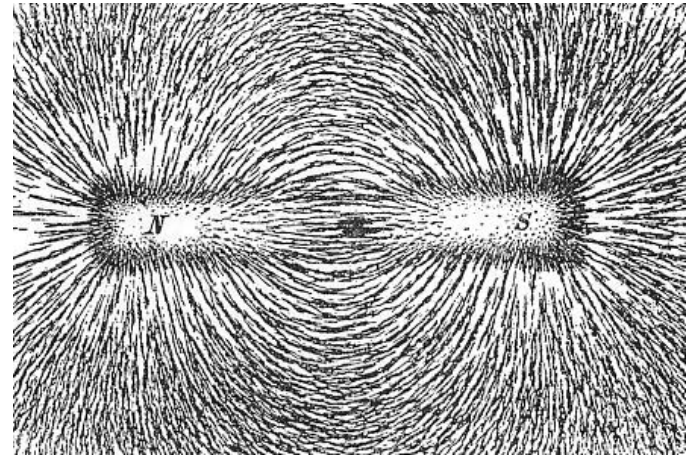
Pole magnetyczne wnikając do wnętrza substancji zmienia się. Jako miarę tej zmiany przyjęto stosunek wartości wektora indukcji magnetycznej we wnętrzu substancji  $\vec{B}$  do wartości wektora indukcji pola wnikającego  $\vec{B}_0$ , czyli **względna przenikalność magnetyczną** substancji  $\mu$ .



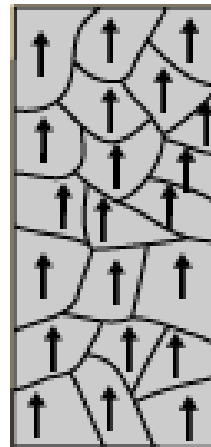
Dla substancji naturalnych stwierdzono doświadczalnie trzy przypadki:

- wnikające pole magnetyczne ulega niewielkiemu wzmocnieniu, a więc  $\mu > 1$ .  
Taki materiał nazywamy **paramagnetykiem**. Paramagnetyki posiadają własny moment magnetyczny ustawiający się zgodnie z zewnętrznym polem, (Mn, Sn, Al, Pt)
- wnikające pole magnetyczne ulega niewielkiemu osłabieniu, a więc  $\mu < 1$ .  
Taki materiał nazywamy **diamagnetykiem**. Diamagnetyki nie posiadają własnego momentu magnetycznego, indukuje się w nich przeciwne pole magnetyczne (Bi, Zn, Pb, Ag, Au, Hg). Wszystkie materiały mają własności diamagnetyczne ale zazwyczaj są one przesłonięte przez paramagnetyzm
- wnikające pole magnetyczne ulega znacznemu wzmocnieniu, a więc  $\mu \gg 1$ .  
Taki materiał nazywamy **ferromagnetykiem**. Ferromagnetyki wykazują się istnieniem obszarów stałego namagnesowania zwanych domenami. Własność tą tracą powyżej temperatury Curie (Fe, Ni, Co).

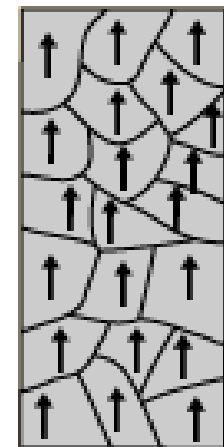
# Domeny magnetyczne w ferromagnetykach



Atomy **ferromagnetyka** posiadają znaczny dipolowy moment magnetyczny. Momenty magnetycznych atomów są lokalnie uporządkowane. Powstają tzw. domeny magnetyczne, których rozmiary są rzędu części milimetra i które zachowują się jak małe magnesy.



Wnikające pole magnetyczne działa porządkująco na silne momenty magnetyczne domen, co prowadzi do znacznego wzmocnienia pola magnetycznego.



Po wyłączeniu zewnętrznego pola magnetycznego znaczna część domen pozostaje uporządkowana. Próbkę ferromagnetyczną można namagnesować.

