

## WYZNACZANIE PODATNOŚCI MAGNETYCZNEJ $\chi$ PARAMAGNETYKÓW I DIAMAGNETYKÓW

### 1. Podstawy fizyczne

Ładunki elektryczne, będące w ruchu względem przyjętego układu odniesienia, oddziałują na siebie dodatkową siłą, inną niż siła Coulomba. Dowodem tego dodatkowego oddziaływania jest chociażby przyciąganie się dwóch równoległych przewodników, w których płyną prądy w tych samych kierunkach. Oddziaływanie to jest opisywane jako oddziaływanie magnetyczne. Każdy poruszający się ładunek wytwarza więc pole magnetyczne, działające na ładunek będący w ruchu (w przyjętym układzie odniesienia). Najczęściej spotykanym rodzajem ruchu ładunków jest przepływ prądu elektrycznego. Związane z tym rodzajem ruchu pole magnetyczne określa prawo Ampera i prawo Biota-Savarta.

Innym rodzajem ruchu ładunku, powszechnym w mikroświecie, jest ruch orbitalny naładowanej cząstki lub ruch związany z jej własnym momentem pędu (spinem). Pomimo powszechności ruchu ładunków w otaczającym nas świecie tylko niektóre ciała i to po zastosowaniu odpowiednich zabiegów mogą stać się źródłem zewnętrznego pola magnetycznego. Aby zrozumieć takie zachowanie się materii, zaczniemy od opisu własności magnetycznych cząstek, z których jest ona zbudowana.

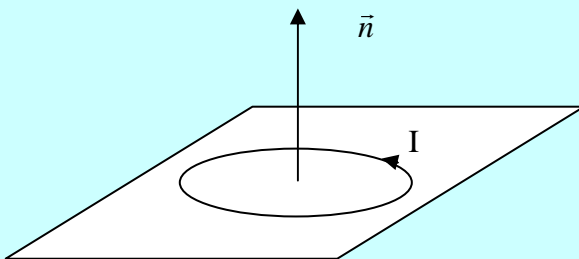
Własności magnetyczne cząstki charakteryzuje się podając jej **wektor momentu magnetycznego**  $\vec{\mu}$ . Jest to wektor określający związek pomiędzy wektorem momentu siły  $\vec{K}$ , działającej na obiekt obdarzony własnościami magnetycznymi a wektorem indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ , zgodnie z wzorem [1]:

$$\vec{K} = \vec{\mu} \times \vec{B}. \quad (1)$$

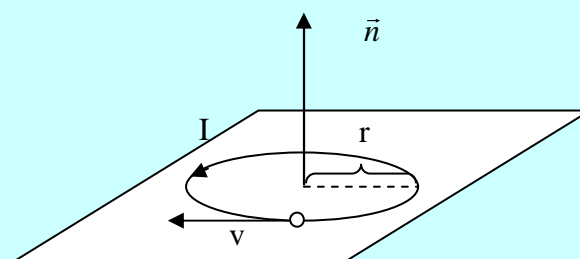
Dla pętli z prądem moment magnetyczny określa relacja:

$$\vec{\mu} = SI\vec{n} \quad (2)$$

gdzie:  $S$  - pole powierzchni rozpiętej na konturze wyznaczonym przez prąd o natężeniu  $I$ ,  $n$  - wektor jednostkowy, prostopadły do powierzchni  $S$ , skierowany zgodnie z regułą śruby prawoskrętnej w stosunku do kierunku płynącego prądu (patrz rys. 1a)



Rys. 1a Zwrot wektora  $\vec{n}$  dla pętli z prądem



Rys. 1b Zwrot wektora  $\vec{n}$  dla elektronu poruszającego się po okręgu

Policzmy teraz wartość wektora momentu magnetycznego elektronu, poruszającego się po okręgu o promieniu  $r$  ze stałą wartością prędkości  $v$ , zataczającego pełny okrąg w czasie  $T$ .

Poruszający się tak elektron (mający ładunek  $e$  i masę  $m_e$ ) daje natężenie prądu  $I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$ .

Stąd, zgodnie z (2) wartość wytworzonego momentu magnetycznego wynosi:

$$\mu = SI = \frac{\pi r^2 e v}{2\pi r} = \frac{em_e r v}{2m_e} = \frac{e}{2m_e} \cdot J$$

(2a)

gdzie:  $J = m_e r v$  - wartość momentu pędu elektronu.

Ustalając zwrot wektora  $\vec{\mu}$  należy również zwrócić uwagę na to, że kierunek prądu jest tu przeciwny do kierunku ruchu elektronu, gdyż jego ładunek jest ujemny (patrz rys.lb).

