

12 - DRGANIA RELAKSACYJNE

Instrukcja do ćwiczeń wirtualnych w Laboratorium Fizyki I teren południowy

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie okresu drgań relaksacyjnych w obwodach elektrycznych i sprawdzenie, czy funkcje teoretyczne opisujące drgania relaksacyjne znajdują potwierdzenie w doświadczeniach.

1. PODSTAWY TEORETYCZNE

1.1 Opis drgań relaksacyjnych

Procesy relaksacyjne stanowią w przyrodzie bardzo często spotykaną klasę zjawisk. Ogólnie można je określić jako przejście układu makroskopowego do stanu równowagi. (Przez stan równowagi rozumiemy stan o minimalnym potencjale termodynamicznym). Procesy te są nieodwracalne, towarzyszy im bowiem rozpraszanie (dyssypacja) energii tj. zamiana części energii wewnętrznej układu na ciepło.

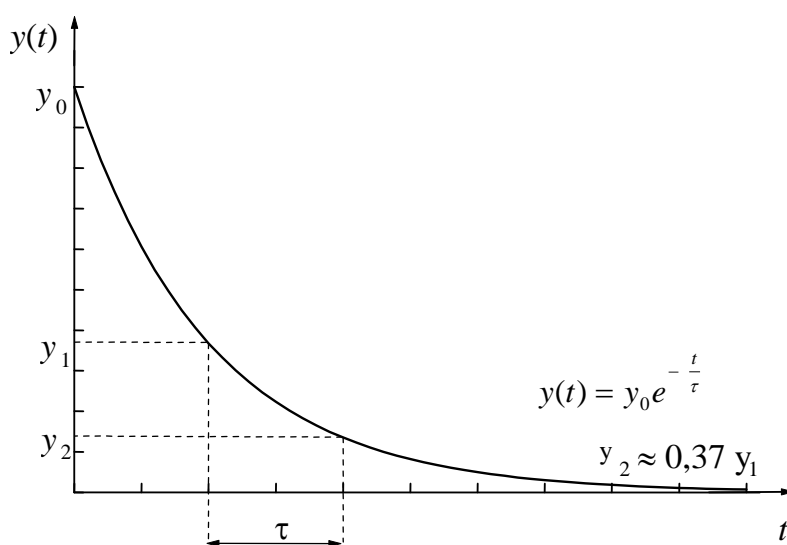
Do procesów relaksacyjnych zaliczamy zarówno zjawiska termodynamiczne – ogrzewanie się i stygnięcie ciał, rozprężanie gazów jak i rozpad promieniotwórczy, a także ładowanie lub rozładowanie kondensatorów w układzie elektrycznym RC.

Wszystkie wspomniane tu zjawiska posiadają wspólną cechę: szybkość przebiegu procesu $\left(-\frac{dy}{dt}\right)$ jest proporcjonalna do wartości $y(t)$ odchylenia od stanu równowagi w danej chwili. Oznacza to, że na początku procesu relaksacji zmiana opisującego go parametru jest gwałtowna i maleje do zera w miarę upływu czasu do nieskończoności.

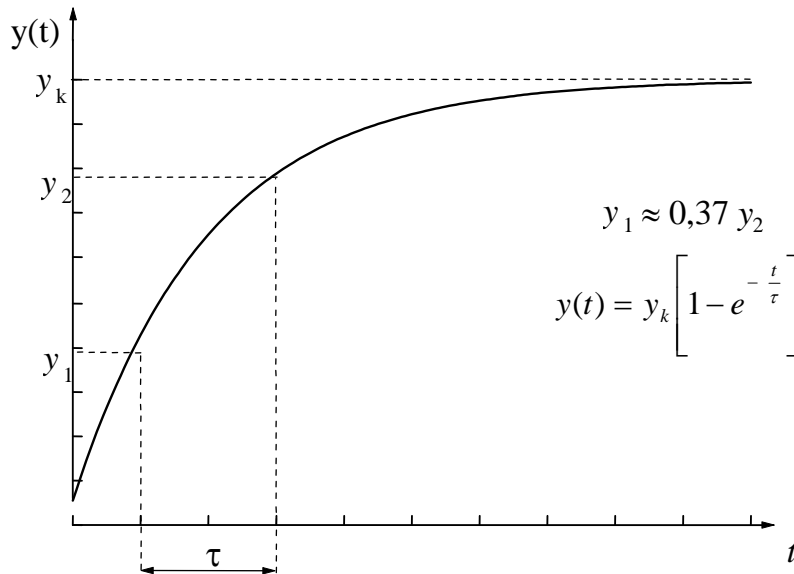
Matematycznie zjawiska te opisywane są przez:

- malejące funkcje wykładnicze (rozpraszanie energii, w stanie równowagi układ jest niezakłócony, a $y_k = 0$), czyli $y(t) = y_0 e^{-\lambda t}$ (rys.1), lub
- dopełniające funkcje wykładnicze (procesy lokalnego gromadzenia energii, w chwili początkowej energia układu równa 0), czyli $y(t) = y_k (1 - e^{-\lambda t})$ (rys. 2).

W powyższych wzorach $y(t)$ jest chwilową wartością wielkości fizycznej opisującej dany proces, y_0 jej wartością początkową, y_k - końcową, e - podstawą logarytmów naturalnych ($e=2,72$), λ - współczynnikiem proporcjonalności o wymiarze odwrotności czasu.



**Rys.1. Relaksacyjne osiągnięcie równowagi przy zmniejszaniu się wielkości y .
 τ - czas relaksacji, y_0 - początkowa wartość zmieniającej się wielkości.**



**Rys. 2. Relaksacyjne osiągnięcie równowagi przez wzrost wielkości y .
 τ - czas relaksacji, y_k - wartość końcowa wielkości y .**

Często zamiast współczynnika λ używa się wielkości $\tau = 1/\lambda$ posiadającej wymiar czasu. Wielkość tę nazywamy **czasem relaksacji**. Zapisane wyżej równania przyjmują wtedy postać:

$$y(t) = y_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

$$y(t) = y_k \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (2)$$

Interpretacja wielkości τ jest wyjątkowo prosta: **czas relaksacji τ jest to taki czas $\Delta t = \tau$, po którym obserwowana wielkość ulegnie e-krotnej zmianie**. Zaletą przyjęcia takiej wielkości opisującej proces jest niezależność wartości τ od wyboru momentu obserwacji. Sama zaś wielkość τ charakteryzuje szybkość przebiegu procesu relaksacyjnego.

Oba procesy wymuszonego wzrostu energii układu oraz jej rozpraszania mogą występować naprzemiennie, jeśli przy przekazywaniu energii z otoczenia do układu osiąga on stan równowagi nietrwałej. W tym momencie układ może spontanicznie rozproszyć zgromadzoną energię **wielokrotnie szybciej** niż jest mu przekazywana. W przypadku **ciągłego dostarczania energii** jej zmiany będą zachodzić periodycznie, gdyż każdorazowo po osiągnięciu stanu równowagi nietrwałej uzyskana energia zostanie rozproszona. W układzie powstaną drgania zwane **drganiami relaksacyjnymi**. Drgania te przebiegają w całkowicie **odmienny** sposób od drgań harmoniczných.