# Przykłady

## Zadanie 1

Prąd  $I = 20 \text{ A}$  przepływając przez pierścień z drutu miedzianego o przekroju  $S = 1 \text{ mm}^2$  wytwarza w środku pierścienia indukcję magnetyczną  $B = 7,25 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ . Jakie napięcie jest przyłożone na końcach drutu pierścienia?

Dane:  $I = 20 \text{ A}$

$$S = 1 \text{ mm}^2$$

$$B = 7,25 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Szukane :  $U = ?$

Dla prądu stałego:  $U = RI$  gdzie  $R$  - opór przewodu.

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad , \text{ gdzie } \rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m (opór właściwy miedzi)},$$

$l = 2\pi r$  - długość przewodu,  $r$  - promień okręgu.

*Indukcja magnetyczna w środku kołowego okręgu:*

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad \mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

więc: 
$$U = \rho \frac{l}{S} I = \frac{\mu_0 \pi I^2 \rho}{2r} = 1,2 \text{ V}$$

## Przykłady

### Zadanie 2

Dwa kołowe zwoje o promieniu 4 cm są umieszczone w płaszczyznach równoległych w odległości 10 cm. Przez zwoje płyną prądy  $I_1 = I_2 = 2\text{ A}$ . Znaleźć indukcję magnetyczną na osi zwojów w punkcie jednakowo odległym od nich. Zadanie rozwiązać dla przypadków gdy prądy płyną w jednakowych i przeciwnych kierunkach.

Dane:  $d = 0,1\text{ m}$   
 $R = 4\text{ cm}$   
 $I = 2\text{ A}$   
Szukane:  $B_1, B_2$

Indukcja magnetyczna na osi przewodu kołowego w odległości  $r$  od jego płaszczyzny:

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

$$\text{Dla } r = d/2: \quad B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2\left(R^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} = 9,6\text{ T}$$

W przypadku zgodnych kierunków prądów wektory indukcji magnetycznej odejmują się, w przypadku przeciwnych kierunków dodają się.

Tak więc:  $B_1 = 0$  a  $B_2 = 2B = 19,2 \cdot 10^{-8}\text{ T}$

# Przykłady

## Zadanie 3

Znaleźć energię kinetyczną protonu, który porusza się po łuku okręgu o promieniu 60 cm w polu magnetycznym  $0,2 \cdot 10^{-2}$  T

Dane :  $r = 60$  cm  
 $B = 0,2 \cdot 10^{-2}$  T

Szukane :  $E_{kin} = ?$

Równoważenie się siły Lorentza i siły odśrodkowej:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \qquad E_{kin} = \frac{mv^2}{2} = \frac{(qrB)^2}{2m} = \frac{(qrBc)^2}{2mc^2}$$

$q = e$                     ładunek elementarny protonu

$c = 3 \cdot 10^8$  m/s        prędkość światła

$mc^2 = 1$  GeV        energia spoczynkowa protonu

Po podstawieniu wartości :  $E_{kin} = 65$  keV.

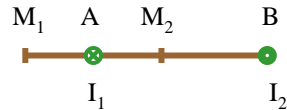
Proton o takiej energii nie jest relatywistyczny ( $E_k \ll mc^2$ )

(eV - jednostka energii równa energii kinetycznej uzyskanej przez ładunek elementarny po przejściu różnicy potencjałów 1 V)

