

# 7 - PRAWA GAZOWE

## *Instrukcja do ćwiczeń wirtualnych w Laboratorium Fizyki I teren południowy*

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie stałej gazowej oraz sprawdzenie słuszności równań opisujących podstawowe przemiany gazowe.

### 1. WSTĘP TEORETYCZNY

#### 1.1 Gaz doskonały a gaz rzeczywisty

**Gazem doskonałym** nazywamy wyidealizowaną substancję składającą się z bardzo dużej liczby nieoddziałujących ze sobą cząsteczek – punktów materialnych w objętości ograniczonej doskonale sztywnymi ściankami. Cząsteczki te znajdują się w ciągłym ruchu bezładnym zderzając się nieustannie ze sobą. Wszystkie kierunki tego ruchu są całkowicie równouprawnione.

Z kursu szkoły średniej znamy równanie zwane **równaniem Clapeyrona** wiążące makroskopowe wielkości fizyczne (parametry stanu) charakteryzujące stan gazu: **ciśnienie p, objętość V i temperaturę w skali bezwzględnej T**:

$$pV = nRT ,$$

gdzie **n jest liczbą moli** rozważanego gazu doskonałego, a  $R = 8,31 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$  tzw. **stałą gazową**.

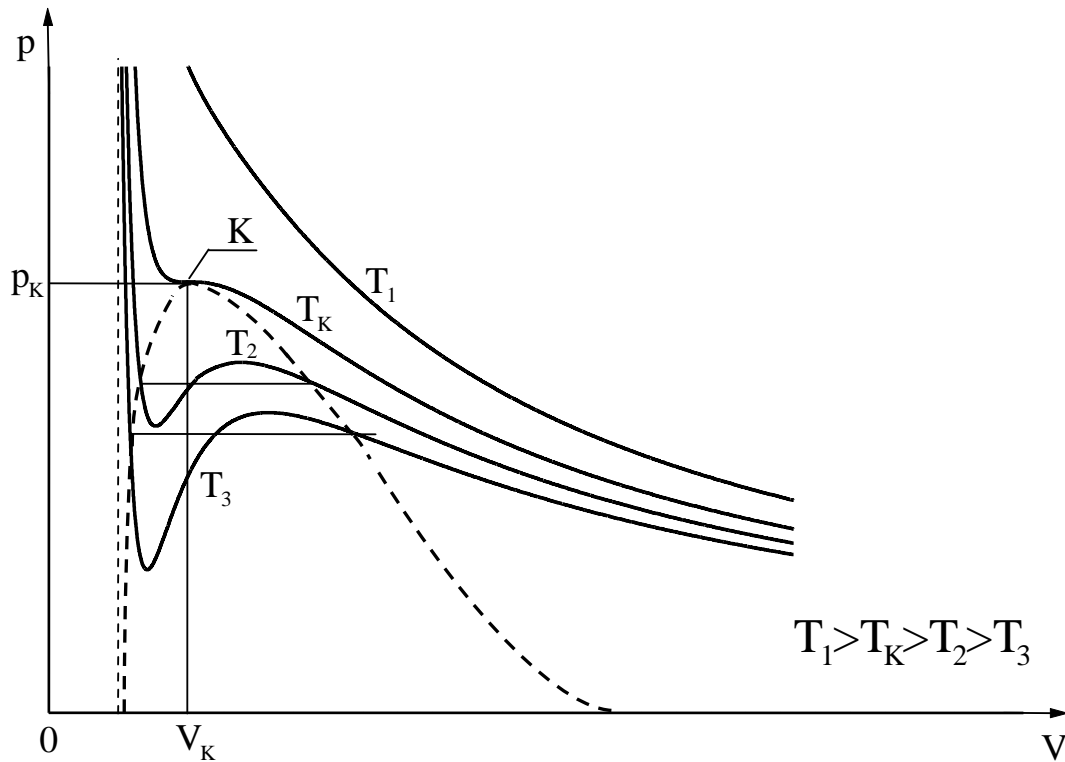
Jak wiadomo, w odróżnieniu od gazu doskonałego podlegającego równaniu Clapeyrona, zachowanie **gazu rzeczywistego** opisuje **równanie van der Waalsa**:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT ,$$

uwzględniające oddziaływanie między cząsteczkami gazu i skończone rozmiary samych cząstek (a i b – są stałymi wyznaczonymi doświadczalnie). Równanie to można przepisać w postaci:

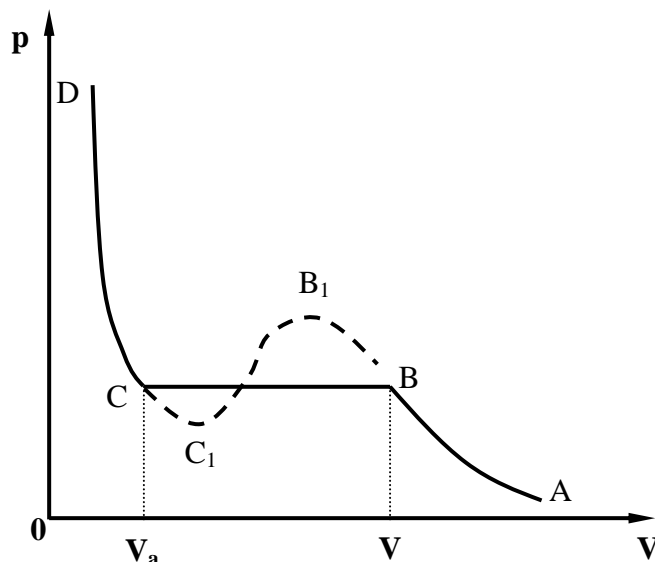
$$V^3 - \left(b + \frac{nRT}{p}\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0 .$$