Występująca w omawianym przykładzie **proporcjonalność momentu magnetycznego i momentu pędu** jest ogólnie obowiązującym prawem. Aby zapewnić zapis tego prawa w postaci ogólnej, wprowadza się stałą  $g$ , zwaną stałą Landego (w rozpatrywanym przykładzie  $g = 1$ ). W zapisie wektorowym prawo to przybiera postać :

$$\vec{\mu} = g \frac{e}{2m} \cdot \vec{J}$$

(2b)

Wartości momentu pędu dla mikrocząstek są rzędu  $\frac{h}{2\pi}$  ( $h$ - stała Plancka, równa:  $6,6 \cdot 10^{-34}$  Js).

Z (2b) wynika, że moment magnetyczny jest odwrotnie proporcjonalny do masy cząstki. Oznacza to, że o własnościach magnetycznych ciała decydują elektrony. Magnetyzm jądrowy, ze względu na dużą masę protonu, jest w pierwszym przybliżeniu do pominięcia.

(UWAGA: neutron, pomimo że jest elektrycznie obojętny, posiada moment magnetyczny o wartości dorównującej protonowi! O czym to może świadczyć?)

Moment pędu w omawianym przykładzie pochodził od **ruchu orbitalnego**. Oprócz ruchu orbitalnego cząstka posiada **własny (wewnętrzny) moment pędu** zwany **spinem**, który bywa porównywany z obrotem wokół własnej osi (ale nim nie jest). Moment magnetyczny cząstki związanej (np. elektron w atomie) jest więc pochodzenia orbitalnego i spinowego (dla spinowego momentu magnetycznego elektronu  $g = 2$ ). Wypadkowy moment magnetyczny jest wtedy sumą wektorową obu wymienionych momentów.

W atomach wieloelektronowych momenty magnetyczne (spinowe i orbitalne) dodają się wektorowo. Nie wchodząc w szczegóły sumowania tych wektorów można stwierdzić, że wypadkowy moment magnetyczny atomu (cząsteczki) może być równy zero, lub różny od zera. **Jeżeli wypadkowy moment magnetyczny jest równy zero to atom ten (cząsteczkę) nazywamy atomem diamagnetycznym, gdy jest różny od zera to atom (cząsteczkę) nazywamy atomem paramagnetycznym.**

Ciała zbudowane z atomów lub cząsteczek diamagnetycznych to diamagnetyki, z paramagnetycznych - paramagnetyki.

**Zarówno dia- jak i paramagnetyk nie dają zewnętrznie obserwowalnego pola magnetycznego.** Diamagnetyk - gdyż każdy atom (cząsteczka) nie posiada wypadkowego momentu magnetycznego. Paramagnetyk - bo momenty magnetyczne, chociaż różne od zera, to w wyniku oddziaływań termicznych są rozmieszczone chaotycznie we wszystkich kierunkach (izotropowo), dając na zewnątrz zerowe pole magnetyczne. Jeżeli jednak te materiały zostaną umieszczone w zewnętrznym polu magnetycznym to wówczas ich własności magnetyczne ujawnią się.

Dla porządku dodajmy, że istnieje jeszcze jedna obszerna klasa materiałów posiadająca uporządkowane (równoległe) momenty magnetyczne, w obszarach o rozmiarach mikronowych, zwanych **domenami**. Kierunki momentów magnetycznych w różnych domenach są różne. Materiały te nazywamy **ferromagnetykami**.

### 1.1. Związki pomiędzy wektorami $\vec{B}$ , $\vec{M}$ , $\vec{H}$ .

Pole magnetyczne opisujemy poprzez podanie wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  lub wektora natężenia pola magnetycznego  $\vec{H}$ . Definicja wektora  $\vec{B}$  związana jest z siłowymi oddziaływaniami pola magnetycznego, określonymi przez siłę Lorentza  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$  ( $[\vec{B}] = T = N/Am = Vs/m^2$ ), natomiast wektor  $\vec{H}$  ( $[\vec{H}] = A/m$ ) wiąże pole magnetyczne z prądem płynącym przez przewody (prąd przewodzenia). W próżni oba te wektory łączy zależność:  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ , gdzie  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$ . W ośrodku, zewnętrzne pole magnetyczne oddziałuje na momenty magnetyczne mikrocząstek. Rezultatem końcowym tego działania będzie wytworzenie dodatkowego momentu magnetycznego, który charakteryzujemy poprzez podanie

wektora namagnesowania  $\vec{M}$ , będącego wypadkowym momentem magnetycznym jednostki objętości ośrodka. Dla większości materiałów (poza ferromagnetykami) zachodzi proporcjonalność pomiędzy  $\vec{M}$  i  $\vec{B}$ , którą wyrażamy równaniem:

$$\vec{M} = \chi \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (3a)$$

gdzie  $\chi$  jest bezwymiarowym współczynnikiem proporcjonalności, zwanym **podatnością magnetyczną**.