Uwaga:  $Tm^2/s = Nsm^2/Cms = J/C = V$

## Zadania do samodzielnego rozwiązania

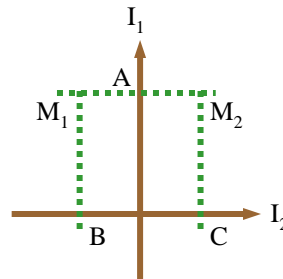
1. Znaleźć indukcję magnetyczną w punkcie oddalonym o 5 cm od nieskończenie długiego przewodnika, przez który płynie prąd 5 A. (odp:  $2 \cdot 10^{-5} \text{T}$ )
2. Znaleźć indukcję magnetyczną w środku okrągłego zwoju drucianego o promieniu 2 cm, przez który płynie prąd 1 A. (odp:  $3 \cdot 10^{-5} \text{T}$ )
3. Na rysunku przedstawiono przekrój dwóch prostoliniowych, nieskończenie długich przewodników z prądem płynącym w przeciwnych kierunkach. Odległość między przewodnikami jest równa 10 cm a prądy wynoszą odpowiednio  $I_1 = 10 \text{ A}$  a  $I_2 = 5 \text{ A}$ . Znaleźć indukcję magnetyczną w punktach  $M_1$  i  $M_2$ .  $M_1A = AM_2 = 4 \text{ cm}$ . (odp:  $4.3 \cdot 10^{-5} \text{T}$ ,  $6.7 \cdot 10^{-5} \text{T}$ )



4. Rozwiązać poprzednie zadanie pod warunkiem, że prądy płyną w tym samym kierunku. (odp:  $5.7 \cdot 10^{-5} \text{T}$ ,  $3.3 \cdot 10^{-5} \text{T}$ )
5. Mamy trzy prostoliniowe, równoległe, nieskończone przewody z prądem. Odległości między prądami wynoszą 5 cm a natężenie  $I_1 = I_2 = I$ , a  $I_3 = 2I$ . Znaleźć punkt na prostej, w którym indukcja magnetyczna jest równa zero (odp.  $5/3 \text{ cm}$  na lewo od przewodnika 2)



6. Dwa nieskończone długie przewody prostoliniowe są umieszczone wzajemnie prostopadle i leżą w jednej płaszczyźnie. Znaleźć indukcję magnetyczną w punktach  $M_1$  i  $M_2$  jeśli  $I_1 = 2 \text{ A}$  oraz  $I_2 = 3 \text{ A}$ . Odległość  $AM_1 = AM_2 = 1 \text{ cm}$ .  $BM_1 = CM_2 = 2 \text{ cm}$ . (odp:  $7 \cdot 10^{-5} \text{T}$ ,  $-1 \cdot 10^{-5} \text{T}$ )





## Zadania do samodzielnego rozwiązania

7. Zwojnica o długości 30 cm składa się z 1000 zwojów. Znaleźć indukcję magnetyczną wewnątrz zwojnicy, przez którą płynie prąd 2 A. Przyjąć, że średnica zwojnicy jest mała w porównaniu do jej długości. (odp: 8mT)
8. Strumień indukcji magnetycznej przez zwojnicę jest równy  $5 \cdot 10^{-6}$  Wb. Znaleźć moment magnetyczny tej zwojnicy o długości 25 cm, jeśli liczba zwojów wynosi 500. ( $1\text{Am}^2$ )
9. Między biegunami elektromagnesu powstaje pole jednorodne o indukcji 2 T. Przez przewodnik o długości 50 cm umieszczony prostopadle do linii pola płynie prąd o natężeniu 20 A. Znaleźć siłę działającą na przewód. (odp: 20N)
10. Z drutu o długości 20 cm wykonane są obwody: kwadratowy i okrągły. Znaleźć moment obrotowy sił działający na każdy z obwodów umieszczony w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji równej 2 T. W obwodach przepływa prąd o natężeniu równym 2 A. Płaszczyzna każdego obwodu tworzy kąt  $45^\circ$  z kierunkiem pola magnetycznego. ( $0.07\text{Nm}$ ,  $0.09\text{Nm}$ )
11. Elektron przyspieszony różnicą potencjałów 300 V porusza się równoległe do prostoliniowego długiego przewodnika w odległości 4 mm od niego. Jak siła działa na elektron jeśli w przewodniku popłynie prąd o natężeniu 5A. ( $v=10^7\text{m/s}$ ,  $F=4 \cdot 10^{-16}\text{N}$ )