

# ELEKTRONIKA W EKSPERYMENCIE FIZYCZNYM

D. B. Tefelski

Zakład VI Badań Wysokociśnieniowych  
Wydział Fizyki Politechnika Warszawska, Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, PL

21 lutego 2011

**Eksperyment fizyczny, Czwórniki, charakterystyki  
częstotliwościowe, funkcje przenoszenia, pobudzenie impulsowe**



# Plan prezentacji I

- 1 Wstęp
  - Literatura
- 2 Eksperyment
  - Tor pomiarowy
  - Proces pomiarowy
  - Stanowisko pomiarowe - badanie efektu Francka Hertza
  - Stanowisko pomiarowe - wysokociśnieniowa komora optyczna
- 3 Opis układów elektronicznych
  - Odpowiedź na impuls
  - Odpowiedź na skok jednostkowy
  - Splot
  - Splot - właściwości
  - Sygnały
  - Widmowa funkcja przenoszenia - transmitancja widmowa
  - Funkcja korelacji własnej i wzajemnej

## Plan prezentacji II

- Przekształcenia całkowe
- Operatorowa funkcja przenoszenia - transmitancja operatorowa
- Opis czwórnikowy
- Opis za pomocą równań różniczkowo-całkowych

# Do przestudiowania I



Wiesław Tłaczała, Leonard Tykarski  
Elektronika w Eksperymentcie Fizycznym  
Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1998



Sławomir Tumański  
Technika pomiarowa  
Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2007



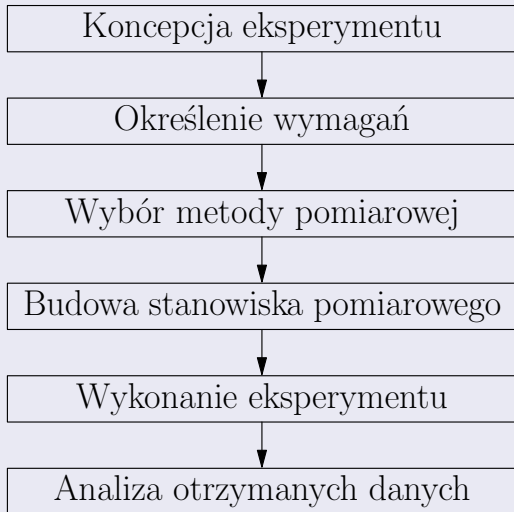
Wiesław Tłaczała  
Środowisko LabVIEW w eksperymencie wspomaganym  
komputerowo  
Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2002

## Def. Eksperyment fizyczny

Procedura wykonywana w celu odkrycia pewnych prawideł albo w celu sprawdzenia pewnych faktów lub praw generalnych.