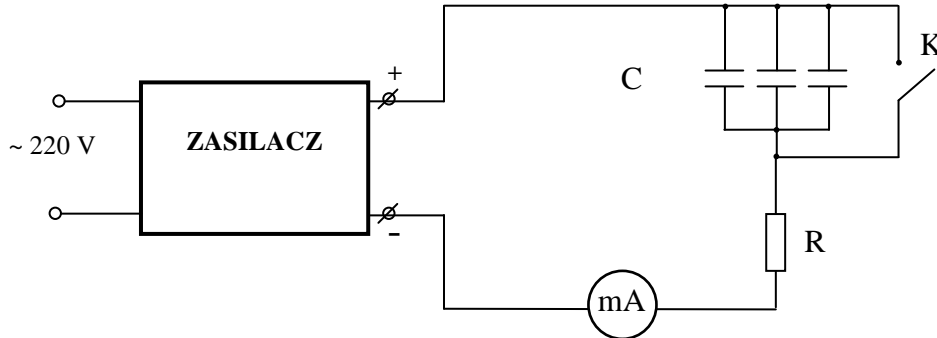
Relaksacyjny proces wzrostu energii w układzie, rozpraszania jej, jak również powstawanie drgań relaksacyjnych obserwować będziemy w obwodach elektrycznych RC , tzn. zestawionych z rezystorów i kondensatorów oraz dodatkowo, do obserwacji drgań, uzupełnionych lampą neonową charakteryzującą się właściwością kluczenia, tzn. zwierania lub rozwierania gałęzi obwodu w zależności od napięcia na swoich zaciskach.

W obwodzie zawierającym szeregowo połączone rezystor R i kondensator C prąd stały nie może płynąć. W układach takich uzupełnionych o miernik prądu (rys. 3 i 4), po ich zamknięciu jesteśmy w stanie zaobserwować jedynie krótkotrwały prąd ładowania lub rozładowania kondensatora. Klucze K służą do zamykania obwodów i rozładowywania kondensatora przed ponownym przeprowadzeniem pomiaru.

Do opisu procesów przebiegających w badanych obwodach wykorzystujemy **II prawo Kirchhoffa** stwierdzające, że algebraiczna suma spadków potencjałów i sił elektromotorycznych w obwodzie zamkniętym jest równa zero.

1.2 Ładowanie kondensatora w obwodach RC

Zamknięcie klucza K w obwodzie przedstawionym na rys.3 powoduje przepływ stałego prądu o maksymalnej wartości $I_0 = \varepsilon/R$, gdzie ε jest siłą elektromotoryczną zasilacza. Po otwarciu klucza K następuje ładowanie kondensatora C, czyli gromadzenie się ładunku q na jego okładkach. Powoduje to wzrost napięcia na kondensatorze U_C przy jednoczesnym zmniejszaniu się natężenia prądu ładującego.



Rys.3. Obwód ładowania kondensatora.

II prawo Kirchhoffa dla obwodu ładowania kondensatora przyjmuje postać:

$$\varepsilon = IR + \frac{q}{C}, \quad (3a)$$

gdzie IR wyraża chwilowy spadek potencjału (napięcie) na rezystorze R, zaś q/C chwilową wartość różnicy potencjałów na okładkach kondensatora. Pamiętając, że prąd $I = dq/dt$, po podstawieniu otrzymujemy równanie różniczkowe jednej zmiennej q w postaci :

$$\varepsilon = \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C}. \quad (3b)$$

Na drodze elementarnych przekształceń prowadzących do rozdzielenia zmiennych q i t otrzymujemy równanie w postaci:

$$\frac{dq}{q - \varepsilon C} = -\frac{1}{RC} dt. \quad (3c)$$

Po obustronnym scałkowaniu oraz uwzględnieniu warunków początkowych $q(t=0) = 0$ prowadzących do wartości stałej całkowania $A = -\varepsilon C$, otrzymujemy rozwiązanie na czasową zależność ładunku q w procesie ładowania kondensatora w postaci dopełniającej krzywej wykładniczej (porównaj z równaniem (2)):

$$q(t) = \varepsilon C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = q_k \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right). \quad (4)$$

Zgodnie z powyższą zależnością ładunek narasta wykładniczo od wartości $q = 0$ do wartości $q_k = \varepsilon C$. W analogiczny sposób przebiegają zmiany napięcia. Wynika to bezpośrednio ze związku między ładunkiem i napięciem U_C na okładkach kondensatora:

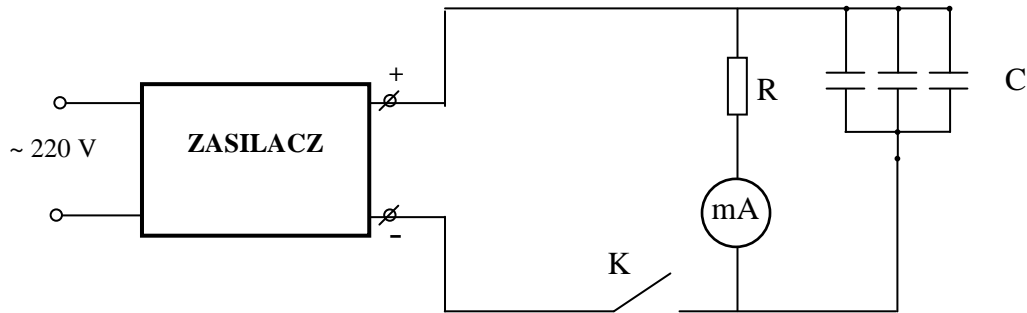
$$U_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right), \quad (4a)$$

natomiast prąd ładowania płynący po zamknięciu obwodu, jako pochodna ładunku po czasie, opisany jest zależnością wykładniczą:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (5)$$

1.3 Rozładowanie kondensatora w obwodach RC

Układ, w którym przeprowadzamy badanie charakterystyk rozładowania przedstawiony jest na rys.4.



Rys.4 Obwód rozładowania kondensatora.

Kondensator C , uprzednio naładowany do napięcia ε , rozładowywany jest przez rezystor R . Pod nieobecność w obwodzie rozładowania siły elektromotorycznej, II prawo Kirchhoffa przyjmuje postać:

$$IR + \frac{q}{C} = 0. \quad (6a)$$

gdzie, jak uprzednio, IR wyraża spadek potencjału na rezystorze, zaś q/C chwilową wartość różnicy potencjałów na okładkach kondensatora. Po uwzględnieniu związku pomiędzy prądem i ładunkiem uzyskujemy różniczkowe równanie jednej zmiennej q w postaci:

$$\frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C} = 0, \quad (6b)$$

przyjmując po rozdzieleniu zmiennych postać analogiczną do równania(3c), gdy $\varepsilon = 0$:

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt. \quad (6c)$$

charakterystyczną dla procesów relaksacyjnego rozpraszania. Jego rozwiązanie opisuje chwilową wartość ładunku $q(t)$ na okładkach kondensatora (porównaj równania (4) i (5)):

$$q(t) = \varepsilon C e^{-\frac{t}{RC}} = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (7)$$

Ze związku między napięciem i ładunkiem na okładkach kondensatora otrzymujemy czasową zależność zmian napięcia w procesie rozładowania :

$$U_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}} \quad (8)$$

zaś po zróżniczkowaniu równania (7) otrzymujemy czasową zależność prądu rozładowania:

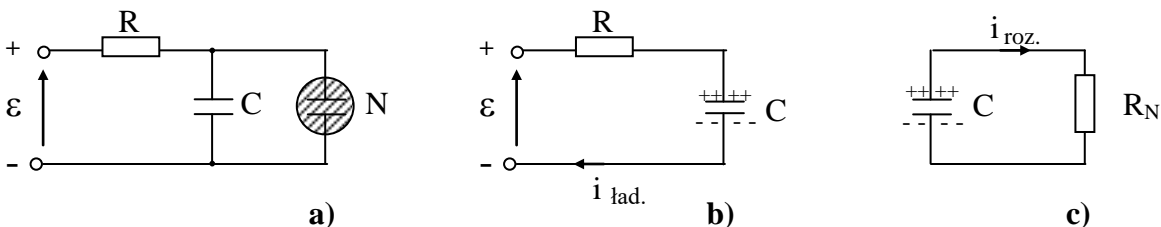
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (9)$$

Porównanie wykładników potęg w równaniach (7) i (9) z wykładnikami potęg występującymi w równaniach (1) i (2) wskazuje, że w omawianych obwodach $\lambda = 1/RC$, a czas relaksacji $\tau = RC$, gdzie R jest rezystancją, zaś C pojemnością w obwodzie.