Pomiędzy wektorami  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  i  $\vec{M}$  zachodzi zależność:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{H} + \chi \vec{B} \quad (3b)$$

Zwykle, równanie (3b) wyrażone jest w nieco innej, przekształconej postaci:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{1 - \chi} \cdot \vec{H} . \quad (3c)$$

Ponieważ dla dia i paramagnetyków  $\chi \ll 1$ , to można skorzystać z przybliżenia  $\frac{1}{1 - \chi} \approx 1 + \chi$ , i (3c) napisać jako :

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \cdot \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (3d)$$

gdzie  $\mu = 1 + \chi$  nosi nazwę **względnej przenikalności magnetycznej**. Charakteryzuje on własności magnetyczne ośrodka.

Wielu autorów równanie (3a) zapisuje w postaci:  $\vec{M} = \chi \vec{H}$ , co dla przypadków tu rozpatrywanych ( $\chi \ll 1$ ) jest usprawiedliwione gdyż wówczas praktycznie:  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ .

## 1.2. Podatność magnetyczna diamagnetyka

Jeżeli elektron ośrodka znajdzie się w stałym w czasie i jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$  [2] to musi zaistnieć taki przedział czasu, w którym pole magnetyczne w jego wnętrzu będzie narastało, tzn.  $\frac{d\vec{B}}{dt} > 0$ . Co wówczas dzieje się z omawianym wcześniej elektronem, wykonującym ruch orbitalny, przy założeniu, że płaszczyzna orbity jest prostopadła do wektora  $\vec{B}$  a jej promień  $r$  pozostaje stały?

Zmiana indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  spowodowała zmianę strumienia indukcji (w naszym przypadku:  $\phi = BS$ ;  $S$  - powierzchnia wewnątrz orbity) przenikającego przez płaszczyznę orbity, powodując zaindukowanie się siły elektromotorycznej  $\varepsilon$ , a więc i pola elektrycznego  $E$ , działającego na elektron i powodującego zmianę prędkości orbitalnej elektronu. Zgodnie z prawem Faraday'a :

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

W naszym przypadku  $\frac{d\phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$ , a ponieważ:  $\varepsilon = \oint E dr = 2\pi r E$ , to równanie (4) przyjmuje postać :

$$2\pi r E = - \pi r^2 \frac{dB}{dt} \quad (4a)$$

a stąd :

$$E = - \frac{r}{2} \cdot \frac{dB}{dt} . \quad (4b)$$

Działanie pola E na elektron spowoduje zmianę jego prędkości o  $\Delta v$ , zgodnie z II prawem Newtona

$$(F = m \frac{dv}{dt} = eE):$$

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{er}{2} \cdot \frac{dB}{dt}.$$

(5)

Całkując stronami (5), otrzymujemy:

$$\int_v^{v+\Delta v} dv = \frac{er}{2m_e} \int_0^B dB$$

(5a)

a więc :

$$\Delta v = \frac{erB}{2m_e}.$$

(5b)

Ta zmiana prędkości spowoduje zmianę częstości kołowej  $\omega$  ( $\Delta v = \omega_L r$ ) obiegu elektronu wokół jądra o  $\omega_L = \frac{eB}{2m_e}$ , zwaną częstością Larmora, a w konsekwencji zmianę momentu magnetycznego  $\Delta\mu_e$  wynoszącą (por. wzór (2a)):

$$\Delta\mu_e = \frac{e^2 r^2 B}{4m_e}$$

(6)

Zgodnie z regułą Lenza zmiana momentu magnetycznego musi być taka, aby przeciwdziałać przyczynie go wywołującej. Wektor dodatkowego momentu magnetycznego  $\Delta\mu_e$  będzie więc skierowany przeciwnie do kierunku pola  $\vec{B}$ .

Temu oddziaływaniu podlegać będą wszystkie elektrony wykonujące ruch orbitalny w każdym materiale ale efekty, spowodowane tym oddziaływaniem, mogą być obserwowane tylko w diamagnetykach. W innych substancjach niezerowy moment magnetyczny będzie dominował nad zaindukowanym momentem  $\Delta\mu_e$ . **Tylko diamagnetyk będzie więc stawiał opór przy wprowadzeniu go do pola zewnętrznego, a narastanie pola w objętości zajmowanej przez próbkę powodować będzie wypychanie jej z obszaru pola.**