Dla ustalonych wartości T i p jest to równanie trzeciego stopnia względem V. Posiada zatem jeden lub trzy pierwiastki rzeczywiste, czyli dla danej wartości ciśnienia (w określonej temperaturze) gaz może zajmować jedną, lub trzy objętości. **Teoretyczne wykresy** tego równania dla różnych temperatur przedstawia rysunek 1. Z rysunku tego widać, że krzywe (zwane **izotermami**) wykreślone dla różnych temperatur w sposób istotny różnią się od siebie. Krzywe uzyskane w temperaturach niższych od pewnej charakterystycznej temperatury  $T_k$  przecinają prostą  $p=\text{const.}$  w trzech punktach. Dla temperatur wyższych od  $T_k$  uzyskujemy tylko jeden punkt przecięcia. Im temperatura jest wyższa, tym izoterma jest bardziej zbliżona do izotermy dla gazu doskonałego. Izotermę oddzielającą wszystkie izotermy monotoniczne od „zafalowanych” nazywamy **izotermą krytyczną**, zaś odpowiadającą jej temperaturę  $T_k$  **temperaturą krytyczną**. Krzywa kropkowana na rys.1 oddziela obszar pod krzywą, w którym substancja może istnieć w dwóch fazach, od obszaru stanów jednorodnych. Punkt K na wykresie – zwany krytycznym, określa tzw. stan krytyczny substancji, ściśle określony przez odpowiadające mu ciśnienie –  $p_k$ , temperaturę –  $T_k$  i objętość –  $V_k$ . W punkcie tym zanika różnica między cieczą, gazem i parą nasyconą. **Substancję istniejącą powyżej temperatury krytycznej, umownie nazywamy gazem**. W obszarze ciśnień i temperatur odległych od ciśnienia i temperatury krytycznej również gazy rzeczywiste z dostateczną dokładnością spełniają równanie Clapeyrona.



**Rys.1** Izotermy gazu van der Waalsa dla różnych temperatur.  $K$  - punkt krytyczny,  $T_K$  - temperatura krytyczna,  $V_K$  - objętość krytyczna,  $p_K$  - ciśnienie krytyczne.

**Krzywe doświadczalne** wyglądają nieco inaczej. W temperaturach wysokich ( $T > T_k$ ) zbliżone są do krzywych teoretycznych. W temperaturach niższych od  $T_k$  pojawia się na nich odcinek poziomy, oznaczający, że ciśnienie pozostaje stałe mimo zmiany objętości. Jakim procesom fizycznym odpowiadają różne części tych izoterm?



**Rys. 2** Izoterma gazu rzeczywistego (linią ciągłą oznaczono izotermę doświadczalną, natomiast linią przerywaną izotermę teoretyczną).

Podczas izotermicznego sprężania na odcinku AB (rys.2) gaz (para nienasycona) zachowuje się podobnie do gazu doskonałego – zmniejszanie objętości wywołuje wzrost ciśnienia. Dalsze sprężanie prowadzi do pojawienia się w naczyniu pary nasyconej oraz cieczy – następuje zjawisko skraplania. Ciśnienie w tym

procesie pozostaje stałe. Skraplanie zachodzi na całym odcinku BC i w punkcie C mamy już do czynienia tylko z cieczą. Odcinek BC odpowiada równowadze między cieczą i jej parą nasyconą. Dalsze ściskanie powoduje gwałtowny wzrost ciśnienia w cieczy przy niewielkich zmianach jej objętości (mała ściśliwość cieczy).

Odcinki AB i CD izotermy teoretycznej odpowiadają stanom, które zawsze mogą być urzeczywistnione doświadczalnie. Odcinek BB<sub>1</sub> tej izotermy odpowiada stanowi materii, który nazywamy **parą przesyconą** (para o ciśnieniu wyższym od ciśnienia pary nasyconej w danej temperaturze). Może się on pojawić jedynie wtedy, gdy w objętości zajmowanej przez parę nie istnieją tzw. centra kondensacji (jony, pyłki itp.), istnienie których powoduje natychmiastowe skraplanie się na nich pary nasyconej, co odpowiada odcinkowi poziomemu BC.

Podobnie, w warunkach utrudniających proces wrzenia (brak na ściankach naczynia i wewnątrz cieczy pęcherzyków gazu, do których mogłoby następować parowanie „wewnętrzne”) można uzyskać ciecz pod ciśnieniem niższym od ciśnienia pary nasyconej w danej temperaturze (odcinek CC<sub>1</sub>). Stany substancji odpowiadające odcinkowi C<sub>1</sub>B<sub>1</sub> nie mogą być w sposób trwały zrealizowane w przyrodzie.