1.4 Drgania relaksacyjne w obwodach RC

Proces uzyskiwania energii od otoczenia przez układ może zostać przerwany, jeśli osiągnięty stan jest stanem równowagi nietrwałej, a uzyskana energia może zostać szybko rozproszona. Jeśli proces dostarczania energii trwa nieustannie, ponownie rozpocznie się gromadzenie energii przez układ do momentu osiągnięcia stanu równowagi nietrwałej i jej rozproszenia.

W układzie, pokazanym na rys. 5 zachodzić będzie periodycznie proces gromadzenia i rozpraszania energii zwany **drzganiami relaksacyjnymi**. W układzie szeregowym RC „zapętlenie” ładowania i rozładowania kondensatora uzyskuje się przez dołączenie do okładek kondensatora **lampy neonowej** (rys.5a). Dla **napięć niższych od napięcia zapłonu U_z** lampa **praktycznie nie przewodzi prądu (rezystancja bliska nieskończonej)** i nie zakłóca ładowania kondensatora ze źródła prądu (rys.5b). Po zgromadzeniu na okładkach kondensatora ładunku q , dla którego różnica potencjałów osiąga wartość U_z , w lampie neonowej zachodzi jonizacja lawinowa zamkniętego w bańce gazu i jej zdolność przewodnictwa gwałtownie wzrasta o wiele rzędów wielkości. Dalszy wzrost napięcia między okładkami kondensatora zostaje przerwany w wyniku zwarcia jego okładek i następuje proces rozładowywania kondensatora (rys.5c). Należy jednak pamiętać, że **proces ładowania trwa dalej** (kondensator **NIE** został odłączony od zasilacza), lecz prąd rozładowania jest większy niż prąd ładowania. Sytuacja taka może mieć miejsce tylko w przypadku gdy rezystancja neonówki w stanie przewodzenia R_N będzie **MNIEJSZA** od rezystancji szeregowej R .



Rys. 5 Obwód do obserwacji drgań relaksacyjnych.

Rezystancja neonówki R_N w stanie przewodzenia jest wielokrotnie **mniejsza** od rezystancji R obwodu ładowania, toteż szybkość rozpraszania energii również przewyższa szybkość jej gromadzenia. Charakterystyczną cechą lampy neonowej jest podtrzymanie jonizacji lawinowej pomimo obniżania napięcia i ostateczny jej zanik dopiero przy napięciu niższym o kilkanaście woltów, zwanym napięciem gaśnięcia U_g . W tym momencie rezystancja neonówki R_N **wzrasta ponownie do wartości bliskiej nieskończoności**, a w gałęzi, w której jest włączona przestaje płynąć prąd. W układzie tym następuje więc periodyczne ładowanie kondensatora – gromadzenie energii (w obwodzie na rys.5b) i jego rozładowanie – rozpraszanie energii (obwód na rys.5c). Napięcie na okładkach kondensatora narasta i zanika wykładniczo oscylując między wartościami U_z i U_g (porównaj rys.6a i 6b). W procesie ładowania zmiany napięcia opisuje dopełniająca funkcja wykładnicza $U_C = \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ (patrz równanie 4a).

Ładowanie kondensatora przebiega w czasie t_1 od napięcia $U_C(t) = U_g$ do $U_C(t + t_1) = U_z$. Wyrażenia na krańcowe wartości zapiszemy w postaci:

$$\varepsilon - U_g = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}}, \quad \varepsilon - U_z = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}} e^{-\frac{t_1}{RC}}, \quad (10)$$

Po podzieleniu obu równań stronami i obustronnym logarytmowaniu otrzymujemy wyrażenie na czas ładowania kondensatora t_1 :

$$t_1 = RC \ln \left(\frac{\varepsilon - U_g}{\varepsilon - U_z} \right) = RCK, \quad \text{gdzie } K = \ln \left(\frac{\varepsilon - U_g}{\varepsilon - U_z} \right). \quad (11)$$

Zmiany napięcia w procesie rozładowania (8) opisane są zależnością wykładniczą $U_c(t) = U_0 e^{-\frac{t}{R_N C}}$ i przebiegają od napięcia $U_c(t) = U_z$ do napięcia $U_c(t + t_2) = U_g$, związanych zależnością :

$$U_g(t) = U_z e^{-\frac{t_2}{R_N C}} \quad (12)$$

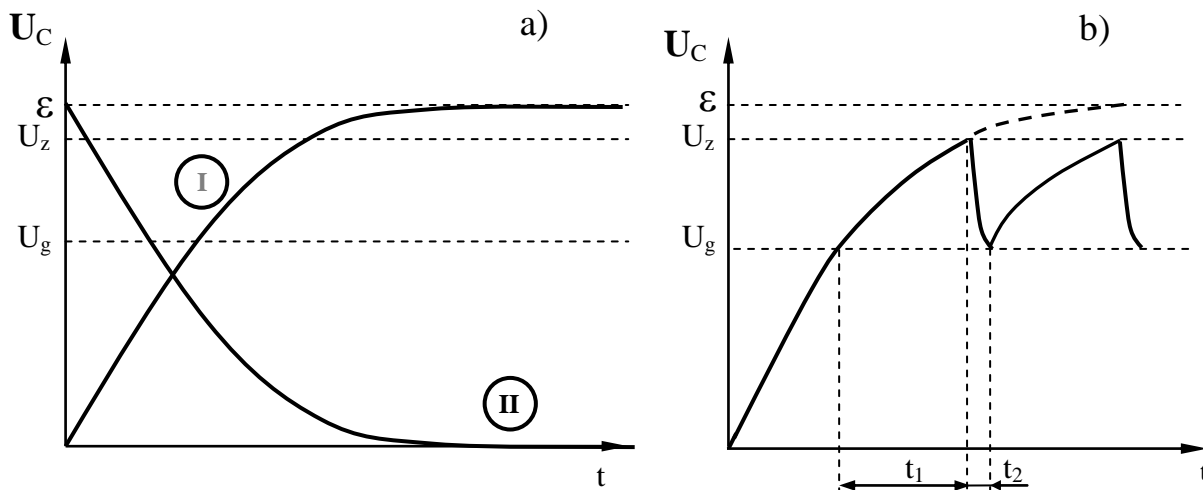
Zatem czas rozładowania t_2 wynosi:

$$t_2 = R_N C \ln\left(\frac{U_z}{U_g}\right) \quad (13)$$

Okres drgań relaksacyjnych T jest sumą czasów ładowania t_1 i rozładowania t_2 :

$$T = t_1 + t_2 \quad (14)$$

Na rys. 6b przedstawiono przebieg zmian napięcia $U(t)$ na okładkach kondensatora w funkcji czasu, uzyskany graficznie z odpowiednich wycinków krzywych $U_c(t)$ ładowania i rozładowania kondensatora (rys. 6a). Dzięki zjawisku jarzenia się gazu, towarzyszącemu jonizacji lawinowej, można bezpośrednio obserwować występowanie tego procesu i mierzyć okres drgań relaksacyjnych.