Wyprowadzając wzór (6) założyliśmy, że płaszczyzna orbity jest prostopadła do wektora  $\vec{B}$ . W rzeczywistości wszystkie orientacje płaszczyzn są jednakowo prawdopodobne. Orbity, których płaszczyzny nie są prostopadłe do  $\vec{B}$ , wykonywać będą precesję wokół kierunku pola  $\vec{B}$  z częstością Larmora  $\omega_L$ , zataczając okręgi o promieniach leżących w przedziale od 0 (płaszczyzna orbity równoległa do kierunku pola  $\vec{B}$ ) aż do promienia orbity R (płaszczyzna orbity prostopadła do  $\vec{B}$  - omawiany wcześniej przypadek). Aby więc skorzystać z wzoru (6), należy znaleźć średni kwadrat promienia precesji Larmora  $\langle r^2 \rangle$ . Ponieważ w przestrzeni  $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , a na płaszczyźnie  $r^2 = x^2 + y^2$ , to  $\langle R^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle$  i  $\langle r^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle$ .

Ze względu na izotropowość problemu, zachodzi warunek  $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$ , a to prowadzi do związku  $\langle r^2 \rangle = \frac{2 \langle R^2 \rangle}{3}$ , gdzie  $\langle R^2 \rangle$  jest średnim kwadratem orbity (odległości od jądra atomowego).

Równanie (6) można więc po uwzględnieniu wszystkich L elektronów zapisać w postaci:

$$\Delta\mu_e = \frac{e \sum_{i=1}^L \langle R_i^2 \rangle}{6m_e} \cdot B$$

(7)

Moment magnetyczny jednostki objętości materii (o koncentracji atomów n) naszym (diamagnetycznym) przypadku wynosi :

$$\vec{M} = n\Delta\vec{\mu}_e = - \frac{ne^2 \sum_{i=1}^L \langle R_i^2 \rangle}{6m_e} \cdot \vec{B} \quad (8)$$

Porównując (8) z wzorem (3a), otrzymujemy:

$$\chi = - \frac{\mu_o e^2 n \sum_{i=1}^L \langle R_i^2 \rangle}{6m_e} \cdot \quad (9)$$

Jest to otrzymana teoretycznie wartość podatności magnetycznej diamegnetyka. Jego wartość liczbowa jest rzędu  $10^{-4}$ - $10^{-6}$  i nie zależy od temperatury, a znak podatności diamegnetyka jest ujemny.

### 1.3. Podatność magnetyczna paramagnetyka

W atomie (cząsteczce) paramagnetyka istnieje pewien wypadkowy moment magnetyczny  $\vec{\mu}$  o wartości rzędu magnetonu Bohra ( $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \approx 9,2 \cdot 10^{-24} \text{Am}^2$ ). Zewnętrzne pole B będzie dążyć do obrócenia go tak, aby zachodziła zgodność kierunku wektorów  $\vec{\mu}$  i  $\vec{B}$  (3). Temu porządkującemu działaniu pola będzie przeciwstawiał się ruch cieplny. Biorąc pod uwagę tę sytuację, musimy znaleźć wartość wektora namagnesowania  $\vec{M}$  i stąd określić podatność magnetyczną  $\chi$  (por. wzór (3a)).

Namagnesowanie jednostkowej objętości paramagnetyka, znajdującego się w zewnętrznym polu o indukcji  $\vec{B}$ , może być policzone z wzoru:

$$M = n \int \mu \cos\theta \, dp(\theta) \quad (10)$$

gdzie: n - liczba atomów w jednostce objętości paramagnetyka,  $dp(\theta)$  - prawdopodobieństwo ustawienia się momentu magnetycznego pod kątem  $\theta$  w stosunku do kierunku zewnętrznego pola B. Korzystając z rozkładu Boltzmana (patrz Dodatek) możemy znaleźć  $dp(\theta)$ :

$$dp(\theta) = \left( 1 + \frac{\mu B \cos\theta}{kT} \right) \frac{\sin\theta}{2} d\theta \quad (11)$$

i według wzoru (10) obliczyć wartość namagnesowania. Po wykonaniu rachunków otrzymujemy wynik:

$$M = \frac{n\mu^2 B}{3kT} \quad (12)$$

Namagnesowanie paramagnetyka jest skierowane zgodnie z polem  $\vec{B}$  (odwrotnie niż w diamegnetyku), a więc podatność magnetyczna ( $\mu_o \vec{M} = \alpha \vec{B}$ ) jest dodatnia i zależy od temperatury:

$$\chi = \frac{\mu_o n \mu^2}{3kT} \quad (13)$$

Paramagnetyk będzie zawsze wciągany w obszar silnego pola magnetycznego.

