Część I – Kinematyka

Do opisu ruchu punktu materialnego służą równania ruchu, czyli zależności x=x(t), y=y(t) i z=z(t). Jeśli z tych równań wyeliminuje się czas i doprowadzi do zależności typu z=z(x,y) lub y=y(x), to ta zależność nosi nazwę toru ruchu punktu materialnego. Ruchy punktu możemy podzielić w zależności od toru ruchu (prostoliniowe, krzywoliniowe, a wśród nich szczególnie ważny ruch po okręgu) lub zależności prędkości od czasu (jednostajne, niejednostajne, a wśród nich ruch jednostajnie zmienne).
Podstawowe parametry opisujące ruch punktu materialnego: położenie $\vec{r} = \vec{r}(t)$ (x=x(t), y=y(t) i z=z(t)),

prędkość $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k}$, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$,

przyspieszenie $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \cdot \vec{k} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$, $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$,

Ruch prostoliniowy jednostajny: x(t)=vt, v(t)=v_0=const, a=0.

Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny: $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, $v(t) = v_0 + at$, a(t)=a=const, (a>0 ruch jednostajnie przyspieszony, a<0 ruch jednostajnie opóźniony).

Ruch po okręgu: równania ruchu: $x(t) = R \cdot \cos\omega t$, $y(t) = R \cdot \sin\omega t$, gdzie ω jest prędkością kątową;

równanie toru: $x^2 + y^2 = R^2$. Związek między prędkością kątową a liniową punktu w ruchu po okręgu: $v = \omega \cdot R$,

przyspieszenie dośrodkowe $a_R = \frac{v^2}{R}$.

1. Kierowca rajdowy pokonuje pierwszy odcinek trasy z prędkością $\mathbf{v_1}$ **= 40km/h**. Z jaką prędkością v_2 powinien jechać kierowca na drugim odcinku o tej samej długości co pierwszy, aby średnia prędkość na obu odcinkach wynosiła $\mathbf{v_{śr} = nv_1}$?

   Wskazówka: skorzystać z definicji prędkości średniej. Odpowiedź: $v_2 = \frac{v_{śr} v_1}{2v_1 - v_{śr}}$, czyli dla n=2 nie istnieje!

2. Przewoźnik, który przeprawia się przez rzekę o szerokości **H** z punktu A, przez cały czas kieruje łódź pod kątem **α** względem brzegu. Wyznaczyć prędkość łódki względem wody $\mathbf{v_o}$, jeżeli prędkość wody wynosi $\mathbf{v_1}$, a łódkę zniosło na odległość **L** poniżej punktu B.

   Odpowiedź: $v_0 = \frac{H}{L\sin\alpha + H\cos\alpha}$

3. Przeanalizować rzut poziomy i ukośny jako złożenie dwóch ruchów, jednostajnego i jednostajnie zmiennego oraz wyznaczyć: a) równanie toru, b) zasięg rzutu, c) maksymalną wysokość, na jaką wzniesie się ciało?

   Odpowiedź: a) $y = x\mathrm{tg}\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2$, b) $x = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$, c) $h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2\alpha$.

4. Z toczącego się koła o promieniu **R** odrywa się z tylnej części na poziomie osi grudka ziemi. Z jaką prędkością powinno toczyć się koło, aby grudka z powrotem uderzyła w to samo miejsce koła z jakiego się oderwała?

   Odpowiedź: $v = \sqrt{\pi R n g}$, n=1, 2, 3,.... .

5. W kierunku szczeliny o szerokości **a** między dwoma blokami o wysokości **h** porusza się kulka o średnicy **d** z prędkością $\mathbf{v_o}$ prostopadłą do jej krawędzi. Kulka wpada do szczeliny, gdzie kilkakrotnie zderza się sprężyście z jej ścianami (kąt padania równy kątowi odbicia bez zmiany prędkości) zanim spadnie na ziemię. Obliczyć ile razy kulka zderzy się ze ścianami szczeliny. Przyspieszenie ziemskie wynosi **g**.