Rys.6. Czasowe zmiany napięcia na kondensatorze w procesie drgań relaksacyjnych.

a) zmiany napięcia na kondensatorze:

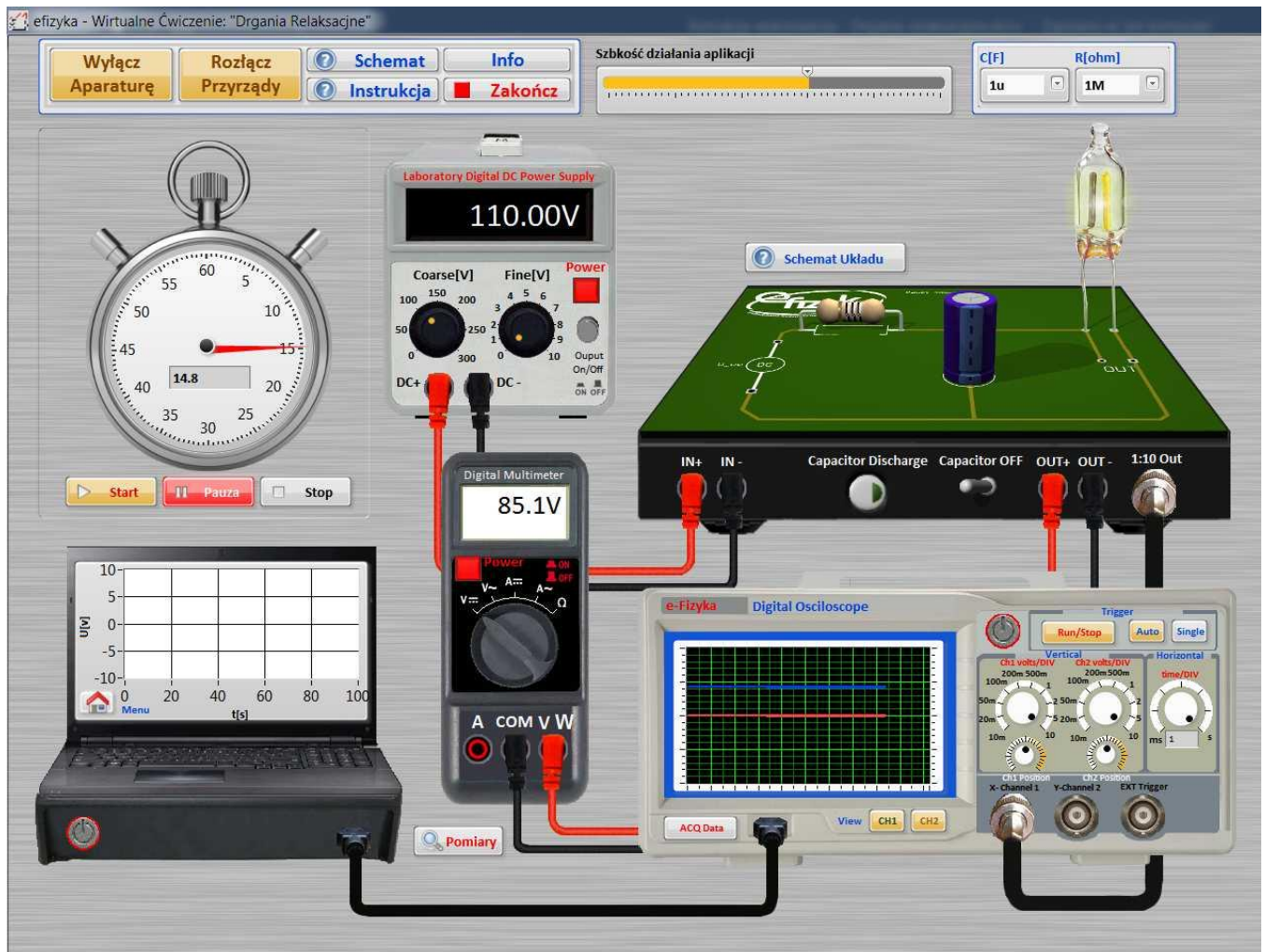
krzywa ładowania (I), krzywa rozładowywania (II) w obwodzie bez neonówki;

b) zmiany napięcia na kondensatorze w procesie drgań relaksacyjnych.

U_z - napięcie zapłonu neonówki, U_g - napięcie gaśnięcia neonówki, ε - napięcie zasilacza, t_1 - czas ładowania kondensatora, t_2 - czas rozładowania kondensatora.

2. WYKONANIE POMIARÓW

Symulację ćwiczenia wykonuje się uruchamiając aplikację "Drgania relaksacyjne". Tak wygląda okno główne programu:



W ćwiczeniu posługujemy się czasem wirtualnym. Czas ten mierzony jest przez stoper lub pokazywany jest na ekranie oscyloskopu (laptopa) i na ogół nie pokrywa się z czasem rzeczywistym mierzonym przez urządzenia realne.