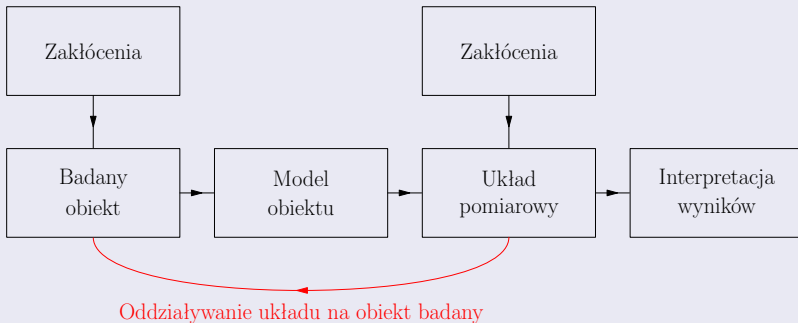


## Eksperyment



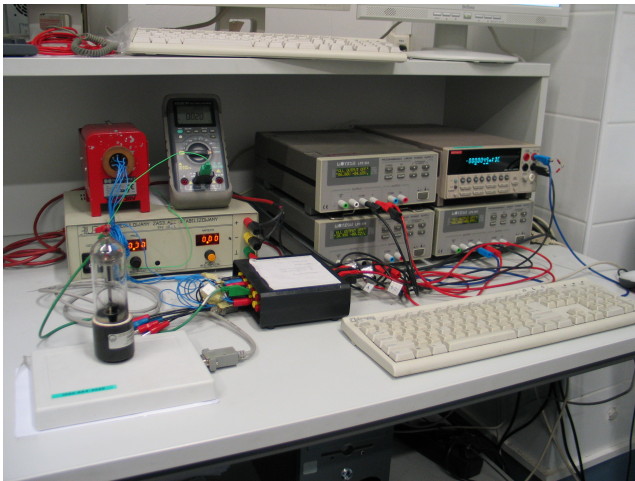


## Struktura typowego procesu pomiarowego



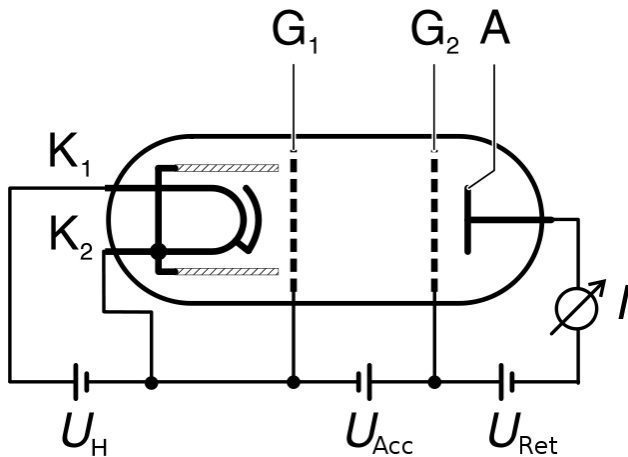


# Aparatura pomiarowa



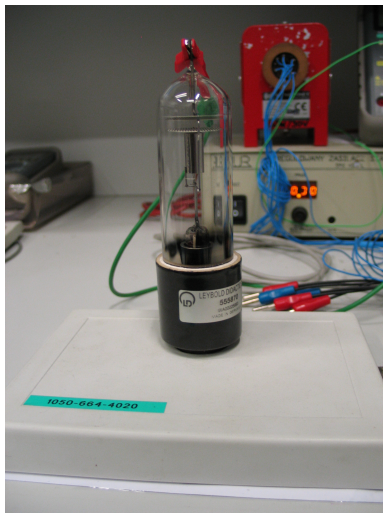
Rys.: Eksperyment Franck'a - Hertza

# Schemat podłączenia lampy neonowej

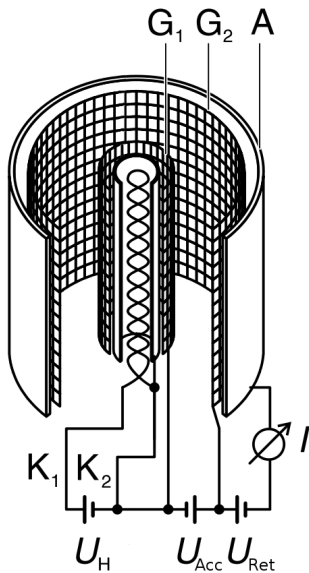


Rys.: Podłączenie lampy neonowej

# Lampa neonowa

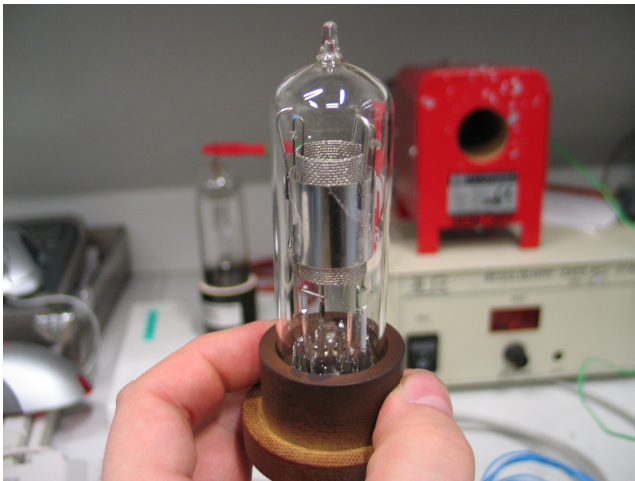


Rys.: Lampa neonowa



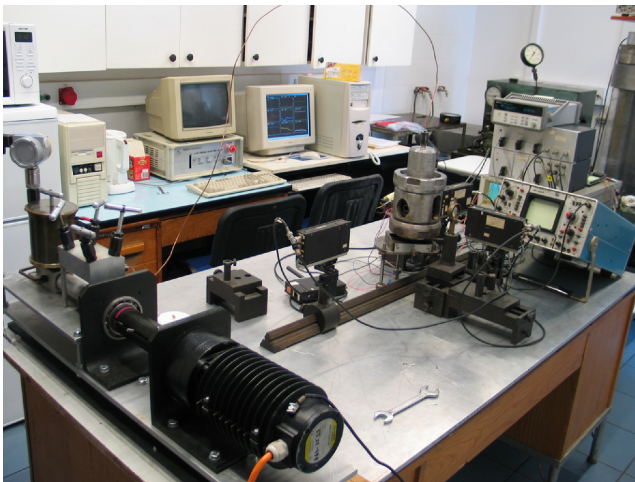
Rys.: Podłączenie lampy rtęciowej

# Lampa rtęciowa

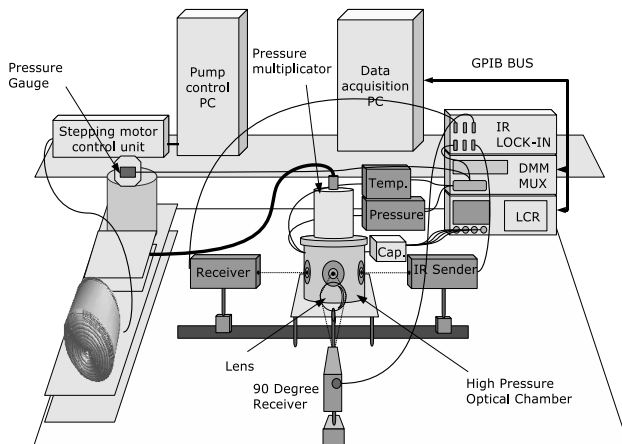


Rys.: Lampa rtęciowa

# Aparatura pomiarowa



Rys.: Badanie przemian fazowych indukowanych ciśnieniem



Rys.: Urządzenia pomiarowe

# Opis układów elektronicznych



## Sposoby opisu układów elektrycznych

Jednoznaczną charakterystykę układu w dziedzinie czasu określa:

- Odpowiedź impulsowa
- Odpowiedź na skok jednostkowy  $h(t)$

Impuls - o jednostkowym polu i nieskończenie krótkim czasie trwania (delta Diraca)

$$\delta(x) = \begin{cases} +\infty & x = 0 \\ 0 & x \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$$

## Skok jednostkowy - funkcja Heaviside'a

$$H(t) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$H(x) = \int_{-\infty}^x \delta(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ \frac{1}{2} & \text{dla } x = 0 \\ 1 & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