## 1.2 Przemiany gazowe

Równanie gazu doskonałego, dla danej ilości gazu, można przepisać w innej postaci:

$$\frac{pV}{T} = nR = \text{const.}$$

Z powyższego równania wynika, że określona ilość gazu nie może znajdować się w stanie o **dowolnych** wartościach ciśnienia, objętości i temperatury. Zmiana parametrów stanu jest ograniczona przez powyższy warunek. Szczególnymi przypadkami zmiany parametrów stanu są przemiany gazowe, w których jeden z parametrów stanu jest niezmienny. Możemy mieć do czynienia z trzema przemianami gazowymi:

1. Przemiana **izotermiczna** - niezmienna jest **temperatura**, równanie przemiany ma postać  $pV = \text{const}$  (**prawo Boyle'a-Marriott'e'a**). W tej przemianie nie ulega zmianie energia wewnętrzna gazu.
2. Przemiana **izobaryczna**- niezmiennie jest **ciśnienie**, równanie przemiany ma postać  $V/T = \text{const}$  (**prawo Gay-Lussaca**).
3. Przemiana **izochoryczna** - niezmienna jest **objętość**, równanie przemiany ma postać  $p/T = \text{const}$  (**prawo Charlesa**). W tej przemianie nie można wykonać pracy nad gazem, ani gaz nie może wykonać pracy.
4. Poza tymi trzema przemianami ze stałym jednym z parametrów stanu, definiowana jest jeszcze jedna przemiana nosząca nazwę przemiany **adiabaticznej**. Przemiana zachodzi w ten sposób, że gaz nie wymienia ciepła z otoczeniem. Jeśli gaz wykonuje pracę, to jego energia wewnętrzna maleje, natomiast jeśli praca jest wykonywana nad gazem, to uzyskuje się przyrost energii wewnętrznej gazu i wzrost jego temperatury. Między wielkościami  $p$ ,  $V$  i  $T$  zachodzą zależności (należy pamiętać, że zmieniają się te wszystkie trzy wielkości):

$$pV^\kappa = \text{const.} \text{ (w innych zmiennych } TV^{\kappa-1} = \text{const. lub } T^\kappa V^{\kappa-1} = \text{const.)}$$

Wykładnik potęgowy  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  (kappa) jest wielkością fizyczną zależną od budowy cząsteczkowej rozważanego gazu.  **$c_p$  jest ciepłem właściwym gazu mierzonym przy stałym ciśnieniu,  $c_v$  ciepłem właściwym gazu przy stałej objętości** (ciepło właściwe jest to ilość ciepła jaką należy dostarczyć jednostce masy substancji, aby jej temperatura wzrosła o 1 K).

W praktyce z przemianą adiabaticzną mamy do czynienia wtedy, gdy zjawisko zachodzi na tyle szybko, że ciepło nie zdąży być odprowadzone na zewnątrz układu (lub do niego doprowadzone). Z taką sytuacją mamy do czynienia na przykład w silnikach spalinowych (dlatego też sprawność silników spalinowych zależy między innymi od wartości  $\kappa$ ).

Ciepło właściwe mierzone przy stałym ciśnieniu jest większe od ciepła właściwego mierzonego przy stałej objętości. Różnica ta wynika stąd, że jeśli dana masa gazu zajmuje niezmienną objętość, cała ilość dostarczonego ciepła powiększa jej energię wewnętrzną, jeśli natomiast gaz znajduje się pod stałym ciśnieniem, część ciepła zostaje zużyta na wykonanie pracy  $\Delta L = p\Delta V$  związanej ze zmianą objętości gazu. Można wykazać, że dla jednego mola gazu doskonałego:

$$\mu C_p - \mu C_v = R \quad \text{lub} \quad C_p - C_v = R,$$

gdzie  $C_p$  i  $C_v$  są odpowiednio **ciepłami molowymi przy stałym ciśnieniu i objętości**.

### 1.3 Teoria kinetyczno-molekularna gazu

Fundamentalną zależnością w dziedzinie nauki o ciepłe jest **pierwsza zasada termodynamiki**:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta L,$$

która mówi, że zmiana energii wewnętrznej  $\Delta U$  rozważanego układu termodynamicznego może nastąpić wskutek wymiany ciepła  $\Delta Q$  z otoczeniem lub wskutek wykonania pracy  $\Delta L$  przez układ lub nad układem. Dla gazu doskonałego energia wewnętrzna jest sumą energii kinetycznych wszystkich cząsteczek gazu, i jak poniżej pokażemy, zależy tylko od temperatury. Można wykazać, że w mieszaninie gazów na każdą cząsteczkę, niezależnie od jej rodzaju przypada przeciętnie ta sama energia kinetyczna ruchu postępowego. Wprowadza się pojęcie liczby **stopni swobody** cząsteczki: jest to liczba niezależnych parametrów potrzebnych do jednoznacznego określenia położenia cząsteczki w przestrzeni. Jeśli gaz jest jednoatomowy, położenie każdej z cząsteczek można określić przez podanie trzech współrzędnych przestrzennych  $x$ ,  $y$  i  $z$  jej środka masy – oznacza to, że cząsteczka jednoatomowa posiada trzy stopnie swobody. Dla cząsteczki dwuatomowej należy podać dodatkowo wartości dwóch kątów opisujących jej orientację w przestrzeni; razem pięć parametrów, pięć stopni swobody. Pierwszym trzem stopniom swobody odpowiada możliwość przemieszczania się cząsteczki w trzech kierunkach przestrzeni, dwóm pozostałym możliwość dokonywania obrotów dokoła dwóch osi wzajemnie prostopadłych i prostopadłych do odcinka łączącego atomy.