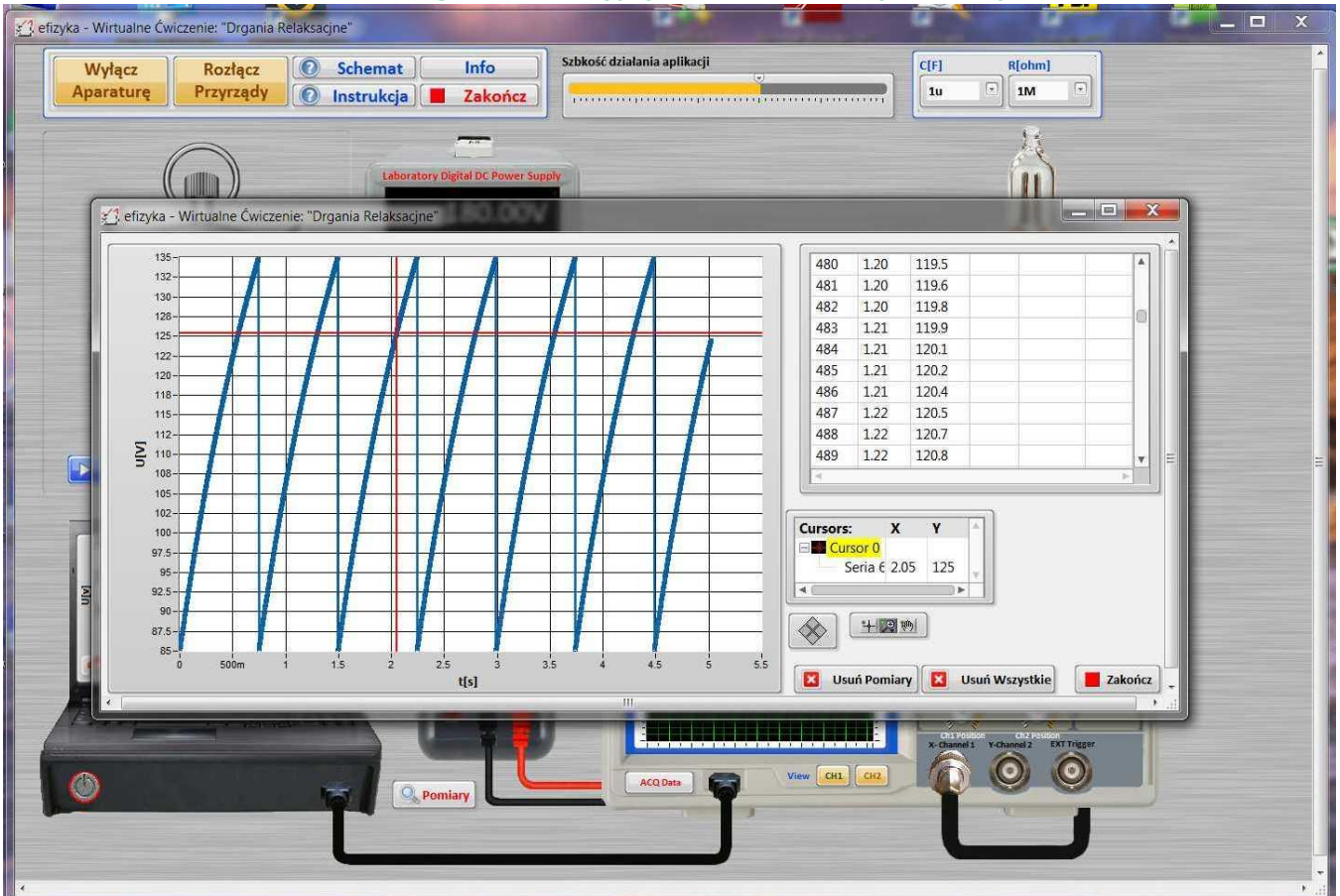
1. Łączymy przyrządy kablami w sposób, jak na rysunku powyżej.
2. Ustawiamy C [F] oraz R [ohm] **zgodnie z indywidualnymi poleceniami prowadzącego ćwiczenie.**
3. Przesławiamy przełącznik na pozycję Capacitor ON (kondensator jest włączony), a potem ustawiamy napięcie ϵ na zasilaczu (pokrętkiem Coarse co 10 V a pokrętkiem Fine co 1V) **zgodnie z indywidualnymi poleceniami.**
4. Wykonujemy pomiary okresu drgań metodą pierwszą, drugą i trzecią. Do obliczeń w metodzie trzeciej należy wykonać pomiary napięcia zapłonu i napięcia gaśnięcia.
5. Zbieramy dane do badania procesu rozładowania kondensatora.

2.1 Metoda 1 (pomiar okresu drgań relaksacyjnych przy pomocy widocznego stopera)

Po zaobserwowaniu błysków neonówki włączamy widoczny na ekranie stoper (pokazuje on czasy w zakresie do 60 s a potem rozpoczyna pomiar znów od 0).

- W momencie błysku notujemy czas pokazywany przez stoper, a potem mierzymy czas określonej liczby n błysków (zadanej indywidualnie). **Uwaga: błysk w momencie rozpoczęcia pomiaru czasu, to błysk o numerze 0**, numer 1 to kolejny błysk.
- Powtórzyć pomiar czasu liczby n błysków jeszcze $(m - 1)$ -krotnie, tak, aby całkowita liczba serii pomiarowych wynosiła m .

2.2 Metoda 2 (pomiar okresu drgań relaksacyjnych metodą odczytu z oscyloskopu)



1. Zatrzymujemy stoper (nie jest potrzebny w tej części).
2. Obserwujemy ekran oscyloskopu (z prawej strony). Aby zebrać dużo danych naciskamy przycisk ACQ data **tuż przed** chwilą, w której linie dojdą do prawej strony ekranu. Na ekranie laptopa powinno być widocznych kilka impulsów.
3. Naciskając Pomiary przeniesiemy się na okno na którym widać fragment tabeli pomiarowej oraz powiększony ekran laptopa. Okres drgań relaksacyjnych można zmierzyć odejmując:
 - a) współrzędne t odpowiadające kolejnym maksimum z tabeli (to jest dokładniejsza metoda)
 - b) na ekranie laptopa współrzędne t środka krzyża dla kolejnych maksimum.

2.3 Metoda 3 (obliczenie okresu drgań ze wzoru teoretycznego)

Należy **zmierzyć i zapisać** napięcie zapałonu U_z oraz napięcie gaśnięcia U_g neonówki – każde dwoma sposobami.

Sposobem teoretycznie mniej dokładnym jest bezpośredni odczyt tych napięć na przyrządach pomiarowych.

1. Napięcie na zasilaczu ustawiamy na 0 V a przełącznik Capacitor na pozycję OFF (kondensator jest wyłączony).
2. Za pomocą pokrętki Coarse zwiększamy napięcie zasilacza do 130 V a następnie pokrętką Fine wolno zwiększamy napięcie co 1 V. Zapisujemy napięcie, przy którym neonówka zaświeci się.
3. Przy świecącej neonówce ustawiamy pokrętkę Fine na 10 V. Następnie pokrętkę Coarse nastawiamy na 80 V (wyświetlacz zasilacza pokazuje wówczas napięcie 90 V), a potem wolno zmniejszamy napięcie co 1 V przy pomocy pokrętki Fine obserwując zmniejszające się różnice napięć między wskazaniem zasilacza i miernika pokazującego napięcie na neonówce. Tuż przed zgaśnięciem neonówki ta różnica powinna być biska zera (wskazania mierników mogą być nawet identyczne). Jeśli neonówka się jeszcze świeci, to jest to właśnie napięcie gaśnięcia. Jeśli neonówka już zgasła, to za napięcie zmierzone przyjmujemy napięcie o 1 V większe.

Dokładniejszy sposób wykorzystuje zebrane dane zapisane do pomiaru okresu oscylacji metodą drugą (mają one większą dokładność niż dane odczytane bezpośrednio z mierników).

1. Przeglądamy zapisane dane wypisując wszystkie maksymalne wartości napięcia i wszystkie minima.
2. Ponieważ wartości napięcia na neonówce są przez oscyloskop odczytywane tylko w wybranych chwilach czasu, więc mogą być mniejsze, niż maksymalna możliwa do osiągnięcia wartość, czyli napięcie zapałonu. Jako

napięcie najbliższe napięciu zapiłonu wybieramy maksymalne z napięć zapisanych w całym zbiorze wszystkich pomiarów.