Odpowiedź: $n = \frac{v_0}{a-d}\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Część II – Dynamika i zasady zachowania

I zasada dynamiki Newtona: Jeśli na ciało nie działa żadna siła lub działające siły równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.
II zasada dynamiki Newtona: Jeśli na ciało działa niezrównoważona siła, to ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym, w którym przyspieszenie jest proporcjonalne do działającej siły, a odwrotnie proporcjonalne do masy ciała.
III zasada dynamiki Newtona: Jeśli ciało A działa na ciało B z pewną siłą, to ciało B działa na ciało A z taką samą siłą, lecz przeciwnie skierowaną; siły te nie równoważą się, gdyż przyłożone są do różnych ciał.
Zasada zachowania pędu: Jeśli na ciało nie działa siła zewnętrzna, to pęd ciała pozostaje stały (dla punktu materialnego $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$, dla bryły sztywnej $\vec{p} = M \cdot \vec{u}$, gdzie M – masa bryły sztywnej, a $\vec{u}$ prędkość środka masy).
Zasada zachowania momentu pędu: Jeśli na ciało nie działa zewnętrzny moment siły, to moment pędu ciała pozostaje stały (dla punktu materialnego $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, dla bryły sztywnej $\vec{L} = I\vec{\omega}$, gdzie I – moment bezwładności bryły sztywnej, a $\vec{\omega}$ prędkość kątowa ruchu obrotowego bryły sztywnej) (Moment siły $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$).
Zasada zachowania energii mechanicznej: W odizolowanym układzie całkowita energia mechaniczna nie ulega zmianie.
Rodzaje zderzeń: sprężyste (spełniona zasada zachowania energii mechanicznej) oraz niesprężyste (niespełniona zasada zachowania energii mechanicznej).

6. Na gładkim stole (bez tarcia) leżą obok siebie dwa klocki o masach **M** = 4 kg i **m** = 1 kg. Na klocek M działa pozioma siła **F** = 5 N. Obliczyć, ile wynoszą siły wzajemnego oddziaływania klocków na siebie.
   Odpowiedź: $F_1 = \frac{F \cdot m}{M+m} = 1\,[N]$.

7. Dwa klocki (jak w zad. 1) połączone są nicią o wytrzymałości na zerwanie **Z** = 10 N. Z jaką największą siłą **F** można ciągnąć klocek o masie **m**, tak aby nić nie uległa zerwaniu ? Czy wartość tej siły ulegnie zmianie, jeśli będziemy ciągnąć za klocek o masie **M**?
   Odpowiedź: $F = \frac{Z(M+m)}{M} = 12.5\ [N]$. Tak i wynosi wówczas $F = \frac{Z(M+m)}{m} = 50\ [N]$.

8. Przez nieruchomy bloczek przerzucona jest nieważka i nierozciągliwa linka, na końcach której przymocowane są masy $\mathbf{m_1}$ = 1 kg i $\mathbf{m_2}$ = 3 kg. Obliczyć: a) przyspieszenie **a** z jakim poruszają się masy, b) siły **N** napinające linkę, c) całkowitą siłę **R** działającą na oś bloczka. Masę bloczka oraz tarcie zaniedbujemy. Przyspieszenie ziemskie **g** = 10 m/s^2.
   Odpowiedź: $a = g\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}$, $N = \frac{2m_2m_1}{m_2 + m_1}$, R = 2N.

9. Na dwustronnej równi pochyłej o kątach α i β (patrz rysunek) umieszczono trzy masy $\mathbf{m_1}$, $\mathbf{m_2}$ i $\mathbf{m_3}$. Współczynnik tarcia mas o równię wynosi **f,** a przyspieszenie ziemskie **g**. Napisać równania ruchu każdej z mas.
   Odpowiedź:
   masa m_1: $m_1a = m_1g\sin\beta - N_1 - T_1$.
   masa m_2: $m_2a = N_2 - m_2g\sin\alpha - T_2 - N_3$.
   masa m_3: $m_3a = N_3 - m_3g\sin\alpha - T_3$
   gdzie $N_1 = N_2$, $T_1 = m_1gf\cos\beta$, $T_2 = m_2gf\cos\alpha$, $T_3 = m_3gf\cos\alpha$. W ten sposób uzyskuje się układ 3 równań liniowych, w których nieznane są a, N_1 i N_3.