Jeśli gaz jest jednoatomowy, to ze względu na równouprawnienie wszystkich kierunków bezładnego ruchu cząsteczek można napisać:

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2,$$

gdzie  $\bar{v}_x^2$ ,  $\bar{v}_y^2$ ,  $\bar{v}_z^2$ , są to wartości średnie kwadratów składowych prędkości wzdłuż osi  $x$ ,  $y$  i  $z$ . Pierwiastek z sumy tych wartości nosi nazwę prędkości średniej kwadratowej  $v_{kw}$ . Zatem:

$$\bar{v}_{kw}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2 = 3\bar{v}_x^2.$$

**Teoria kinetyczno-molekularna** ustala związek między wielkościami mikroskopowymi a makroskopowymi gazu. I tak średnia energia kinetyczna cząsteczek gazu związana jest z jego temperaturą zależnością:

$$E_k = \frac{mv_{kw}^2}{2} = \frac{3}{2}kT,$$

gdzie  $k$  jest stałą fizyczną zwaną stałą Boltzmanna ( $k=R/N_A= 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ ,  $N_A$  jest liczbą cząsteczek gazu w 1 molu zwaną liczbą Avogadro równą  $6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ). Stąd wynika, że:

$$\frac{3m\bar{v}_x^2}{2} = \frac{3m\bar{v}_y^2}{2} = \frac{3m\bar{v}_z^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \quad \text{skąd} \quad \frac{m\bar{v}_x^2}{2} = \frac{m\bar{v}_y^2}{2} = \frac{m\bar{v}_z^2}{2} = \frac{1}{2}kT.$$

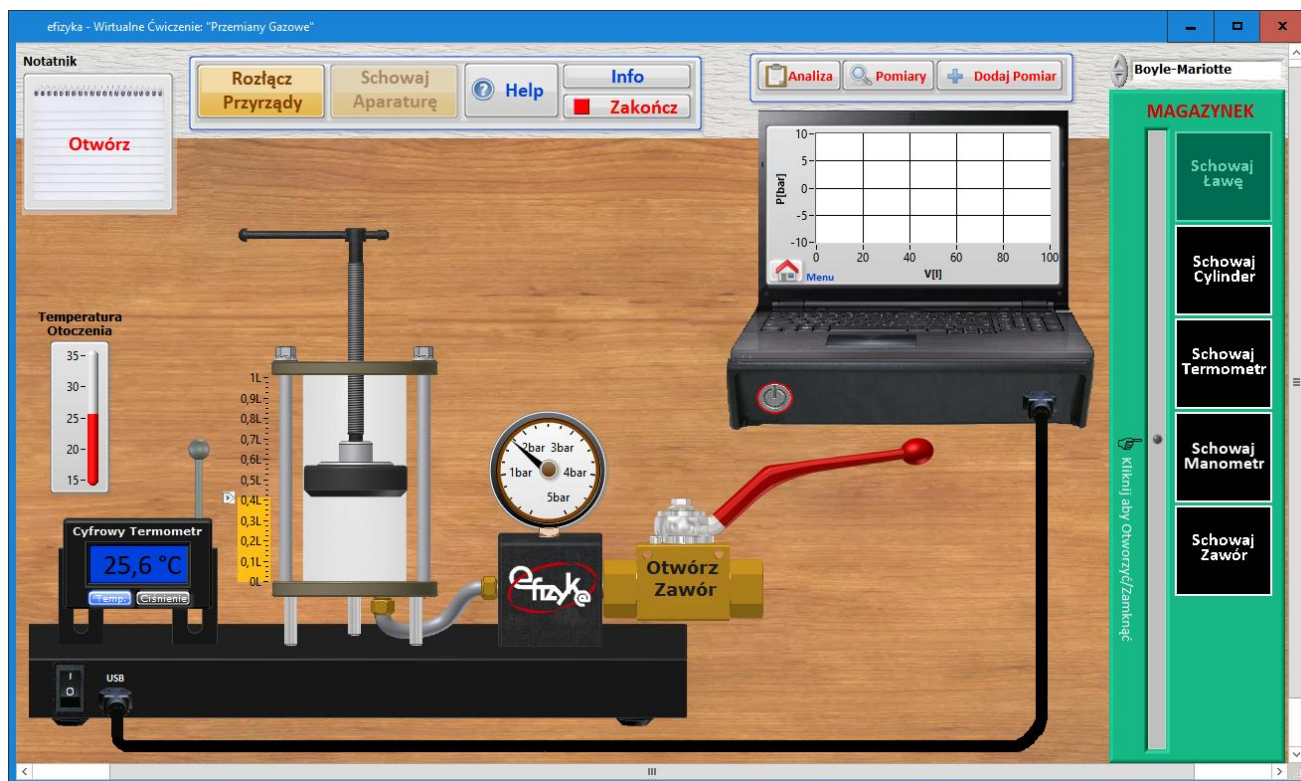
Widzimy zatem, że na każdy stopień swobody cząsteczki gazu jednoatomowego przypada średnio **ta sama energia kinetyczna** równa  $\frac{1}{2}kT$ . Podobnie jest, jeśli cząsteczka posiada większą liczbę stopni swobody. Ogólnie więc sformułować można tzw. **zasadę ekwipartycji energii** (czyli równego podziału energii): w stanie równowagi termodynamicznej na każdy stopień swobody cząsteczki przypada średnio taka sama energia kinetyczna równa  $\frac{1}{2}kT$ , niezależnie od tego ile stopni swobody mają cząsteczki danego gazu. Dla gazu, którego cząsteczki posiadają  $n$  stopni swobody, mamy zatem:

$$E_{k\acute{s}} = \frac{nkT}{2}.$$

## 2. ZŁOŻENIE UKŁADU

Symulację przemian zachodzących w gazach realizuje aplikacja „Prawa gazowe”.

### 2.1 Przemiana izotermiczna



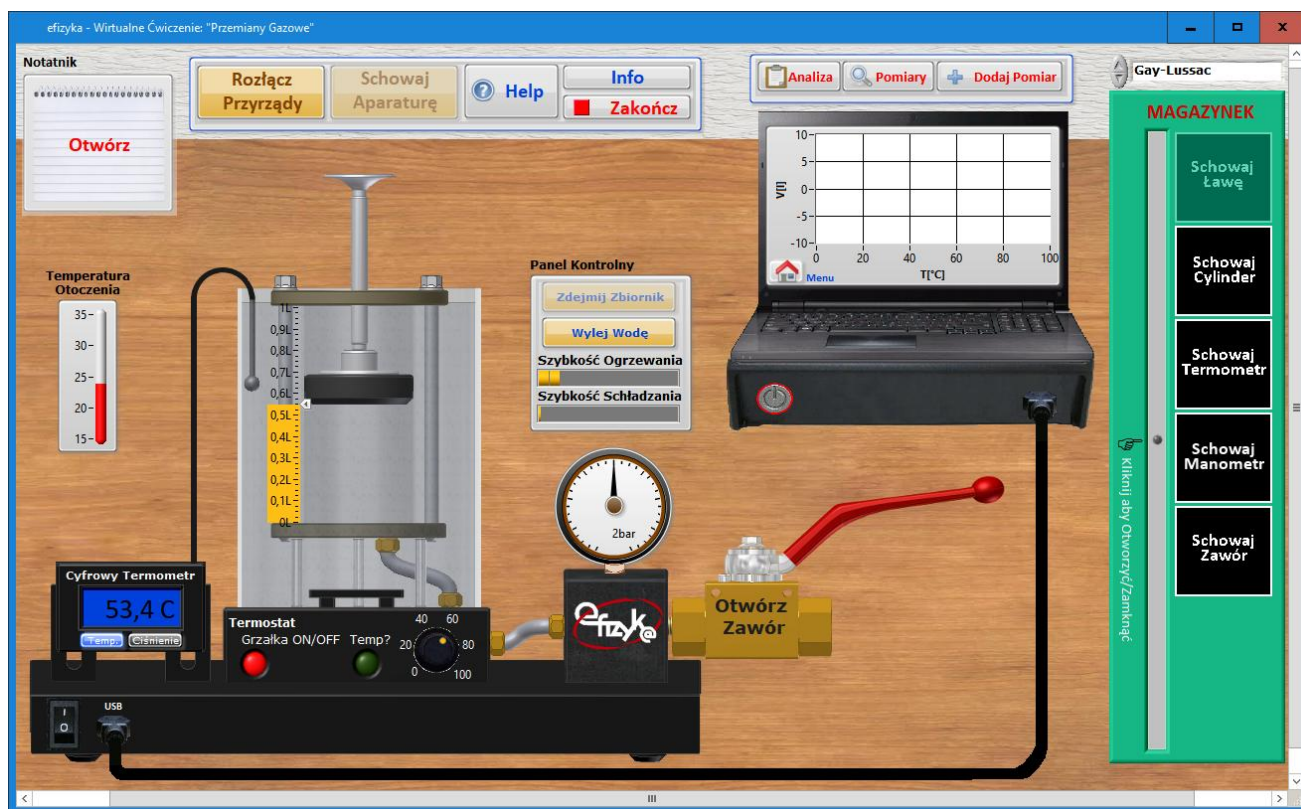
Wygląd aparatury pomiarowej do prawa Boyle'a-Mariotta

Układ pomiarowy do badania prawa Boyle'a-Mariotte'a, którego schemat przedstawiono powyżej, składa się z następujących elementów:

1. zamknięte naczynie na powietrze z tłokiem,
2. ciśnieniomierz,
3. termometr,
4. zawór ciśnieniowy.