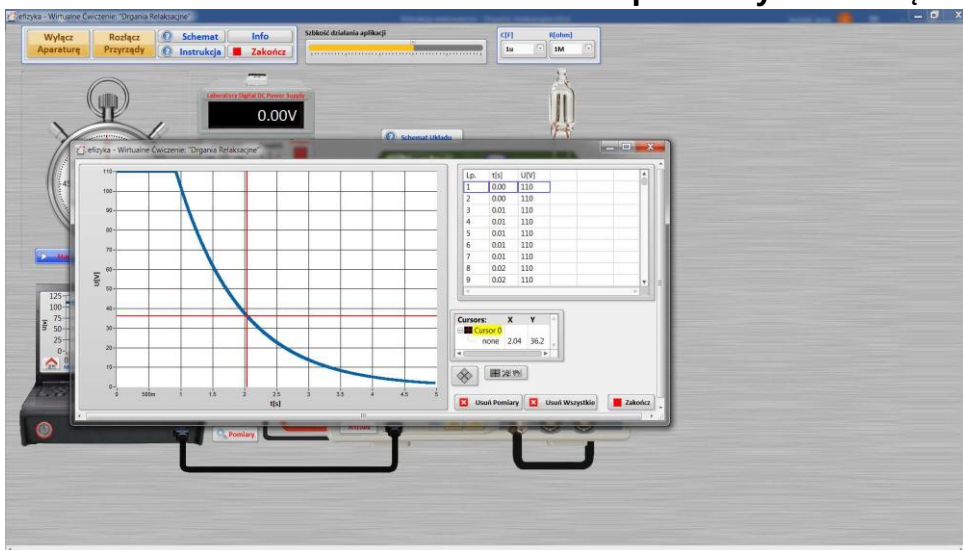
3. Analogicznie określamy napięcie najbliższe napięciu gaśnięcia – jest to najniższe z zapisanych napięć w całym zbiorze pomiarów.

Na końcu porównujemy wartości U_z i U_g otrzymane pierwszym i drugim sposobem. Jako zmierzone napięcie zapiłonu przyjmujemy **większą** z dwóch wartości U_z , a jako napięcie gaśnięcia **mniejszą** z dwóch wartości U_g .

Obliczamy okres drgań relaksacyjnych dla takiego napięcia zasilania \mathcal{E} jakiego używamy w pomiarach opisanych w metodach 1 i 2. Do określenia okresu stosujemy wzór teoretyczny:

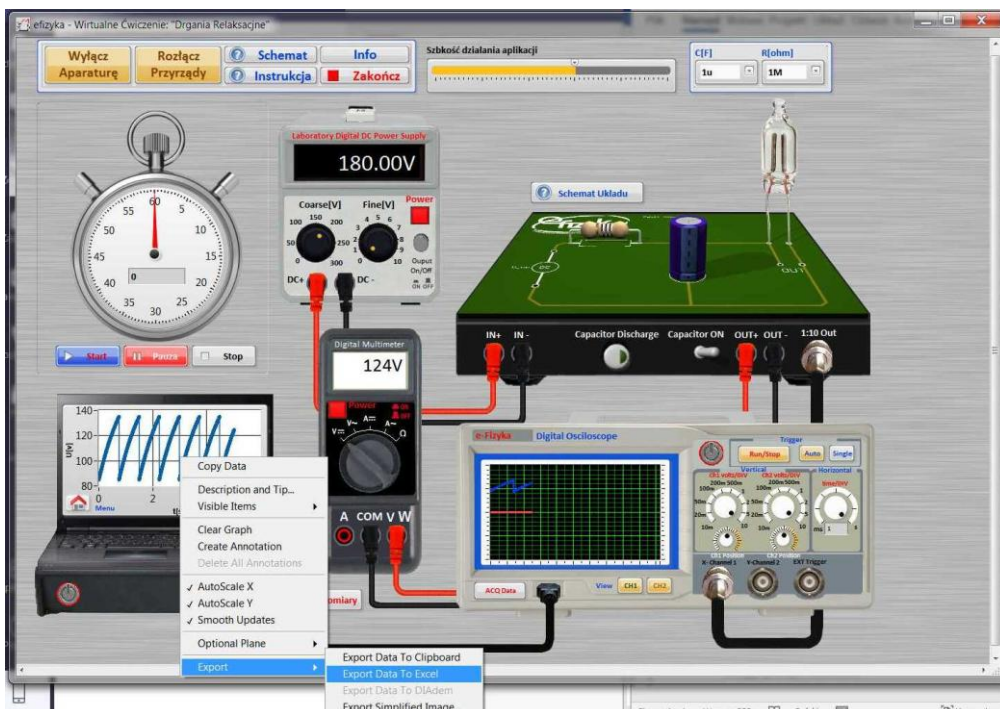
$$T_3 = R C \ln \frac{\mathcal{E} - U_g}{\mathcal{E} - U_z}$$

2.4 Pomiar czasu rozładowania kondensatora przez rezystor zewnętrzny



Ustawiamy układ jak do pomiarów metodą 2 (Capacitor ON), ale nastawiamy napięcia na zasilaczu poniżej napięcia zapiłonu.

1. Na karcie Pomiarzy klikamy na Usuń wszystkie.
2. Wracamy na panel użytkownika i czekamy, aż linie na ekranie oscyloskopu przekroczą prawą stronę ekranu i pojawią się z lewej strony.
3. Naciskamy przycisk Output On/Of na zasilaczu odcinając podawanie napięcia na okładki kondensatora.



4. Tuż przed chwilą, w której linie na ekranie oscyloskopu dotrą do prawego skraju ekranu naciskamy przycisk ACQdata.
5. Przenosimy wszystkie zapisane dane (tak jak w pomiarach metodą 2) do Excela albo przechodzimy na kartę pomiary.
6. Wybieramy 12-15 punktów pomiarowych **rozłożonych mniej więcej równomiernie** w całym zakresie krzywej rozładowania kondensatora.

Minimalna odległość pierwszego punktu pomiarowego od chwili wyłączenia napięcia to 0,2 sekundy wirtualnej. Nie należy wybierać punktu pomiarowego zbyt blisko początku, gdyż ustalanie napięcia trochę trwa i w rezultacie pomiar zbyt bliski chwili początkowej jest często błędem grubym. Nie należy wybierać również napięć mniejszych niż 2 V – takie pomiary mają duże niepewności względne.

3. OPRACOWANIE WYNIKÓW

Dla zadanej pojemności i rezystora zewnętrznego przyjmujemy: $\Delta C/C = 0,01$, $\Delta R/R = 0,01$.

Przyjmujemy następujące wartości dokładności przyrządów pomiarowych:

$$\begin{aligned} \Delta U_z &= c_{z1} \cdot U_z + c_{z2} \cdot \text{zakres_zasilacza} & c_{z1} &= 0,007, & c_{z2} &= 0,001 \\ \Delta U_m &= c_{m1} \cdot U_m + c_{m2} \cdot \text{zakres_miernika} & \text{gdzie} & & c_{m1} &= 0,005, & c_{m2} &= 0,001 \\ \Delta U_o &= c_{o1} \cdot U_o + c_{o2} \cdot \text{zakres_oscyloskopu} & & & c_{o1} &= 0,005, & c_{o2} &= 0,001 \end{aligned}$$

U_z oraz U_m to napięcia pokazywane na wyświetlaczach zasilacza i miernika, natomiast U_o to napięcie odczytane z oscyloskopu (lub laptopa), Wielkość *zakres* każdego z tych przyrządów jest równa 300 V niezależnie od wskazań

$$\begin{aligned} \Delta t_{s,e} &\text{ określone przez eksperymentatora} & \Delta t_{s,w} &= 0,1 \text{ s} \\ \Delta t_{o,e} &= 0,001 \text{ s}, & \Delta t_{o,w} &= 0,01 \text{ s} \end{aligned}$$

Pierwszy indeks „s” lub „o” oznacza stoper lub oscyloskop, drugi indeks „e” lub „w” oznacza eksperymentatora lub wzorcowania. Dla stopera wartość dokładności eksperymentatora jest ustalana indywidualnie. Jest to czas reakcji (zazwyczaj 0.1-0.2 s czasu realnego) ale przeliczony na czas wirtualny. Jeśli tak obliczona dokładność eksperymentatora będzie mniejsza niż 0.01 sekundy wirtualnej, to można ją pominąć.