## Operacja splotu

$k(t)$  - odpowiedź na impuls,

$h(t)$  - odpowiedź na skok jednostkowy

$g(t)$  - odpowiedź układu na dowolny sygnał  $x(t)$

otrzymamy przez splot tego sygnału z odpowiedzią na impuls albo skok wg wzorów:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)k(t - \tau) d\tau = x(t) * k(t)$$

$$g(t) = \frac{d}{dt} [h(t) * x(t)]$$

## Właściwości splotu

- 1  $x_1(t) * x_2(t) = x_2(t) * x_1(t)$  – przemienność
- 2  $x_1(t) * [x_2(t) * x_3(t)] = [x_1(t) * x_2(t)] * x_3(t)$  – łączność
- 3  $[x_1(t) + x_2(t)] * x_3(t) = x_1(t) * x_3(t) + x_2(t) * x_3(t)$   
– rozdzielność splotu względem dodawania
- 4  $a[x_1(t) * x_2(t)] = [ax_1(t)] * x_2(t) = x_1(t) * [ax_2(t)]$ ,  $a \in \mathbb{R}$   
– mnożenie splotu przez stałą
- 5 Dla  $x_1(t)$  i  $x_2(t) \in L^2(-\infty, \infty)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2^*(t - \tau) dt = x_1(\tau) * x_2^*(-\tau)$$

## Def. Sygnał

Sygnał to zmienność dowolnej wielkości fizycznej, którą można opisać (modelować) funkcją jednej  $f(x)$  lub wielu zmiennych  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

## Def. Sygnał

Sygnał to zmienność dowolnej wielkości fizycznej, którą można opisać (modelować) funkcją jednej  $f(x)$  lub wielu zmiennych  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

## Def. Teoria sygnałów

Matematyczne podstawy opisu, analizy i przekształcania sygnałów jako specyficznych funkcji matematycznych.