10. Na poziomej platformie wagonu leży ciało o masie $\mathbf{m_1}$ związane z drugim ciałem o masie $\mathbf{m_2}$ cienką nierozciągliwą nicią przerzuconą przez nieruchomy bloczek przymocowany do wagonu. Ciało o masie $\mathbf{m_2}$ dotyka do powierzchni bocznej platformy. Z jakim największym przyspieszeniem **a** może poruszać się wagon w kierunku wskazanym na rysunku, aby obydwa ciała nie zmieniły swego położenia względem platformy wagonu? Współczynnik tarcia obu ciał o powierzchnię platformy wynosi **f** a przyspieszenie ziemskie **g**.

Odpowiedź: $a = g\dfrac{\frac{m_2}{f} + m_1}{m_2 + m_1}$.

11. Znaleźć efektywny współczynnik tarcia kół samochodu o nawierzchnię drogi, jeśli wiadomo, że przy szybkości samochodu **v** droga hamowania wynosiła **s**. Przyjąć, że podczas hamowania samochód poruszał się ruchem jednostajnie opóźnionym. Przyspieszenie ziemskie **g**.

Odpowiedź: $f = \dfrac{v^2}{2sg}$.

12. Tramwaj składa się z dwóch wagonów o masach $\mathbf{m_1}$ i $\mathbf{m_2}$, z których tylko pierwszy ma silnik o sile ciągu $\mathbf{F_c}$. Siła tarcia działająca na koła wagonu motorowego jest równa **T**. Z jaką siłą wagon motorowy ciągnie drugi wagon?

Odpowiedź: $N = \dfrac{F_c - T}{m_1 + m_2} \cdot m_2$.

13. Dwie łódki płyną naprzeciwko siebie. W czasie mijania przełożono z łódki pierwszej do drugiej o masie $\mathbf{m_2}$ masę $\mathbf{\Delta m}$, w wyniku czego druga łódka zatrzymała się a pierwsza popłynęła dalej z prędkością **v.** Jakie były prędkości łódek przed przełożeniem masy?

Odpowiedź: $v_1 = v$, $v_2 = \dfrac{\Delta m \cdot v}{m_2}$.

14. Dwie kulki o masach $\mathbf{m_1}$ i $\mathbf{m_2}$ poruszają się w tym samym kierunku z prędkościami $\mathbf{v_1}$ i $\mathbf{v_2}$. Jakie będą prędkości kulek po zderzeniu, jeśli jest ono: a) doskonale niesprężyste?, b) doskonale sprężyste. Przeanalizować wyniki punktu b) dla przypadku gdy $\mathbf{v_2} = 0$, w sytuacji gdy $m_1=m_2=m$, $m_1=3m_2$, $m_1=1/3m_2$, $m_1<<m_2$, $m_1>>m_2$.

Odpowiedź: a) $v = \dfrac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$.

15. Pocisk o masie **m** lecący poziomo z prędkością **v** uderzył w drewniany kloc o masie **M** zawieszony na lince o długości **H** i uwiązł w nim. Obliczyć, o jaki kąt od pionu odchyli się linka wraz z klocem oraz ile ciepła wydzieli się w pocisku w wyniku zderzenia. Przyspieszenie ziemskie wynosi **g**. Masę linki pominąć.

Odpowiedź: $\cos\alpha = \dfrac{H-h}{H}$, gdzie $h = \left(\dfrac{m}{M+m}\right)^2 \dfrac{v^2}{2g}$, $Q = \dfrac{Mm}{2(m+M)}v^2$.

16. Na szczycie dużej gładkiej kuli spoczywa małe ciało w stanie równowagi nietrwałej. W pewnej chwili ciało zaczyna zsuwać się z kuli. Znaleźć zależność przyspieszenia ciała **a** od kąta α między pionem a promieniem wodzącym ciała wyprowadzonym ze środka kuli. Przy jakiej wartości kąta α ciało oderwie się od powierzchni kuli? Przyspieszenie ziemskie **g**.

Odpowiedź: $\cos\alpha = \frac{2}{3}$, $a_n = 2g(1-\cos\alpha)$, $a_s = g\sin\alpha$.

17. Na brzegu poziomego stolika o masie $\mathbf{m_1}$ i promieniu **r** wirującego z częstotliwością $\boldsymbol{\omega}$ dookoła pionowej osi przechodzącej przez jego środek stoi człowiek o masie $\mathbf{m_2}$. Z jaką prędkością kątową będzie się obracał stolik, gdy człowiek przejdzie na jego środek? O ile zmieni się przy tym energia kinetyczna układu stolik człowiek? Człowieka traktujemy jak punkt materialny, stolik zaś, jak krążek o momencie bezwładności $\mathbf{I = 1/2\ mr^2}$. Tarcie w łożyskach pominąć.