Równanie (13) zapisane w postaci:  $\chi = \frac{C}{T}$ , znane jest jako prawo Curie. Podlega jemu tylko niewielka grupa paramagnetyków. Do większości stosuje się prawo Curie-Weissa [4]:

$$\chi = \frac{C}{T + \Delta}$$

(14)

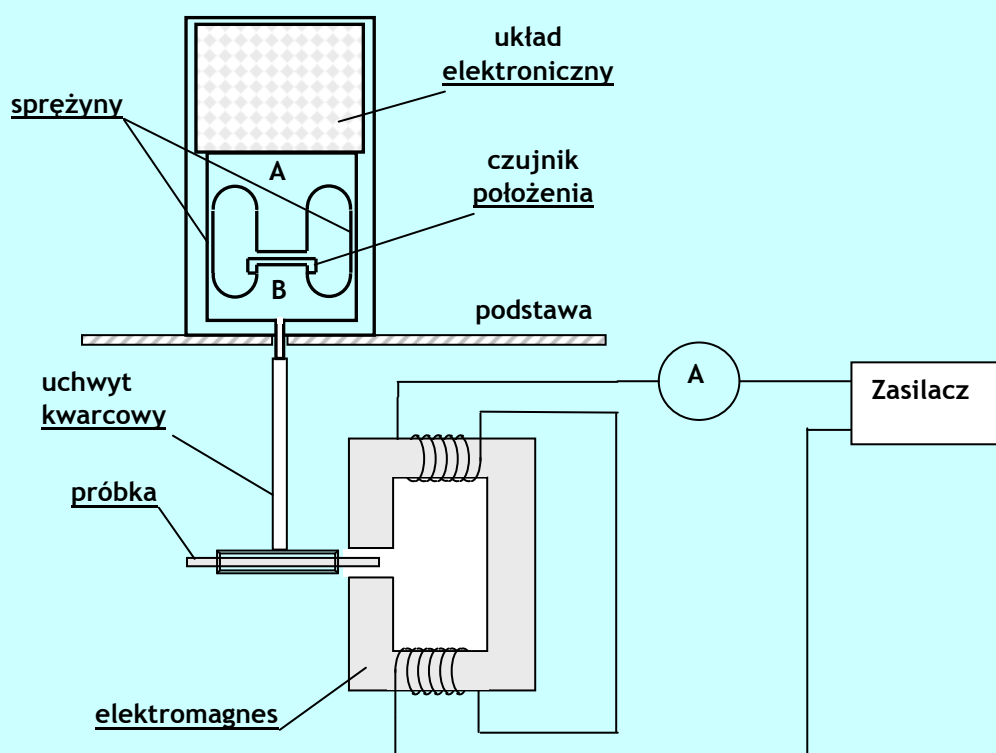
gdzie  $\Delta$  - wielkość o wymiarze temperatury.

Osobną grupę stanowią paramagnetyczne pierwiastki metaliczne. Jak już zaznaczono wcześniej, efekt diamagnetyzmu istnieje również w paramagnetyku, ale "ginie" on w silniejszym efekcie paramagnetyzmu.

## 2. Opis metody pomiarowej

Zastosowana w ćwiczeniu waga elektroniczna przystosowana jest do pomiaru siły poziomej, działającej na uchwyt kwarcowy przymocowany do aluminiowego bloku ustroju pomiarowego. Blok ten podzielony jest na dwie części A i B, złączone ze sobą cienkimi sprężynami. Pozioma siła, przyłożona do uchwyty kwarcowego, powoduje przesunięcie ruchomej części B względem nieruchomej części A bloku. Przesunięcie to jest w zakresie pomiarowym wagi proporcjonalne do działającej siły, zgodnie z zasadą  $F = -kx$ . Niezmiennosc stałej sprężystości  $k$  jest powodowana dużą długością sprężyny w stosunku do jej grubości. Ponadto pokazana konstrukcja wagi powoduje niezależność mierzonej siły od ciężaru próbki wraz z uchwytem, działającego prostopadle do mierzonej siły. Przesunięcie obu części bloków względem siebie jest mierzone przy pomocy czujnika położenia. Analogowa wartość tego przesunięcia jest w układzie elektronicznym wagi przetwarzana na postać cyfrową i przekazywana do układu akwizycji danych komputera.

Układ pomiarowy jest schematycznie przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat układu pomiarowego.

Badaną próbkę w kształcie walca o przekroju  $S_0$  należy delikatnie wsunąć do rurki kwarcowej, przymocowanej do ustroju wagi. Włączenie zasilacza elektromagnesu spowoduje naruszenie równowagi (diamagnetyk będzie wypychany a paramagnetyk wciągany) przez pole magnetyczne.