# Do przestudiowania I



Jerzy Szabatin

Podstawy teorii sygnałów

Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1982, 2007



Tomasz P. Zieliński

Cyfrowe przetwarzanie sygnałów od teorii do zastosowań

Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2005



Jacek M. Wojciechowski

Sygnały i systemy

Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2008

## Podział sygnałów, modele

Sygnały:

- 1 Deterministyczne (jest znany wzór, czyli znany w każdej chwili czasu)
- 2 Stochastyczne (losowe, przypadkowe w każdej chwili czasu)
  - Ciągłe (można wskazać wartość w dowolnym punkcie)
  - Dyskretne (skwantowane, czasowo lub wartościowo)



## Podział sygnałów ...

Sygnały deterministyczne można dalej rozpatrywać jako:

- okresowe,
- prawie okresowe (np. suma dwóch sygnałów sinusoidalnych, których stosunek częstotliwości jest niewymierny)
- sygnały zmodulowane,
- impulsowe o ograniczonej energii,
- o nieskończonym czasie trwania i o ograniczonej energii

## Podział sygnałów . . .

Sygnały stochastyczne dzieli się na:

- stacjonarne (mające w każdej chwili takie same wartości podstawowych parametrów statystycznych takich jak średnia, wariancja) w zbiorze ich wielu realizacji
- niestacjonarne

Sygnały stochastyczne stacjonarne mogą być:

- ergodyczne (pojedyncza realizacja sygnału ma podstawowe parametry statystyczne: średnia, wariancja takie jak po zbiorze wielu realizacji)
- nieergodyczne.

# Widmowa funkcja przenoszenia

Zakładamy, że układy, którymi się zajmujemy są to układy liniowe, stacjonarne o stałych skupionych (SLS).

Stacjonarne – tzn. niezmiennie w czasie.

O stałych skupionych – tzn. długość fali jest większa od badanych elementów.

Liniowe – czyli odpowiedź układu pobudzonego od sumy sygnału A i B, jest sumą odpowiedzi od każdego z tych sygnałów z osobna.

(Zasada superpozycji)

## Analiza układu - poprzez odpowiedzi na sygnały harmoniczne

Analizę układu, do którego przychodzą sygnały o pewnym widmie częstotliwości można przeprowadzić poprzez zbadanie odpowiedzi dla poszczególnych harmonicznnych, a następnie zsumować je.



## Def. Transmitancja widmowa

$$K(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{X(j\omega)}$$

- $K(j\omega)$  – Transmitancja widmowa
- $G(j\omega)$  – Transformata Fouriera sygnału wyjściowego
- $X(j\omega)$  – Transformata Fouriera sygnału wejściowego

Znając  $K(j\omega)$  można wyznaczyć:

$$G(j\omega) = K(j\omega)X(j\omega)$$

*Przykład dopasowania oscyloskopowej sondy 10:1 - wxmaxima*



# Funkcja korelacji własnej i wzajemnej

## Funkcja korelacji wzajemnej

Zakładamy, że sygnały mają ograniczoną energię.

Funkcja korelacji wzajemnej pomiędzy deterministycznymi sygnałami  $x(t)$  i  $y(t)$ :

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t - \tau) dt$$

Dla każdego  $\tau$  otrzymuje się liczbę, mówiącą na ile opóźniony drugi sygnał jest podobny (skorelowany) do sygnału pierwszego.

\* – oznacza sprzężenie zespolone

# Funkcja korelacji własnej i wzajemnej

## Funkcja korelacji własnej

Funkcja korelacji własnej:

$$R_{xx}(\tau) = R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x^*(t - \tau) dt$$

Służy do badania okresowości sygnału, np. pojawianie się odbić w sygnale - maksima funkcji korelacji.