Dla odcinka czasu:

$$T = t_{konc} - t_{pocz}$$

mamy:
$$u(T) = u(t_{konc} - t_{pocz}) = \sqrt{u^2(t_{konc}) + u^2(t_{pocz})} = \sqrt{2 \cdot u^2(t)}$$

gdyż przyjmujemy $u(t_{konc}) = u(t_{pocz}) = u(t) = \sqrt{\frac{\Delta t_e^2}{3} + \frac{\Delta t_w^2}{3}}$. Wszystkie niepewności napięć oraz czasów są niepewnościami typu B. Wielkości mierzone nie posiadają niepewności typu A.

Okres drgań relaksacyjnych wyznaczany metodą 1

Dla pojedynczej serii n błysków mamy $T_{1,j} = \frac{t_{konc} - t_{pocz}}{n}$ gdzie n = liczba zaobserwowanych błysków w czasie od t_{pocz} do t_{konc} . **Uważać należy na sposób liczenia – błysk w chwili początkowej to błysk numer 0.** Przy m seriach po n błysków mamy $T_1 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m T_{1,j}$. Jeśli wynik pomiaru odcinka czasu $t_{konc} - t_{pocz}$ dla którejś z serii pomiarowych różni się więcej niż $0,2 s$ od średniej z pozostałych, to potraktować ten wynik jak błąd grubo, odrzucić i powtórzyć serię jeszcze raz. Niepewność ostatecznego wyniku T_1 dla m serii po n błysków to:

$$u(T_1) = u(T_{1,j})/\sqrt{m} = \sqrt{\frac{2}{m}} \cdot \frac{u(t)}{n}.$$

Uwaga – przy m seriach po n błysków mamy m niepewności chwili początkowej i końcowej pomiarów, a więc to nie jest to samo, co jedna seria zawierająca $m \cdot n$ błysków.

Okres drgań relaksacyjnych wyznaczany metodą 2

Odczytać t_{pocz} i t_{konc} dla pojedynczego błysku, ale w celu poprawienia dokładności określić czas odpowiadający większej liczbie błysków – obliczyć wówczas okres drgań jak w metodzie 1 (z odpowiednimi wartościami n oraz $m=1$).

Okres drgań relaksacyjnych wyznaczany metodą 3

W metodzie 3 mamy:

$$T = t_{\text{ładowanie}} + t_{\text{rozładowanie}} = t_1 + t_2$$

Czas rozładowania t_2 określamy z wzoru opisującego zmianę napięcia podczas procesu rozładowania:

$$U(t) = U_{pocz} \exp\left(-\frac{t - t_{pocz}}{R_N C}\right),$$

w którym R_N jest rezystancją neonówki podczas przepływu przez nią prądu, a C to pojemność kondensatora.

Należy oszacować czas rozładowania przyjmując rezystancję neonówki: $R_N = 5 \Omega$.

Czas ładowania kondensatora określamy z analogicznego wzoru opisującego zmianę napięcia podczas procesu ładowania:

$$U(t) = U_{pocz} + (U_0 - U_{pocz}) \left(1 - \exp\left(-\frac{t - t_{pocz}}{R C}\right)\right)$$

w którym R to rezystancja układu (opornika), C to pojemność kondensatora, a U_0 to napięcie pracy.

W obu ostatnich wyrażeniach t_{pocz} to chwila początkowa dla której napięcie wynosi $U(t_{pocz}) = U_{pocz}$.

Podstawiając do ostatniego wzoru $U_{pocz} = U_g$, $U(t) = U_z$ a następnie rozwiązując względem $t - t_{pocz} = t_{\text{ładowanie}}$ otrzymamy wyrażenie na czas ładowania kondensatora (od U_g do U_z) jakim na górze strony 9 był określony pełen okres drgań relaksacyjnych w metodzie 3. A więc tam podany wzór jest przybliżeniem, w którym za pełen okres drgań relaksacyjnych przyjęto tylko czas ładowania (porównaj z rysunkiem 6).

Niepewności wszystkich wielkości wyznaczanych metodami 1-3, to niepewności typu B, a dla pomiarów złożonych wyznaczane są one przy pomocy prawa propagacji niepewności.

Pomiar czasu rozładowania kondensatora

- Wykonać wykres funkcji $y(x)$ gdzie $y = \ln U(t_{pocz})/U(t)$ oraz $x = t$. Zmiany napięcia podczas rozładowania opisane są identycznym wzorem, jak podczas ładowania, ale z podstawieniem $U_0 = 0$, co daje:

$$U(t) = U_{pocz} \exp\left(-\frac{t - t_{pocz}}{R C}\right)$$

Zamiast $U_{pocz} = U(t_{pocz})$ można przyjąć inną wartość $U_{\text{odniesienia}}$, przy czym należy określić $U(t_{pocz})$ (lub $U_{\text{odniesienia}}$).

2. Do wykresu $y(x)$ dopasować prostą o równaniu $y = a + b \cdot x$.
3. Sprawdzić wiarygodność hipotezy o liniowej zależności $y(x)$ tzn. wykładniczej zależności $U(t)$ (liczbowa wielkość charakteryzująca wiarygodność dopasowania: $\chi^2 < (\chi^2)_{kryt}$).
4. Wyznaczyć współczynnik kierunkowy b wraz z jego całkowitą niepewnością, którą należy obliczyć ze wzoru:

$$u_{catk}(b) = \sqrt{u_a^2(b) + \left(\frac{\partial b}{\partial a}\right)^2 u_a^2(a) + \left(\frac{\partial b}{\partial y}\right)^2 u^2(y) + \left(\frac{\partial b}{\partial x}\right)^2 u^2(x)}$$

gdzie $u_a(b)$ oraz $u_a(a)$ to niepewności współczynnika kierunkowego b oraz wyrazu wolnego a określany przez program dopasowujący (np. funkcję REGLINP Excela), natomiast funkcja $b(x, y, a)$ to:

$$b = b(x, y, a) = \frac{y - a}{x}$$

Do obliczenia liczbowej wartości niepewności $u(b)$ wybrać punkt (x, y) najbardziej oddalony od początku $x_{pocz} = t_{pocz}$.

5. Porównać uzyskaną z dopasowania wartość współczynnika kierunkowego b z wartością teoretyczną $b_{teor} = 1/(R \cdot C)$, gdzie R oraz C to zadane indywidualnie rezystancja i pojemność elementów układu. Niepewność $u(b_{teor})$ określić posługując się wzorem:

$$u(b_{teor}) = b_{teor} \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \left(\left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C} \right)^2 \right)}$$

UWAGA!