Zasada działania układu pomiarowego opiera się na możliwości sprężania gazu w zamkniętym naczyniu poprzez zmianę zajmowanej przez niego objętości. Zmianę objętości dokonujemy za pomocą ruchomego tłoka. W wyniku ruchu tłoka następuje zmiana ciśnienia wewnątrz naczynia. Temperatura gazu w naczyniu w trakcie wykonywania eksperymentu jest stała i równa temperaturze otoczenia, a zatem podstawowe założenie przy badaniu prawa Boyle'a-Mariotte'a jest spełnione. W eksperymencie wykonywany jest pomiar: objętości, ciśnienia i temperatury. Objętość odczytywana jest z miarki umieszczonej obok naczynia z gazem. Do pomiaru ciśnienia zastosowano manometr. Do pomiaru temperatury użyto termometru cyfrowego z wyświetlaczem, który mierzy temperaturę przy pomocy termopary. Termopara jest elementem szybko przyjmującym temperaturę otoczenia, z którym się styka. Na rysunku jest to szary element podłączony do termometru. W ćwiczeniu mierzona jest temperatura otoczenia, która jest równa temperaturze gazu w naczyniu.

## 2.2 Przemiana izobaryczna



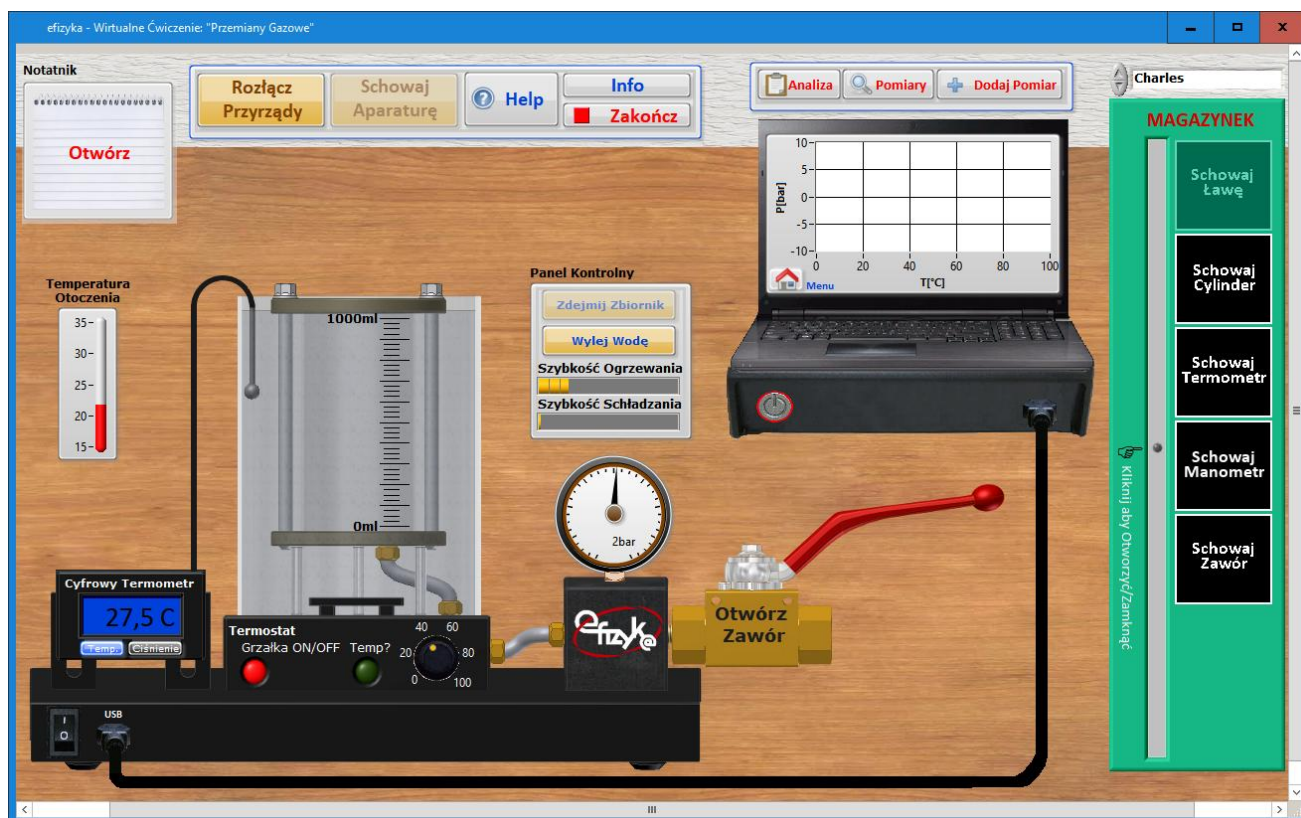
Wygląd aparatury pomiarowej do prawa Gay-Lussaca

Układ pomiarowy do badania prawa Gay-Lussaca, którego schemat przedstawiono powyżej, składa się z następujących elementów:

1. zamknięte naczynie na powietrze z tłokiem,
2. ciśnieniomierz,
3. termometr,
4. zawór ciśnieniowy,
5. zbiornik na wodę z termostatem.