\* – oznacza sprzężenie zespolone



## Przekształcenia całkowe

$x(t)$  – dowolny sygnał

Niech  $x(t) \longrightarrow X(s)$  i  $X(s) \longrightarrow x(t)$  takie, że:

$$X(s) = \int_{\Omega} x(t)\varphi(t, s) dt, \quad t \in \Omega$$

$$x(t) = \int_{\Gamma} X(s)\psi(s, t) dt, \quad s \in \Gamma$$

$\varphi(t, s)$  i  $\psi(s, t)$  – jądra przekształceń

## Przekształcenia całkowe ...

Aby przekształcenia były odwracalne, musi być spełniony warunek:

$$\int_{\Gamma} \psi(s, t) \varphi(\tau, s) ds = \delta(t - \tau)$$

$\delta(t)$  – delta (impuls) Diraca, ponieważ:

$$x(t) = \int_{\Gamma} \left[ \int_{\Omega} x(\tau) \varphi(\tau, s) d\tau \right] \psi(s, t) ds =$$

$$\int_{\Omega} \left[ \int_{\Gamma} \psi(s, t) \varphi(\tau, s) ds \right] x(\tau) d\tau$$

całki po konturze zamkniętym  $\Gamma$ , obejmującym środek układu współrzędnych. Jądra są samosprężone, jeśli  $\psi(s, t) = \varphi^*(t, s)$



## Przekształcenie Laplace'a

$$\psi(s, t) = e^{st}, \quad \varphi(t, s) = e^{-st},$$

$$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-st} dt$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(s) e^{st} ds$$

## Przekształcenie Fourier'a

czyli przekształcenie Lapace'a dla  $s = j\omega$ :

$$\psi(\omega, t) = e^{j\omega t}, \quad \varphi(t, \omega) = e^{-j\omega t}$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

## Przekształcenie Fourier'a:

dla  $s = j2\pi f$ :

$$\psi(f, t) = e^{j2\pi ft}, \quad \varphi(t, f) = e^{-j2\pi ft},$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df$$

# Transmitancja operatorowa

## Transmitancja operatorowa

Zastosowanie:

- Analiza układów w stanach przejściowych (nieustalonych)
- Układy zawierające elementy reaktancyjne L i C (magazynujące energię)

W stanach nieustalonych następuje przemieszczanie się energii zgromadzonej w polu magnetycznym i elektrycznym elementów reaktancyjnych.

# Transmitancja operatorowa

## Transmitancja operatorowa ...

$$K(s) = \frac{G(s)}{X(s)}$$

- $K(s)$  – transmitancja operatorowa
- $G(s)$  – transformata operatorowa sygnału wyjściowego
- $X(s)$  – transformata operatorowa sygnału wejściowego

Można wyróżnić 4 rodzaje transformat operatorowych:

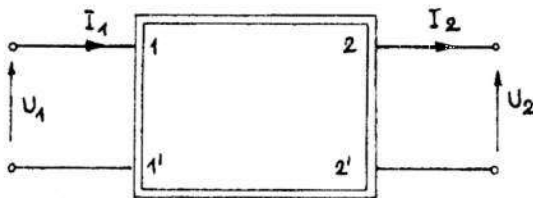
- napięciową (napięcie na wyjściu czwórnika i na wejściu)
- prądową (prąd na wyjściu i wejściu)
- napięciowo–prądową (napięcie na wyjściu, wymuszenie prądowe)
- prądowo–napięciową (prąd na wyjściu, wymuszenie napięciowe)

# Impedancje operatorowe elementów pasywnych

Element	Impedancja operatorowa
Rezystor R (rezystancja)	$Z_R = R$
Cewka L (impedancja własna)	$Z_L = sL$
Transformator M (indukcyjność wzajemna)	$Z_M = \pm sM$
Kondensator C (pojemność)	$Z_C = \frac{1}{sC}$

*Przykład: zadanie wyznacznij transmitancję operatorową obwodu...*

# Czwórnik



Rys.1 Oznaczenia przyjęte dla czwórnika

W przypadku gdy w macierzy czwórnika  $A_{11} = A_{22}$  oraz  $\det [A] = 1$  to czwórnik jest symetryczny

# Opis za pomocą równań różniczkowo-całkowych

Obwody SLS: o stałych skupionych, liniowe, stacjonarne, można opisać równaniami różniczkowo-całkowymi z praw Kirchoffa i prawa Ohma.

Symulacje komputerowe typu Spice.

*Przykład. Program Gnuicap i program LTspice (SwitcherCad III)*