Odpowiedź: $\omega_1 = \omega \cdot \frac{m_1 + 2m_2}{m_1}$, $\Delta E = \omega^2 r^2 \frac{m_2}{2m_1}(m_1 - m_2)$.

18. Dwie poziome tarcze obracają się swobodnie względem pionowej osi przechodzącej przez środek. Ich momenty bezwładności wynoszą $\mathbf{I_1}$ i $\mathbf{I_2}$ względem osi obrotu, a prędkości kątowe $\boldsymbol{\omega_1}$ i $\boldsymbol{\omega_2}$. W pewnej chwili tarcza górna spadła na dolną, i dzięki tarciu pomiędzy ich powierzchniami po pewnym czasie zaczynają obracać się razem. Obliczyć ich wspólna prędkość kątową oraz pracę wykonaną przez siły tarcia.

Odpowiedź: $\omega = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2}$, $W = \Delta E = \frac{I_1 I_2}{2(I_1 + I_2)}(\omega_1 - \omega_2)^2$.

19. Na gładkim stole spoczywa cienki pręt o długości **L** i masie **M**. Prostopadle w kierunku pręta porusza się mała kulka o masie **m**. W wyniku zderzenia doskonale sprężystego z prętem kulka zatrzymała się a pręt rozpoczął ruch. W jakim miejscu licząc od środka pręta musiała uderzyć kulka, aby takie zderzenie było możliwe? Czy masa kulki może być dowolna? Tarcie zaniedbujemy. Moment bezwładności pręta względem jego środka $\mathbf{I_o = 1/12ML^2}$.

Odpowiedź: $a = \sqrt{\frac{L^2(M-m)}{12m}}$.

20. Z równi pochyłej o kącie nachylenia $\boldsymbol{\alpha}$ do poziomu stacza się bez poślizgu jednorodny walec o masie **m**. Obliczyć wartość działającej w tym ruchu siły tarcia. Moment bezwładności pręta względem jego środka $\mathbf{I_o = 1/2mr^2}$. Dane jest przyspieszenie ziemskie **g**.

Odpowiedź: $T = \frac{1}{3} mg\sin\alpha$.

Część III – Pole grawitacyjne

Masa M wytwarza pole grawitacyjne, do opisu którego możemy wykorzystać dwie wielkości: natężenie i potencjał pola grawitacyjnego. Natężenie pola jest wielkością wektorową, natomiast potencjał jest wielkością skalarną.

Natężenie pola od masy punktowej: $\vec{\gamma} = G\frac{M}{r^2}\vec{1}$, natomiast potencjał $\varphi = -G\frac{M}{r}$. Jeśli w polu grawitacyjnym umieścimy masę punktową m, to oddziaływanie tego pola na nią opisuje siła, która jest równa $\vec{F} = m\vec{\gamma} = G\frac{Mm}{r^2}\vec{1}$. Tak więc pole grawitacyjne jest polem źródłowym i zachowawczym (praca przeciwko siłom pola nie zależy od drogi, tylko od punktu początkowego i końcowego). Energię w polu grawitacyjnym definiuje się jako $E_p = -G\frac{Mm}{r}$, gdzie r oznacza odległość od środka źródła pola grawitacyjnego.

21. Obliczyć średnią gęstość Ziemi, jeśli wiadomo, że promień Ziemi wynosi $\mathbf{R_Z}$, a przyspieszenie ziemskie na powierzchni Ziemi jest równe **g**?

Odpowiedź: $\rho_Z = \frac{3g}{4\pi G R_Z}$.

22. Wyprowadzić wzór na pierwszą i drugą prędkość kosmiczną. Wyrazić te prędkości przez przyspieszenie na powierzchni Ziemi **g** oraz promień Ziemi $\mathbf{R_Z}$.
Wskazówka: I prędkość kosmiczną wyznaczyć korzystając z równowagi sił działających na satelitę na orbicie; II prędkość kosmiczną korzystając z zasady zachowania energii. Odpowiedź: $v_I = \sqrt{gR_Z}$, $v_{II} = \sqrt{2gR_Z}$.