Zasada działania układu pomiarowego opiera się na możliwości zmiany objętości gazu w zamkniętym naczyniu poprzez zmianę temperatury. Do tego celu wykorzystano naczynie z ruchomym tłokiem umieszczonym w zbiorniku wodnym zamocowanym do układu grzewczego (grzałki elektrycznej). Woda w zbiorniku stanowi rezerwuuar ciepły dla naczynia z gazem. Oznacza to, że temperatura gazu w naczyniu dąży do wartości temperatury otaczającej go wody. Zmiana temperatury wody następuje w wyniku uruchomienia grzałki elektrycznej, którą można uruchomić za pomocą pokrętła sterującego pracą termostatu. Termostat jest urządzeniem sterującym działaniem i mocą grzałki elektrycznej, której wartość jest tak dobierana aby uzyskać, a następnie utrzymać temperaturę na ustawionym poziomie. Pokrętło termostatu służy do nastawienia temperatury wody w zbiorniku, czerwona dioda informuje o włączonej grzałce (czyli zmieniającej się temperaturze), natomiast zielona sygnalizuje osiągnięcie zadanej temperatury. Użytkownik ma również możliwość regulacji szybkości ogrzewania i schładzania wody w termostacie. W wyniku zmiany temperatury, dochodzi do zmiany ciśnienia panującego wewnątrz naczynia, które następnie napiera na (lub zasysa) ruchomy tłok, tym samym go przesuwał. Zmiana pozycji tłoka, a tym samym objętości gazu w naczyniu zmienia wartość ciśnienia, która dąży do wartości ciśnienia otoczenia, które równoważy siłę wypychającą tłok. Dzięki temu ciśnienie gazu w trakcie wykonywania eksperymentu jest stałe. W eksperymencie wykonywany jest pomiar objętości, ciśnienia i temperatury. Pomiary objętości i ciśnienia wykonywane są identycznie jak przy eksperymencie Boyle'a-Mariotte'a. Pomiary temperatury także odbywa się tak samo jak w przypadku eksperymentu prawa Boyle'a-Mariotte'a z tą różnicą, że termopara jest umieszczona w wodzie, której temperatura jest równa temperaturze gazu w naczyniu.

## 2.3 Przemiana izochoryczna



Wygląd aparatury pomiarowej do prawa Charlesa

Układ pomiarowy do badania prawa Charlesa, którego schemat przedstawiono powyżej, składa się z następujących elementów:

1. zamknięte naczynia na powietrze,
2. ciśnieniomierz,
3. termometr,
4. zawór ciśnieniowy,
5. zbiornik na wodę z termostatem.

Zasada działania układu pomiarowego opiera się na możliwości zmiany ciśnienia gazu w zamkniętym naczyniu przez zmianę temperatury gazu. Zmianę temperatury gazu uzyskuje się dzięki umieszczeniu naczynia z gazem w zbiorniku wodnym zamocowanym do układu grzewczego (grzałki elektrycznej). Woda w zbiorniku stanowi rezerwar ciepły dla naczynia z gazem. Oznacza to, że temperatura gazu w naczyniu dąży do wartości temperatury otaczającej go wody. Zmiana temperatury wody następuje w wyniku uruchomienia grzałki elektrycznej, którą można uruchomić za pomocą pokrętła sterującego pracą termostatu. Termostat jest urządzeniem sterującym działaniem i mocą grzałki elektrycznej, której wartość jest tak dobierana aby uzyskać, a następnie utrzymać temperaturę na ustawionym poziomie. Pokrętło termostatu służy do nastawienia temperatury wody w zbiorniku, czerwona dioda informuje o włączonej grzałce (czyli zmieniającej się temperaturze), natomiast zielona sygnalizuje osiągnięcie zadanej temperatury. Użytkownik ma również możliwość regulacji szybkości ogrzewania i schładzania wody w termostacie. W wyniku zmiany temperatury dochodzi do zmiany ciśnienia wewnątrz naczynia, z tą różnicą, że gaz nie może zmienić swego ciśnienia w wyniku zmiany objętości, gdyż jest ona stała. W eksperymencie wykonywany jest pomiar objętości, ciśnienia i temperatury.

### 3. WYKONANIE ĆWICZENIA

We wszystkich doświadczeniach należy zebrać co najmniej 15 punktów pomiarowych w całym dopuszczalnym zakresie zmiennego parametru.

#### 3.1 Przemiana izotermiczna

1. Wyjąć z magazynka laptop i wybrać doświadczenie Boyle'a-Mariotta.
2. Wyjąć z magazynka wszystkie przyrządy potrzebne do wykonania tych pomiarów (nad magazynkiem wybrać właściwą przemianę).
3. Połączyć i włączyć wszystkie urządzenia.
4. Ustawić temperaturę otoczenia **różną** od domyślnej.
5. Zamknąć zawór.
6. Przesunąć tłok.
7. Zapisać wynik ustalenia się nowych warunków termodynamicznych klikając Dodaj Pomiar.
8. Wykonać kroki 6-7 do momentu uzyskania minimalnej objętości lub do osiągnięcia ciśnienia krytycznego, który to stan zostanie zasygnalizowany komunikatem ostrzegawczym.