Do sprawozdania **nie należy** dołączać kilku tysięcy danych określających współrzędne punktów, które służą do wykreślenia krzywych na oscyloskopie, ale **koniecznie** należy dołączyć wybrane wartości tych danych, które są używane do: **pomiaru okresu oscylacji metodą 2, wyznaczenia napięcia zapłonu i napięcia gaśnięcia oraz służą do sporządzenia wykresu w części dotyczącej badania procesu rozładowania kondensatora.**

DODATEK

Właściwości lampy neonowej

Lampa neonowa jest bańką szklaną z wtopionymi dwiema elektrodami i napełnioną gazem szlachetnym pod obniżonym ciśnieniem (rzędu kPa). W rozrzedzonym gazie droga swobodna cząsteczek ulega wydłużeniu, dzięki czemu ułatwione jest uzyskanie wyładowania jarzeniowego po przyłączeniu niskiego napięcia rzędu kilkudziesięciu V do jej elektrod. Podamy tu uproszczony opis tego zjawiska.

Zdolność przewodzenia prądu elektrycznego zależy od liczby nośników ładunku. Dla gazu koncentracja nośników ładunku, tj. liczba nośników w jednostce objętości, jest wielkością dynamiczną i jej chwilowa wartość określona jest przez szybkość generacji i rekombinacji nośników.

Pod nieobecność zewnętrznego napięcia gaz w lampie neonowej jest w wyniku dysocjacji termicznej i promieniowania tylko w znikomym stopniu zjonizowany na jony dodatnie (kationy) i elektrony, a koncentracja nośników jest bliska zeru.

W polu elektrycznym powstałym po przyłożeniu napięcia do elektrod neonówki, istniejące ładunki unoszone są do odpowiednich elektrod, tworząc prąd o bardzo małym natężeniu. Opór neonówki jest wtedy duży, lecz jego wartość jest skończona. Zwiększenie napięcia powoduje zwiększenie prędkości unoszenia i w wyniku tego wzrost natężenia prądu, aż do osiągnięcia wartości prądu nasycenia, odpowiadającej usuwaniu wszystkich istniejących w obszarze międzyelektrodowym nośników prądu. Jednak wobec znikomo małej koncentracji nośników, gaz zamknięty w bańce, możemy dla tego zakresu napięć, dla celów praktycznych traktować jako izolator.

Przy wyższych napięciach, elektrony przyspieszone w polu elektrycznym, uzyskują energię kinetyczną porównywalną z energią jonizacji cząsteczek gazu. Energia jonizacji jest to energia wystarczająca do oderwania elektronu od cząsteczki gazu, w którego rezultacie w miejsce obojętnej elektrycznie cząsteczki powstaje swobodny elektron i dodatnio naładowany kation. Gdy energia kinetyczna elektronów, wraz ze wzrostem napięcia między elektrodami, osiągnie energię jonizacji cząstek gazu, prawdopodobieństwo jonizacji zderzeniowej elektronów z molekułami gwałtownie rośnie, prowadząc do zwiększenia koncentracji nośników prądu. W silnych polach elektrycznych energia kinetyczna elektronu przewyższa znacznie energię jonizacji i jeden elektron wyniku następujących po sobie zderzeń wytwarza całą lawinę jonów dodatnich i elektronów. Powstałe elektrony jonizują kolejne molekuly gazu. Proces powielania narasta lawinowo w kierunku anody i obszar między elektrodami zostaje całkowicie zjonizowany.

Narastanie procesu lawinowego prowadzi w wyniku różnicy ruchliwości jonów dodatnich i elektronów do powstania niejednorodnego rozkładu pola między elektrodami. Elektrony jako nośniki o dużej ruchliwości docierają bez przeszkód do anody. Natomiast ciężkie jony gazu (kationy) unoszone są znacznie wolniej w przeciwnym kierunku tworząc ładunek przestrzenny w obszarze między elektrodami. Jednorodnie początkowo pole elektryczne w wyniku obecności ładunku przestrzennego koncentruje się między nim a katodą. W pobliżu katody, w wyniku narastania przebiecia lawinowego, wzrasta koncentracja kationów gazu i powstaje bardzo silne pole elektryczne.

Powierzchnia katody bombardowana jest przez kationy, a energia kinetyczna tych kationów, które przebyły odcinek od anody jest wystarczająco duża, aby powodować wybijanie z powierzchni katody wtórnych elektronów (tzw. emisja wtórna). Elektrony te, dodatkowo przyspieszone w polu elektrycznym, rozpoczynają proces jonizacji już przy katodzie. Pierwotne czynniki przestają odgrywać znaczącą rolę w procesie generacji nośników prądu wobec wybijania elektronów z katody i jonizacji zderzeniowej. Zjawisko to nosi nazwę przebiecia elektrycznego gazu, a odpowiadające mu napięcie U_z – napięciem zapłonu.

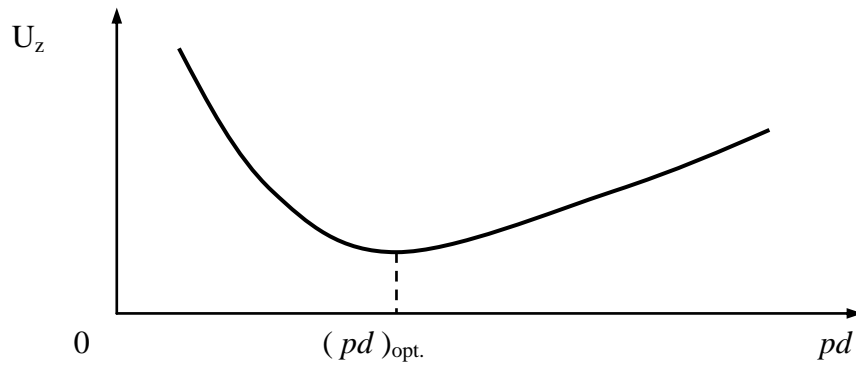
Zderzenia tych elektronów, które posiadają energię mniejszą od energii jonizacji molekuly gazu prowadzi jedynie do wzbudzenia uderzonej molekuly. Energia ta jest wypromieniowywana w formie kwantów światła. Dlatego dzięki towarzyszącemu jonizacji lawinowej świeceniu gazu możemy stwierdzić jej występowanie.

Zjonizowany gaz jest tak dobrym przewodnikiem, że natężenie przepływającego przez lampę prądu ograniczone jest tylko przez rezystancję w obwodzie zewnętrznym.

Istotną cechą wyładowania jarzeniowego jest jego zdolność samopodtrzymywania nawet przy obniżeniu napięcia poniżej wartości U_z na skutek efektu wtórnej emisji elektronów z katody w wyniku jej bombardowania przez kationy gazu. W rezultacie zanik wyładowania następuje przy napięciu U_g , niższym od U_z o około 20 – 30V.

Z opisu zjawiska wynika, że wywołanie wyładowania jarzeniowego zależy przede wszystkim od energii jonizacji gazu i pracy wyjścia elektronów z materiału katody. Przy optymalizowaniu konstrukcji elementów jarzeniowych mającej na celu uzyskanie niskich wartości napięcia zapłonu U_z , stwierdzono zależność U_z od iloczynu pd , gdzie p – jest ciśnieniem gazu, d – odległością między elektrodami (patrz rys.10). Wzrost wartości U_z

dla dużych wartości pd (w zakresie dużych ciśnień) spowodowany jest skróceniem drogi swobodnej, zaś w obszarze małych ciśnień i małych rozmiarów bańki – zmniejszeniem prawdopodobieństwa jonizacji zderzeniowej.



Zależność napięcia zapłonu neonówki U_z od iloczynu pd , gdzie p - jest ciśnieniem gazu a d - odległością między elektrodami.