23. Obliczyć promień orbity kołowej satelity geostacjonarnego, jeśli znamy: promień Ziemi **R**, przyspieszenie na powierzchni Ziemi **g** oraz okres pełnego obrotu Ziemi **T**.
Wskazówka: Skorzystać z równowagi sił działających na satelitę na orbicie geostacjonarnej. Odpowiedź: $T = \sqrt[3]{\frac{gR_Z^2T_Z^2}{4\pi^2}}$.

24. Na biegunie Ziemi wystrzelono dwa pociski nadając im taką samą prędkość $\mathbf{v_o}$, pierwszy pionowo do góry a drugi poziomo. Który z pocisków bardziej oddali się od środka Ziemi i na jaką odległość? Prędkość początkowa $\mathbf{v_o}$ jest większa od pierwszej prędkości kosmicznej, lecz mniejsza od drugiej prędkości kosmicznej. Przyspieszenie ziemskie na powierzchni Ziemi jest równe **g.**
Wskazówka: a) pocisk wystrzelony pionowo do góry – skorzystać z zasady zachowania energii, odpowiedź:
$r_1 = \frac{R_Z}{1 - \frac{v_0^2}{2gR_Z}} = \frac{R_Z}{1 - \frac{v_0^2}{v_{II}^2}}$; b) pocisk wystrzelony poziomo– skorzystać z zasady zachowania energii oraz z zasady zachowania momentu pędu, odpowiedź: $r_2 = \frac{R_Z}{\frac{2gR_Z}{v_0^2} - 1} = \frac{R_Z}{\frac{v_{II}^2}{v_0^2} - 1}$.

Część IV - Termodynamika

Równanie stanu gazu doskonałego można zapisać w postaci pV = nRT, gdzie p –ciśnienie, V- objętość, n – liczba moli ($n=m/\mu$, m –masa gazu, μ - masa cząsteczkowa), R – stała gazowa, T – temperatura w skali bezwzględnej. Równanie to można przepisać w postaci $\frac{pV}{T} = const.$
Pierwsza zasada termodynamiki (zasada zachowania energii dla gazów): $\Delta U = Q + L$, oznacza że zmiana energii wewnętrznej gazu może nastąpić wskutek wymiany ciepła (dostarczenia lub oddania) lub wykonania pracy (przez gaz lub nad gazem). Energia wewnętrzna gazu zależy tylko od temperatury i jej zmiana jest zawsze równa $\Delta U = nC_V\Delta T$.
Przemiany gazowe:
- izotermiczna T=const, równanie przemiany $pV = const.$, $\Delta U = 0$, $|Q| = |L|$.
- izobaryczna p=const, równanie przemiany $\frac{V}{T} = const.$, $\Delta U = nC_V\Delta T$, $Q = nC_p\Delta T$, $L = p\Delta V$.
- izochoryczna V= const, równanie przemiany $\frac{p}{T} = const.$, $\Delta U = nC_V\Delta T$, $Q = nC_V\Delta T$, $L = 0$.
- adiabatyczma, Q=0, równanie przemiany $pV^\gamma = const.$ γ oznacza stosunek ciepeł właściwych przy stałym ciśnieniu i stałej objętości $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$. Oba ciepła łączy równanie Meyera $C_p - C_V = R$.

25. Wyrazić równanie przemiany adiabatycznej w zmiennych (p, V), (V, T) i (p, T).
Wskazówka: Skorzystać z równania adiabaty i równania Clapeyrona.
Odpowiedź: $pV^\gamma = const$, $TV^{\gamma-1} = const$, $p^{1-\gamma}T^\gamma = const$.

26. W cienkiej rurce szklanej zatopionej na jednym końcu znajduje się gaz zamknięty z drugiej strony słupkiem rtęci. Gdy rurkę ustawiono pionowo otwartym końcem do góry wtedy słup gazu miał wysokość $\mathbf{H_1}$, natomiast w pozycji odwrotnej (zatopiony koniec u góry) jego wysokość wyniosła $\mathbf{H_2}$. Jaka będzie długość słupa powietrza, gdy rurka będzie nachylona do poziomu pod kątem α (otwarty koniec w górze?

Wskazówka: Powietrze ulega przemianie izotermicznej. Odpowiedź: $H_x = \frac{2H_1H_2}{H_1 + H_2 + (H_2 - H_1)\sin\alpha}$.