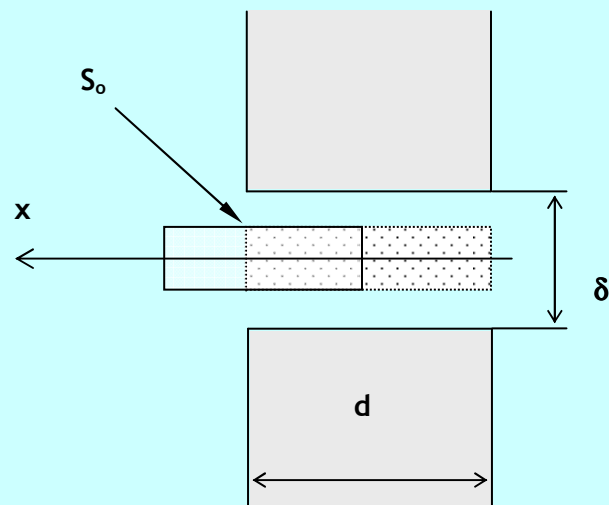
Mierzona siła  $F_x$  będzie równa sile, z jaką pole magnetyczne działa na próbkę. Wartość tej siły jest równa pochodnej energii pola magnetycznego  $W$  względem kierunku ruchu próbki (na rys. 3 kierunek  $x$ ), tj:  $F_x = \frac{dW}{dz}$ .

Energia pola magnetycznego wyraża się wzorem:

$$W = \iiint_V \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} dV = \iiint_V \mu_0 \mu_r H^2 dV \quad (15)$$

gdzie:  $dV$ - element objętości, a całkowanie wykonujemy po obszarze, w którym istnieje niezerowe pole magnetyczne.

**Rys.3.**  
Podział objętości szczeliny na część, w której może zachodzić zmiana energii (linia przerywana) i na część o stałej energii pola magnetycznego (reszta poza linią przerywaną).



W naszej sytuacji pole magnetyczne praktycznie istnieje tylko w szczelinie ale jego natężenie jest w części zajmowanej przez próbkę inne niż poza nią. Na wartość energii pola magnetycznego wpływać więc będzie położenie próbki w szczelinie. Ponieważ zmiana energii pola magnetycznego zachodzić będzie tylko w objętości zakreślonej linią przerywaną (patrz rys. 3) to do wyliczenia pochodnej pola wystarczy wziąć energię zawartą tylko w tej objętości.

Na podstawie (15) wynosi ona (dla powierzchni o przekroju  $S_0$ ):

$$W = \frac{1}{2} H^2 \mu_0 \mu_r S_0 (d - x) + \frac{1}{2} H^2 \mu_0 S_0 x = \frac{H^2}{2} \mu_0 S_0 [(d - x)\mu_r + x]. \quad (16)$$

Po uwzględnieniu zależności:  $\mu_r = 1 + \chi$ , otrzymujemy:

$$W = \frac{H^2}{2} \mu_0 S_0 [(d - x)(1 + \chi) + x] = \frac{H^2}{2} \mu_0 S_0 [d(1 + \chi) - x\chi]. \quad (17)$$



Różniczkując (17) względem  $x$  obliczymy wartość siły  $F_x$ , działającej na próbkę:

$$F_x = - \frac{H^2}{2} \mu_0 S_0 \chi \quad (18)$$

Jak widać, siła ta jest niezależna od położenia próbki w szczelinie. Stąd szukana podatność magnetyczna, z dokładnością do znaku, wynosi:

$$\chi = \frac{2F_x}{H^2 \mu_0 S_0} \quad (19)$$

### 3. Zasady wykonywania pomiarów przy pomocy wagi elektronicznej

1. Włączyć zasilacz wagi i komputer.
2. Zmierzyć średnicę próbki.
3. **Ostrożnie i delikatnie** włożyć badaną próbkę do kwarcowego uchwytu tak, aby jej środek ciężkości wypadł w osi kwarcowego pręta.
4. Uruchomić program *gwrn*. Otworzyć (pod „File”) zbiór o nazwie podanej na tabliczce przy ćwiczeniu. Odczekać do pojawienia się wszystkich elementów ekranu.
5. Nacisnąć „Start” lub ikonę .
6. W okienku „Enter log file name” wpisać ośmioznakową nazwę zbioru, w której zapisywane będą wyniki pomiarów. Nazwa zbioru może składać się z numeru zespołu (np. 8), numeru grupy studenckiej (np. M11) i rodzaj próbki (np. Cu, Al, C) w formie 8\_M11Al.dat. Należy pamiętać, że liczba znaków w nazwie zbioru nie może przekroczyć 8 i nacisnąć OK.  
**Uwaga !** Od tej chwili waga w sposób ciągły wykonuje pomiary siły. Jej czułość jest na tyle wysoka, że wszelkie drgania podstawy, blatu stołu i podłogi powodują zakłócenia pomiaru. Należy zatem zachowywać się spokojnie.
7. Wyzerować wagę poprzez naciśnięcie przycisku „Zerowanie”.
8. Wykonać serię pomiarów dla danej próbki:
  - a) Wpisać wartość natężenia prądu elektromagnesu równą 0 i **potwierdzić naciskając „Enter”**. Należy pamiętać, że separatorem wartości dziesiętnych w tym systemie jest znak kropki, a nie przecinka.
  - b) Odczekać do momentu, w którym oscylacje ustroju wagi będą minimalne. Ich obserwacjom sprzyja zwiększenie zakresu skali wykresu mierzonej siły.
  - c) Nacisnąć ikonę „Zapisz”. W tym momencie zmierzona aktualnie wartość siły zostanie dopisana w wierszu odpowiadającym wartości natężenia prądu elektromagnesu wpisanym w punkcie a.
  - d) Wykonać minimum trzy pomiary dla jednej wartości natężenia prądu elektromagnesu, w celu późniejszego uśrednienia tych wartości.
  - e) Zwiększyć wartość natężenia prądu o 3A i powtórzyć czynności z punktów a, b, c i d.
  - f) Zaobserwować, czy wartość mierzonej siły zmienia się, a wniosek zanotować w sprawozdaniu.
9. Nacisnąć „Stop” lub ikonę .
10. **Ostrożnie i delikatnie** wyjąć badaną próbkę z kwarcowego uchwytu.
11. **Ostrożnie i delikatnie** włożyć kolejną badaną próbkę do kwarcowego uchwytu.
12. Powtórzyć czynności opisane w rozdziale 3, poczynając od punktu 5.
13. Sprowadzić do minimum nastawy napięć na zasilaczu elektromagnesu i wyłączyć elektromagnes.
14. Po zakończeniu pomiarów dla wszystkich próbek wyłączyć program poprzez zamknięcie okna „Advantech Genie Runtime”.

### 4. Wykonanie pomiarów

1. Wykonać pomiary  $F(I)$  dla wszystkich materiałów umieszczonych przy stanowisku pomiarowym.
2. Określić wartość indukcji pola magnetycznego w szczelinie elektromagnesu dla określonych wartości prądu płynącego przez elektromagnes, korzystając z wykresu znajdującego się na stanowisku pomiarowym. Na podstawie tego wykresu określić także niepewność indukcji pola magnetycznego B.

### 5. Opracowanie wyników

1. Uruchomić program Origin i zaimportować lub wpisać ręcznie poszczególne zbiory do arkusza kalkulacyjnego. Pierwsza kolumna oznacza czas, w którym wykonano pomiar; druga kolumna zawiera wartość prądu; trzecia kolumna zawiera zmierzoną siłę w  $[\mu\text{N}]$ .
2. Zaznaczyć trzecią kolumnę i wstawić nową kolumnę. Wpisać wartości z wykresu  $B(I)$ .
3. Dodać nową kolumnę i poprzez „set column values” umieścić w niej wartości siły, zamieniając mikroniutony na niutony.



4. We wzorze (18) zamiast natężenia pola H wprowadzić indukcję pola magnetycznego B. Uzyskana zależność będzie miała postać  $F_x = - \frac{B^2 S_0}{2\mu_0} \chi$ . Sporządzić wykres  $F_x$  w funkcji  $\frac{B^2 S_0}{2\mu_0}$ . Jeżeli punkty eksperymentalne będą układać się na prostej, to zastosować metodę najmniejszych kwadratów i wyliczyć współczynnik jej nachylenia, który będzie równy  $\chi$ . Podać niepewność standardową obliczaną metodą typu A. Obliczyć niepewność standardową złożoną obliczaną metodą typu B. Jeśli zachodzi konieczność dodać obie niepewności.
5. Określić, które próbki są diamagnetykami, a które paramagnetykami.
6. Obliczyć niepewności rozszerzone dla wszystkich materiałów i zapisać prawidłowo wyniki. Przedyskutować otrzymane wyniki, porównując je z wartościami tablicowymi.

## 6. Pytania kontrolne

1. Jaka jest podstawowa przyczyna powstawania pola magnetycznego?
2. Jakie rodzaje momentów magnetycznych składają się na moment magnetyczny atomu (cząsteczki)?
3. Jakie jest kryterium klasyfikacji ciał ze względu na ich własności magnetyczne?
4. Jak wyraża się podatność magnetyczna  $\alpha$  dia- i paramagnetyków?
5. Jaki jest związek pomiędzy energią pola magnetycznego a siłą działającą na próbkę, znajdującą się w nim?
6. Jak zmieni się siła działająca na próbki dia- i paramagnetyka, umieszczone w polu magnetycznym, jeśli będziemy je ogrzewać?