#### 3.2 Przemiana izobaryczna

1. Wyjąć z magazynka laptop i wybrać doświadczenie Gay-Lussaca.
2. Wyjąć z magazynka wszystkie przyrządy potrzebne do wykonania tych pomiarów (nad magazynkiem wybrać właściwą przemianę).
3. Połączyć i włączyć wszystkie urządzenia.
4. Zamknąć zawór.
5. Ustawić temperaturę termostatu i odczekać do momentu zaświecenia się zielonej diody.
6. Zapisać wynik ustalenia się nowych warunków termodynamicznych klikając Dodaj Pomiar.
7. Wykonać kroki 5-6 do momentu uzyskania maksymalnej temperatury lub do osiągnięcia ciśnienia krytycznego, który to stan zostanie zasygnalizowany komunikatem ostrzegawczym.

#### 3.3 Przemiana izochoryczna

1. Wyjąć z magazynka laptop i wybrać doświadczenie Charlesa.
2. Wyjąć z magazynka wszystkie przyrządy potrzebne do wykonania tych pomiarów (nad magazynkiem wybrać właściwą przemianę).
3. Połączyć i włączyć wszystkie urządzenia.
4. Zamknąć zawór.
5. Ustawić temperaturę termostatu i odczekać do momentu zaświecenia się zielonej diody.
6. Zapisać wynik ustalenia się nowych warunków termodynamicznych klikając Dodaj Pomiar.
7. Wykonać kroki 5-6 do momentu uzyskania maksymalnej temperatury lub do osiągnięcia ciśnienia krytycznego, który to stan zostanie zasygnalizowany komunikatem ostrzegawczym.



## 4. OPRACOWANIE WYNIKÓW

### Podział pracy:

Ćwiczenie składa się z trzech niezależnych części. **Każda z osób zespołu wykonuje TYLKO jedną z nich.**

Podział jest następujący (kolejność osób zgodna z wykazem na liście):

**1, 4, 7,... osoba z zespołu wykonuje "Prawo Boyle'a-Mariotte'a - stała temperatura.**

**2, 5, 8,... osoba z zespołu wykonuje "Prawo Gay-Lussaca" - stałe ciśnienie.**

**3, 6, 9,... osoba z zespołu wykonuje "Prawo Charlesa" - stała objętość.**

### 4.1. Opracowanie wyników

1. Wyniki pomiarów wyświetlane są na ekranie wirtualnego laptopa, a w osobnym oknie notatnika tworzony jest wykres i tabela z wynikami pomiarów. Wyniki pomiarów możemy wyeksportować do excela lub zbioru tekstowego klikając prawym klawiszem myszy na ekran laptopa z otrzymanym wynikiem.
2. Wyniki pomiarów muszą być obarczone niepewnością (bo tak zawsze jest), co najmniej równą ostatniej działce wyniku pomiaru lub o rząd większą (warto o to mnie spytać).
3. Należy pamiętać, aby **PRZED** przystąpieniem do obliczeń przeliczyć wyniki pomiarów na wyniki w jednostkach podstawowych układu SI (paskale, kelwiny, metry sześciennie).
4. Wyznaczyć wartości, które mają się znaleźć na osiach X i Y oraz wartości niepewności  $u(x_i)$  i  $u(y_i)$  dla każdego punktu pomiarowego. Należy pamiętać, że zależność  $y(x)$  ma być liniowa, a we współczynniku kierunkowym musi znaleźć się poszukiwana wielkość R. **Optymalnym wyborem zależności  $y(x)$  jest taki dobór zmiennych na osiach X i Y, aby współczynnikiem kierunkowym prostej była bezpośrednio szukana wartość stałej gazowej R.**
5. Zmierzone wielkości przedstawić na wykresie, na którym ta zależność będzie liniowa. Wykres narysować wraz z zaznaczeniem niepewności każdego punktu pomiarowego. Wykres powinien zajmować co najmniej pół strony A4, a najlepiej całą stronę, aby było widać punkty pomiarowe, odcinki niepewności, wklejone wyniki dopasowania, opisy osi, itd.
6. Dokonać aproksymacji liniowej  $ax+b$ . Każdy program przy dopasowaniu daje oprócz współczynników a i b, także ich niepewności  $u(a)$  i  $u(b)$ . **Są to niepewności typu A.** Na podstawie wyników dopasowania wyznaczyć wartość najbardziej prawdopodobną R i  $u(R)$ . To będzie niepewność typu A dla R.
7. Należy obliczyć  $u(R)$  dla **jednego** wybranego punktu pomiarowego, czyli **niepewność typu B.**
8. Złożyć obie niepewności.
9. Obliczyć niepewność rozszerzoną.
10. Zapisać wynik końcowy i porównać z wartością tablicową.
11. Podczas dopasowania powinniśmy otrzymać wartość testu  $\chi^2$ . Jeśli program tego nie oblicza, **obliczyć samodzielnie** (z definicji).
12. Napisać wnioski dotyczące wyniku testu  $\chi^2$  i otrzymanej wartości R.