27. Pęcherzyk powietrza wypływa z dna jeziora. W chwili osiągnięcia powierzchni wody jego objętość jest 3 razy większa niż na dnie. Obliczyć głębokość jeziora, jeżeli temperatura wody na dnie wynosi $\mathbf{T_1}$, a na powierzchni T_2. Dane ciśnienie atmosferyczne $\mathbf{p_o}$, przyspieszenie ziemskie **g** i gęstość wody ρ.

Wskazówka: Skorzystać z równania Clapeyrona. Odpowiedź: $h = \frac{p_0(3T_1 - T_2)}{\rho g T_2}$.

28. Pionowo ustawiona rurka w kształcie litery U, zatopiona na jednym końcu zawiera w zatopionym końcu słupek powietrza o wysokości **H** oraz rtęć w dolnej części. Pod ciśnieniem zewnętrznym $\mathbf{p_1}$ i w temperaturze $\mathbf{T_1}$ poziomy rtęci w obu ramionach rurki są jednakowe. Rurkę tę ogrzano do temperatury $\mathbf{T_2}$. Nie uwzględniając rozszerzalności rurki i rtęci obliczyć różnicę poziomów rtęci w obu ramionach. Gęstość rtęci wynosi ρ. Przyspieszenie ziemskie jest równe **g.**

Wskazówka: Skorzystać z równania Clapeyrona w postaci $\frac{pV}{T} = \text{const}$, gdyż nie zmienia się ilość gazu zamkniętego w rurce.

29. Dwa zbiorniki o objętości $\mathbf{V_1}$ i $\mathbf{V_2}$ wypełniono gazem o masie molowej μ. Ciśnienia i temperatury gazu w zbiornikach wynosiły odpowiednio: $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{T_1}$ oraz $\mathbf{p_2}$, $\mathbf{T_2}$. Następnie oba zbiorniki połączono, lecz w trakcie tej operacji część gazu ulotniła się, a temperatura i ciśnienie gazu pozostałego w połączonych zbiornikach uzyskały wartości: **p** i **T**. Obliczyć masę gazu, który ulotnił się. Stała gazowa wynosi **R**.

Odpowiedź: $\Delta m = \frac{\mu}{R}\left(\frac{p_1V_1}{T_1} + \frac{p_2V_2}{T_2} - \frac{p(V_1 + V_2)}{T}\right)$.

30. Dwie jednakowe kule szklane połączone cienką rurką o znikomej objętości zawierają powietrze o temperaturze **T** i ciśnieniu **p**. Następnie jedną z kul oziębiono do temperatury $\mathbf{T_1}$ natomiast drugą ogrzano do temperatury $\mathbf{T_2}$. Nie uwzględniając rozszerzalności kul obliczyć ciśnienie powietrza oraz stosunek mas powietrza zawartych w obu kulach.

Odpowiedź: $p_1 = \frac{2pT_1T_2}{T(T_1 + T_2)}$, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2}{T_1}$.

31. W naczyniu o objętości **V** znajduje się gaz. Naczynie posiada zawór bezpieczeństwa w postaci małego cylinderka z tłokiem. Tłok za pośrednictwem sprężyny o stałej sprężystości **k** połączony jest z dnem cylinderka. W temperaturze $\mathbf{T_1}$ tłok znajduje się w odległości **D** od zaworu, przez który gaz wypuszczany jest do atmosfery. Do jakiej temperatury musi ogrzać się gaz, by zawór wypuścił jego część? Dane są: masa gazu **m**, masa molowa μ, powierzchnia tłoka **S**, stała gazowa **R**. Przyjąć, że objętość cylinderka jest zaniedbywalnie mała w porównaniu z objętością zbiornika.

Odpowiedź: $T_2 = T_1 + \frac{kD\mu V}{mRS}$.

32. W pionowo ustawionym naczyniu zamkniętym od góry tłokiem, który może poruszać się bez tarcia, znajduje się **n** moli gazu o temperaturze **T**. Ciężar tłoka **Q**, a jego powierzchnia **S**. Ile wyniesie objętość gazu, jeżeli naczynie umieścimy w windzie poruszającej się w górę z przyspieszeniem **a = g/2**. Ciśnienie atmosferyczne $\mathbf{p_a}$, a stała gazowa **R**.