## 7. Literatura

- [1] R.P. Feynman, R.B.Leighton i M. Sands - Feynmana wykłady z fizyki - t. II, cz. I, str.253-256, PWN Warszawa, 1970
- [2] jak wyżej t. II, cz. II, str.252-254
- [3] jak wyżej t. II, cz. II, str.272-276
- [4] S.Szczeniowski - Fizyka doświadczalna, cz. III, Elektryczność i magnetyzm, str.328-330, PWN Warszawa 1980.

## DODATEK

Celem rozważań jest określenie  $dp(\theta)$ , czyli prawdopodobieństwa ustawienia się momentu magnetycznego pod kątem  $\theta$  w stosunku do kierunku zewnętrznego pola  $B$ .

Zacznijmy od rozważań termodynamicznych. Energia momentu magnetycznego  $\mu$ , umieszczonego w polu o indukcji wyraża się wzorem [1] :

$$W = -\vec{\mu}\vec{B} = -\mu B \cos\theta$$

( $\theta$ - kąt pomiędzy wektorami  $\vec{\mu}$  i  $\vec{B}$ ,  $\vec{\mu}$  - wartość momentu magnetycznego atomu).

Energia jest najmniejsza gdy  $\theta = 0$  tzn. gdy zwroty  $\vec{\mu}$  i  $\vec{B}$  są zgodne. Z rozkładu Boltzmana wynika, że względne prawdopodobieństwo obsadzenia poziomów energetycznych, różniących się o

energię  $\Delta E$  wynosi:  $e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$  ( $k$ - stała Boltzmana,  $T$ - temperatura w skali Kelvina).

Kładąc  $\Delta E = W = -\mu B \cos\theta$ , otrzymujemy:  $e^{\frac{\mu B \cos\theta}{kT}}$ . Dla pól magnetycznych spotykanych w praktyce laboratoryjnej i dla niezbyt niskich temperatur, wykładnik potęgi jest dużo mniejszy od jedności ( $\frac{\mu B \cos\theta}{kT} \ll 1$ ).

Można więc  $e^{\frac{\mu B \cos\theta}{kT}}$  rozwinąć w szereg Taylora, ograniczając się do wyrazów pierwszego rzędu:

$$e^{\frac{\mu B \cos\theta}{kT}} \approx 1 + \frac{\mu B \cos\theta}{kT} \quad (D1)$$

Ponieważ wartość drugiego członu w (D1) jest mała w porównaniu z 1 oznacza to, że pole zewnętrzne tylko nieznacznie zmieni izotropowy rozkład momentów magnetycznych. Wyrażenie (D1) jest prawdopodobieństwem względnym. Prawdopodobieństwo bezwzględne wyznaczmy znajdując stałą normującą  $C$ , tak aby  $\sum_{i=1}^N C \left(1 + \frac{\mu B \cos\theta_i}{kT}\right) = 1$  ( $N$  - całkowita ilość momentów magnetycznych).

Ponieważ praktycznie  $\theta_i$  zmienia się w sposób ciągły, to od sumy można przejść do całki, całkując przyczynki od kąta bryłowego  $d\Omega$  po pełnym kącie bryłowym ( $4\pi$ ) i dzieląc wynik przez  $4\pi$ :

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} C \left(1 + \frac{\mu B \cos\theta}{kT}\right) d\Omega = 1 \quad (D2)$$

Element kąta bryłowego  $d\Omega$  dla naszego przypadku najkorzystniej wyrazić jako stosunek tej części powierzchni kuli o promieniu  $R$ , która zawarta jest pomiędzy stożkami o kątach rozwarcia  $\theta$  i  $\theta+d\theta$ , do  $R^2$ . A więc:

$$d\Omega = \frac{2\pi R^2 \sin\theta d\theta}{R^2} = 2\pi \sin\theta d\theta \quad (D3)$$

Pełny kąt bryłowy otrzymamy, gdy  $\theta$  zmieniać się będzie od 0 do  $\pi$ :

$$\int_0^\pi C \left(1 + \frac{\mu B \cos\theta}{kT}\right) \cdot \frac{\sin\theta d\theta}{2} = 1 \quad (D4)$$

Po wyliczeniu całki otrzymujemy:  $C=1$ . Wynik ten oznacza, że prawdopodobieństwo znalezienia momentu magnetycznego w przedziale kąta  $\theta$ :  $\langle\theta, \theta+d\theta\rangle$  wynosi:  $\left(1 + \frac{\mu B \cos\theta}{kT}\right) \cdot \frac{\sin\theta}{2} d\theta$ .