Odpowiedź: $V = \frac{nRT}{p_a + \frac{3Q}{2S}}$.

33. Z butli o pojemności **V** wskutek wady zaworu ulatnia się zawarty w niej sprężony wodór. W temperaturze $\mathbf{T_1}$ manometr wskazał ciśnienie $\mathbf{p_1}$. Po pewnym czasie w temperaturze $\mathbf{T_2}$ manometr wskazał takie samo ciśnienie. Jaka masa gazu ulotniła się? Masa molowa wodoru $\boldsymbol{\mu}$, a stała gazowa **R**.

Odpowiedź: $\Delta m = p_1 V \mu \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$.

34. Cylinder o polu podstawy **S** zawiera gaz o temperaturze **T**. Gaz jest zamknięty tłokiem znajdującym się na wysokości **h** od dna cylindra. Masa tłoka **m**. Jaką pracę wykona gaz przy ogrzaniu go o $\mathbf{\Delta T}$. Ciśnienie atmosferyczne $\mathbf{p_a}$. Przyspieszenie ziemskie **g**. Tarcie tłoka pominąć.

Odpowiedź: $W = \frac{mgnR\Delta T}{Sp_a + mg}$.

35. W pionowym cylindrze z tłokiem znajduje się gaz, dla którego $\gamma = \mathbf{C_p/C_v}$. Masa tłoka $\mathbf{m_1}$, a odległość jego od dna cylindra **h**. Po obciążeniu tłoka masą $\mathbf{m_2}$ opadł on do poziomu takiego, że temperatura w skali bezwzględnej wzrosła dwukrotnie. Obliczyć przyrost energii wewnętrznej gazu. Cylinder i tłok wykonane są z izolatora cieplnego. Tarcie tłoka pominąć. Nie uwzględniać ciśnienia zewnętrznego gazu. Przyspieszenie ziemskie **g**.

Wskazówka: Zmiana energii wewnętrznej jest równa pracy wykonanej na podniesienie tłoka przeciwko siłom pola grawitacyjnego. Skorzystać z równania przemiany adiabatycznej w zmiennych V, T (patrz zadanie 25). Odpowiedź: $\Delta U = (m_1 + m_2)gh\left(1 - 2^{\gamma-1}\right)$.

36. W butli stalowej o pojemności **V** znajduje się azot pod ciśnieniem **p**. Obliczyć, jaką ilość ciepła należy doprowadzić do gazu ażeby ciśnienie w butli wzrosło dwukrotnie. Ciepło molowe azotu w stałej objętości $\mathbf{C_v}$, oraz stała gazowa **R**.

Odpowiedź: $Q = \frac{C_V pV}{R}$.

37. W naczyniu o stałej objętości **V** znajduje się gaz doskonały. Obliczyć ilość ciepła, które należy dostarczyć, aby ciśnienie wzrosło o $\mathbf{\Delta p}$, jeżeli dany jest stosunek $\mathbf{C_p/C_v} = \gamma$.

Odpowiedź: $Q = \frac{\Delta pV}{\gamma - 1}$.

38. Gaz o masie **m** oziębiono od temperatury $\mathbf{T_1}$ do $\mathbf{T_2}$ pod stałym ciśnieniem. Obliczyć pracę wykonaną nad gazem w tym procesie oraz zmianę jego energii wewnętrznej. Masa molowa gazu $\boldsymbol{\mu}$, ciepło właściwe przy stałym p - $\mathbf{c_p}$, a stała gazowa **R**.

Odpowiedź: $\Delta U = \frac{m}{\mu} c_p (T_2 - T_1)$, $L = -\frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)$.

39. Dwa cylindry A i B, których tłoki są połączone sztywnym prętem, przytwierdzono do nieruchomych ścian. Gaz znajdujący się w cylindrze A pobrał ciepło **Q**, w wyniku czego jego temperatura wzrosła o $\mathbf{\Delta T}$. Obliczyć, o ile wskutek tego wzrosła temperatura gazu w cylindrze B przy założeniu, że cylinder ten i jego tłok są wykonane z izolatora cieplnego. Masa gazu w każdym cylindrze wynosi **m**. Ciepło właściwe gazu w stałej objętości $\mathbf{c_v}$. Pola powierzchni tłoków są jednakowe.

Odpowiedź: $\Delta T_1 = \frac{Q}{mc_V} - \Delta T$.